

3e00du-zik

MEFESZ SOPRONI TECHNIKUS KÖR JEGYZETEI

GEODÉZIA

.II. RÉSZ

SÉBOR JÁNOS
egy. ny. r. tanár előadásai

JEGYZET

Sopron, 1949.

Kiadja a MEFESz Soproni Technikus Köre, F. k. Sébor János
MEFESz Sokszorosító, Budapest, VIII., Üllői-út 8. F. v. Farkas Imre



OEE Könyvtár
Áll. Ell. 2020

G E O D É Z I A

II. Rész

Országos Erdészeti Egyesület Wagner Károly Erdészeti Szakkönyvtár	
Leltári szám:	230/2017
Csoport szám:	I
Raktári jelzet:	S.V.III

Sébor János

egy. ny. r. tanár előadásai

Jegyzet

Sopron, 1949.

Kiadja a MEFESz Soproni Technikus Köre, F.k.Sébor János

MEFESz Sokszorosító, Bp.VIII., Üllői ut 8. F.v. Farkas Imre.



A gyakorlati mérés.

A mérés célja az, hogy a felmért területről térképet készítsünk, tehát hogy megállapítsuk tereppontjaink vízszintes vetületbeli képét, esetleg az egyes szintkülönbségeket. Eszerint két nagy csoportba oszthatók a méréseink:

- 1./ vízszintes vetületsíkbeli /helyszínrajzi/ mérések
- 2./ függőleges vetületsíkbeli /térszínrajzi/ mérések.

1./ Vízszintes síkbeli mérések.

A mérési eljárásokkal kapcsolatban egyeneseket, tört- és görbe vonalakat, szögeket kell kitűznünk, vagy azokat le kell mérnünk. Ezért először a kitűző-feladatokat fogjuk tárgyalni.

Kitűző feladatok.

A kitűző-feladatok azok a mérési eljárások, amelyek segítségével egyenes, tört- és görbe vonalakat, és szögeket jelölünk ki. Eszerint a feladataink lehetnek:

- 1./ Egyenesek, egyenesekkel párhuzamos egyenesek kitűzése és azok hosszának meghatározása.
- 2./ Szögek kitűzése és meghatározása.
- 3./ Szögfelelő irányok kitűzése.
- 4./ Területek meghatározása.
- 5./ Görbevonalak kitűzése.

1./ Egyenesek, egyenesekkel párhuzamos egyenesek kitűzése és azok hosszának meghatározása.

Méréseinkben és kitűzéseinkben egyenesnek tekintünk minden olyan vonalat, amelynek vízszintes vetülete egyenes, tekintet nélkül függőleges vetületbeli képére. Ha ezt is figyelembe vennénk, akkor már mágasságmérésről, szintmérésről lenne szó. Ha vonalaink vízszintes vetületének egyes részei szöget zárnak be, akkor törtvonalról beszélünk, ez a sokszögvonala vagy sokszögmenet, amely akkor válik határozottá, ha ismerjük az oldalak hosszát és a közbezárt szögeket. Mint az első részből tudjuk, sokszögmenetnél a haladás irányában a baloldalt felé eső szögeket mérjük.

Ha adva van A és B pontunk, akkor a két pont egy egyenest határoz meg. A közbeeső pontok felkeresése, vagy a hosszabbítás egyes pontjainak kitűzése többféle módon történhetik. Az eljárási mód mindig a körülményektől függ. Előfordulhat, hogy egyik pont sem hozzáférhető, vagy csak az egyik ponthoz lehet hozzáférnünk stb. Függ attól is, az eljárás módja, hogy a kitűzéshez milyen eszközök állnak rendelkezésünkre, és végül függ attól, hogy milyen pontosan kell a kitűzést elvégeznünk.

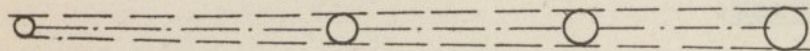
Egyenesek kitűzése.

a./ Kitűzés csak kitűzőruddal.

1./ A két végpont hozzáférhető. Ebben az esetben a kitűzés szabad szemmel történik. Az A-ban és a B-ben elhelyezünk két kitűzőrudat, mégpedig pontosan függőlegesen /két függőlegző segítségével/. A közbeeső pontokra a segéd munkást intjük be, akit be kell tanítani az egyes kar-jelekre, hogy nagyobb távolságból is kövesse a jelzéseiket. /Pl. sipjelzésre megáll, arccal felénk fordul, a rudat két ujjal annak súlypontja felett megfogja, ekkor ugyanis függőleges a rud. Ezután azzal a kezünkkel intünk, amerre ki kell térnie, hogy a helyes irányban legyen. Félkörös karlengetés jelenti a nagy kitérést.

Ha közel van a helyes ponthoz, akkor felemeljük a kezünket, s a figuráns ekkor csak lassan mehet a már jelzett irányba. Amikor karunkat lecsapjuk, akkor a kitűzőrudat azon a helyen leszurja/.

Nem szabad, hogy a munkás teste eltakarja a rudat, tehát oldalt kell tartania. A kitűzőrudak rendszerint egyenlő vas-
tagok, de ha nem, akkor a legvastagabb kitűző-
rudat kell a legtávolab-
bi pontba küldetünk,

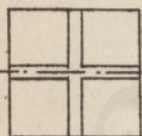


mert közlelről zavaró lenne a holttere.

Az egyenes meghosszabbítása hasonlóan történik, de végezhetjük ön-
beintéssel is úgy, hogy magunk állítjuk be a rudat az egyenesbe.

b./ Kitűzés szögtűzővel.

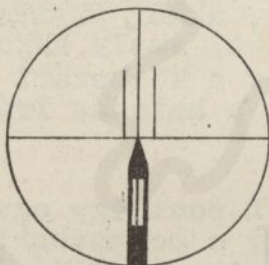
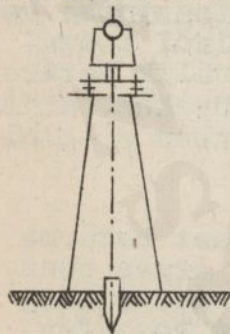
Ábránk a szögtűző-hasábbal való kitűzést mutatja. A szögtűző-hasábot pontatlansága miatt csak a legalárendeltebb méré-
seknél használhatjuk. A pontosabb 180° -ot kitű-
ző eszközök, mint a tü-
körkereszt, kettős priz-
ma jól használhatók meg-



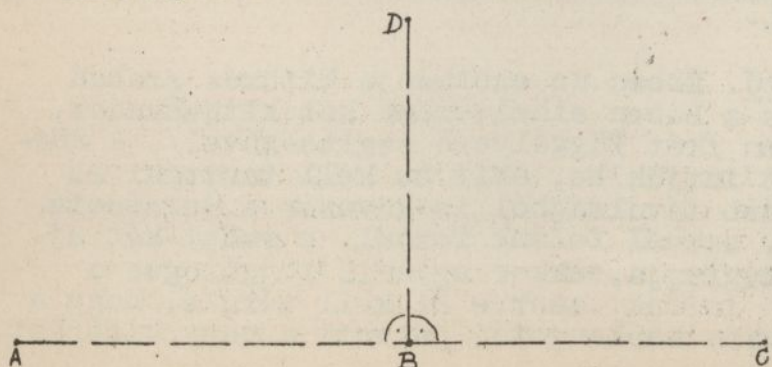
felelő ellenőrzés és kiigazítás után egyenesek közbeeső pontjainak felkeresésére és egyenesek meghosszabbítására.

c./ Egyenes kitűzése mérőműszerrel.

Mind a busszola, mind a theodolit felhasználható erre a célra, mert csak a függőleges irányszál fon-
tos. Központosan és szintesen
kell felállnunk a kezdőpontban.
A műszernek nem szabad tengely-
hibájának lennie. A kitűzőrudat
a sarunál irányozzuk meg, mert
ezáltal kiejtjük azt a hibát,
ami a rud ferdeségéből származ-
na. A távolságmérésnél hibát o-
kozó függőleges-irányu refrak-
ció itt nem számít.



Pontos kitűzéseknél a pontokat le kell cövekelni /a cövek 4-5 cm át-
mérőjű/, aztán újra irányozva még a cöveken is megjelöljük a pontos
helyet, s oda kisfejű szeget verünk. Külpon-
tos, tengelyhibás műszer alkalmazása esetén a kitűzést áthajtott tüvcsővel meg kell ismét-
elnünk. Az így kitűzött két pont közötti távolság felében lesz a helyes
keresett pont.



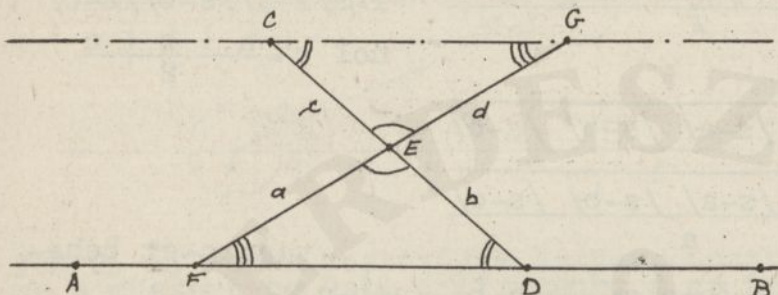
Itt említjük meg, hogy 90° -
os szögtűző is alkalmas e-
gyeneskitűzésre és meghos-
szabbításra. Pl. A és B
pont helyét ismerjük, "C"
helyét akarjuk megállapíta-
ni. B pontban az AB irányra
merőlegesen kitűzzük D-t, s
most már B pontból kitűzve
a BD irányra merőlegesen
C-t kapjuk AB meghosszab-
bitását a C-ben.

Ez az eljárás nem ad pontos eredményt, mert a kétszeres 90° kitűzése hibahalmozódásra ad alkalmat.

Az eddig tárgyalt eljárásoknál az egyenes hosszának megállapítása, tehát a távolságmérés mérőszalaggal történik.

Párhuzamos egyenesek kitűzése.

α./ Acélmérőszalaggal. Az adott AB egyenessel párhuzamos egyenesnek adott "C" ponton kell áthaladnia. α./ Két, kb. egyenlőoldaltú háromszöget képezünk. Ha az adott AB egyenesen nyugvó FED Δ-ünk már határozott, akkor az AB egyenessel párhuzamos CG egyenesnek meg kell még határoznunk a "G" pontját.

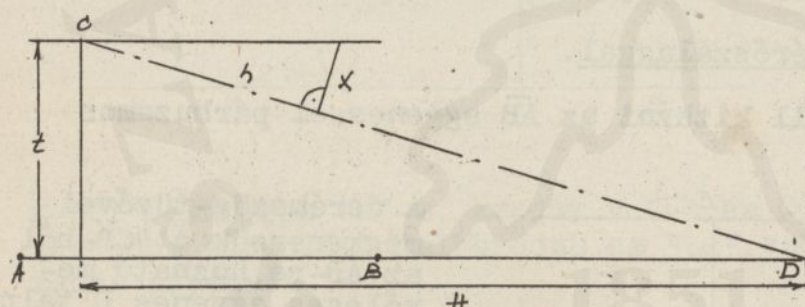


Az FED Δ ~ CEG Δ / mert megfelelő oldalai párhuzamosak egymással/. Az a, b és c oldalakat mértük, tehát még d-re van szükségünk.

$$\frac{d}{c} = \frac{a}{b} \quad \text{és ebből} \quad d = c \cdot \frac{a}{b}$$

d-t ezután az FE irányban E-től felmérjük s megkapjuk G pontot miáltal a keresett párhuzamos egyenes határozottá válik.

A sok távolságmérésből adódó hibahalmozódás pontatlanná teszi ezt az eljárást, s ha C és G közel van egymáshoz, az egyenes könnyen el is csavarodhatik.



β./ Ha megelégszünk kisebb pontossággal, akkor eljárhatunk úgy, hogy AB-t meghosszabbítjuk D-ig még pedig nagy távolságra, s a C-ből ehhez tűzzük ki az egyenest. Valóban párhuzamos azonban csak akkor lenne, ha D a ∞ -ben feküdne. Az ábrán jelzett "x" érték-

nek, mely az összehajlásból származik, kisebbnek kell lennie annál az értéknél, amit a térképre még fel tudunk hordani. A hasonló háromszögek tétele alapján:

$$\frac{H}{t} = \frac{h}{x} \quad \text{ebből} \quad H = t \cdot \frac{h}{x}$$

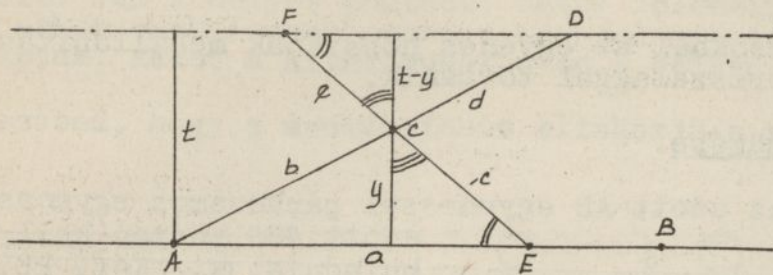
Pl. lássuk, milyen H távolságban kell kitűznünk D-t a kataszteri méretarány 1:2000, melyről 0.20 cm természetbeni hosszat még le tudunk olvasni/ szerint/

$$H = t \cdot h \cdot \frac{1}{0.20} = 5 \cdot t \cdot h$$

Ha $t = 10$ m és $h = 50$ m, akkor $H = 5 \cdot 10 \cdot 50 = 2500$ m

A gyakorlatban ezt az eljárást körülményessége és pontatlansága miatt nem használják.

γ./ Az adott AB egyenessel párhuzamos egyenest adott "t" távolságban kell kitűznünk.



Felvezünk egy háromszöget, amelynek "C" csúcsa kb. $t/2$ -re van az $\overline{AB}$ egyenestől. MÉRJÜK az a, b és c oldalt, y-t az $\triangle ACE$ magasságát kiszámítjuk:

$$T = \sqrt{s/s-a//s-b//s-c/},$$

hol $s = \frac{a + b + c}{2}$

$$T = \frac{a \cdot y}{2} = \sqrt{s/s-a//s-b//s-c/}$$

és ebből:

$$y = \frac{2 \sqrt{s/s-a//s-b//s-c/}}{a}$$

lyettesítve:

$$y = \frac{\sqrt{(a+b+c)/(b+c-a)/(a+c-b)/(a+b-c)}}{2a} \quad \text{vagy } s\text{-et behelyettesítve}$$

Ezután y kiegészítőrészt számítjuk a következő arányokkal:

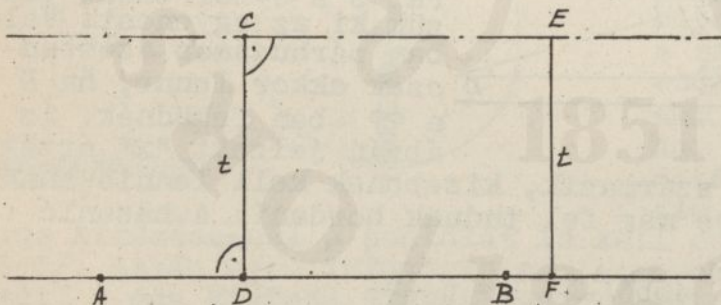
$$\frac{d}{t-y} = \frac{b}{y} \quad \text{ebből} \quad d = (t-y) \cdot \frac{b}{y}$$

$$\frac{e}{t-y} = \frac{c}{y} \quad \text{ebből} \quad e = (t-y) \cdot \frac{c}{y}$$

A továbbiakban meghosszabbítjuk AC-t és EC-t és e meghosszabbításokra felmérjük "d"-t illetve "e"-t. A nagy hibahalmazódás körülményessége miatt nem használjuk ezt az eljárást.

b./ Szögtűzőműszerrel és mérőszalaggal.

1./ Adott "C" ponton át kell kitűzni az $\overline{AB}$ egyenessel párhuzamos egyenest.



A derékszög-tűzővel megkeressük a "C"-ből az $\overline{AB}$ -re huzható merőleges egyenes D talp-pontját, $\overline{DC}$ -t. Ezután E-t megkaphatjuk úgy, hogy C pontból a $\overline{CD}$ irányra merőlegest állítunk a szögtűzővel, amikor is a szögtűző

esetleges hibája kiesik, mert a "t"- távolságnak először az egyik, majd a másik oldalán állítottunk merőlegest. Másik megoldás az, hogy "F"-ből is merőlegest állítunk az $\overline{AB}$ -re és erre mérjük a már ismert "t" távolságot, amelynek "E" végpontján halad át a kívánt párhuzamos egyenes.

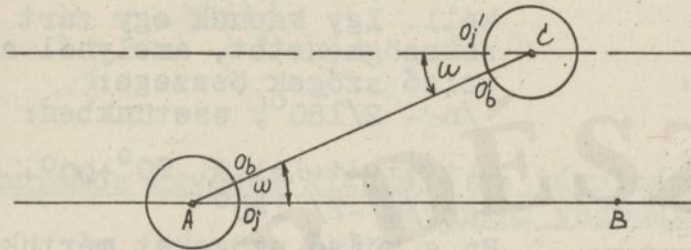
2./ Adott "t" távolságban kell párhuzamost kitűznünk az $\overline{AB}$ egyenessel.

Az $\overline{AB}$ egyenesen felvett D pontból állítunk $\overline{AB}$ -re merőlegest, erre felmérjük a "t"-t, majd egy másik felvett pontból, az F-ből hasonlóan s megkapjuk a $\overline{CE}$ egyenest, amely párhuzamos $\overline{AB}$ -vel.

c./ Mérőműszerrel.

./ Teodolitműszerrel.

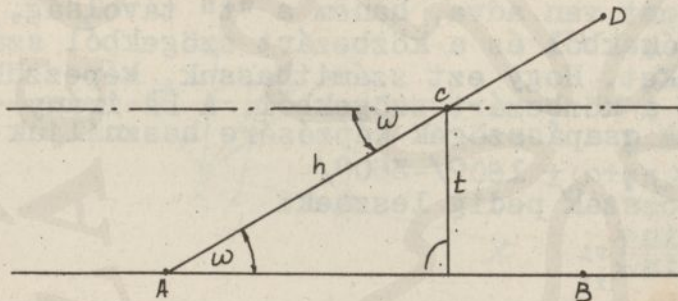
1./ Adott "C" ponton át kell adott AB egyenessel párhuzamost kitűznünk.



"A" pontban felállva mérjük az AB és AC irányok által bezárt " ω " szöget. Pontosabb kitűzésnél a mérést áthajtott távcsővel is meg kell ismételtnünk. Ezután átmegyünk a "C" pontba, felállunk a műszerünkkel s megirányozzuk A-t.

Leolvassuk a műszerről, kapjuk O_b -t, ehhez hozzáadjuk " ω "-t. Lesz: $O_b + \omega = O_j$ az az érték melyre a műszert be kell állítanunk, s az így kapott irány adja a kívánt párhuzamost. Ez az eljárást azon alapul, hogy váltószögek szárai párhuzamosak egymással.

2./ Adott "t" távolságban kell kitűznünk az $\overline{AB}$ egyenessel párhuzamos egyenest.



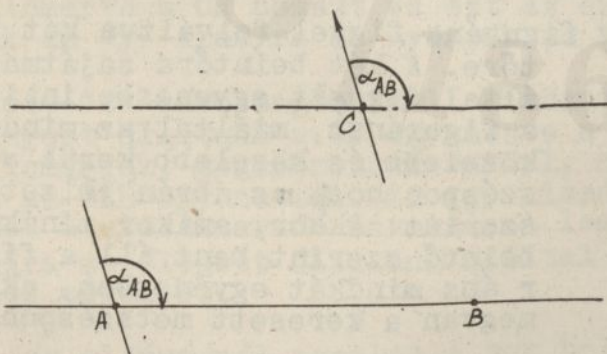
"A" pontból megirányozzuk B-t és D tetszőleges segéd-irányt, kapjuk az " ω " közbezárt szöget. Ezután számíthatjuk "h"-t, amelyet A-tól D irányban fel kell mérnünk, hogy c-t kapjuk:

$$\sin \omega = \frac{t}{h} ;$$

$$h = \frac{t}{\sin \omega}$$

A-ból felmérjük "h"-t, kapjuk "c"-t és C-ben felállva az előző eljáráshoz hasonlóan felhordjuk az " ω " szöget és megkapjuk a párhuzamos egyenest.

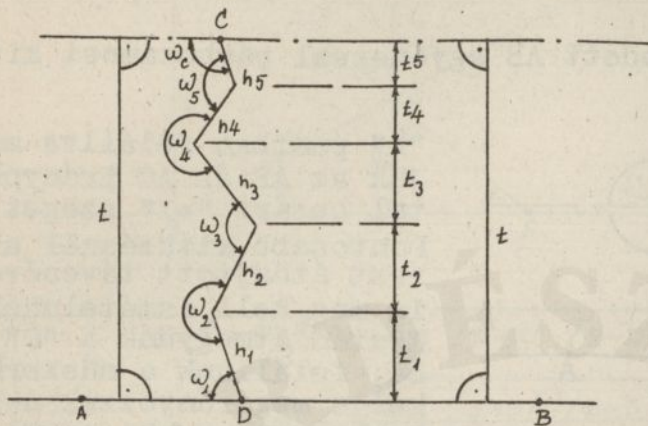
./ Busszola-műszerrel.



Ha a C pont adott, akkor "A"-ból mérjük az "AB" irány csapásszögét, s felállva "C"-ben beállítjuk ugyanezt az α_{AB} -t, s a távcső kijelöli a párhuzamos irányt. A két egyenes párhuzamos lesz egymással a busszola-műszer pontosági határain belül. A delejes konvergencia csak 10 km távolságnál lenne

érzékelhető: ilyen nagy távolságban azonban sohasem tűzünk ki párhuzamost.

Ritka erdőben az egyenesek, nyiladékok kitűzése a már tárgyalt módok egyikén történik. Ha azonban sűrű az erdő, akkor más eljáráshoz kell folyamodnunk.



Az $\overline{AB}$ egyenes "D" pontjától sokszögmenetet vezetünk a "C" pontig, mérjük a közbezárt szögeket rendes és át-hajtott távcsővel, kivéve " ω_c "-t, amelyet számítanunk kell. Így kapunk egy zárt sokszögmenetet, amelynél a belső szögek összege:
 $\frac{1}{n} - \frac{2}{180^\circ}$; esetünkben:

$$\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 + \omega_5 + \omega_c = 90^\circ + 90^\circ + \frac{1}{n} - \frac{2}{180^\circ}$$

Ha a külső szögeket mértük, akkor azok összege:
 $\frac{1}{n} + \frac{2}{180^\circ}$. Ezekből az

összefüggésekből számítható az " ω_c " szög, amelyet a sokszögmenet utolsó oldalára fel kell vinnünk, hogy a párhuzamost kapjuk. Ez az eljárás teodolit-műszerrel.

Busszolóval fedett terepen is a csapásszögek segítségével tűzünk ki párhuzamos egyeneseket.

Abban az esetben, ha nem "C" pont van adva, hanem a "t" távolság, akkor a szalaggal mért "h" értékekből és a közbezárt szögekből számíthatjuk $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ értékeit. Hogy ezt számíthassuk, képezzük az egyes irányok csapásszögeit a közbezárt szögekből. A DA irány csapásszögét " α "-nak vesszük. A csapásszögek képzésére használjuk az

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + \omega_n \pm 180^\circ / -360^\circ$$

általános képletet. Az egyes hosszak pedig lesznek:

$$t_1 = h_1 \sin \alpha_{D1}$$

$$t_2 = h_2 \sin \alpha_{23}$$

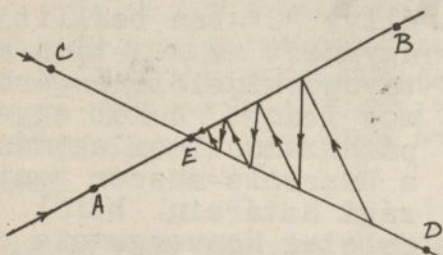
$$\dots \dots \dots$$

$$t_n = h_n \sin \alpha_{nc}$$

Ha a "t"-k összege nagyobb az adott "t"-nél, akkor kiszámítjuk t-et, amellyel az utolsó oldal "t"-jét meg kell rövidítenünk; majd az ehhez tartozó "h"-t számítjuk, s ezt a sokszögmenet utolsó oldaláról visszamérjük, miáltal megkapjuk "c" pontot, ahol felmérve az ω_c szöget a már ismert módon, s kitűzzük a párhuzamos egyenest.

Két egyenes metszéspontjának megkeresése.

Hozzáférhető végpontok esetén egy figuráns figyel felváltva két beintőre.

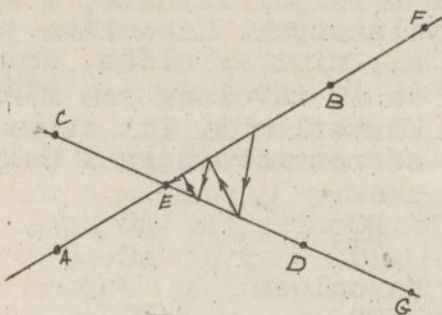


A két beintőre saját maga által figyelt egyenesbe inti be a figuránst, miáltal az mindig közelebb és közelebb kerül a metszésponthoz, az ábrán jelzettek szerint. Akkor, amikor mindkét beintő szerint bent áll a figuráns mindkét egyenesben, akkor megvan a keresett metszéspont.

A két egyenes metszéspontjába saját magunk is beállhatunk, de akkor

meg kell hosszabbítanunk az egyeneseket. Ekkor is felváltva figyeljük az egyeneseket, s így közeledve, eljutunk a metszés-

/ ábra a következő oldalon/

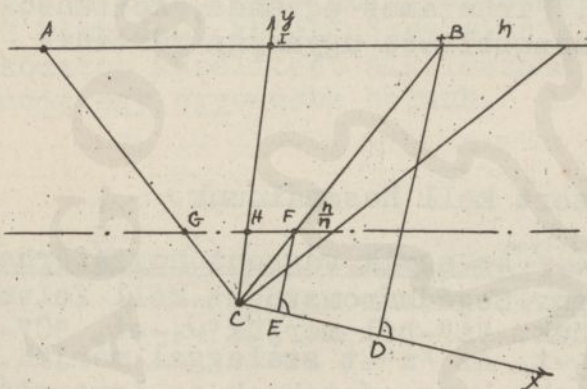


ponthoz. Hátránya ennek az eljárásnak, hogy lassu.

Párhuzamos egyenes kitűzése és távolságának meghatározása hozzáférhetetlen végpontok esetén.

Derékszögű szögtűzővel és mérőszalaggal.

. / Az egyik végpont hozzáférhetetlen.



Tegyük fel, hogy "B" pont hozzáférhetetlen. Felvesszük "C" segédpontot és "x" segédirányt, amelyen megkeressük a B-ből húzható merőleges "D" talppontját a szögtűzővel. Ezután acélszalaggal megmérjük a CD távolságot és ennek n-ed része adja CE távolságot: $CE = \frac{CD}{n}$;

E-ből merőlegest állítunk x-re, ez a merőleges a CB irányt F-ben metszi. Marmost a háromszögek hasonlósága alapján:

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CB} = \frac{1}{n}$$

és innen $CB = n \cdot CF$. Ha pedig a CA egyenest lemérve, ennek n-ed részében kitűzzük a "G" pontot, akkor mivel $\frac{AC}{GC} = n$, és $\frac{BC}{FC} = n$

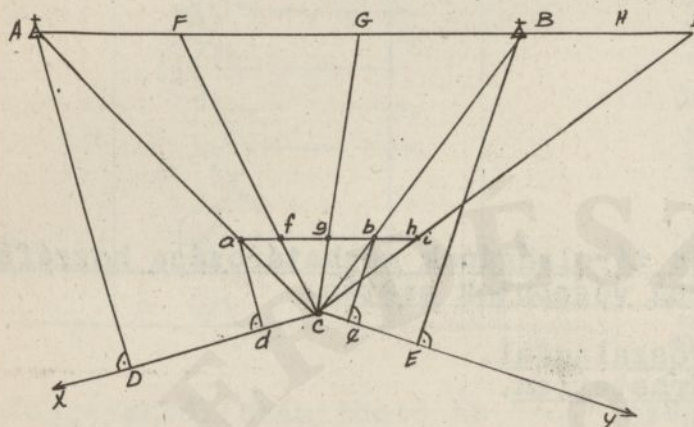
írható: $\frac{AC}{GC} = \frac{BC}{FC}$, ebből viszont következik, hogy GF párhuzamos AB-vel és $AB = n \cdot GF$. Tehát az AB távolságot közvetett eljárással határoztuk meg. Közbenő pontok kitűzésénél felveszünk egy "y" irányt. Ennek az iránynak felkeressük a GF egyenessel való H metszéspontját, majd lemérve a CH hosszt és ezt az értéket "n"-nel megszorozva, rámérjük az "y" irányra és nyerjük az I pontot.

Ha adott "t" távolságban kell kitűzni a párhuzamos egyenest, akkor merőlegest állítunk a GF egyenesre a C ponton keresztül. Ennek hosszát lemérjük, megszorozzuk "n"-el, nyerjük a C pont merőleges távolságát az AB egyenestől. Az így kiszámított hosszából levonva a "t" értékét a visszamaradó távolságot lemérve a merőlegesre a C pontból itt újra merőlegest állítunk miáltal nyerjük "t" távolságban a párhuzamos egyenest.

Ennél az eljárásnál azonban a sok hosszmérés és derékszögkitűzés miatt nagy a hibahalomzódás, úgyhogy csak kis pontosságú méréseknél használható.

β./ Mindkét végpont hozzáférhetetlen.

Kiválasztunk egy "C" pontot, ahonnan A és B is jól látható, s ebből a pontból x és y kedvező segédirányokat választjuk. Hasonlóan járunk el, mint az előbb, de itt az AC távolság sem mérhető közvetlenül. Itt is az "n"-szeres távolsággal dolgozunk.



$$\frac{DC}{n} = n ; \quad \frac{AC}{n} = n ;$$

hasonlóan

$$\frac{EC}{n} = n ; \quad \frac{BC}{n} = n$$

Az ABC és a b c háromszögek hasonlóságából következik:

$$\frac{AB}{n} = n \text{ és így: } ab = \frac{AB}{n},$$

$$ab = n \cdot ab.$$

A gyakorlatban ezt az eljárást szintén nem alkalmazzuk, mert sok munkával jár és nagy a hibahalmazódás. Párhuzamos egyenes, közbenso pontok kijelölése, az egyenes meghosszabbítása ugyanugy történik, mint az előzőben.

Mérőműszerrel.

Minden pontosabb kitűzéshez mérőműszert kell használnunk.

α./ Az egyik végpont hozzáférhetetlen. Segédháromszöget kell felvennünk. "A"-ból mérjük ω_1 -et, "C"-ből ω_2 -t. Az "a"-t szalaggal mérjük. Ezeknek az adatoknak az ismeretében már számíthatjuk "b"-t a sinus-tétellel:

$$b = a \cdot \frac{\sin \omega_2}{\sin(\omega_1 + \omega_2)}$$

Az így számított "b" sem lesz azonban egészen pontos, de megbízhatóságát növelhetjük, ha a szögeket és "a"-t nagyobb pontossággal mérjük.

Közbenso pont kitűzése "A"-ból történik, ha ott felállunk műszerünkkel. Meghosszabbításnál, ha az irány van adva, vagyis ω_3 akkor a CD távolságot számítjuk:

$$CD = a \cdot \frac{\sin \omega_1}{\sin(\omega_1 + \omega_3)}$$

van, akkor ω_3 -at számítjuk:

$$\frac{b+h}{a} = \frac{\sin \omega_3}{\sin(\omega_1 + \omega_3)} ; \quad \frac{a}{b+h} = \frac{\sin \omega_1 \cos \omega_3 + \cos \omega_1 \sin \omega_3}{\sin \omega_3}$$

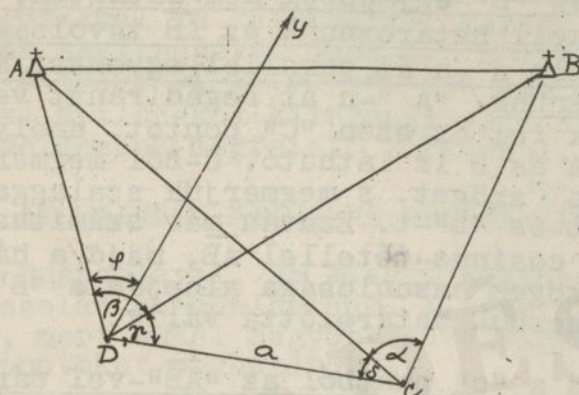
ha viszont "h" adva

$$\frac{a}{b+h} = \sin \omega_1 \cdot \text{ctg} \omega_3 + \cos \omega_1$$

$$\text{ctg} \omega_3 = \frac{\frac{a}{b+h} - \cos \omega_1}{\sin \omega_1}$$

$$\text{ctg} \omega_3 = \frac{a}{b+h \sin \omega_1} - \text{ctg} \omega_1$$

./ Mindkét végpont hozzáférhetetlen.

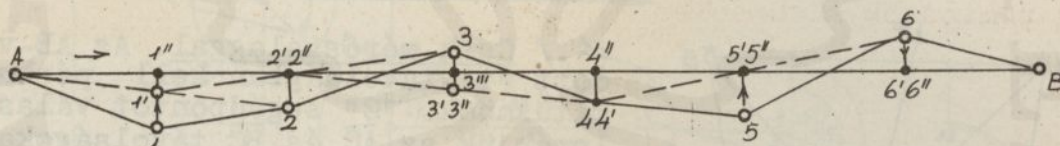


A két pont közötti távolság csak közvetve határozható meg. Két segédháromszöget kell felvennünk. Szalaggal mérjük "a"-t, teodolittal $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ szögeket. Az $\overline{AB}$ számítható az ACB és az ADB háromszögekből. Miután fölös méré-
sünk nincs, a két értéknek egyez-
nie kell. Közben-
ső pont felkere-
séséhez felvesszünk egy "y" irányt,
megmérjük " γ " szöget. A többi
számítás már trigonometriai ala-
pon történik.

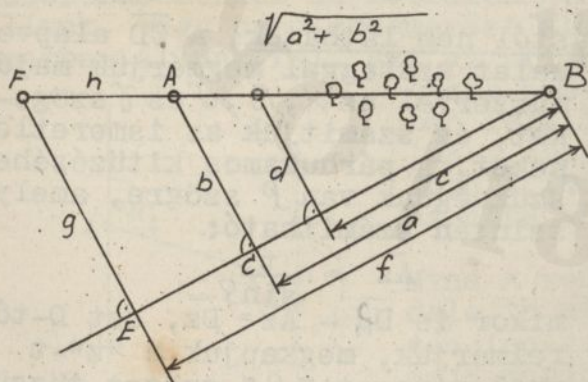
Már ismert a párhuzamos kitűzésének módja is.

Egyenes kitűzése, ha közben akadály /völgy, vagy hegy/ van.

A két pont hozzáférhető, de egyik a másiktól nem látható. Az első-
leges kitűzés hang után történhetik, de vigyáznunk kell arra, hogy
3-3 kitűzőrud kölcsönösen mindig jól látható legyen. A továbbiakban
fokozatos közelítést alkalmazunk amely abban áll, hogy 3-3 kitűzőrudat
mindig egy egyenesbe hozunk.



Ezt az eljárást addig folytatjuk, míg az összes pontunk egy egyenes-
be nem esik. Ábránkon "A"-ból kiindulva az "1" pontot behozzuk az
A 2 vonalába, azután a "2" pontot az 1'3 vonalába, ami által az 1'
ill. 2' pontokat kaptuk.

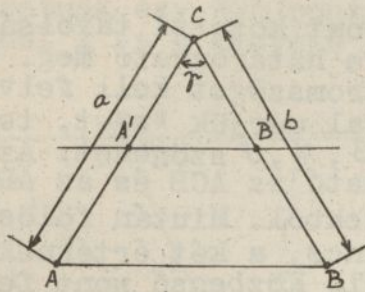


Abban az esetben, ha erdő áll a
látás útjában, akkor "C" ponton
át, ahonnan "A" is, "B" is jól
látható, "x" segédirányt veszünk
fel, és ezen felkeressük az
"A"-ból húzható merőleges talp-
pontját. "a" és "b" távolságokat
szalaggal mérjük, s ekkor a

Pythagoras-tétel alapján:

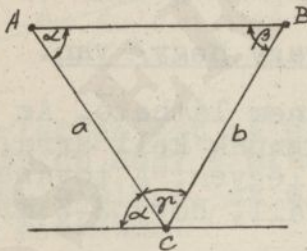
$AB = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ha az egyenest
"h" hosszúsággal kell megnövel-
nünk, akkor a háromszögek hason-
lósága alapján számíthatjuk "f"-

et, miáltal kapjuk "E" pontot. Innen pedig a merőlegesre felmérhet-
jük a "g"-t és kapjuk F-et. Közben-
ső pontoknál hasonlóképen járunk el.

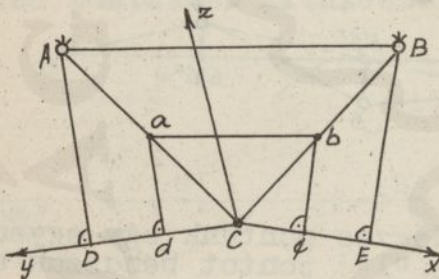


helye is, miáltal párhuzamos egyenesünk határozottá válik.

Meghatározandó az "AB" távolság és a "c" pontból az "AB"-vel párhuzamost kell kitűzni. Műszerrel felállunk a "C" pontban, megmérjük a " γ " szöveget, majd szalaggal az "a" és "b" oldalhosszakat. Az AB távolság cosinus tételből számítható. Ennek ismeretében már számíthatjuk az " α " szöveget, melynek segítségével kitűzhetjük a párhuzamos egyenest.



Meghatározandó a távolság, ha a két végpont hozzáférhetetlen és egymástól nem látható.



Csak mérőszalaggal. Az AB-vel, adott "t" távolságban kell párhuzamost kitűznünk. "C" segédpontot választjuk, lemérjük az AC és BC távolságokat, ezeknek "n"-ed részében kitűzzük az a és b pontokat. ABC és abc hasonló háromszögek lesznek. Az abc háromszögnek minden oldalát megmérjük, ebből számítjuk Heron-képlettel az "y" magasságot. A

hasonló háromszögek segítségével most már számítható az Az és a Bp távolság: $Az = \frac{t \cdot aC}{y}$

"A" és "B" hozzáférhetetlenek, egymástól nem láthatók. A CD alapvo-

nalat szalaggal megmérjük majd műszerrel az α, β, δ és γ szöveget, és számítjuk az ismeretleneket. A párhuzamos kitűzéséhez szükségünk van ρ szögére, amely szintén számítható:

$$Az = \frac{t}{\sin \rho}$$

mikor is $Dz = Az - Dz$, ezt D-től felmérjük, megkapjuk a "z"-t ahol viszont " ρ " szöveget tűzzük ki és nyerjük az AB-vel "t" távolságban lévő párhuzamost. Ha

"t" nagyobb, akkor hasonlóan számítunk, de a Dz_1 -et ellenkező irányban mérjük fel.

Egyenes kitűzése és a távolság meghatározása, ha a két végpont egymástól nem látható.

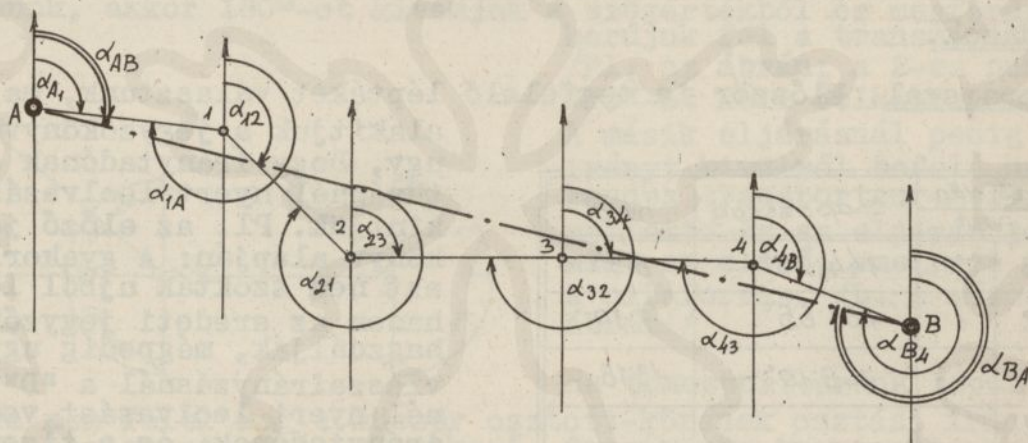
Fontos, és gyakran előforduló feladat, amelynél nagy pontosságra kell törekednünk. Erdőgazdaságban ilyen feladat a nyiladék-kitűzés,

bányában az akna-áttörés, vasutépítésnél az alagutkitűzés. A két utóbbinál a pontosságot még fokoznunk kell, mert az aknáknál és alagutaknál is kétoldaltól kezdik meg a munkát. Alagut építésénél akna segítségével néha 4-5 helyen is dolgoznak egyszerre. Nyiladék-kitűzésnél természetesen nem kell ilyen nagy pontosságot elérnünk. Nyiladékok kitűzését vagy eredeti felvétel alapján, vagy ha rendelkezünk megfelelő térképpel, akkor annak alapján végezzük el.

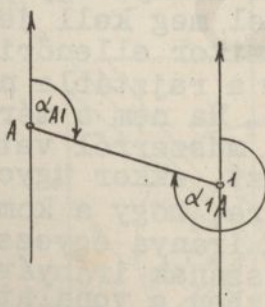
1./ Az egyenes kitűzése eredeti felvétel alapján.

a./ Busszolóval. Ha kisebb pontossággal is megelégszünk, akkor busszolat használhatunk. A távolság azonban csak mintegy 1 km lehet, mert ennél nagyobb távolságnál háromszögeléssel kell közben-ső pontokat meghatározni.

A feltétel szerint A-tól B, és B-től A nem látható, mert a terep fedett. Elsősorban kijelölünk egy sokszögmenetet, átlag 80-100 m-es oldalhosszakkal. Az oldalak hossza kb. egyenlők legyenek, az oldalak által bezárt szögek pedig mindenütt 180° -hoz közel álljanak, mert így csökkenthetjük a hibahalmazódást. 180° -hoz közelálló szögeket úgy érjük el, hogy végig az egyenes közelében haladunk. Az egyes pontokat cövekkel jelöljük meg.



Busszolamérésnél is kétféleképpen járhatunk el: minden pontban felállunk, vagy ugró-szögmérést alkalmazunk, amelynél minden második pontban állunk fel. Ezt az eljárást követjük, ha nem követelünk nagyobb pontosságot. Akkor u.i., ha minden pontban felállunk, akkor egy iránynak kétszer mérjük a csapásszögét és a két mért csapásszög között 180° -os különbség van. Könnyű átlátni az ábra alapján, hogy:



$$\alpha_{A1} = \alpha_{1A} \pm 180^\circ$$

Mind a rendes, mint az ugró-szögmérésnél a delejtű mindkét végén leolvasunk, s ugyszintén leolvasást végzünk a magassági körről is, majd mérjük a távolságot, mégpedig Reichenbach féle távolságmérővel, kisebb pontosságnál,

vagy mérőszalaggal, ha nagyobb pontosságra van szükségünk. A mérési adatokról gondos jegyzőkönyvet vezetünk. A jegyzőkönyvben nagy gondot fordítunk a vázrajz elkészítésére.

Mielőtt a műszerrel tovább mennénk, sohase felejtsük el rögzíteni a delejtűt és az összes szintezőcsavart középre hozni. Jegyzőkönyvünk külső alakja a következő lesz:

Busszola mérési jegyzőkönyv.

Kelt 1941. III. 19.

Körosztás iránya

Idő: borus, szeles.

1608.sz. Breithaupt bussola

Mérnök.

Összeadóállandó: 0.3 m-0.094 öl.

A'	I	Delajtű leolvasás		Hajlósszög	Ferdő táv.	Vízs. táv.	Vázrajz
pont		E	D	φ	hf öl	hv öl	
2	B	324.2	144.3	$-4^{\circ}29'$	8.3	8.34	
2	1	151.7	331.6	$+1^{\circ}28'$	8.1	8.19	
A	1	328.1	148.1	$+1^{\circ}25'$	13.1	13.18	

A mérés után következik a belső munka, vízszintesre redukáljuk a ferde hosszakat, majd mérésünket valamilyen módon felhordjuk.

Felhordások.

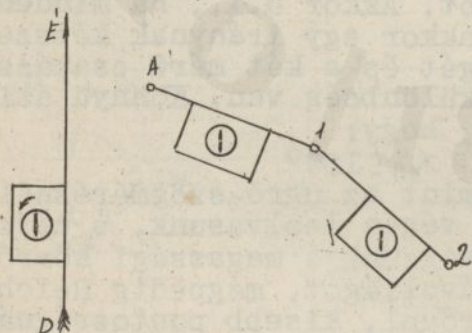
1./ Kompasszal. Először is megfelelő léptéket választunk, majd át-

Kazdó	vég	Csapásszög	hv öl
pont			
B	2	144.25°	8.34
2	1	151.65°	8.19
1	A	148.10°	13.18

alakítjuk a jegyzőkönyvünket úgy, hogy iránytadónak az "E" tüvégnél nyert leolvasást tekintjük. Pl. az előző jegyzőkönyv alapján: A gyakorlatban ezt nem szokták újból leírni, hanem az eredeti jegyzőkönyvet használják, mégpedig úgy, hogy visszairányzásnál a "D" tüvégnél nyert leolvasást veszik iránytadónak, és a tizedesek számtani közepét számítják.

Felhordó kompasszként legjobb a műszerről levehető, rajzolóéles kompaszt használni. Rajztáblánknak rögzítettnek kell lennie, ha

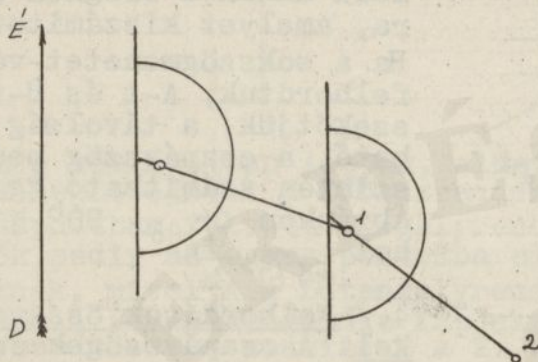
kompasszal hordunk fel és az állandó E-D-i irányt egy hosszú egyenessel meg kell jelölni, hogy bármikor ellenőrizhesük azt, hogy a rajztábla nem mozdult-e el. Ha nem a méréshez használt műszerről vettük le a kompaszt, akkor ügyelnünk kell arra, hogy a kompasz beosztásának iránya egyezzen a műszer kompaszában irányával. Felhordás közben a vonalat csak akkor húzhatjuk meg, ha a de-



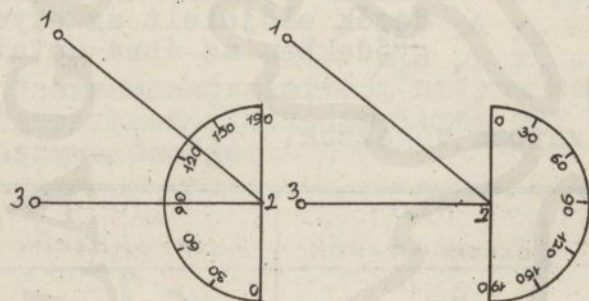
lejtű tizedes-pontosságig bejátszik. Felhordva az első irányt, majd erre rá mérve 1:k méretarányban "A"-tól az első hv. távolságot, kapjuk az "1" pontot. Így haladunk addig, amíg az összes pontokat megszerkesztjük. Végül az A és B végpontokat összekötjük az 1:k-nak megfelelő méretarányban leolvassuk a két pont egymástól való távolságát, azután a kompasz rajzolóélét az összekötő egyenesre helyezve megállapítjuk az AB irány csapásszögét. Ezzel a csapásszöggel a természetben

kitűzhetjük az egyenest. Ez az eljárás a kompasz használata miatt csak korlátozott pontosságú, és lassú is a delejtű lassu bejátszása miatt. Közben még arra is kell vigyáznunk, hogy vas-tárgy, vagy egyenáramu-vezeték ne legyen a delejtű közelében. Kompasszal csak akkor dolgozunk, ha más műszer nem áll rendelkezésünkre.

2./ Szerkesztés transzporteurökkel.



és csapásszögét, melynek segítségével az egyenes már kitűzhetjük. Ha felhordónk félkörös, és 180° -nál nagyobb szögértéket kell vele felhordanunk, akkor 180° -ot kivonjuk a szögértékből és megfordítva

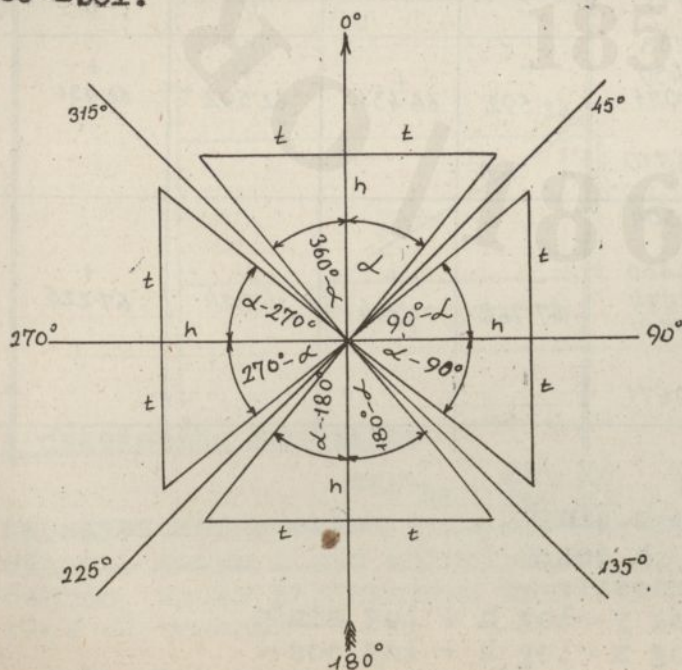


A rajzlapon felvesszünk egy állandó irányt ez lesz az E-D-i irány. Beállítjuk a felhordót a kívánt szögértékre, s most a transzporteurt önmagával párhuzamosan addig csusztatjuk vonalzó segítségével, míg a rajzolóél a kezdőpontba nem ér, ahonnan az első irányt meghuzhatjuk.

Igy haladunk a végső pontig, amikor is megkapjuk az összekötő-egyenest, annak hosszát hordjuk fel a transzporteurrel. /Pl. az ábrán: a 2-es pontból 270° -ot kell felhordanunk/.

A másik eljárásnál pedig az irányt kívülről befelé húzzuk rendes transzporteur-helyzet mellett. Ez az eljárás jobb, mint az előző, amelynél több a hibaforrás. /L. a második ábrát!/
Ha transzporteurünk beosztásának

iránya nem felel meg a műszer osztott-körének osztási irányának /állókörös transzporteurnél ellenkező, forgókörös transzporteurnél egyező-irányúnak kell lennie/, akkor minden szögértéket kivonunk 360° -ból.

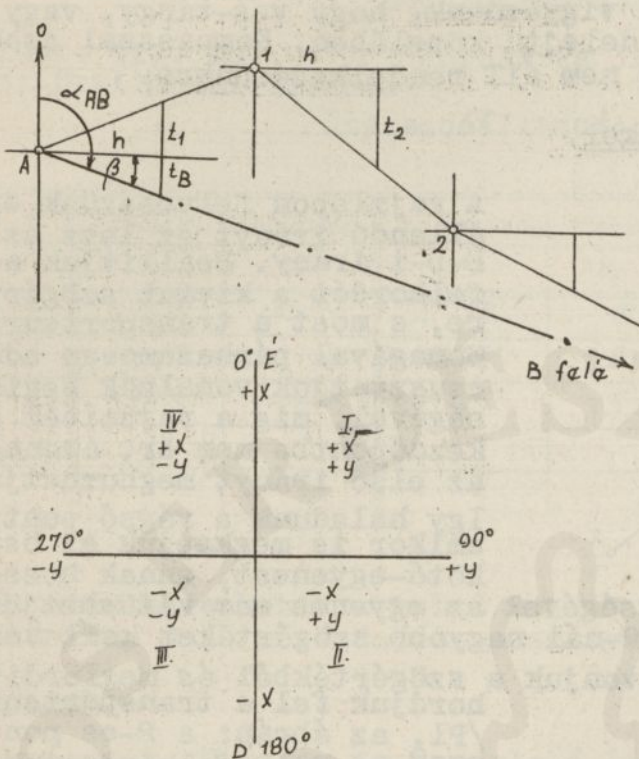


3./ Szerkesztés tangensekkel.

Felvesszünk egy tengelyrendszert, amelynek iránya ellentétes a kompasz osztásának irányával. A tengelyeken kerek "h" egységeket veszünk fel, amellyel könnyű szorozni /pl. 100/. Ehhez a "h" egységhez számítjuk a végpontjában a tengelyre merőlegesen emelkedő "t"-t, hogy így "t"-vel szemben α -t kapjuk:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t}{h}$$

ebből $t = h \cdot \operatorname{tg} \alpha$. A tg értéket a szögfüggvénytárból olvassuk ki. A szerkesztés csak 45° -ig kedvező, mert azon túl a merőleges hossza a szög növekedésével erősen nő és a



metszés a szerkesztendő i-
rányval igen kedvezőtlen.
Ezért 45°-nál nagyobb szög-
nél a pótszöget számítjuk ki
és a "h"-t arra a tengelyre
mérjük, amelyhez legközelebb
lesz annak a szögnek a szá-
ra, amelyet kiszámítottunk.
Ha a sokszögmenetet végig
felhordtuk, A-t és B-t ösz-
szekötjük, a távolság lemér-
hető, a csapásszög pedig
szintén számítható tg-sel.
Abránkon $\alpha_{AB} = 90^\circ + \beta$,
hol $\text{tg } \beta = \frac{t_2}{h}$

4./ Felhordások összrendezők-
kel. A csapásszögek és viz-
szintes távolságok segítsége-
vel kiszámítjuk az összren-
dezőket arra a tengelyrend-
szerre, amelynél a + x ten-
gelyszár összeesik a delejes
északi iránnyal. Az összren-
dezők előjeleit az egyes ne-
gyedekben az ábra mutatja.

Az összrendezők számítását táblázatban végezzük.

Kezdő vég	pont	Csapásszög	h	$\log \Delta y$	Rész- összrendezők		Fő- összrendezők		A pont n. v. g.
		Negyed		$\log \sin$ $\log h$ $\log \cos$	Δy	Δx	y	x	
		Hegyeszög		$\log \Delta y$					
A	B	43°17'44.2"	91.273	1.7981177			0	0	A
		I.		1.8361738 1.9603439 1.8620271	+	+	+	+	B
		43°17'44.2"		1.8223710					
B	K	270°57'09.4"	47.774	1.6791354					
		IV.		1.9999400 1.6791954 1.2207717	-	+	+	+	K
		89°02'50.6"		0.8999671					

Az összrendezőszámítás alapja:

$$y = h \cdot \sin \alpha$$

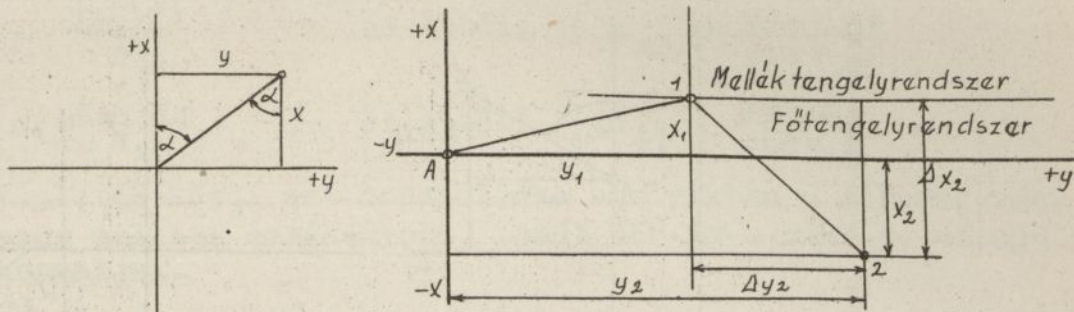
$$x = h \cdot \cos \alpha$$

Logaritmussal:

$$\log y = \log h + \log \sin \alpha$$

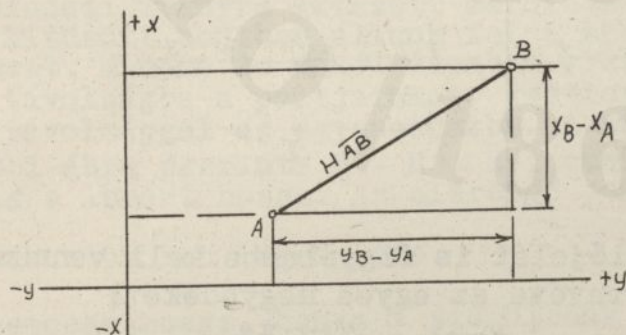
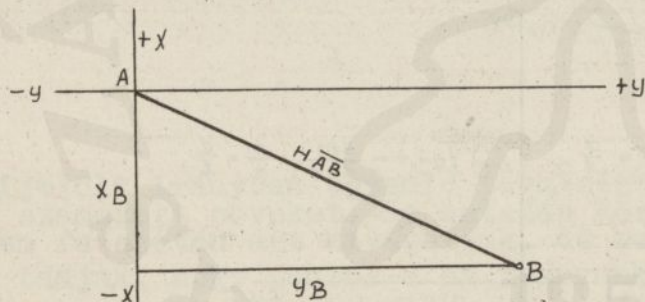
$$\log x = \log h + \log \cos \alpha$$

Ha számológéppel dolgozunk a log.-ok helyett a szögfüggvénytárt
használjuk. L. a példánál./



Mint a táblázatban látjuk, először a rész-összrendezőket és azután ezek segítségével a főösszrendezőket számítjuk. A főösszrendező a kezdőpontban felvett tengelyrendszerre vonatkoznak, a részösszrendező pedig az egyes pontokba eltolított tengelyrendszerekre. Az 1./ pontnak, mivel A a fő-tengelyrendszer kezdőpontja, $y=0$, $x=0$, rögtön a főösszrendezőit kapjuk. Az 1./ pontban felvett mellék-tengelyrendszerben számítjuk a 2.-es összrendezőit, amelyek mellékösszrendező. Mármint a 2-es pont, és általában minden pont főösszrendezőit, a mellék-tengelyrendszerek párhuzamos volta miatt megkapjuk, ha a számított mellék-összrendezőket előjelök figyelembevételével hozzáadjuk annak a pontnak a főösszrendezőihez, amelyre vonatkoztattott, melléktengelyrendszerben a kérdéses pont mellék-összrendezőit számítottuk. Pl. a táblázat alapján:

és
 $y_K = y_B + \Delta y_K = + 62.592 + / - 47.768 / = + 14.824$
 $x_K = x_B + \Delta x_K = + 66.431 + / 0.794 / = + 67.225$
 Az összrendezőszámítást nagyon meggyorsítja a kétdős-számológép /1-kereső/ használata, amellyel egy beforgatással kapjuk a pont x és y összrendezőjét.



A kezdőponttól a végpontig tehát A-tól B-ig így kiszámítjuk az összrendezőket.

A távolságot az összrendezőkből meg tudjuk állapítani:

a./ Ha a kezdőpontban /A/:

$y_A = 0$ és $x_A = 0$
 Pythagoras tételéből

$$h_{AB} = \sqrt{y_B^2 + x_B^2}$$

b./ Általánosan:

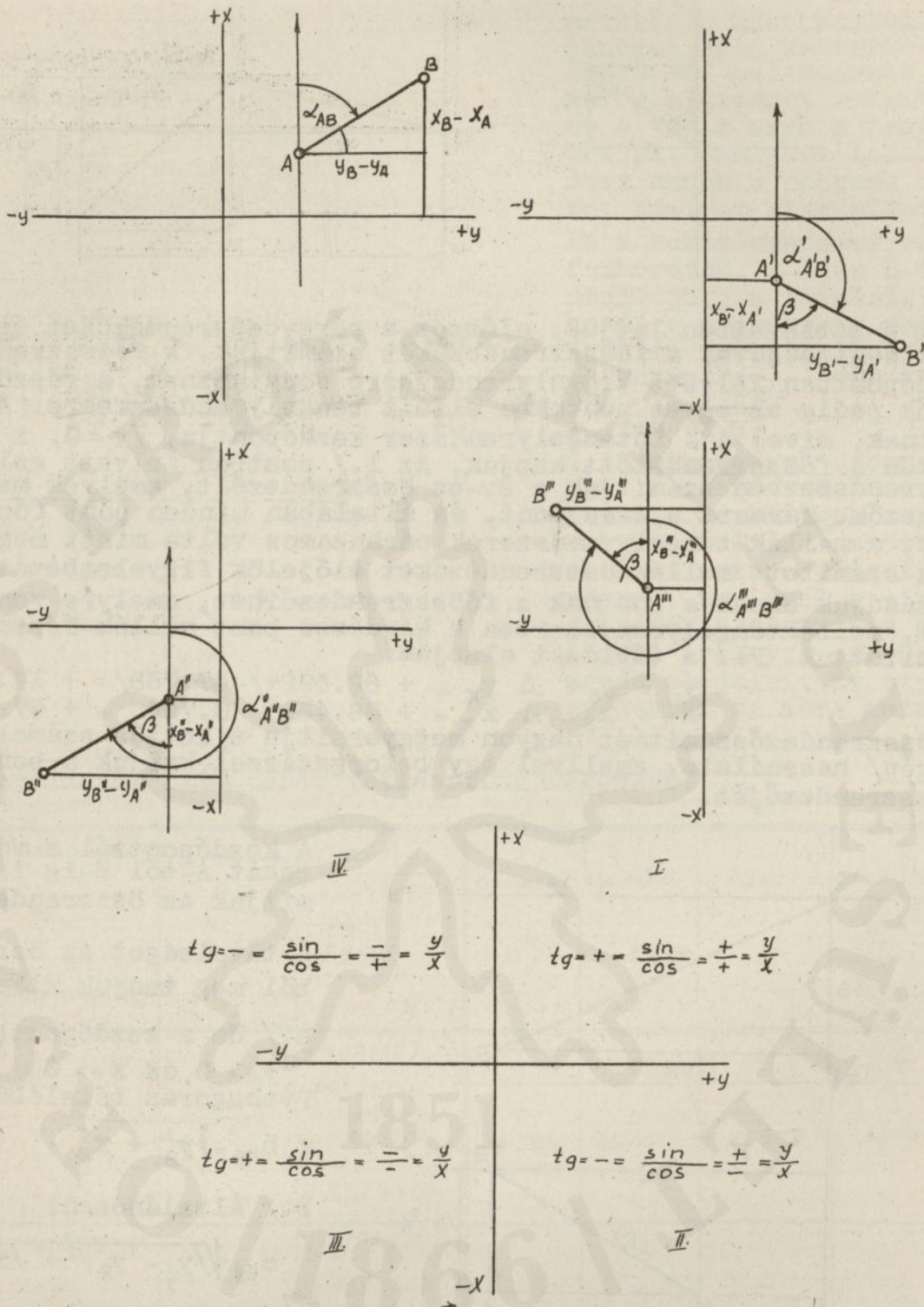
$$h_{AB} = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$

Itt jegyezzük meg, hogy vonalnál az előjel csak az irányt jelöli meg.

A csapásszög számítása:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Az egyes negyedekben a tuloldali ábrák mutatják a csapásszög változásait. Annak a két különbségnek az előjelei pedig az egyes negyedekben, amely különbségek hányadosa a tg-t adja az alábbi ábra szerint változnak:



Tehát a számláló és a nevező előjelét is figyelembe kell vennünk a negyed megállapításánál. Sorraverse az egyes negyedeket:

I. negyedben:

$$tg \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{+}{+}$$

II. negyedben:

$$tg \beta_{A'B'} = \frac{y_B' - y_{A'}}{x_B' - x_{A'}} = \frac{+}{-}, \text{ és } 180^\circ - \beta = \alpha'_{A'B'}$$

III. negyedben:

$$tg \beta_{A''B''} = \frac{y_B'' - y_{A''}}{x_B'' - x_{A''}} = \frac{-}{-} \text{ és } 180^\circ + \beta = \alpha''_{A''B''}$$

IV. negyedben:

$$tg \beta_{A'''B'''} = \frac{y_B''' - y_{A'''}}{x_B''' - x_{A'''}} = \frac{-}{+} \text{ és } 360^\circ - \beta = \alpha'''_{A'''B'''}$$

A csapásszöget, ill. a "h" hosszat ellenőrzésképen meghatározhatjuk a következő képletekkel is:

$$\sin \alpha_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{h_{AB}} \quad \text{és ebből:} \quad h_{AB} = \frac{Y_B - Y_A}{\sin \alpha_{AB}}$$

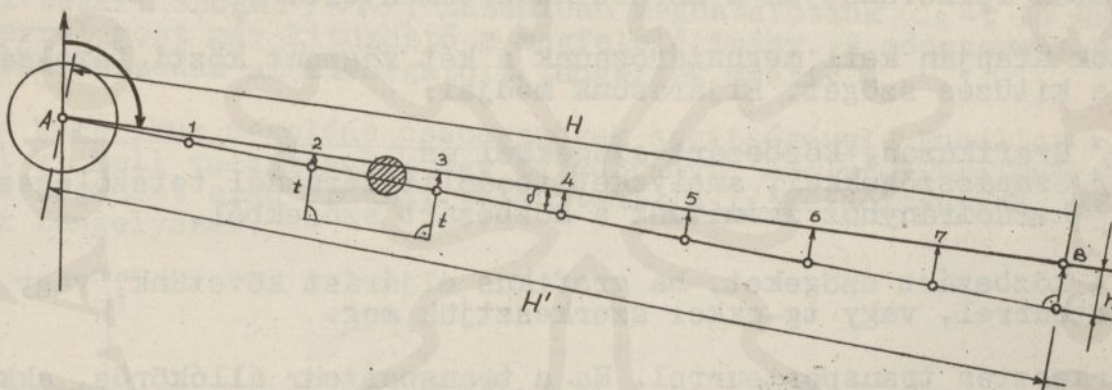
$$\cos \alpha_{AB} = \frac{X_B - X_A}{h_{AB}} \quad \text{és ebből:} \quad h_{AB} = \frac{X_B - X_A}{\cos \alpha_{AB}}$$

Ez utóbbi képletek közül azt használjuk, amelyikben a szögfüggvény ez illető szög mellett érzékenyebb, tehát 45°-ig a sin.-t, 45-90°-ig a cos.-t használjuk:

Ezzel letárgyaltuk a felhordási módokat. Összesítve: kompasszal csak akkor hordunk fel, ha nincs más eszköznk; busszola-mérésnél mindig transporteurt használunk felhordásra, de ha nincs, akkor tg-ekkel hordunk fel. Busszola-mérésnél, ha a távolságokat Reichenbach-féle távolságmérővel mértük, összrendezőszámításnak nincs értelme, mert a számítás pontossága nincs összhangban a mérés pontosságával.

Ezekután visszatérünk tulajdonképeni célunkhoz, hogy az egyenest kitűzzük.

Felállunk "A"-ban és az ismert csapásszöget beállítjuk a kompaszon, és így a távcső kijelöli az egyenes irányát.



A kijelölt irányban egyenlő távolságra /pl. 10 vagy 20 m-re/ leverünk egy számozott cöveket. Ha haladás közben fába ütköznénk, akkor értéktelen fa esetén azt kivágatjuk, de ha értékes, akkor kikerüljük, mert nem tudjuk, hogy pontos-e az irányunk, mivel a mérésben és kitűzésben hibáink vannak. Ugy kerüljük ki a fát, hogy az akadály előtti pontból a haladási irányra kitűzött merőlegesre felmérünk "t" távolságot, az így kitűzött pontban állunk fel a műszerrel és hajtjuk tovább az egyenest. Minden 10 m-nél azonban visszatoljuk derékszögű szögtűzővel "t" távolságba a pontjainkat. Esetleg az akadály után visszatérünk a "t" távolsággal az egyenesünkbe. A kitűzésnél kapott hosszhibánk az előbbi ábra szerint: $H - H' = \Delta H$, amely képletben H a számított, H' pedig a lemerített hossz. Az elérendő pontosság $\frac{H}{\Delta H} = 1000$; tehát 1000-en 1 m-es hiba van megengedve.

Ha nemcsak hossz, hanem σ szöghibánk is van, akkor ez az érték a leolvasási határnak maximum háromszorosa lehet, sőt pontosabb esetben csak a másfélszerese. Közönséges busszolásnál tehát 18 ill. 9 szögperc. A $\frac{h}{\sigma}$ adja az egységre eső arcus-hosszat, amellyel a távolságnak megfelelően el kell tolnunk az egyes kitűzött pontokat; Tehát az 1. javítási értéke: $\frac{h}{\sigma}$, a 2.-as ponté: $\frac{h}{\sigma} / h_1 + h_2 /$
A szöghibát nyerjük $\sigma = \frac{\sigma''}{\rho''}$ és $\sigma'' = \rho'' \sigma$ tehát $\sigma'' = \rho'' \frac{h}{\sigma}$

Ha a busszólával pontosabb eredményt akarunk elérni, akkor nem ugró szögmérést alkalmazunk, hanem minden pontban felállunk.

b./ Teodolittal végzünk minden olyan kitűzést, amelynél nagyobb pontosságot kívánunk meg. Szögeink itt is lehetőleg nyújtott-szögek, az oldalak pedig közel egyelőek, 100-200 m hosszúak legyenek. Köz-pontos és szintes műszerrel kell végeznünk az irányzásainkat s a mérést áthajtott távcsővel meg kell ismételni, tehát a jegyzőkönyvünkbe be kell vezetnünk a magassági-kör fekvését /jobb, vagy bal./ /A jegyzőkönyv egyezik avval, amit az első részben a teodolitoknál láttunk/.

A hosszmerést is kétszer kell végeznünk szalaggal oda és vissza, vagy precíziós távolságmérővel /Bosshardt, Szepessy/ előre és hátra irányozva, tehát a távolság két végpontjától a másik felé. /Reichenbach-féle távolságmérő pontatlansága miatt nem használható!.

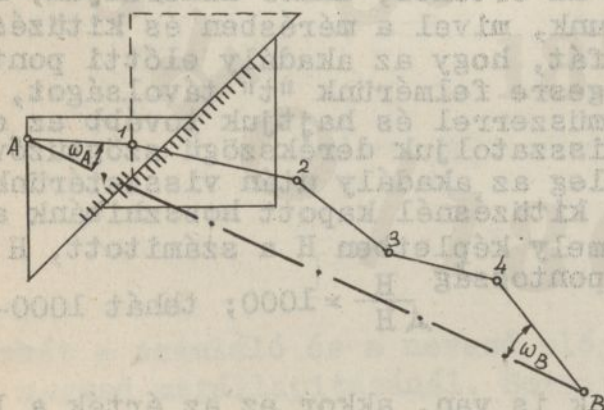
Az adatok feldolgozása történhetik grafikusán és numerikusan. Az utóbbi pontosabb. A grafikus eljárásnál kompaszt sohasem szabad használnunk. A transporteurnek olyan leolvasási határátékkal kell bírnia, mint amilyen a felvételnél használt műszerünk volt. tg-ekkel szintén felhordhatjuk a méréseink eredményeit.

Az adatok alapján kell meghatároznunk a két végpont közti távolságot és a kitűzés szögét. Eljárásunk módjai:

- 1./ Grafikusan, közbezárt szögekkel és
- 2./ Csapásszögekkel, amelyeket teodolit-mérésnél tetszőleges kezdőirányhoz számítunk a közbezárt szögekből.

ad 1./ A közbezárt szögeket, ha grafikus eljárást követünk, vagy transporteurrel, vagy tg-ekkel szerkesztjük meg.

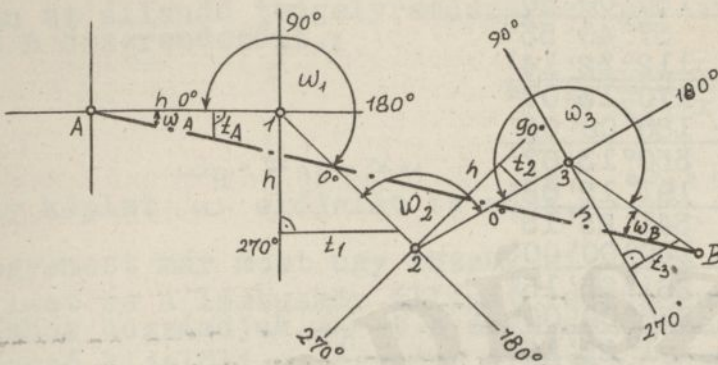
a./ Szerkesztés transporteurrel. Ha a transporteur állókörös, akkor beosztása egyenlő legyen az óramutató járásával / a műszer limbusa is áll a mérésnél és mindig az óramutató járásával egyező irányban van osztva.



Ha pedig mozgókörös, akkor ellenkező legyen az osztása. A rajzlapon úgy vesszük fel a kezdő irányt, hogy a rajz kiférjen. Leszúrjuk a kezdőpontot, majd az irányra ráhordjuk a h_1 -et. A távolság felhordásánál nem elég léptékről mérnünk, hanem felhordó vonatót, vagy felhordó háromszögeket /Maizik/ használunk.

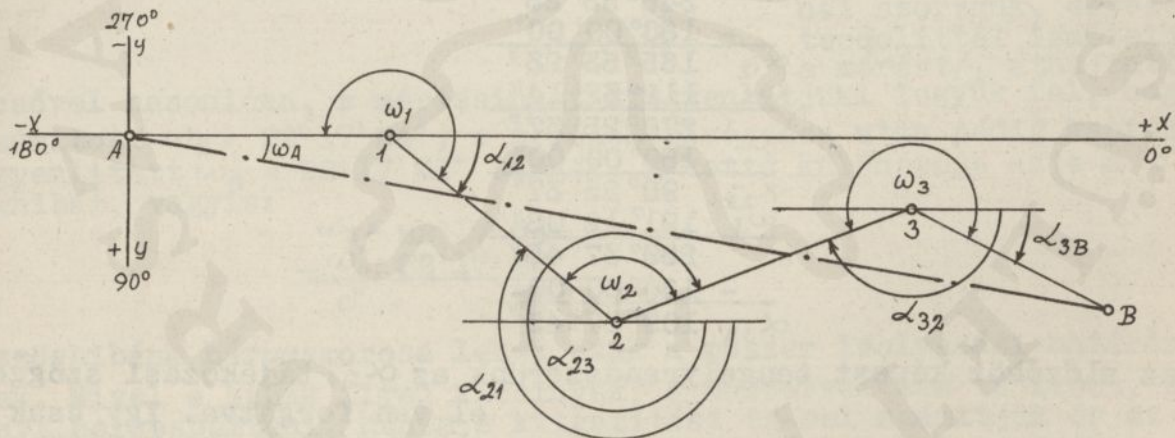
Az 1./ pont után megszerkesztjük az első bezárt szöget. Ügyelnünk kell arra, hogy a transporteur eltolása mindig párhuzamosan történjék. Végül is minden pont megszerkesztése után összekötjük a kezdő- és a végpontot, és lemérjük a távolságot. Mivel más ellenőrzésünk nincs, a szerkesztést újra végig kell vizsgálnunk. Ezután transporteurrel megmérjük az ω_A szöget, tehát a kezdőiránynak a keresett irányal bezárt szögét, és ω_B szögét. E szögeket azonban tg-ekkel sokkal pontosabban tudjuk meghatározni.

b./ Szerkesztés tangensekkel. A szerkesztés elve ugyanaz, mint amit már a busszolásával való kitűzésnél láttunk. Különbőség csak annyiban van, hogy mivel nem csapáásszögeket, tehát minden szögnél ugyanattól az iránytól való elhajlást szerkesztünk, hanem közébezárt szögeket, s így kezdőiránynak mindig az utolsó oldalt választjuk, az így felvett tengelyrendszer középpontjának pedig az utolsó megszerkesztett pontot. Ebből már látható az is, hogy az egyes



pontokban felvett tengelyrendszerek nem párhuzamos helyzetűek, hanem az eltolás mellett el is vannak forgatva. Az új tengelyrendszer kezdőiránya az, amelyre felhordva az utolsó távolságot megkapjuk utolsó pontunkat. Ha szerkesztésünkben eljutottunk a kezdőponttól /A/ a B végpontig, akkor a köztük lévő távolságot a térképről lemérjük, valamint lemérjük ennek az iránynak, és a sokszögmenet első oldala által bezárt szöget ω_A , hasonlóan meghatározzuk ω_B -t is és a műszerrel most már kitűzhető a megfelelő irány. E módszerrel nagy a hibahalmcsódás az elforgatott tengelyek miatt.

2./ Numerikus megoldás csapáásszögek segítségével. Ennél az eljárásnál ki kell választanunk egy kezdőirányt, amelyre legalkalmasabb a sokszögmenet első oldalát választani /A l/ kezdőiránynak. Ez lesz a + x tengelyszár.



Ezután a már ismert $\alpha_n = \alpha_{n-1} + \omega_n \pm 180^\circ - 360^\circ$ képlettel a közébezárt szögekkel képezzük az egymásután következő oldalak csapáásszögeit. Meg kell jegyeznünk, hogy a 180° -ot akkor kell hozzáadnunk az $\alpha_{n-1} + \omega_n$ összeghez, ha ez az összeg kisebb 180° -nál, kivonunk pedig akkor kell a 180° -ot, ha az összeg nagyobb 180° -nál. Ha e kivonás után a szögérték még nagyobb 360° -nál, akkor 360° -ot is ki kell balóla vonnunk. A fenti képlet csak arra az esetre érvényes, ha a bemért közébezárt szögek a csapáásszögek képzésének haladási irányában balkez felé esnek.

Pl. A l irányt vesszük 0-nak, mivel benne fekszik az x tengelyben.

$$\omega_1 = 237^\circ 40' 53''$$

$$\omega_2 = 112^\circ 32' 14''$$

$$\omega_3 = 191^\circ 12' 08''$$

Ezekből számítva a csapáásszögeket:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{A1} &= 0^\circ 00' 00'' \\
 \omega_1 &= 237^\circ 40' 53'' \\
 &\quad 237^\circ 40' 53'' \\
 &\quad - 180^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{12} &= 57^\circ 40' 53'' \\
 \omega_2 &= 112^\circ 32' 14'' \\
 &\quad 170^\circ 13' 07'' \\
 &\quad + 180^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{23} &= 350^\circ 13' 07'' \\
 \omega_3 &= 191^\circ 12' 08'' \\
 &\quad 541^\circ 25' 15'' \\
 &\quad - 180^\circ 00' 00'' \\
 &\quad 361^\circ 25' 15'' \\
 &\quad - 360^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{3B} &= 1^\circ 25' 15''
 \end{aligned}$$

A képzett csapásszögek lesznek tehát:

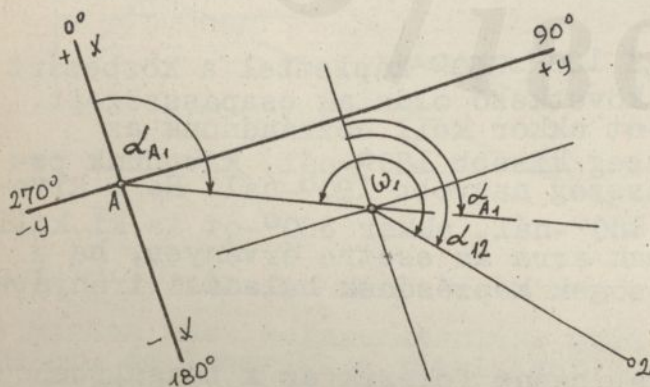
$$\begin{aligned}
 \alpha_{A1} &: 0^\circ 00' 00'' & h_1 \\
 \alpha_{12} &: 57^\circ 40' 53'' & h_2 \\
 \alpha_{23} &: 350^\circ 13' 07'' & h_3 \\
 \alpha_{3B} &: 1^\circ 25' 15'' & h_4
 \end{aligned}$$

Kezdőirányunk azonban, amelyhez a csapásszögeket számítjuk, más is lehet. Ebben az esetben, mivel a + x tengely nem esik össze a kezdőiránnyal, az első irányértékünk sem 0, hanem az α_{A1} tájékozási szöggel egyenlő.

A csapásszögek képzése ilyenkor a következőképpen történik:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{A1} &108^\circ 12' 30'' \\
 \omega_1 &237^\circ 40' 53'' \\
 &\quad 345^\circ 53' 23'' \\
 &\quad - 180^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{12} &165^\circ 53' 23'' \\
 \omega_2 &112^\circ 32' 14'' \\
 &\quad 278^\circ 25' 37'' \\
 &\quad - 180^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{23} &98^\circ 25' 37'' \\
 \omega_3 &191^\circ 12' 08'' \\
 &\quad 289^\circ 37' 45'' \\
 &\quad - 180^\circ 00' 00'' \\
 \alpha_{3B} &109^\circ 37' 45''
 \end{aligned}$$

Tehát az előzőhöz képest tengelyrendszerünk az α_{A1} tájékozási szöggel



el van forgatva. Így csak akkor mérünk, ha mérésünk más, előbbi méréshez csatlakozik. Önálló feladatnál egyszerűsége miatt az előbbi megoldást alkalmazzuk. Ha csapásszögeink megvannak, akkor mérésünk felhordható transporteurrel, tangensekkel. Itt az elcsavarodás veszélye már nem olyan nagy, mert mindig ellenőrizni tudjuk magunkat a felvett, állandó irányunkkal. Dolgozhatunk azonban egészen numerikus eljárással is, amikor kiszámítjuk az összerendezőket a már ismert módon.

Végül mérjük, ill. számítjuk a távolságot és ω_A -t, valamint ω_B -t, amelyek ismeretében egyenesünk műszerrel kitűzhető.

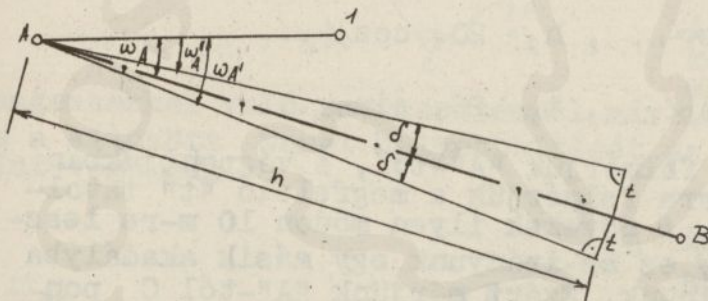
Ebben az állandó tangelyrendszerben pl. a tangens-eljárásnál lemérve A és B összendezőit,:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} ; \text{ Elforgatott}$$

amely képlet $\omega_A = \alpha_{AB} - \alpha_{A1}$ és $\omega_B = \alpha_{BA} - \alpha_{B2}$ előjelét is adja.

Az egyenest már most úgy tűzzük ki, hogy felállunk A-ban, megirányozzuk l-et és a lőmbuskör állását leolvassuk a műszerről, ehhez a leolvasáshoz hozzáadjuk ω_A -t s erre az összegre beállítva műszerünket a távcső kijelöli az egyenes irányát. Vagy felállunk B-ben és ω_B szöget mérjük fel.

Az így kitűzött egyenes azonban nem lesz pontos, és σ hibánkat korrigálnunk kell.



E σ hibánk onnan ered, hogy mivel ω_A - csak egyszer tudtuk a műszerrel felhordani, e szög nem pontos. Ezért az egyszer kitűzött ω_A szöget többször mérjük: 5-6-szor /szorzó- teodolitinál szorzunk, egyszerű teodolittal ismételjük a mérést/, áthajtott

távcsővel hasonlóan, s méréseinket kiegyenlítjük. Tegyük fel, hogy a számított $\omega_A = 22^\circ 17' 04''$, a mérések elvégzése után pedig kaptuk a kiegyenlített $\omega_A = 22^\circ 17' 36''$ szöget. A kettő különbsége adja a σ szöghibát, vagyis:

$$\begin{array}{r} \omega_A = 22^\circ 17' 04'' \\ - \omega_A = 22^\circ 17' 36'' \\ \hline \sigma = - 32 \end{array}$$

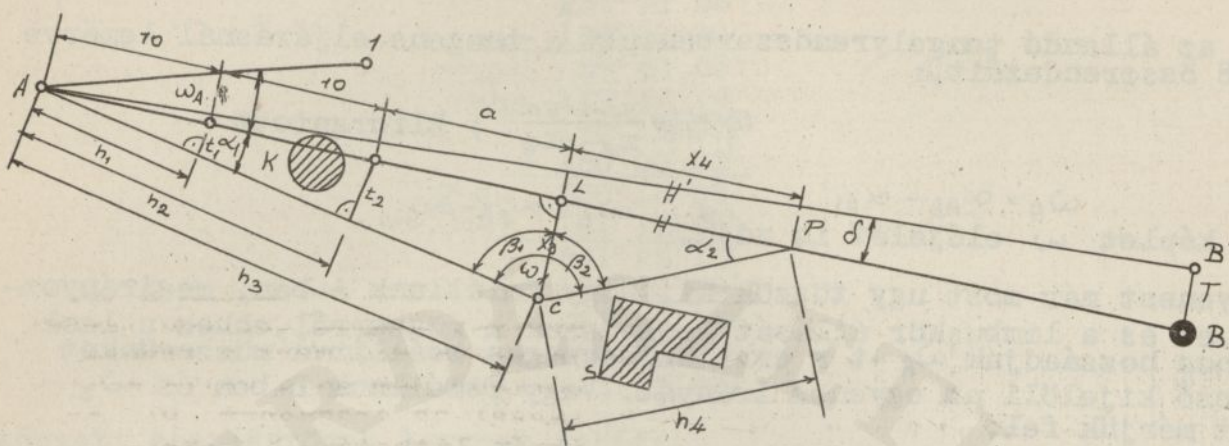
E σ szöghibánk háromszorosra lehet csak a műszer leolvasási határértékének. Mivel e hibák ilyen kicsinyek, a műszerrel nem is lehet, az irányt helyesbíteni, hanem a kiigazítást tg-sel számítjuk és az így kapott hosszú derékszögű szögtűzővel mérjük fel a helyes irányba, amely irányt a σ előjele mutat meg. Igen kis szögeknél azonban a tg. egyenlőnek vehető az arc.-szal, s így "h" távolságra a korrekció:

$$t = \frac{\sigma}{\rho''} \cdot h ; \text{ ez az érték } h = 50 \text{ m.-nél}$$

$$t = \frac{\sigma}{\rho''} \cdot h = \frac{32 \times 5000}{206265} = 0.77 \text{ cm}$$

E "t" értéket a "h" végpontjában emelt meérőlegesre mérjük a megfelelő irányban, s a helyesbített irányt kitűzzük oly távolságig, ameddig a műszerünkkel még jól látunk. /1-2 km/. A közbeeső pontokat minden 10 vagy 20 m-re cövekeljük le.

Ha közbeeső akadályok vannak, azokat úgy kerüljük ki, hogy simulósököszöget tűzünk ki, amely az egyenes irányát keresztezi. Pl. az ábránkon látható K akadályt kell kikérülnünk.



Hogy kikerüljessük, eltérünk az egyenes iránytól α_1 szöggel, és ezt a szöveget igen pontosan mérjük. Feltesszük, hogy az egyenesen 10 m-ként verünk le egy cöveket. Az új irány hosszát szintén mérjük.

$$\cos \alpha_1 = \frac{h_1}{10} ; \text{ ebből } h_1 = 10 \cdot \cos \alpha_1, \quad , \quad h_2 = 20 \cdot \cos \alpha_1 \dots$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{t_1}{10} ; \text{ ebből } t_1 = 10 \cdot \sin \alpha_1, \quad , \quad t_2 = 20 \cdot \sin \alpha_1 \dots$$

Az így számított "h" értékeket felmérjük "A"-tól, s végpontjukban merőlegest emelünk. E merőlegesre felmérjük a megfelelő "t" távolságot, s itt cöveket verünk le. A cövekek ilyen módon 10 m-re lesznek egymástól. Tegyük fel, hogy ez az irányunk egy másik akadályba ütközik, s ezt is ki kell kerülnünk. Ezért mérjük "A"-tól C pontig h_3 távolságot és az ábra szerint

$$\frac{2 \times 10 + a}{h_3} = \cos \alpha_1$$

ebből $a = h_3 \cdot \cos \alpha_1 - 20$ ezt az "a" távolságban lévő L pontot kapjuk, ha a műszerünkkel a C pontban felállva β_1 szöveget kitűzzük és erre lemérjük az x_3 távolságot. Az értékek lesznek: $\beta_1 = 90^\circ - \alpha_1$ és $x_3 = h_3 \cdot \sin \alpha_1$. A "C" pontnál: $\beta_1 + \beta_2 = \omega_1$, ebből $\beta_2 = \omega_1 - \beta_1$, és a PCL háromszögből: $\beta_2 = 90^\circ - \alpha_2$, ill. $\alpha_2 = 90^\circ - \beta_2$. Az ω_1 szöveget úgy vesszük fel, hogy az új irányunk keresztezze a kitűzendő A B irányt. A metszéspont helye az új segéd-irányban mérve: $h_4 = \frac{x_3}{\sin \alpha_2}$, az egyenes irányában pedig h-től számítva: $x_4 = \frac{x_3}{\tan \alpha_2}$ távolságban.

A "P" ponttól már végig benn maradhatunk az egyenesben, ha a P pontban felállva az utolsó segédirányunkhoz $\alpha_2 + 180^\circ$ -os szöveget tűzünk ki.

A végpontba érve eltérésünk lesz, mégpedig hosszban: $\Delta H = H - H'$, ahol H a számított, H' pedig a mért hossz. $\Delta H \frac{H}{2000}$ -nél nagyobb nem lehet. Szöghibánk pedig

$$\tan \delta = \frac{T}{H} = \arcsin \delta = \frac{\delta''}{\rho''} \quad \delta'' = \rho'' \cdot \frac{T}{H}$$

mely szögérték nem lehet nagyobb a műszer leolvasási határértékének háromszorosánál. A javítás úgy történik, hogy a kiszámított javítási értékkel visszanyomjuk a kitűzött pontokat. Az egységnyi távolságra eső javítás $\delta'' H = \frac{T}{H}$, s így az első 10 m-es szakasz után:

$\sigma H_{10} = 10 \cdot \frac{T}{H} = 10 \sigma H$, a második szakasz után

$\sigma H_{20} = 20 \cdot \frac{T}{H} = 20 \sigma H$, a harmadik után $\sigma H_{30} = 30 \cdot \sigma H$

a javítás, melyeket úgy kaptunk, hogy az egységre eső hibát szoroztuk a kezdőponttól való távolsággal.

2./ Az egyenes kitűzése térkép alapján.

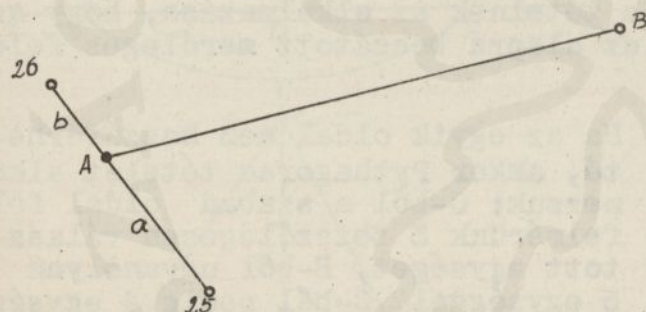
Ha megfelelő térkép áll rendelkezésünkre, akkor a kitűzést elvégez-

hetjük a térkép alapján. Ha szöveget kell levennünk a térképről, minden esetben tg-sel végezzük el, mert a transporteur nem adja kellő pontossággal az eredményt. Pl. az ábrán látható ω szöveget kell a térképről levennünk. Alapképletünk:

$$\operatorname{tg} \omega = \frac{t}{h}$$

Az ω szöveget mindig egy a térképen is és a természetben is meglévő iránytól mérjük, a ismertetett módon. A kitűzést

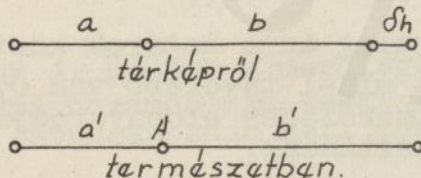
tangensekkel való szerkesztésnél már és a kitűzött vonal helyesbbitését az előbbieken tárgyaltak szerint végezzük.



Adódhat olyan eset is, hogy a térképen jelzett "A" pont a természetben nincs megadva, hanem két határdombot összekötő egyenesek fekszik. Ebben az esetben számolnunk kell a térkép száradásával. Ilyenkor lemérjük a térképről az "a" és "b" hosszakat, azután lemérjük a természetben e két /26.-25./ határ-

domb közötti távolságot. Mivel a két eredmény nem egyezik, ki kell egyenlitenünk. Térképről mérve $a + b = h$, a természetben mérve h' és a kettő közti különbség: $\sigma_h = h' - h$. Nekünk a mérésnél a

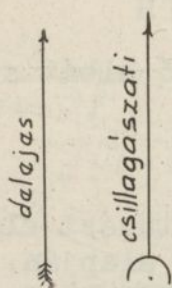
természetbeni hosszzal kell dolgoznunk, s az összeszáradásból eredő hibát arányosan el kell osztanunk. Az egy egységre eső hiba: $\frac{\sigma_h}{h}$



$\sigma_b = \frac{\sigma_h}{h} \cdot b$ /"b" javítása/

A javított értékek ekkor: $a' = a + \sigma_a$, $b' = b + \sigma_b$. Ezek után már megkereshetjük a természetben is "A"-t, mert ismerjük a távolságát a két végponttól:

Ha busszolóval végezzük a mérést, akkor levehetjük az irány delejes csapásszögét. Az erdőgazdasági térképeken a delejes csapásszög van rendszerint megjelölve annak az évnek delejes E-D-i irányával,

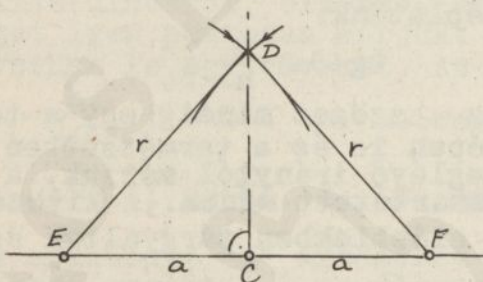


amelyben a térkép készült. A deklináció okozta változást figyelembe kell vennünk. A deklináció értéke legegyszerűbben úgy határozható meg, hogy egy a térképen és a természetben adott irány csapásszögét meghatározzuk úgy a térképről, mint a természetben, s a két közötti különbség adja a deklináció értékét, amellyel mindenegyes, a térképről levett irányértéket helyesbíteniünk kell.

A kitűzés módja már ismeretes az előzőkből.

2./ Szögek kitűzése.

1./ Derékszög kitűzése.



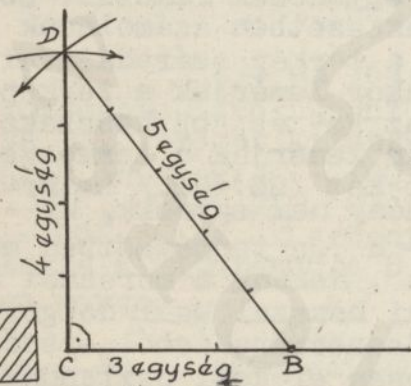
pontját. E megoldás tehát annak a tételnek az alkalmazása, hogy az egyenlőszárú háromszög csúcsától az alapra bocsátott merőleges felezi az alapot.

a./ Egyenesen lévő pontból. Mérőszalaggal. Ha két mérőszalagunk van, akkor az egyenes C pontjától, amely a kitűzendő merőleges talppontja, jobbra-balra egyenlő "a" távolságot mérünk fel, s kapjuk E és F pontokat. Ezután az E és F pontokból, mint középpontból, egyenlő "r" sugárral körívet jelölünk ki, s az így kapott körívek metszéspontja adja a merőleges D pontját.

Ha az egyik oldal nem hozzáférhető, akkor Pythagoras tételét alkalmazzuk: C-ből a szabad oldal felé felmérünk 3 tetszőlegesen választott egységet, B-ből ugyanolyan 5 egységgel, C-ből pedig 4 egységgel húzunk körívet. A két körív metszéspontja lesz a merőleges D pontja. Az elv:

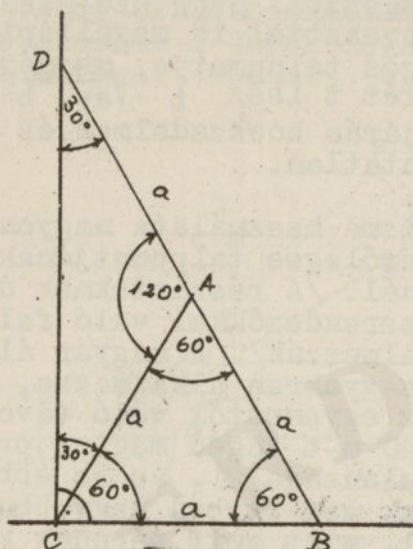
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$



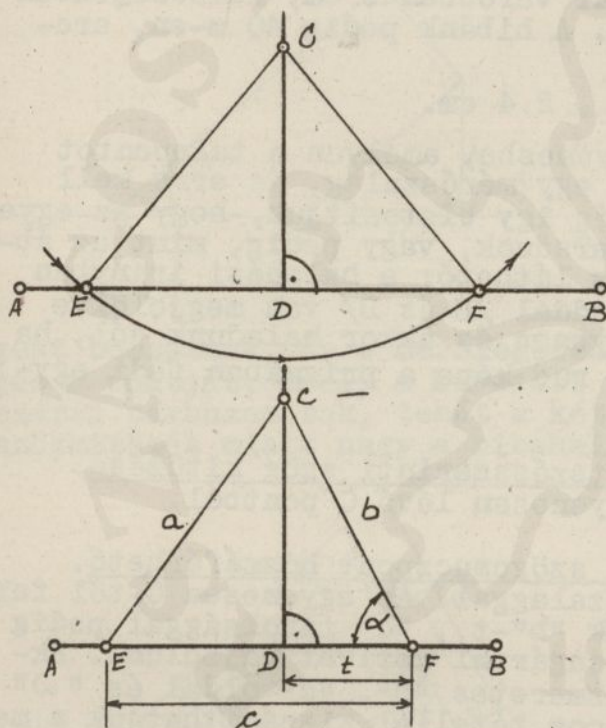
A mérőszalag adta határok közt mindig a legnagyobb egységet választjuk, mert minél távolabb van D, annál kevésbé vagyunk kitéve annak, hogy a merőleges elcsavarodjék. Pl. 20 m-es szalagnál 4 m-es egységet választanánk.

Más módszer szalaggal: felhasználjuk az egyenlő oldalú, és egyenlő szárú háromszög közötti törvényszerűséget, amely akkor áll fenn, ha az egyenlőoldalu háromszög oldalai egyenlők az egyenlőszárú háromszög száraival, és egy oldal, ill. szár közös. C pontból a szabad B felé kitűzzük az egyenlőoldalu háromszöget, amelynek oldalai "a"-val egyenlők, majd a BA irány meghosszabbításába felmérjük ismét "a"-t, és megkapjuk a merőleges egyenes D pontját.



Az eddig sorravett módok mind hosszadalmasak és a sok mérés miatt pontatlanok. A szögtűző eszközökkel való kitűzési mód jóval egyszerűbb, gyorsabb és pontosabb. Megvizsgált prizma-val, vagy kiigazított szögtűző tükörrel végezzük a kitűzést, és azután ellenőrizzük. A dioptrás szögtűzőket csak alárendelt célokra használjuk.

b./ Az egyenesen kívül álló pontból kell az egyenesre merőlegest állítanunk.

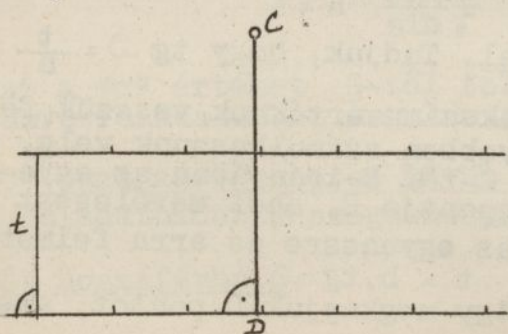


Mérőszalaggal. Ha mérőszalagunk hosszabb, mint C-nek az egyenes-től való távolsága, akkor a segédmunkás C-ből, mint középpontból a kifeszített szalaggal körívet rajzol úgy, hogy a szalag végén kitűző-rudat tart és lassan halad vele a körív mentén. Amikor a kitűző-rud az egyenes-be kerül, beszuratjuk, miáltal kapjuk az E pontot. Hasonlóan megkeressük az F pontot is. A merőleges talppontja az EF távolság felezőpontjában D-ben lesz.

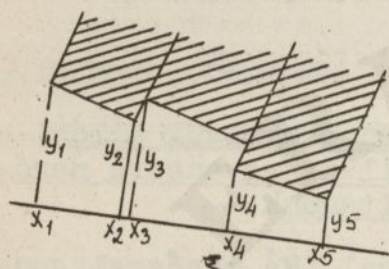
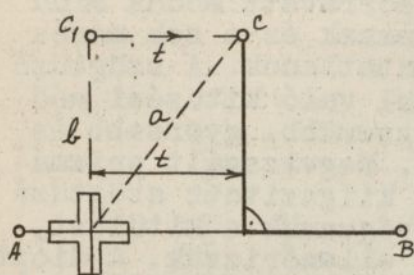
Ha mérőszalagunk rövidebb, akkor a körív nem metszi az egyenesünket. Ilyenkor felvesszünk egy tetszőleges háromszöget, amelynek csúcsa C, és alapja az egyenesen fekszik. Megmérjük a háromszög három oldalát /a, b és c/ és cos. tétellel kiszámítjuk az egyik szögét /pl. α -t/, s ennek segítségével "t"-t, ezt F-től fel-

mérjük és kapjuk a merőleges talppontját, D-t.

Két párhuzamos szalaggal is meghatározható a merőleges. A két szalagnak párhuzamosnak kell lennie és ugyanazon osztásoknak egy merőleges-be kell esniök. Először méterenként haladunk, majd 10 cm-enként, végül cm-enként, s ha D-ből nézve a C iránya ugyanannál az osztás-nál metszi a két szalagot, akkor a helyes D-ben állunk.



Mindezek az eljárások hosszadalmasak, nem pontosak és ezért a gyakorlatban nem alkalmazzuk őket.



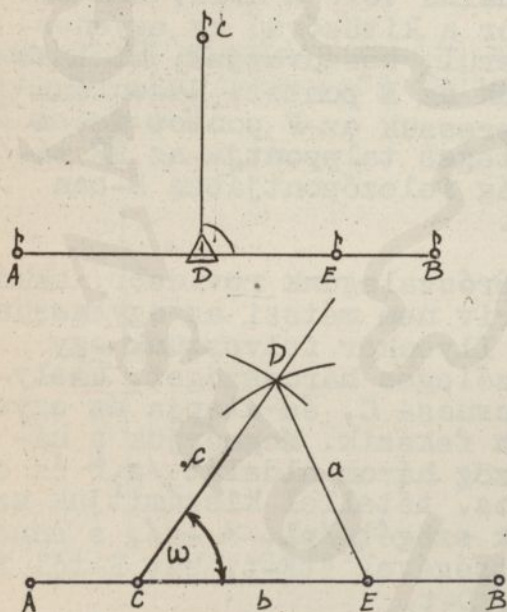
Szögtűző eszközzel. Szögtűző-hasáb-
bal, - léckereszttel is megállapítha-
tó a merőleges talppontja, megmérjük
a és b értékét t lesz $t = \sqrt{a^2 - b^2}$
de ez az eljárás hosszadalmas és az
eredmény pontatlan.

Szögtűző-prizma használata nagyon
gyakori a merőleges talppontjának
elkeresésénél. /A részleteknek de-
részű összrendezővel való felvé-
telénél alkalmazzák/. A magyar állami
földmérés is gyakran alkalmazza, de
a pontnak az egyenestől való távolsá-
gánál csak 40 m-t enged meg. A priz-
mák bizonytalansága 21, és az ebből
eredő hibának nem szabad nagyobb-
lennie annál, mint amit mérünk kell
E határ városban 5 cm, külsőségeken
10 cm. A hibánk pedig 40 m-en, arc-

szal számítve:

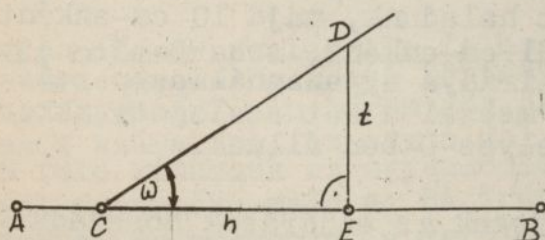
$$\frac{120}{206265} \cdot 4000 = \frac{480.000}{206265} = 2.4 \text{ cm.}$$

Ha a szögtűzővel magunk állunk az egyenesbe, amelyen a talppontot
keressük, akkor vagy ki van feszítve egy mérőszalag, és erre kell
érnie a prizmán lévő függélyezőnek, és így biztosítjuk, hogy az egyes-
ben maradunk, vagy pedig, mint az áb-
rán is látható: a haladási irányban
két ruddal /E és B/ van megjelölve
az egyenes és akkor haladunk jól, ha
a két rud képe a prizmában fedi egy-
más.



2. Tetszésszerű szög kitűzése.
Az egyenesen lévő C pontból.

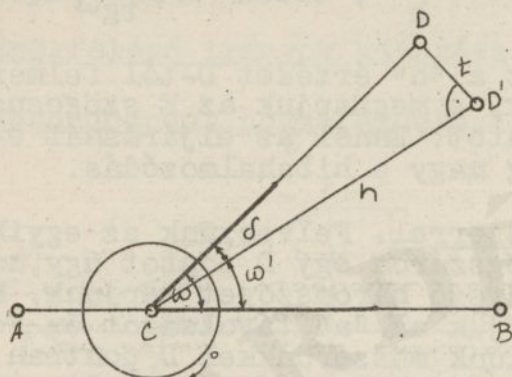
a./ A szögcsúcspont hozzáférhető.
Mérőszalaggal. Az egyenesen C-től fel-
mérjük "b"-t, "c" távolsággal pedig
mint sugárral körívet rajzolunk. Ek-
kor ismeretes "b", "c" oldal és "omega"
szög cos tétellel kiszámíthatjuk a meg-
felelő "a"-t, és ezzel az "a" távolság-
gal körívet rajzolunk E-ből. Az így ka-
pott körív az előző körívet D-ben met-
szi, s ezzel az omega szöget kitűztük. Az
eljárás mehezkes, így a gyakorlatban
nem használjuk.



Szögtűzővel. Tudjuk, hogy $\text{tg } \omega = \frac{t}{h}$

"h"-t kereksszámú értéknek vesszük fel,
hogy könnyebben számolhassunk vele, s
felmérjük C-től B irányában az egye-
nesre. Végpontja E, ahol merőlegest
állítunk az egyenesre és arra felmér-
jük $t = h \cdot \text{tg } \omega$
értéket, így megkapjuk D pontot, amely

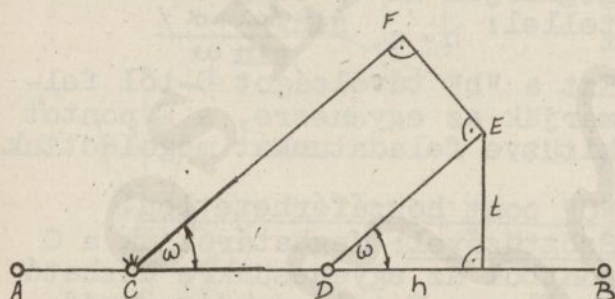
az ω szög kitűzendő szárának egyik pontja. Ha tompaszögről van szó, akkor először a derékszöget tűzzük ki, majd a megmaradó hegyesszöget a tárgyalta módon.



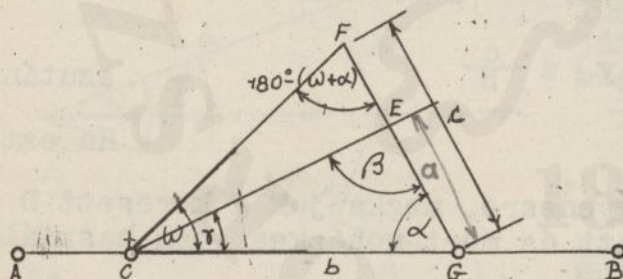
Elég gyakori és elég pontos megoldás. Busszolóval nem pontosabb, mint a szögtűzővel való kitűzés.

Teodolittal lehet a szöget legpontosabban kitűzni. Felállunk C-ben, s felhordjuk a kívánt szöget. Először a közelítő D' pontot tűztük ki, s az így kitűzött szög értéket ω' -et többször megmérjük, e méréseket kiegyenlítjük.

Az adott ω és a mért ω' szög különbsége adja a σ hibát. A helyes szög-szár /D/ kitűzése úgy történik, hogy D'-ben emelt merőleges "t" értékét tg-sel számítjuk $t = h \cdot \text{tg } \sigma$, a gyorsabb számítás kedvéért "h" értékét kerekszámra választjuk.



gest bocsátunk, és e merőlegesen megkeressük a C-ből húzható merőleges F pontját, amely a keresett szög-szár egyik pontja /A két ω szög szárai párhuzamosak, tehát a két ω egyenlő./ A sok mérés és derékszögitűzés miatt nagy a hibahalmozódásunk.



Műszerrel. Felveszünk egy tetszőleges háromszöget az ábrán látható módon /ECG/ e háromszögnek mérjük az "a" oldalát, valamint α és β szögét. Ekkor $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$

Felírva a sin. tételt: $b = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$,

ezzel ismerjük a CGF háromszög egyik oldalát és két szögét.

α és ω -t. Erre a háromszögre a sin.tétel: $c = b \cdot \frac{\sin \omega}{\sin(\omega + \alpha)}$;

ide behelyettesítve a "b" értékét:

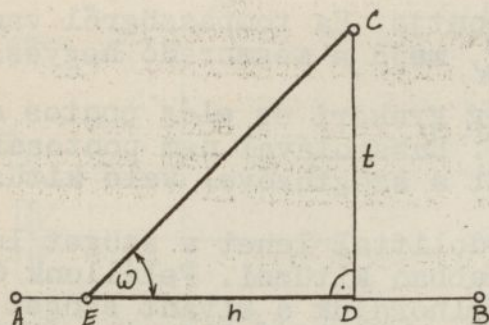
$$c = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \cdot \frac{\sin \omega}{\sin(\omega + \alpha)}$$

Ezt a "c" értéket G-től felmérjük GE irányban s az F végpontot kitűzve feladatunkat megoldottuk.

"C" pont az egyenesen kívül áll.

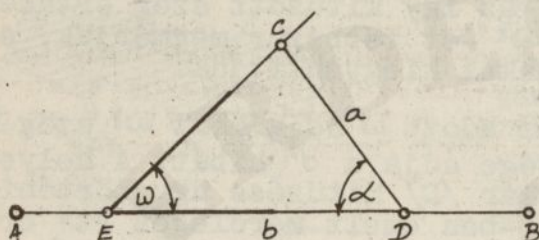
E feladatoknál a szögcsucspont helyét keressük az egyenesen.

"C" hozzáférhető.



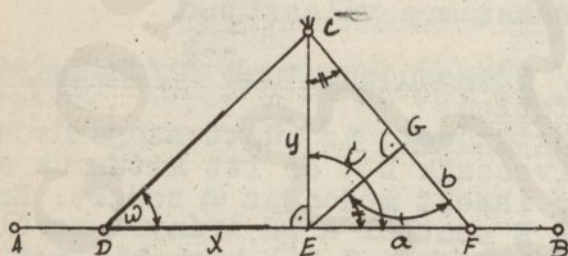
Szögtűzővel felkeressük a "C" pontnak "D" talppontját, és megmérjük C pontnak az egyenesről való "t" távolságát. Tudjuk, hogy $\operatorname{tg} \omega = \frac{t}{h}$, ebből $h = \frac{t}{\operatorname{tg} \omega} = t \cdot \operatorname{ctg} \omega$

ezt a "h" értéket D-től felmérjük, s megkapjuk az E szögcsúspontot. Ennél az eljárásnál elég nagy a hibahalmozódás.



Műszerrel. Felvesszünk az egyik szögcsúszárán egy D pontot úgy, hogy kedvező háromszöget kapjunk. Megmérjük az "a" távolságot és felállunk műszerünkkel D pontban és megmérjük az α szöget. Sin.tétellel: $b = a \cdot \frac{\sin \omega}{\sin \omega + \alpha}$

Ezt a "b" távolságot D-től felmérjük az egyenesre, s E pontot kitűzve feladatunkat megoldottuk.



"C" pont hozzáférhetetlen.

Szögtűzővel: Meghatározzuk a C pontból az egyenesre húzható merőleges E talppontját, majd az egyenesen felvesszük az F pontot és megekeressük az FC egyenesen G pontot, amely az E pontból az FC egyenesre emelhető merőleges talppontja. Mérő-

szalaggal megmérjük a, b és c hosszakat. Az EFG Δ és ECF Δ hasonlóságot pedig felhasználjuk y kiszámítására, amely "y" egyenlő az AB egyenesnek a C ponttól való távolságával:

$$\frac{y}{a} = \frac{c}{b}, \text{ ebből } y = a \cdot \frac{c}{b}$$

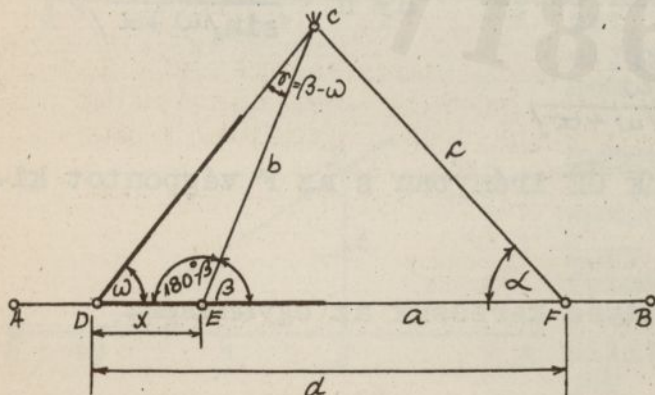
ezután

pedig

$$x = y \cdot \operatorname{ctg} \omega = a \cdot \frac{c}{b} \cdot \operatorname{ctg} \omega$$

Ha ezt

az x távolságot E-től felmérjük az egyenesre, megkapjuk a keresett D szögcsúspontot. A sok hibaforrás miatt és mert nehézkes, nem használjuk ezt az eljárást.



Műszerrel. Felvesszük az EFC háromszöget szemmérték szerint az ábrán látható módon. Mérjük α-t és β szögeket, s a távolságot. Ekkor felírható a sin.tételből:

$$b = a \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \beta}$$

és

$$c = a \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha + \beta}$$

[A DEC Δ - γ szögére vonatkozóan: $\gamma = 180^\circ - [\omega + 180^\circ - \beta] = 180^\circ - \omega - 180^\circ + \beta = \beta - \omega$]
Ezekután számítható $d = c \cdot \frac{\sin(\omega + \alpha)}{\sin \omega}$

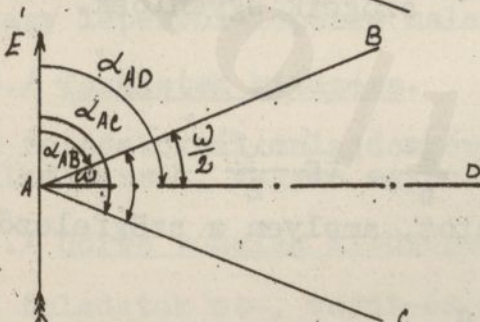
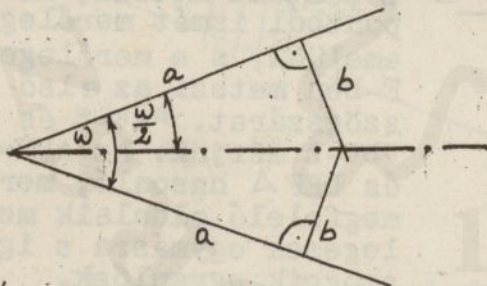
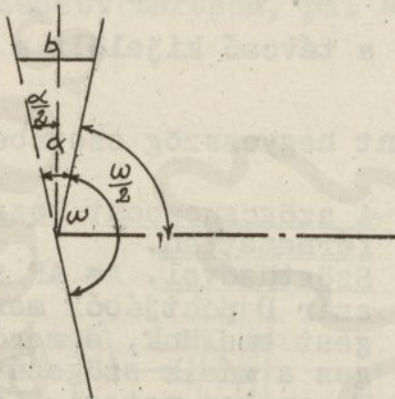
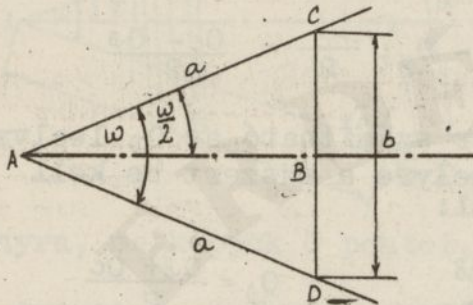
s mivel $a + x = d$, x -et is számíthatjuk ellenőrzésül

$$x = b \frac{\sin(\beta - \omega)}{\sin \omega}$$

Mármost felmérjük x -et E-től, vagy d-t F-től s megkapjuk a D szögcsúcspontot.

3. Szögfelező irányok kitűzése.

A szögcsúcspont hozzáférhető.



Mérőszalaggal. A csúcspontból mindkét szögcsúcspont felmérjük "a" távolságot, kapjuk C és D pontokat s ha ezeket összekötjük, megkapjuk az ACD egyenlőszárú háromszög alapját, amelynek B felezőpontját és az "A" csúcspontot összekötő egyenes felezi a csúcspontnál lévő szöget. Maga a szögérték is meghatározható:

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{b}{2a}$$

Ha a felezendő ω szög tompaszög, akkor ennek kiegészítő-szögét, α -t felezzük az ismert módon, s az így kapott felezőre állított merőleges lesz az ω tompaszög felezője. A szög nagysága:

$$\omega = 180^\circ - \alpha$$

Szögtűzővel. A két szögcsúcspont felmért "a" távolságok végpontjaiban a szögcsúcspontokra merőlegeseket emelünk. E merőlegesek metszéspontján halad át a szögfelező. A szög nagysága:

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{b}{a}$$

Műszerrel. a./ Busszolóval. Ismerjük a B és C irányok csapásszögét, a kettő különbsége adja ω szöget:

$$\omega = \alpha_{AC} - \alpha_{AB}$$

A szögfelező csapásszögét úgy kapjuk meg, ha α_{AB} -hez hozzáadjuk /vagy α_{AC} -ből levonjuk/ a megfelelő szög felét:

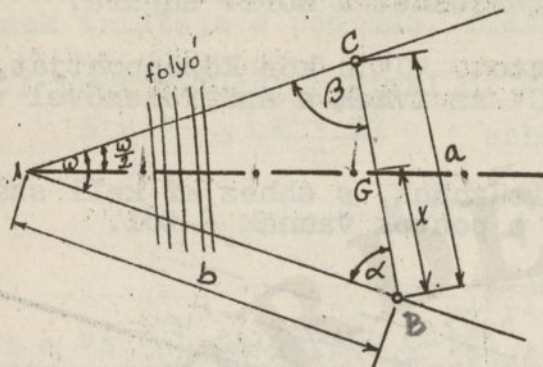
$$\alpha_{AD} = \alpha_{AB} + \frac{\omega}{2} = \alpha_{AB} + \frac{\alpha_{AC} - \alpha_{AB}}{2} = \frac{2\alpha_{AB} + \alpha_{AC} - \alpha_{AB}}{2}$$

$$\alpha_{AD} = \frac{\alpha_{AB} + \alpha_{AC}}{2}$$

$$\alpha_{AD} = \alpha_{AC} - \frac{\omega}{2} = \alpha_{AC} - \frac{\alpha_{AC} - \alpha_{AB}}{2} = \frac{2\alpha_{AC} - \alpha_{AC} + \alpha_{AB}}{2}$$

$$e = \frac{a}{b} \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{b} \cdot c$$

A gyakorlatban nem használjuk ezt az eljárást, mert sok munkába, s így sok időbe telik és az erős hibahalmozódás miatt nem pontos.



Mérőműszerrel. A két szögszáron felvesszük B és C segédpontokat, mérjük "a"-t, α-t és β-t. Az ABC háromszögből:

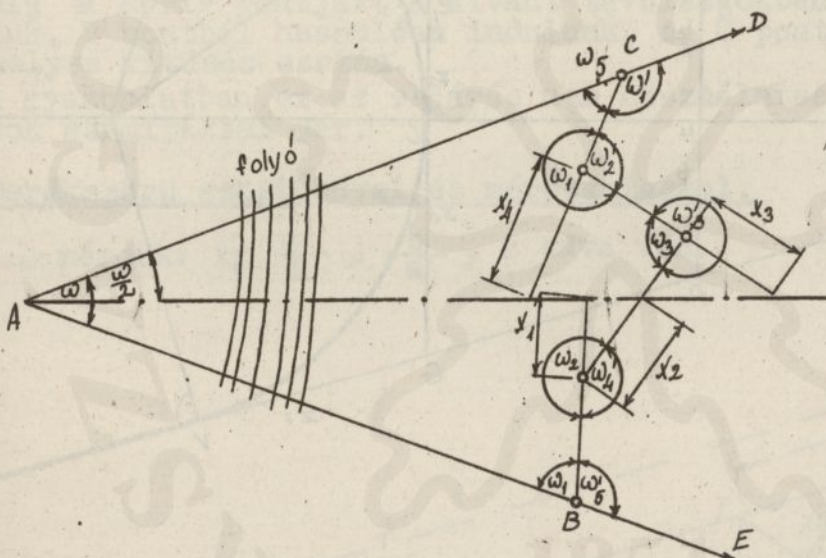
$$\omega = 180^\circ - \alpha + \beta$$

sin. tétellel:

$$b = a \frac{\sin \beta}{\sin \omega} \text{ és } x = b \cdot \frac{\sin \frac{\omega}{2}}{\sin \alpha + \frac{\omega}{2}}$$

Ha x-et felmérjük B-től a BC irányra, megkapjuk G pontot, amelyen áthalad a szögfelező.

Ha fedett terepen, pl. erdőben dolgozunk, akkor a két szögszár B és C pontja között sok-



szögmenetet vezetünk. A belső szögekre nézve:

$$\frac{n-2}{180^\circ} \sum \omega_i = \omega$$

ha pedig a külső szögeket mértük:

$$\frac{n+2}{180^\circ} \sum \omega_i + 360^\circ = \omega$$

B és C pontokat úgy kell megválasztanunk, hogy A-t lehessen belőlük látni, mert e pontokból A-t irányoznunk kell.

A szögfelező megkeresésében mármint kétféleképpen járhatunk el: kiszámítjuk az összerendezőket és abból a szögfelező helyét,

vagy lépésről-lépésre haladunk, s számítjuk az x értékeket.

3./ Területek kitűzése.

E feladatoknál tulajdonképpen az eddig tárgyalt kitűzési eljárásokat alkalmazzuk, vagyis egyeneseket és szögeket tűzünk ki.

4./ Görbe vonalak kitűzése.

E feladatok ut-, vasut-és csatornaépítésnél fordulnak elő nagyon gyakran, amikor a szögpontokat görbe vonallal kell áthidalnunk. E görbe vonalak, amelyeket ki kell tűznünk, különféle lehetnek, s hogy melyiket alkalmazzuk, az attól függ, hogy a pályán haladó tárgy vagy jármű milyen sebességgel mozog. Így kisebb sebességnél körívet tűzünk ki, ha azonban a tárgy vagy jármű sebessége nagy, akkor parabólákat, kosárgörbéket, vagy lemniszkátákat tűzünk ki.

Mi a továbbiakban csak a körívek és a parabolikus kanyarok kitűzését tárgyaljuk.

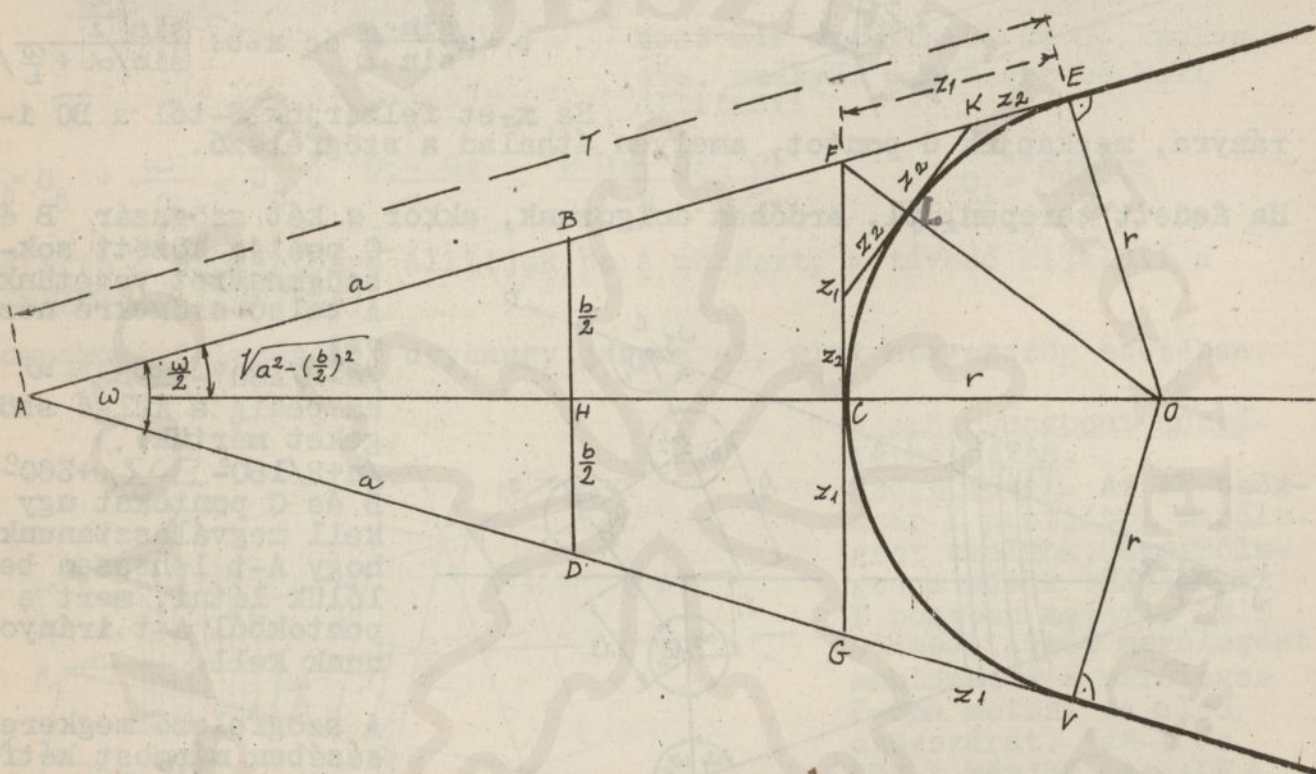
a. / Körívek kitűzése.

Mérőszalaggal, Az ω szöveget mérjük a már ismert módon: $\sin \frac{\omega}{2} = \frac{b}{2a}$

"r" adva van, mégpedig kis-vasutnál 40-60 m-től, hegyivasutnál 250 m, egyébként 500 m, utaknál pedig az uton haladó járművek sebessége szerint 5 m-től pár km-ig terjedhet a körív sugara.

E feladatainknál "A" a szögcsúcspontot, "O" a kör középpontját, "E" az ív elejét, "V" az ív végét és "C" az ívnek a szögfelezővel való metszését jelenti.

Az ívből először E-t és V-t kell kitűznünk, s ehhez ki kell számítanunk azt a T távolságot, amelyre e pontok vannak A-tól.



Mivel $\triangle AEO \sim \triangle ABH$, felírható a következő arány:

$$\frac{T}{r} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{\frac{b}{2}}$$

$$T = 2r \cdot \frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{b} = \frac{2r}{b} \cdot \sqrt{4a^2 - b^2} = r \sqrt{\frac{4a^2}{b^2} - 1} = r \sqrt{\left(\frac{2a}{b}\right)^2 - 1}$$

Ezt a $T = \overline{AE}$ távolságot felmérjük A-tól mindkét szögszárra, s kapjuk E és V pontokat. Ezután kitűzzük C pontban az érintőt: az $\triangle AFC$ és $\triangle ABH$ hasonlósága alapján:

$$\frac{z_1}{T - z_1} = \frac{\frac{b}{2}}{a} = \frac{b}{2a}$$

ebből:

$$2a z_1 = b T - b z_1$$

$$2a z_1 + b z_1 = b T \Rightarrow z_1 = \frac{b T}{2a + b}$$

$$z_1 \frac{b T}{2 a + b} = \frac{b r \sqrt{\frac{2a}{b}} - 1}{2 a + b}$$

E "z₁" távolságot visszamérve E-től és F-től, megkapjuk F és G pontot, s ha e két pont távolságát felezzük, ismeretes C és a körívnek érintője e pontban, amely az FG egyenessel esik össze.

Az L pont kitűzése: Mivel az FEO Δ - KLF Δ :

$$\frac{z_1 - z_2}{z_2} = \frac{\sqrt{r^2 + z_1^2}}{r} \quad \text{ebből} \quad z_1 r - z_2 r - z_2 \sqrt{r^2 + z_1^2} = 0$$

$$z_2 / r + \sqrt{r^2 + z_1^2} = z_1 r$$

$$z_2 = \frac{z_1 r}{r + \sqrt{r^2 + z_1^2}}$$

Ezt a "z"-t felmérjük C-től, E-től és V-től, s az így kapott pontok, távolságának felezőjében van L ill. M. A törvényszerűség már látszik, írható általában

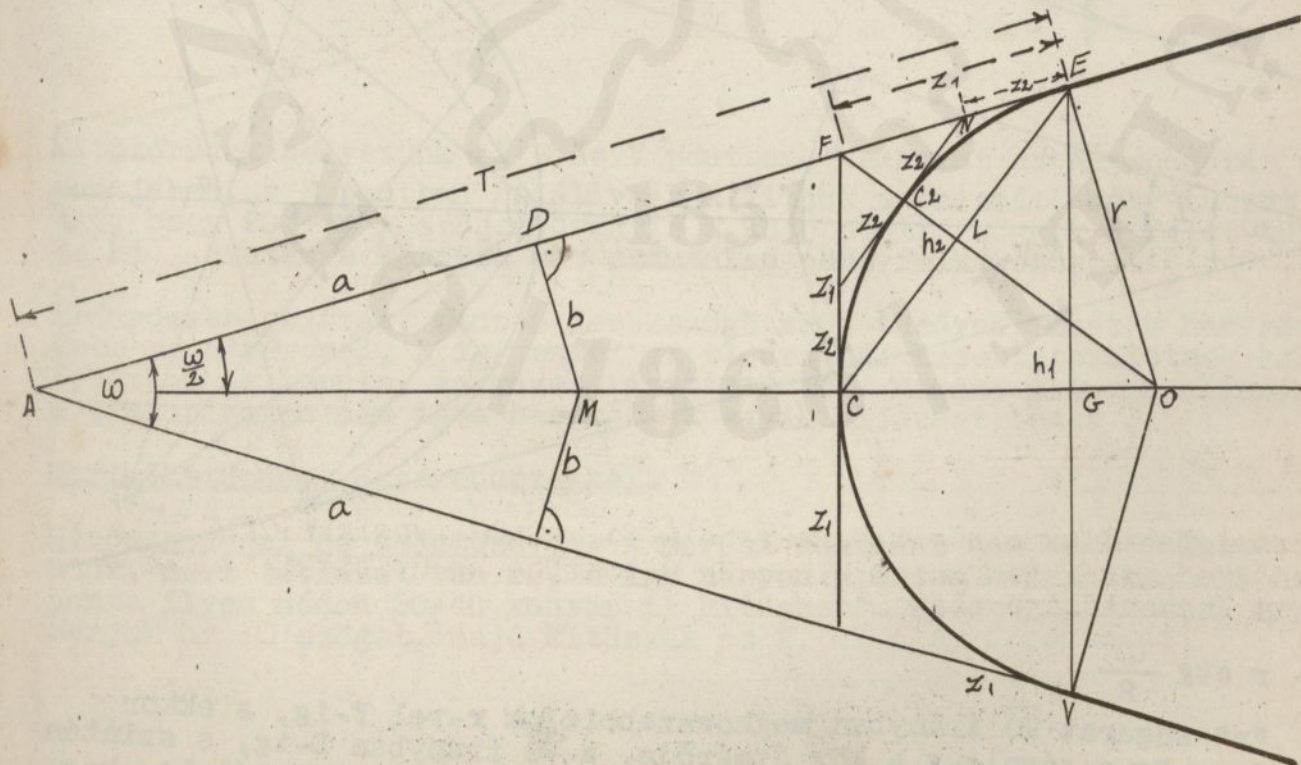
$$z_n = \frac{z_{n-1} r}{r + \sqrt{r^2 + z_{n-1}^2}}$$

A pontokat az így számított érintők segítségével addig sűrítjük míg a körív pontjait a kívánt távolságokban /5-10-20 m/ ki nem tűztük. V pontból hasonlóan indulunk, s C pontban össze kell érniük helyes kitűzés esetén.

A gyakorlatban ez az eljárás nem használatos, mert hosszadalmas, és sok számítással jár.

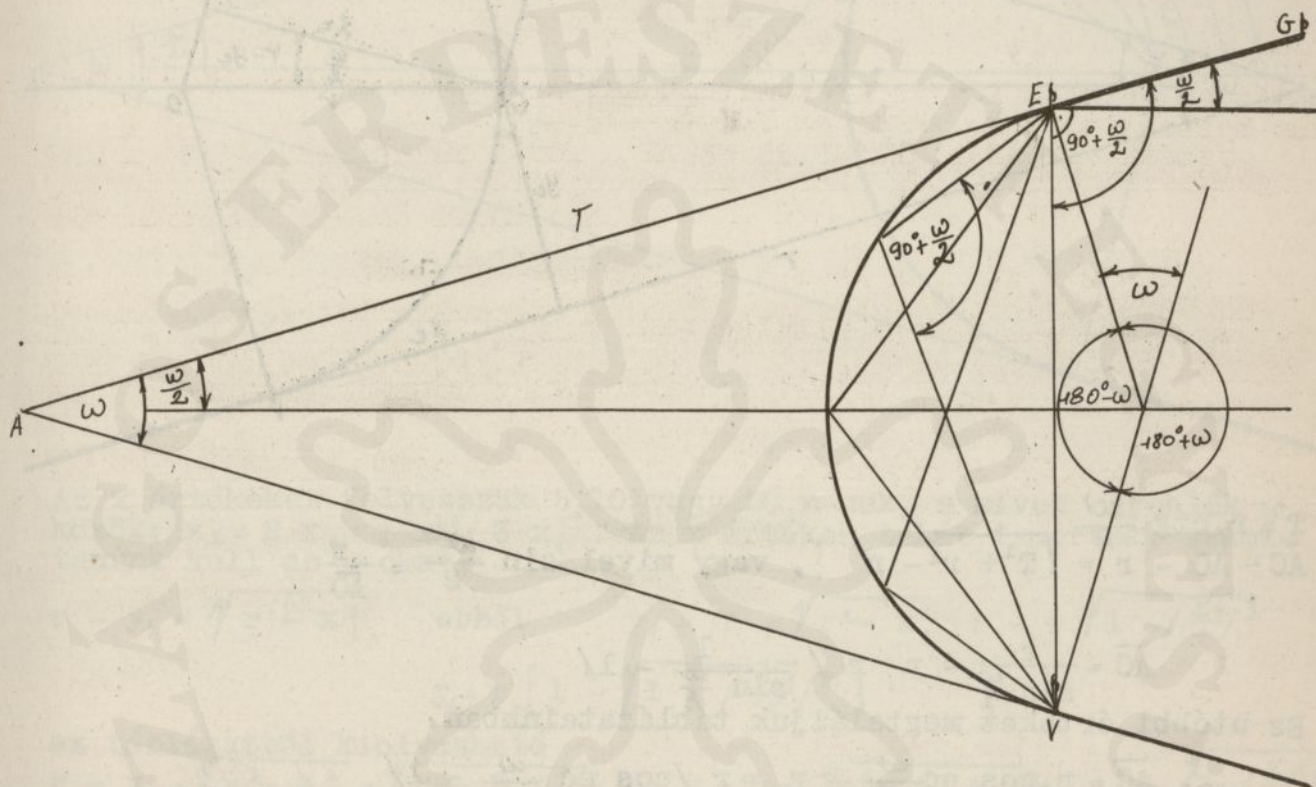
Derékszögű szögtűzővel és mérőszalaggal.

ω mérjük: $\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{b}{a}$, r adva van.



elindulva a prizmán keresztül figyeljük F-et, s ha F képe és az E rud egybeesik, akkor a kör területén vagyunk, s leverhetünk egy cöveket. Ellenőrzésképen V-ből indulunk hasonlóan, s C-ben a körívnek össze kell érnie. Könnyű és gyors eljárás, de csak fedetlen és közel sík terepen használható 30-40 m sugaru körívig.

Ha a kanyar sugara nagyobb, akkor más geometriai tételt alkalmazunk: az egy huron fekvő kerületi szögek egyenlők és fele az u. azon köríven nyugvó középponti szögnek. E kitűzéshez állítható prizmat vagy tükröt használunk.

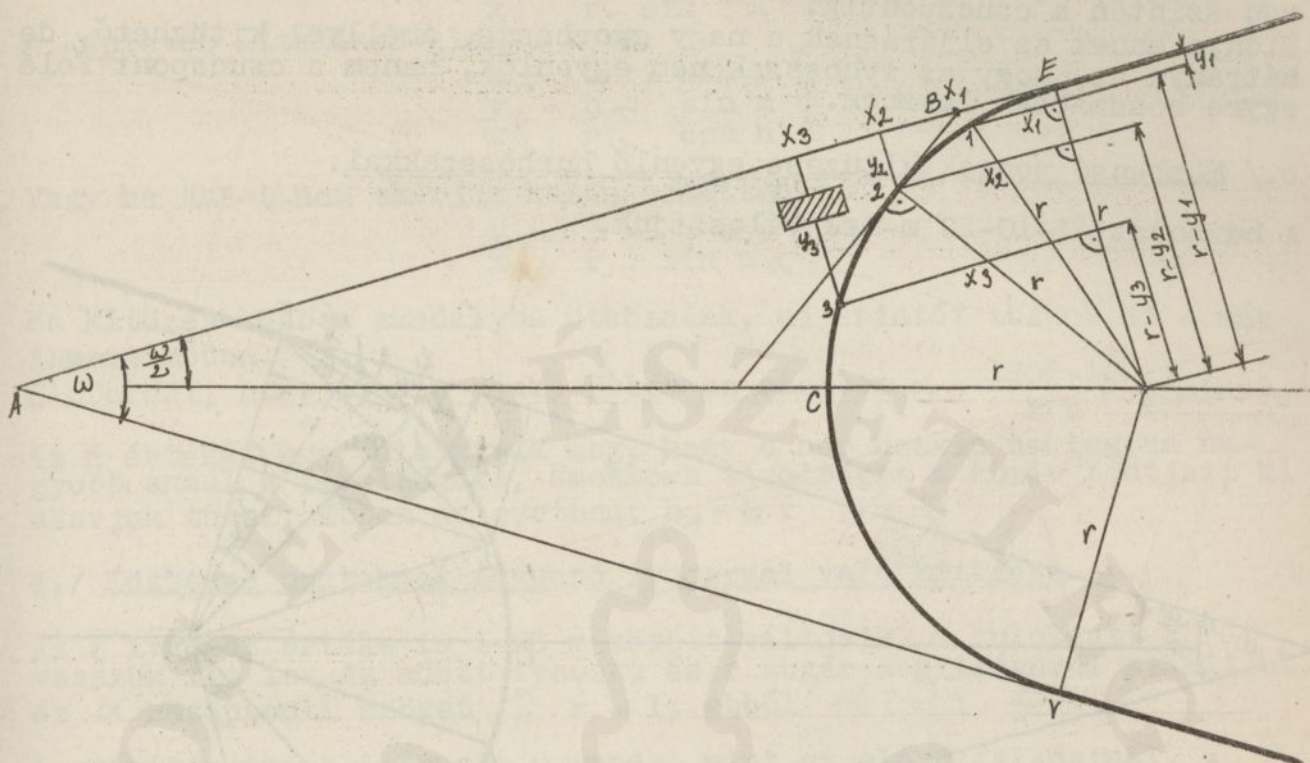


Kitűzőrudat helyezünk el E és V pontban, valamint az $\overline{AE}$ szögszár G pontjában, s E pontban felállva beállítjuk a prizmat, vagy tükröt úgy, hogy $90^\circ + \frac{\omega}{2}$ szöget, vagyis a középponti szögnek a felét tűzze ki. Ezután a köríven már számtalan pont felkereshető.

Előnyösebb eljárás, mint a derékszögű szög tűzővel, mert a hur rövidebb az átmérőnél, s így ennél az eljárásnál kisebb területnek kell fedetlennnek lennie, és közel vízszintesnek. Minden előnyük ellenére a gyakorlatban nem igen használják egyik eljárást sem.

Körív kitűzése összrendezőkkal.

Mérőszalaggal és szögtűzővel. A mérési adatokat nem kell számítani, mert táblázat van rá, s így nagyon gyorsan megy, úgy hogy naponta ilyen módon 30-40 kanyar is kitűzhető. Először műszerrel mérjük az ω szöget, majd kitűzzük az E, V és C pontokat.



Az x értékeket felvesszük 5,10 vagy 20 m-nek, s mivel egyenlők a közök: $x_2 = 2 x_1$; $x_3 = 3 x_1$. Az x értékek tehát ismertek, számítanunk kell az y -okat.

$$r - y_1 = \sqrt{r^2 - x_1^2} \quad \text{ebből} \quad y_1 = r - \sqrt{r^2 - x_1^2} = r - r \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{r^2}}$$

$$y_1 = r \left[1 - \sqrt{1 - \frac{x_1^2}{r^2}} \right]$$

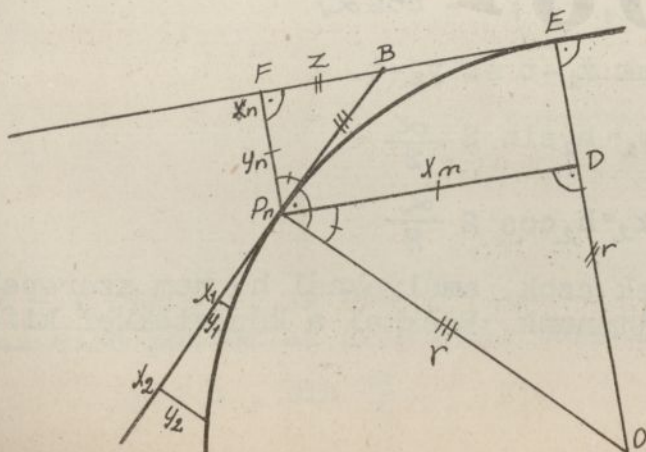
ez táblázatból kiolvasható

$$r - y_2 = \sqrt{r^2 - x_2^2} = \sqrt{r^2 - 2 x_1^2} ; \quad y_2 = r - \sqrt{r^2 - 2 x_1^2} = r \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 x_1^2}{r^2}} \right]$$

általánosan:

$$y_n = r \left[1 - \sqrt{1 - \frac{n x_1^2}{r^2}} \right]$$

ezek az y összerendezők táblázatból kivehetők. Ha, mint az ábrán is láthatjuk, y_3 útjában akadály van, akkor az utolsó kitűzött pontból /az ábrán: 2./ uj érintőt tűzünk ki. Ábránknak ezt a részét oldalra kinagyítjuk. Számítanunk kell azt a z távolságot, amelyet x_n -től fel kell mérnünk, hogy B pontot kapjunk, amelyben az uj érintő metszi a szögcsarát.



$P_n F B \Delta \sim O D P_n \Delta$; a P_n -nél lévő szögek egyenlők, mert szárai merőlegesek egymásra. Tehát felírható a következő arány:

$$\frac{z}{y_n} = \frac{r - y_n}{x_n} \quad , \quad \text{ebből}$$

$$z = y_n \cdot \frac{r - y_n}{x_n}$$

s így B pont kitűzhető, s összekötve P_n -nel, az uj érintőt kapjuk, amelyen az érintési ponttól úgy haladunk, mint ahogyan E-től haladtunk a szög-

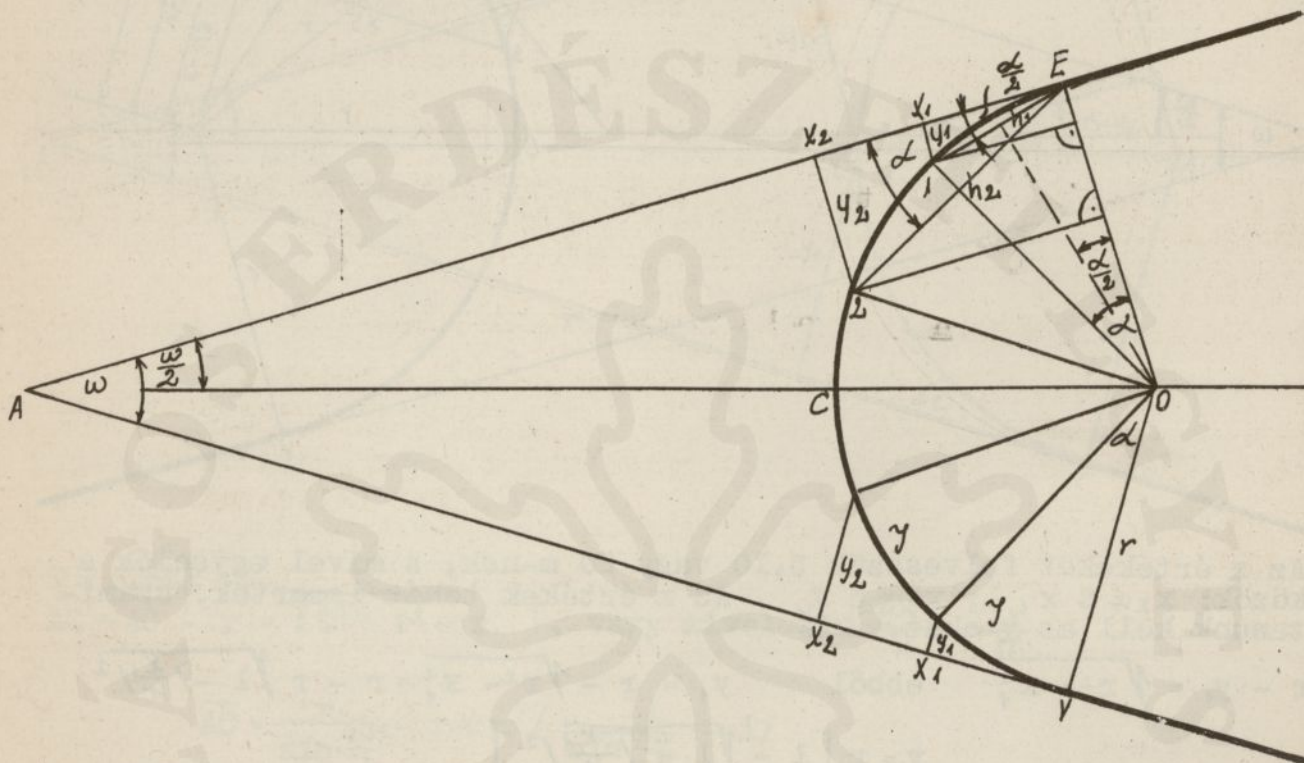
szögcsúcson.

Igy haladunk az egyik szögcsúcson a csúcspontig, majd a másik szögcsúcson szintén a csúcspontig.

Előnye ennek az eljárásnak a nagy gyorsaság, amellyel kitűzhető, de hátránya az, hogy az ívhosszak nem egyenlők, hanem a csúcspont felé egyre hosszabbak lesznek.

b./ Közbenső pontok kitűzése egyenlő hurhosszakkal.

A hurhosszt 5-10-20 m-nek választjuk.



$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{h}{2r}$, s ha "h" adva van, $\frac{\alpha}{2}$ és így α számítható. Számítanunk kell a "h" hurhosszakhoz tartozó x és y összehangolókat.

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{y_1}{h_1} \quad \text{ebből} \quad y_1 = h_1 \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{és} \\ x_1 = h_1 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\text{Vagy } \sin \alpha = \frac{x_1}{r}, \quad \text{ebből} \quad x_1 = r \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{r - y_1}{r} \quad \text{"} \quad y_1 = r / 1 - \cos \alpha /$$

Ismerve x_1 -et és y_1 -et, számítjuk x_2 -t és y_2 -t.

$$h_2 = 2r \sin 2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{s így } y_2 = h_2 \sin 2 \frac{\alpha}{2}$$

$$x_2 = h_2 \cos 2 \frac{\alpha}{2}$$

E képleteknél azonban kedvezőbbek azok, amelyeknél h_2 nem szerepel, és így h_2 -t nem kell külön számítanunk. Ezekkel a képletekkel kifejezve az összehangolókat:

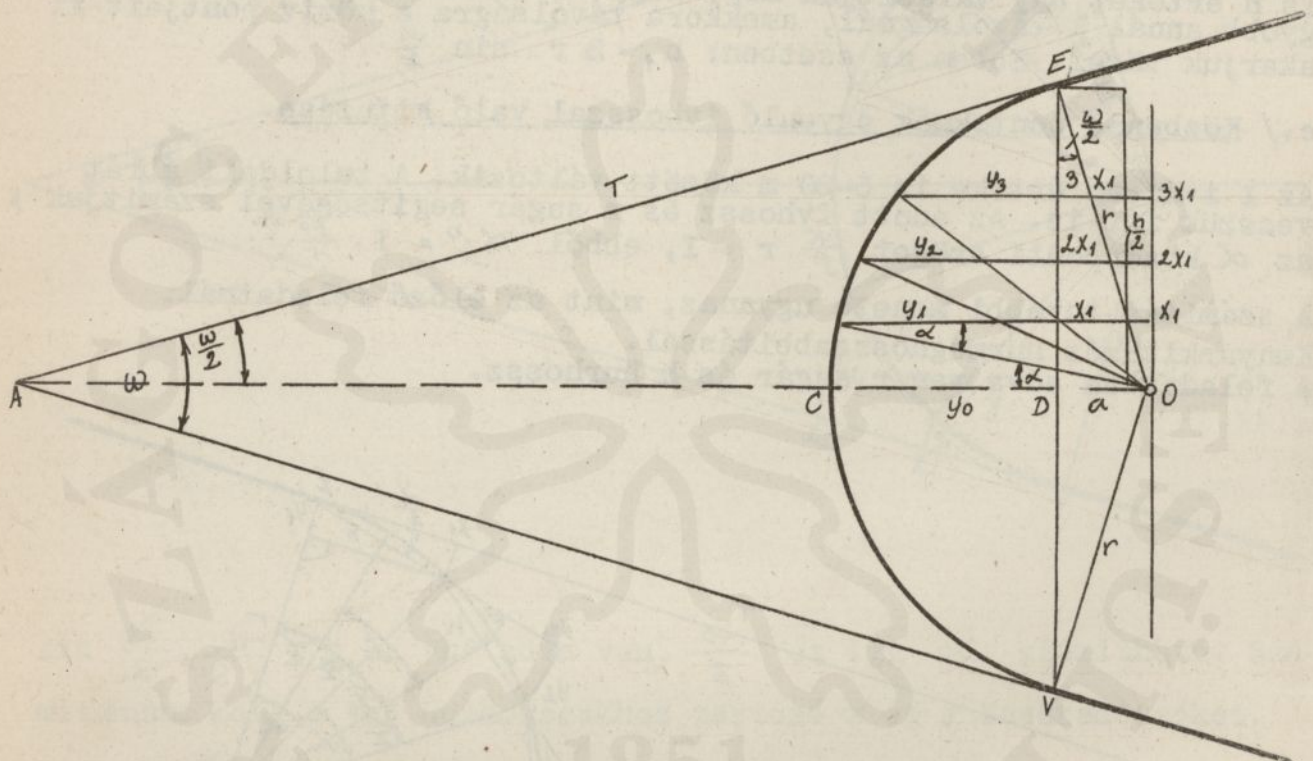
A második pontot a már meglévő két ivpontot összekötő hur meghosszabbításáról tűzzük ki, az összrendezők lesznek:

$y_2 = h \cdot \sin \alpha$ és $x_2 = h \cdot \cos \alpha$
mert a metsző és hur közti szög egyenlő a középponti szöggel.
A második pont után már állandóan hurr hosszabbítunk és x_2 ill. y_2 -vel megyünk tovább. Mivel, különösen rövid hur mellett, egészen a körívhez simulunk, kis hely és fedett terepen is kitűzhetjük a körívet, mikor is tulajdonképpen egy körbe írható sokszöget tűztünk ki a hurokkal. A folytonos hurmeghosszabbítás miatt vigyáznunk kell, hogy a vonalunk el ne csavarodjék.

Ivpontok hurról való kitűzése.

A kitűzéssel a D hurközepből indulunk ki.

$$T = r \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}$$



Ezután kétféleképpen haladhatunk. Ha a huron veszünk fel egyenlő x távolságokat, akkor:

$x_1 = 2 x_1$, $x_3 = 3 x_1 \dots x_n = n x_1$, a kitűzött ivhosszak és a középponti szögek nem lesznek egyenlők.

$$y_0 = r - a \quad ; \quad a = \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{2}}$$

y_0 tehát felmérhető D-től, s megkapjuk C-t a-t a fenti képlethez hasonlóan más módon is megkaphatjuk.

$$\sin \frac{\omega}{2} = \frac{a}{r} \quad , \quad \text{ebből} \quad a = r \cdot \sin \frac{\omega}{2}$$

Az y összrendezők számításához segédháromszögeket képezünk, s akkor:

$$\begin{aligned} y_1 + a &= \sqrt{r^2 - x_1^2} & \text{ebből} & y_1 = \sqrt{r^2 - x_1^2} - a \\ y_2 + a &= \sqrt{r^2 - \sqrt{2} x_1 / 2} & \text{ebből} & y_2 = \sqrt{r^2 - \sqrt{2} x_1 / 2} - a \\ & & & y_n = \sqrt{r^2 - \sqrt{n} x_1 / 2} - a \end{aligned}$$

Az így kapott y távolságokat felmérjük a hurra merőlegesen a megfelelő pontban, s az y összrendezők végpontjai adják a körív pontjait. E feladatot elvégezhetjük úgy is, hogy egyenlő ivhosszal számítunk.

Az ívhosszból számítható a középponti szög α , amely mindenütt egyenlő.

$$\cos \alpha = \frac{y_1 + a}{r} ; y_1 + a = r \cdot \cos \alpha, \text{ ebből}$$

A következők összrendezők:

s általánosan:

$$x_1 = r \cdot \sin \alpha$$

$$y_1 = r \cdot \cos \alpha - a$$

$$x_2 = r \cdot \sin 2\alpha$$

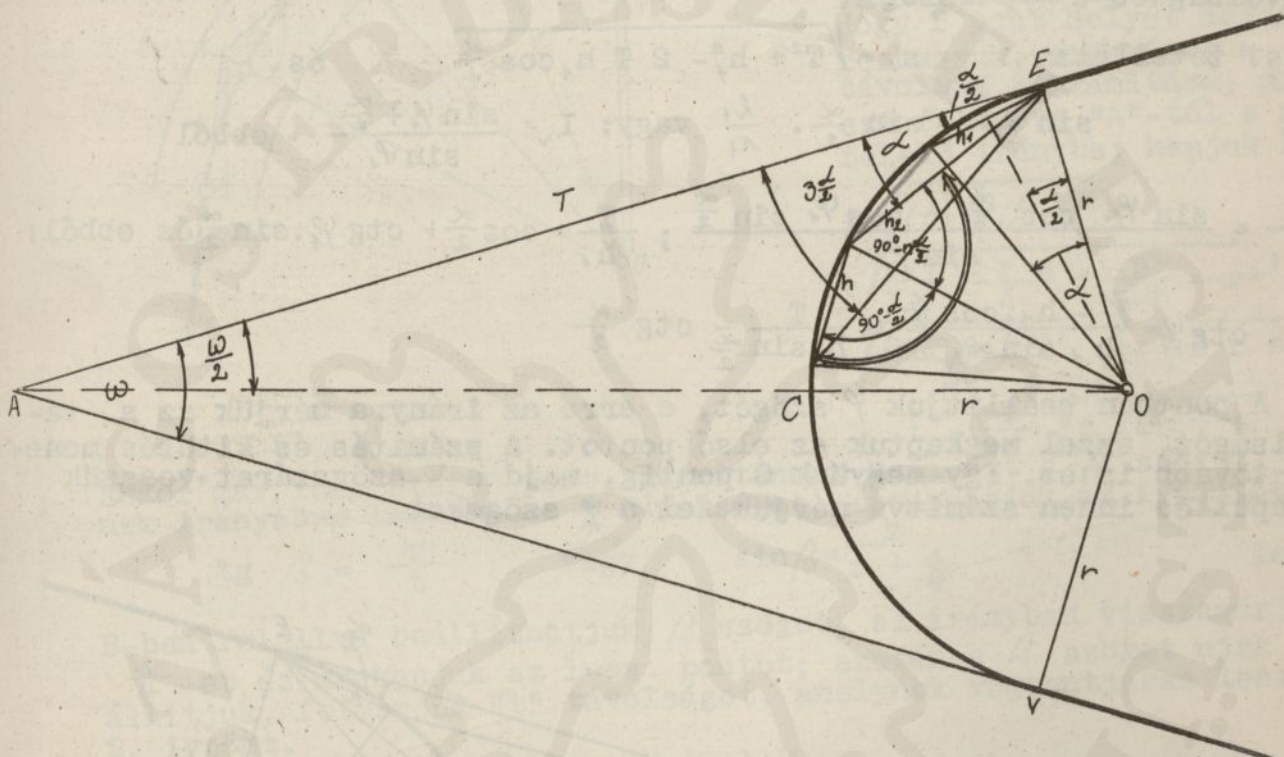
$$y_2 = r \cdot \cos 2\alpha - a$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_n = r \cdot \sin n\alpha$$

$$y_n = r \cdot \cos n\alpha - a$$

Kanyarkitűzés mérőműszerrel.



"r" adva van, ω szöget mérjük, ekkor

$$T = r \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}$$

Ha hurrall akarunk dolgozni, akkor felállhatunk E-ben, C-ben, vagy V-ben. E-ből tűzzük ki C-ig, majd V-ből szintén C-ig. Kedvezőbb azonban, ha C-ben állunk fel és innen tűzzük ki az ívet E-ig illetve V-ig. Ha α van adva, h_1 -et számítjuk:

$$h_1 = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

ha h_1 van adva, akkor α -t keressük.

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{h_1}{2r}$$

Akkor is α -t számítjuk, ha az I ívhossz van adva:

$$\frac{\alpha}{r} \cdot r = I \quad \text{ebből} \quad \alpha = I \frac{p}{r}$$

Műszerünkkel felállunk E-ben, megirányozzuk az A pontot és ehhez kitűzzük az $\frac{\alpha}{2}$ szöget, vagy megirányozzuk a V pontot és ehhez tűzzük ki a $90^\circ - \frac{\omega}{2} + \frac{\alpha}{2}$ szöget, ebben az irányban kimérjük h_1 -et, s megkapjuk az első pontot 1/. Majd beállítjuk a $\frac{2\alpha}{2} = \alpha$ szöget, a mérőszalag egyik végét rögzítjük az 1./ pontban, a h_1 távolságban pedig egy kitűző rudat tartunk a szalaghoz, s azt a kifeszített szalag mellett, tehát h_1 sugaru köríven intjük be a műszer irányzótengelyébe. Itt lesz az új pont, s így haladunk C-ig, majd V-ben felállva szintén C-ig megyünk.

Ha pontosabban akarjuk kitűzni a körívet, akkor számítjuk a hurokat, s azokat a műszertől mérjük fel:

$$h_2 = 2 r \cdot \sin 2 \frac{\alpha}{2}, \quad h_3 = 2 r \cdot \sin 3 \frac{\alpha}{2} \quad \text{stb.}$$

Ha irányzási akadály van, közben, akkor új érintőt veszünk fel, s az érintési pontban állunk fel a műszerrel, Pl. az "n" pontban ki kell tűznünk az E_n és az n, n+1 hurok által közbezárt szöget. Ennek nagysága:

$$90^\circ - n \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 180^\circ - /n + 1/ \frac{\alpha}{2}$$

E szöget kitűzve megkapjuk az első hur irányát, amelyre h₁-et kell mérnünk, hogy a következő pontot kapjuk.

Kitűzhetjük az ivpontokat úgy is, hogy a műszerrel az A pontban állunk fel, mérjük ω szöget, s miután r adott, számítjuk az érintőt: $T = r \cdot \text{ctg} \frac{\omega}{2}$. Ezekután vagy egyenlő szögekkel, vagy egyenlő hurhosszakkal dolgozunk: $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{h_1}{2r}$ s ezután számítható már az s₁ távolság és a φ₁ szög:

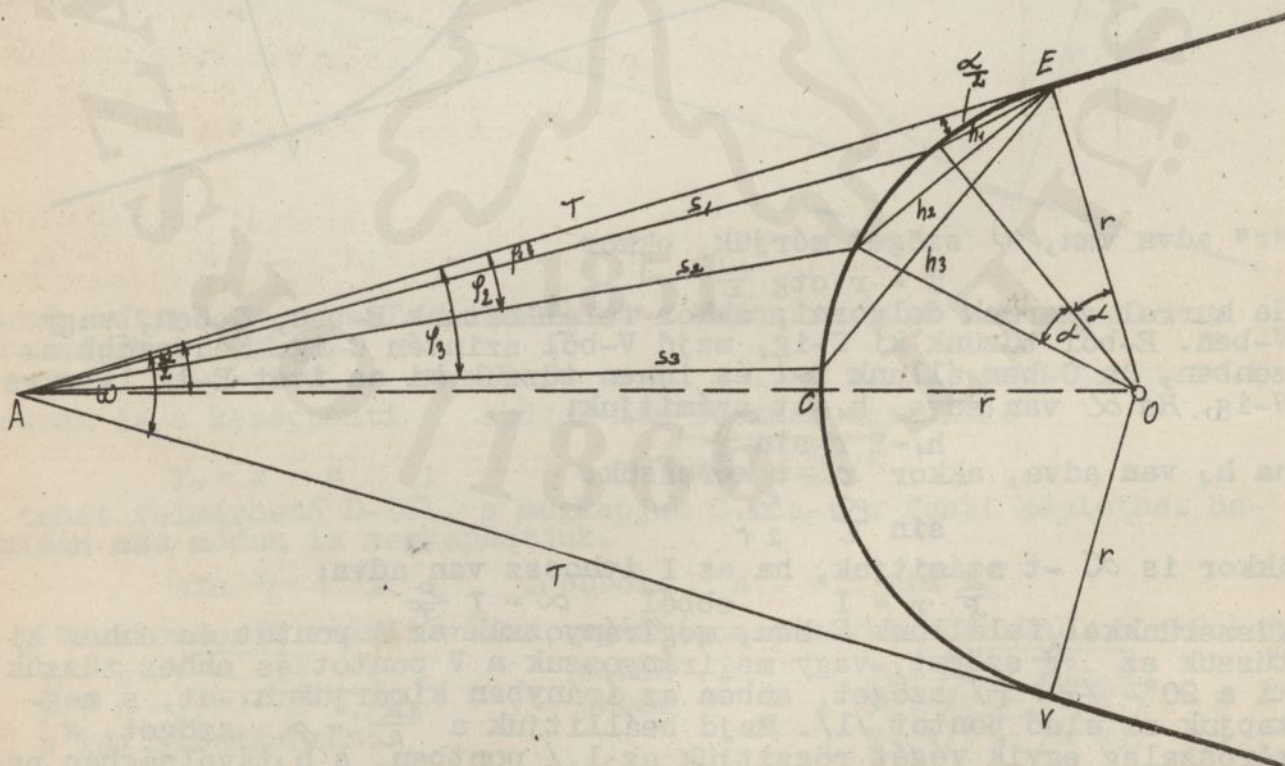
$$\text{cos. tétellel:} \quad s_1 = \sqrt{T^2 + h_1^2 - 2 T h_1 \cos \frac{\alpha}{2}} \quad \text{és}$$

$$\sin \varphi_1 = \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{h_1}{s_1} \quad \text{vagy:} \quad I_n = \frac{\sin(\varphi_1 + \frac{\alpha}{2})}{\sin \varphi_1} \quad \text{ebből}$$

$$\frac{T}{h_1} = \frac{\sin \varphi_1 \cos \frac{\alpha}{2} + \cos \varphi_1 \sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \varphi_1}; \quad \frac{T}{h_1} = \cos \frac{\alpha}{2} + \text{ctg} \varphi_1 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{és ebből:}$$

$$\text{ctg} \varphi_1 = \frac{T - h_1 \cos \frac{\alpha}{2}}{h_1 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{T}{h_1 \sin \frac{\alpha}{2}} - \text{ctg} \frac{\alpha}{2}$$

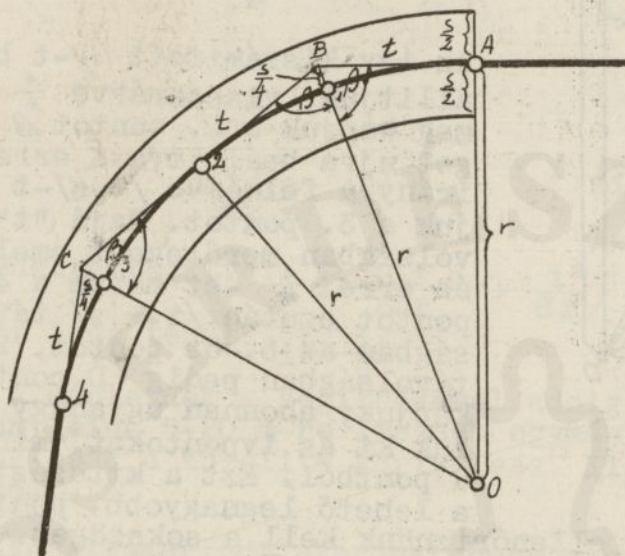
Az A pontban beállítjuk φ szögét, s erre az irányra mérjük az s₁ távolságot, ezzel megkaptuk az első pontot. A számítás és kitűzés menete tovább is ez. Így megyünk C pontig, majd a V szögcsúcsát vesszük alapul és innen számítva mérjük fel a φ szögeket



és haladunk C-ig, ahol össze kell érniük.
A kitűzéshez szükséges adatokat táblázatban is megtaláljuk.

Kanyarkitűzés erősen fedett terepen /alagutban/.

E kitűzéseket csak műszerrel végezhetjük el. Minden esetben erősen kötve vagyunk az alagut "s" szélességéhez. A feladat megoldható érintősokszöggel és metszősokszöggel.



a./ Érintősokszöggel.

A műszerrel először "A" pontban, az alagut szélességének felezőjében, a tengelyvonalban állunk fel, és kitűzzük az érintőt B pontig, amely az alagut szélétől $\frac{s}{4}$ távolságra van s így B-ben még felállhatunk műszerünkkel. Hogy B pont helyét meghatározhassuk, szükséges a "t" távolság kiszámítása, mint ezt felmérve "A"-tól a megfelelő irányba, kapjuk B-t.

$$t = \sqrt{r + \frac{s}{4} - r^2}$$

$$= \sqrt{r^2 + \frac{2rs}{4} + \frac{s^2}{16} - r^2}$$

$$= \sqrt{\frac{8rs + s^2}{16}} = \frac{1}{4} \sqrt{8rs + s^2}$$

$$t = \frac{1}{4} \sqrt{s/8r + s/}$$

Ekkor már ismeretes B pont, számítanunk kell azt a β szöveget, amelynek irányában lemérve az $\frac{s}{4}$ távolságot, kitűzhetjük az ivpontot:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r}{t} \quad \text{vagy} \quad \sin \beta = \frac{r}{r + \frac{s}{4}} \quad \text{Tehát}$$

B-ben felállva beállíthatjuk β szöveget, az irányban visszamérjük $\frac{s}{4}$ -et és megkapjuk az 1-es pontot; ezután a β szöveget újra beállítjuk, felmérjük "t" távolságot, amelynek végpontjában lesz a 2. ivpont.

Ennél az eljárásnál a lehető legnagyobb pontossággal kell dolgozunk és mérés közben is többször kell ellenőriznünk és esetleg helyesbíteniünk az érintősokszöveget, hogy az ivpontokban elcsavarodás ne legyen.

b./ Metszősokszöggel.

Itt hosszabb sokszögoldalakkal dolgozunk és így a hibahalmazódást csökkentjük.

Először a B pontot tűzzük ki, $\frac{s}{4}$ távolságban, majd C irányát, amely párhuzamos az érintő tengelyvonalával, és számítjuk z-t:

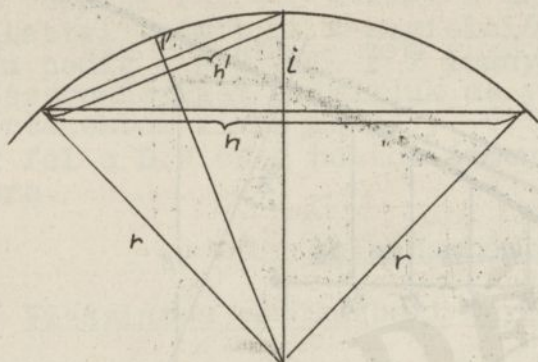
$$z = \sqrt{r^2 - /r - \frac{s}{4}/^2} = \sqrt{r^2 - r^2 + \frac{2rs}{4} - \frac{s^2}{16}}$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{8rs - s^2} = \frac{1}{4} \sqrt{s/8r - s/}$$

ezt felmérjük, s megkapjuk az 1. pontot, de nem ebben állunk fel, hanem "t" számítása és felmérése után C-ben:

$$t = \sqrt{r + \frac{s}{4} - /r - \frac{s}{4}/^2} = \sqrt{r^2 + \frac{2rs}{4} + \frac{s^2}{16} - r^2 + \frac{2rs}{4} - \frac{s^2}{16}} = \sqrt{\frac{4rs}{4}}$$

$$t = \sqrt{rs}$$



Ha újabb pontokat akarunk még közbeiktatni, akkor a következő, még egyszerűbb közelítő képletet kapjuk:

$$i' = \frac{h'^2}{8r}, \text{ de } h'^2 = \frac{h^2}{2} + i^2$$

behelyettesítve:

$$i' = \frac{\frac{h^2}{2} + i^2}{8r} = \frac{h^2}{32r} + \frac{i^2}{8r}$$

mivel $i = \frac{h^2}{8r}$ az előzők szerint

lesz: $h^2 = 8ri$.

Ezt behelyettesítve: $i' = \frac{8ri}{32r} + \frac{i^2}{8r}$, érték igen kicsi nagy r sugar mellett lesz tehát: $i' = \frac{i}{4}$

Ennek a képletnek a segítségével addig folytatjuk a pontsűrítést, míg pontjaink 5-20 m-re lesznek egymástól. Hangsúlyozzuk azonban, hogy ez csak a közelítő körív lesz. Kis "r" sugar mellett nem alkalmazható.

Ha pedig ellenőrizni akarjuk, hogy egy kitűzött ivnél megvan-e a megfelelő sugar, akkor ezt a képletet r-re nézve oldjuk meg: $r = \frac{h^2}{8i}$ s úgy járunk el, hogy megmérjük az ivnek egy hurját és a hozzátartozó ivet, és számítjuk r-et, hogy nem kisebb-e a megengedettnél.

b./ Parabolikus kanyar kitűzése.

Nagyobb sebességű járművek esetében, vagy facsusztatóknál parabolikus íveket tűzünk ki, mert ez az átmenetnél lassabban hajlik el a szögcsáráktól és így a jármű vagy fatörzs ütődés nélkül, simábban fekszik be a kanyarba. Kitűzésnél felveszünk egy tengelyrendszert, amelynek középpontja C pont.

A parabola csúcspontjában, C-ben a görbületi sugar: $r = p$. Ez van megadva, mint minimális sugar, amely tehát egyenlő a parabola paraméterével. A parabola egyenlete:

Az OBE háromszögből: $\tan \frac{\omega}{2} = \frac{y}{x}$, ebből - mert a subnormális egyenlő a paraméterrel az iv első pontjának /E/ y koordinátája:

$$y = \frac{p}{\tan \frac{\omega}{2}} = p \cdot \cotg \frac{\omega}{2}$$

A parabola egyenletéből az x koordináta:

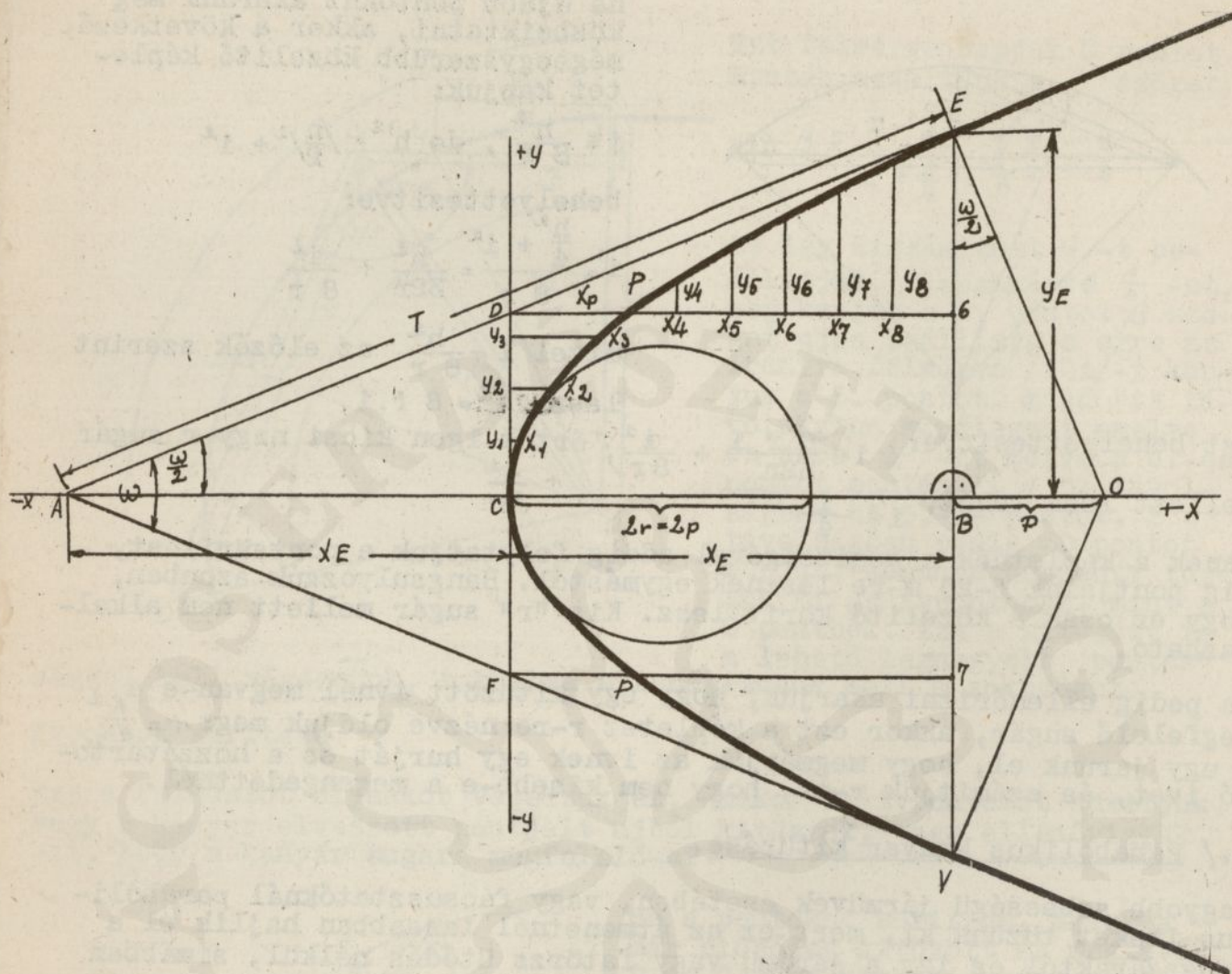
$$x_E = \frac{y_E^2}{2p} = \frac{p^2 \cdot \cotg^2 \frac{\omega}{2}}{2p} = \frac{p}{2} \cdot \cotg^2 \frac{\omega}{2}$$

Számítjuk

azt a T távolságot, amelyre E van A-tól. $\sin \frac{\omega}{2} = \frac{y_E}{T}$ ebből

$T = \frac{y_E}{\sin \frac{\omega}{2}} = y_E \cdot \csc \frac{\omega}{2}$. Ismerve T-t, kitűzhetjük E és V pontokat.

A köztük lévő parabola-hur felezőpontjában B, s ha a szögfelezőre felmérjük a már számított x_E -t, akkor kitűzőruddal megjelölhetjük tengelyrendszerünk C kezdőpontját. Az ábrából: $AC = AB - x_E$; AB -t nem ismerjük



$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{2} = \frac{y_E}{AB} \quad \text{ebből} \quad \overline{AB} = y_E \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2} \quad \text{és így}$$

$$\overline{AC} = y_E \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2} - x_E = p \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2} - x_E = 2x_E - x_E$$

tehát;

amint ezt a matematikából is tudjuk, mert a subtangens egyenlő $2x_E$ -vel. Tehát $\overline{AC} = \overline{CB}$ és így

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AE}}{2} \quad \text{és} \quad \overline{CD} = \frac{\overline{BE}}{2} = \frac{y_E}{2}; \quad \text{így kitűzőrudat}$$

helyezünk a D és F pontba. A $\overline{CD}$ rávolság tulajdonképpen egy y_P összrendező, s a rá merőleges x_P végpontjában van a parabolaív P pontja. Az előbbiekből következik, hogy $y_P = \frac{y_E}{2}$ s $\overline{DF} = y_E$ szolgálhat ellenőrzéssel. A másik összrendező pedig a parabola egyenletéből:

$$x_P = \frac{y_P^2}{2p}; \quad x_P = \frac{y_E^2/4}{2p} = \frac{1}{2p} \cdot \frac{y_E^2}{4} = \frac{y_E^2}{8p}$$

y_E helyébe behelyettesítjük $y_E = p \cdot \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}$ -et

$$x_P = \frac{p^2 \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}}{8p} = \frac{1}{4} \cdot \frac{p}{2} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}$$

s így mivel $\frac{p}{2} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2} = x_E$, $x_P = \frac{x_E}{4}$

Ezt a P pontot is

kitűzőruddal jelöljük meg. A P pontok a váltópontok a kitűzésnél, mert míg P-ig el nem jutunk a pontok kitűzésében, addig az y értékeket vesszük fel 4-5 m-kint a tengelyrendszerben, s az $x = \frac{y^2}{2P}$ képlettel számítjuk a megfelelő x -et. P pont elhagyása után pedig a P 6 ill. P 7 irányon vesszük fel az x értékeket és az y összerendezőket számítjuk az $y = \sqrt{2Px}$ képlet segítségével. Ekkor az y értékekből kivonjuk az y értékét és az így kapott távolságot mérjük fel a D.P és 6 ponton átmenő, s az x tengellyel párhuzamos egyenesre.

A tulajdonképeni mérési eljárások.

a./ Vizszintes vetületbeli mérések.

A vízszintes vetületbeli mérések célja az, hogy a természetben lévő birtokhatárpontokat, utak, vasutak, folyóvizeket, stb., művelési-óg. határvonalakat egy vízszintes lapon, az u.n. térképen egy felvett méretarányszám szerint kisebbítve ábrázoljuk. Ehhez szükséges, hogy ezeknek az u.n. részletpontoknak az egymáshoz való helyzetét mérésekkel megállapítsuk. A sík lap, amelyen ábrázoljuk a pontokat a felveendő terület középpontjában lehet egy érintő-sík, vagy felmet-szett és kiterített hengerpalást, vagy kup-palást. Nálunk, Magyar-országban a kezdőpont a budapesti régi, gellérthegy csillagvizsgáló tornyának az Adriai-tenger szintjébe levetített pontja. A vízszintes vetületbeli mérések két csoportba oszthatók. Az egyik csoportba tartoznak a nagyobb területek felmérései, a másikba pedig a kisebb területek /parcellák/ felvételei.

I. Nagyobb terület felmérése.

500 kat.holdnál nagyobb, vagy ennél kisebb, de értékes területeknél a részletek bemérését mindig meg kell, hogy előzze egy alappont-hálózat pontos meghatározása, mert a részletpontok beméréséből a bennük lévő elkerülhetetlen hibáknál fogva a térképet nem tudnánk megszerkeszteni.

Az alappont-hálózatot a legegyszerűbb idommal, a háromszöggel határozzuk meg. Ezt a mérési eljárást háromszögelésnek hívjuk. A háromszögelésnél mindig a nagyból a kicsibe megyünk: először nagy távolságban lévő pontok egymáshoz viszonyított helyzetét határozzuk meg a lehető legnagyobb pontossággal. Ez az I. rendű háromszögháló. Ennél a pontok 30-40 km távolságban vannak, de előfordul 80-100 km-es távolság is. Ennél az iránymérés középphibája $\pm 0.3''$. Az elsőrendű pontok közé iktatjuk be a II.rendű pontokat, ezeknek egymástól való távolsága 20-30 km. Itt az iránymérés középphibája $\pm 1.5''$ lehet.

A másodrendű pontok közé sűrítjük a III. rendű pontokat, 10-15 km oldalhosszakkal. Ezeknél az iránymérés középphibája $\pm 3''$ lehet.

A harmadrendű hálóba kapcsolódik a IV. rendű háló 3-5 km-es oldalhosszakkal, és ehhez csatlakozik az V. rendű háló 0.5-2 km-es oldalhosszakkal. A IV. és V. rendű hálónál az iránymérés középphibája $\pm 5''$ lehet.

Mivel a gömbförlösség 20 km-es oldalhosszakkal bíró háromszögeknél mintegy $1''$, azért a 20 km-nél kisebb oldalakkal bíró háromszögeknél nem kell gömbháromszögekkel dolgoznunk, így ezek a háromszögelési munkák az alsógeodézia feladatai közé tartoznak.

Az I. és II. rendű hálózat felsőrendű hálózat, vagyis ezeknek a számításánál gömbháromszögekkel kell dolgozni.

A háromszögelt pontokat összekötő háromszögoldaloknak lehetőleg egyenlőknek kell lenniök, tehát a szögek közel 60° -osak. A gyakorlatban ez természetesen keresztülvihetetlen, de egyik szög sem lehet kisebb 30° -nál, vagy nagyobb 150° -nál.

Az elsőrendű hálóban minden pontban fel kell állni és minden szöget meg kell mérni. Fölös méréseink lévén, a háló szögeit a lehető legnagyobb gonddal a Gauss-féle kiegyenlítési eljárással ki kell egyenlítani. Mivel ez teljesen önálló felvétel, azért önnállóháromszögelésnek hívjuk.

Az alsóbbrendű hálópontok mindig egy magasabbrendű hálónak már kiegyenlített pontjaihoz csatlakoznak, méréseinket ezekhez egyenlítjük ki, mert a magasabbrendű mérés eredményeit az alsóbbrendűekhez viszonyítva hiba-menteseknek vesszük. Ezt a háromszögelési eljárást csatlakozó-háromszögelésnek nevezzük.

A IV.-V.-rendű háromszögelést helyettesíthetjük igen gondosan mért, hosszú oldalakkal bíró sokszögmenetekkel. Ezt a mérési eljárást különösen Amerikában szokták alkalmazni. Nálunk a katonai térképészeti intézet süríti ilyen módon a pontokat. Előnye ennek az eljárásnak, hogy fedett terepen sincs szükség költséges gulákra.

A háromszögelt pontok közé sokszögmeneteket fektetünk, amelyeknek oldalhosszai 100 m körül vannak. A sokszögmenet-pontok még mindig nem részletpontok.

A részletpontokat vagy a sokszögoldalokról mérjük derékszögű összrendezőkkal, vagy a sokszögpontból sarkponti összrendezőkkal.

Önálló háromszögelés.

Az önálló háromszögelés külső és belső munkára tagozódik. A külső munka áll:

- 1./ a háromszögelési pontoknak a helyszínén való kiválasztása és megjelölése földalatti és földfeletti jellel.
- 2./ az alapvonal kijelölése, pontjainak állandósítása és bemérése.
- 3./ a szögek mérése, és végül:
- 4./ egy oldal csillagászati délszögének a megmérése.

A külső munkát megelőzi a tervezés /vázrajz készítés/. A tervezést rendszerint katonai térképen végezzük.

A belső munka egyes mozzanatait:

- 1./ a mért szögek kiegyenlítése,
- 2./ az oldalhosszak számítása,
- 3./ a csapásszögek /délszögek/ képzése,
- 4./ az összrendezők számítása és végül,
- 5./ a térkép megszerkesztése.

A tervezésnél a pontokat mindig magasan fekvő, jól kiemelkedő helyeken választjuk ki /hegycsucs, toronycsucs/. Ezeket a pontokat felhasználva, kint elkészítjük a vázrajzot, kis részletezőasztalon, a következőképen:

Kimegyünk a terepre /szemlézés/, felállunk egy hegycsúcson és delejtűvel tájékozunk az asztalt. A kiválasztott pontokat /hegycsucs, toronycsucs/ megirányozzuk távcsöves-, vagy dioptrás vonalzóval és ezeket az irányokat meghuzzuk. Azután elmegyünk az egyik megirányzott pontba, a távolságot lebecsüljük, ott is tájékozunk az asztalt a delejtű segítségével, majd innen is megirányozzuk a látható, és az előbbi pontból megirányzott pontokat. Ha valahol gulára van szükség, azt feljegyezzük. Ezután ennek a vázrajznak az alapján elkészítjük a háromszögelési tervet, lehetőleg egyenlő oldalhosszakkal. Merevítő /egymást keresztező/ oldalakat ritkán alkalmazunk, csak városokban, ahol a pontosságot még fokozni akarjuk. A felsőrendű pontokat nem szokták számozni, hanem a hegycsucs, vagy torony nevét írják rá /pl. Károlymagaslat, Szentmihály-templom, Hubertus, stb./

A pontokat mindig földalatti és földfeletti jellel látjuk el /L. az első részt!/. A földfeletti jel oldalára vagy H.H. /Háromszögelési hivatal/ vagy KP /kataszteri pont/, vagy pedig a pontszáma van ráírva.

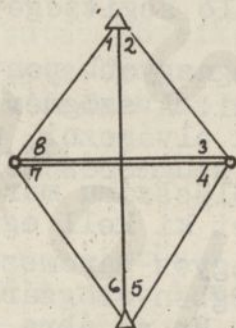
A gulák megirányzására szolgáló toldórudjának fekvését mindig műszerrel állítjuk be, hogy függőleges és pontosan a földalatti jel felett legyen.

A terv elkészítése után jönnek a mérési munkák. Ezeket három csoportra oszthatjuk:

- 1./ a kijelölt alapvonal hosszának a megmérése /bázis-mérés/
- 2./ az összes szögek megmérése és
- 3./ egy iránynak a csillagászati É-D iránnyal bezárt szögének /dél-szögének/ megmérése.

1./ Kedvező, enyhe, egyenletes-hajlású terepen kiválasztjuk a segéd-bázis helyét. Hossza egy háromszög-oldal $1/5-1/6$ -a legyen. Kedvező, ha találunk valamely háromszög-oldalt közelében ilyen hosszú ut-, vagy vasut-szakaszt. A végpontokat föld alatti és föld feletti

△



△

△

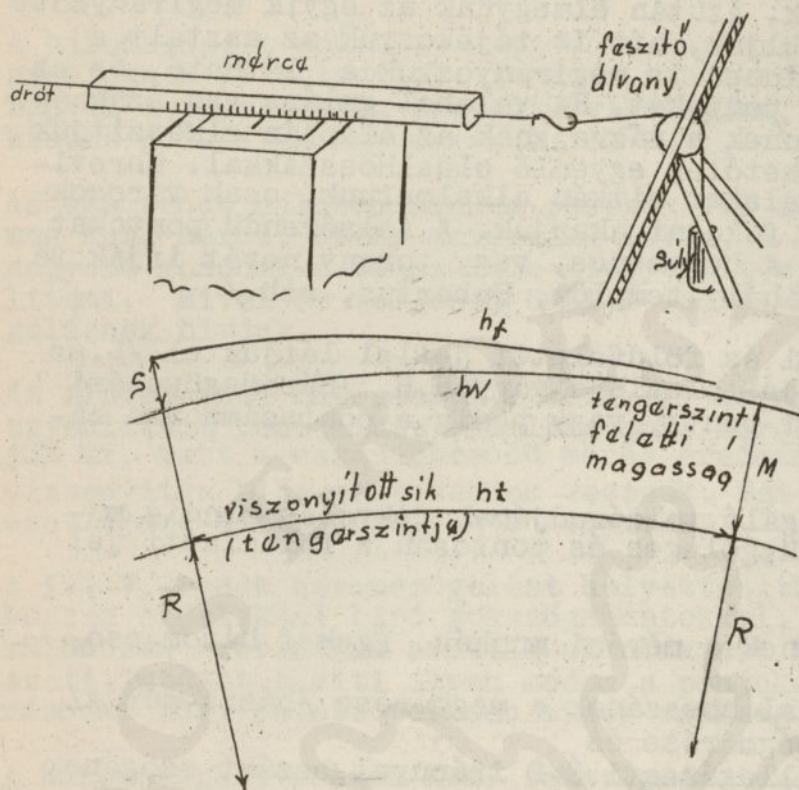
△

△

jelekkel állandósítjuk. Ezután a legnagyobb pontossággal megmérjük a hosszát. Országos háromszögelésnél a hossz középhibája: $1/1,000,000$, kisebb háromszögeléseknél pedig $1/10,000-1/100,000$ -nél nagyobb nem lehet.

Rajzban a bázist mindig kettes vonallal jelöljük. Vasutvonalnál a sinen, országúton az ut tengelyén végezzük a mérést. Ha a terep

hajlása nem egészen egyenletes, akkor fahidrlást készítünk, és ezen végezzük a mérést rudakkal. A mérést oda és vissza legalább hatszor eszközöljük. A mérőrudaknak komaráltaknak kell lenniök. Ha a bázis-mérést invardróttal végzik. Ennél hidrlásra nincs szükség, hanem a sodrony hosszúságának megfelelő távolságokban pillérek, vagy oszlopok vannak elhelyezve, felül egy sárgaréz lappal, amelyen egy indexvonal van. A drót hossza 24, vagy 50 m szokott lenni. Mindkét végén egy-egy 80 mm hosszú, milliméterekre osztott mérce van, az osztások számozása mind a két végén egyező irányu. Ez a lépték az oszlopok



indexén fekszik, s egy időben két mérnök végez leolvasást mind a két végen. A leolvasási értéket ki kell vonni egymásból. Az első leolvasás után a drótot elmozdítják és újból leolvasás. Ezt hatszor ismétlik meg. A drót a leolvasáskor 10 kg-os súlyal van kifeszítve. Közben mérik a drót hőmérsékletét is.

A méréseknél ferde hosszszat kapunk, ezért az oszlopok szintkülönbségét, s-et mérniük kell szintezőműszerrel, s ezzel számítaniuk kell a vízszintes távolságot.

Lesz:

$$h_v = \sqrt{h_f^2 - s^2}$$

Ezt a h_t -t át kell számítaniuk a tengerszintben felvett viszonyított síkba $/h_t/$.

$h : h_v = 6,370.000 : 6.370.000 + M/$
ahol 6,370.000 a Föld sugara $/R/$, M pedig a vízszintesre redukált hosszának a viszonyított síktól való szintkülönbsége $/tengerszint feletti magassága/$.

$$h_t = h_v \cdot \frac{R}{R+M}$$

Igy megkaptuk a bázisvonal hosszát a tengerszintben. Ebből számíthatjuk a háromszög oldalát a bázisfejlesztő háló segítségével.

A bázisfejlesztő hálóban minden szöget a legnagyobb pontossággal kell megmérni. A szögmérést 12-szer szokták elvégezni, úgy, amint azt a háló szögmérésénél látni fogjuk. Fölösszamu mérésünk lévén a szögeket ki kell egyenlitenünk.

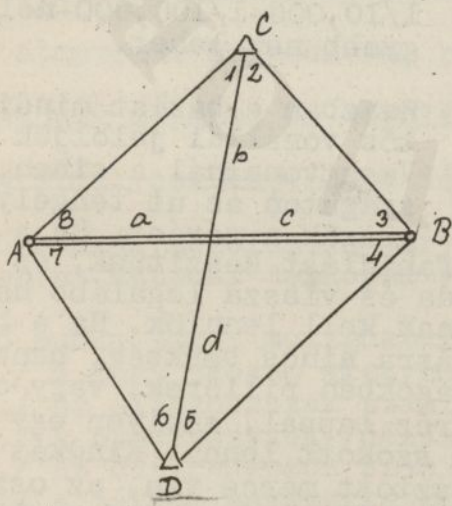
Mindenegyed háromszögben és a négyszögben szögzárlatnak kell lennie. Ha az ábra szerinti hálóban három háromszögben szögzárlat van, akkor a negyedik háromszögben és a négyszögben is annak kell lennie. Ezért a négyszögre nem írunk fel feltételi egyenletet, mert ez következménye a már felírt három feltételi egyenletnek.

A feltételi egyenletek lesznek:

$$1 + 2 + 3 + 8 - 180^\circ = 0$$

$$2 + 3 + 4 + 5 - 180^\circ = 0$$

$$4 + 5 + 6 + 7 - 180^\circ = 0$$



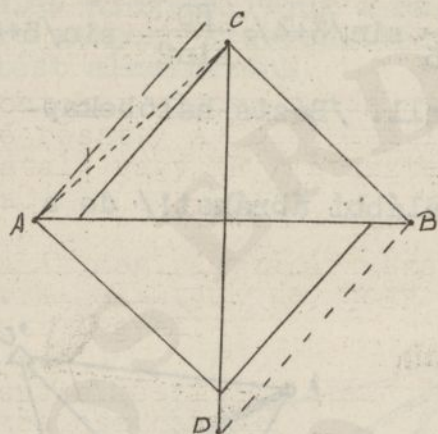
/Az 1, 2, 3 ... stb. az egyes szögek jelei/. Mivel méréseink hibával vannak terhelve, az összeg nem egyenlő 0-val, hanem ℓ hibával /ellenmondással/ lesznek terhelve. Ez a hiba legfeljebb 1"-2" lehet. Tehát:

$$1 + 2 + 3 + 8 = 180^\circ = \emptyset = \ell_1$$

$$2 + 3 + 4 + 5 = 180^\circ = \emptyset = \ell_2$$

$$4 + 5 + 6 + 7 = 180^\circ = \emptyset = \ell_3$$

További feltétel, hogy az oldalegyenletek zárjanak, vagyis az, hogy ha bármilyen úton haladva számítjuk is a megmért AB-ből a CD-t, mindig ugyanazt az eredményt kapjuk. Ha szögzárlatunk van is, az



még nem biztosít arról, hogy a CD-re ugyanazt nyerjük mindkét irányból számítva, amint azt a tuloldali ábrán láthatjuk. Ebben az esetben is minden háromszög szögösszege 180° , a négyszög szögösszege pedig 360° . Mindamellet a CDB háromszög csak úgy jön létre, ha az egyik oldalát önmagával párhuzamosan a pontosított jelölt helyzetbe toljuk el. /a szögek összege egy-egy háromszögön belül közben nem változnak!/. A sokszög szögzárlata viszont nem változik, ha a mért A/C irány helyett a pontosított AC-t vesszük, mert amennyivel növeljük a C-nél lévő szö-

get, ugyanannyival csökkentjük az A-nál lévő szöget. Tehát a feltételi egyenletek közé fel kell venni az oldal-összefüggéseket is, a sin. tétel alapján:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin 1}{\sin 8}; \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin 3}{\sin 2}; \quad \frac{c}{d} = \frac{\sin 5}{\sin 4}; \quad \frac{d}{a} = \frac{\sin 7}{\sin 6}$$

Ezeket az egyenleteket összeszorozva és az egyszerűítéseket elvégezve kapjuk az összetett sin. tételt, vagyis az oldalegyenletet:

$$1 = \frac{\sin 1 \times \sin 3 \times \sin 5 \times \sin 7}{\sin 2 \times \sin 4 \times \sin 6 \times \sin 8}$$

vagyis az egymásután következő háromszögekben az előremenő szögek sinusainak szorzata osztva az elmaradó szögek sinusainak szorzatával egyenlő kell legyen az egységgel. Logaritmálva az oldalegyenletet, lesz:

$$\log \sin 1 + \log \sin 3 + \log \sin 5 + \log \sin 7 - \log \sin 2 - \log \sin 4 - \log \sin 6 - \log \sin 8 = 0$$

Mivel azonban a mért szögek hibával terhelve, a sinusok összege nem lesz egyenlő 0-val, hanem ℓ_4 ellenmondást fogjuk kapni.

Jelöljük az egyes szögek javítását $v_1, v_2, v_3, \dots$ -vel, akkor felírhatjuk a javítási egyenleteket:

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_8 + \ell_1 = 0$$

$$v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + \ell_2 = 0$$

$$v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + \ell_3 = 0$$

$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + a_4 v_4 + a_5 v_5 + a_6 v_6 + a_7 v_7 + a_8 v_8 + \ell_4 = 0$ ahol $a_1, a_2, a_3, \dots$ stb. a logaritmustáblában található 1"-re eső változás /portes proportionales pp./ Ez a változás 90° -ig +/-, annál nagyobb szögeknél +/- előjeli.

Ebből a négy egyenletből számítanunk kell a négy korrelánst, amint azt az I. részben a kiegyenlítőszámításnál láttuk /szigorú kiegyenlítés!/.

Ellenőrzés: a javított értékeknek ki kell elégíteniök a feltételi egyenleteket.

Ezután következik az oldalhosszak számítása. Az $\overline{AB}$ oldalt pontosan megmértük, tehát ismerjük a hosszát. Sinus-tétellel:

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AB}}{\sin/1+2/} \cdot \sin 3 ;$$

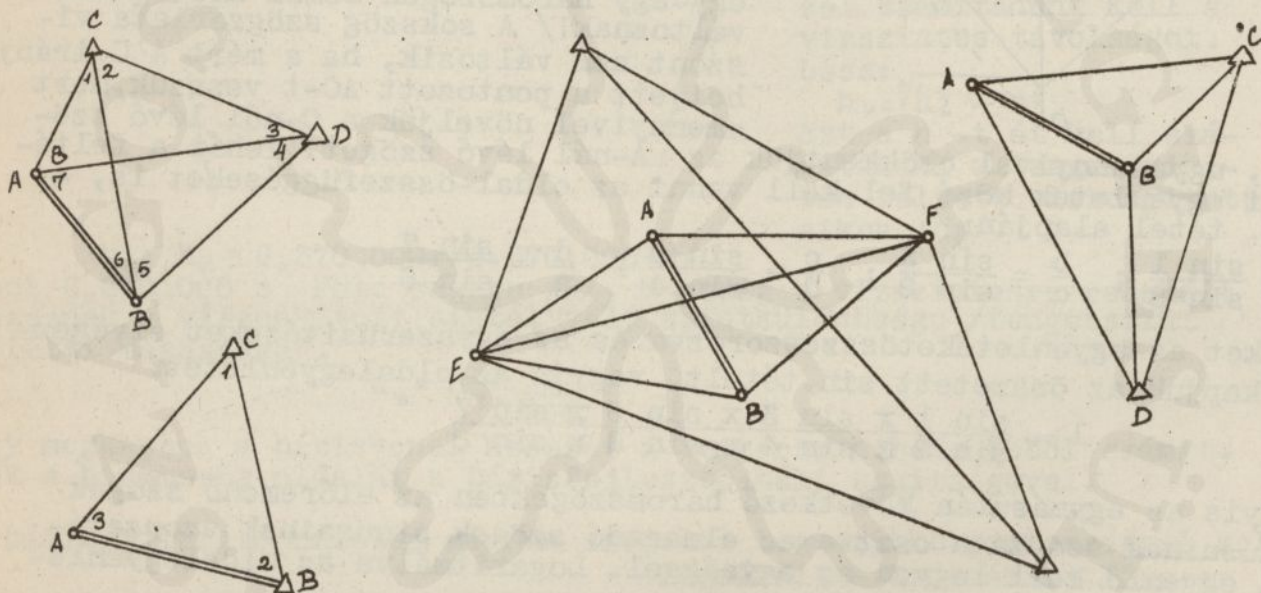
$$\overline{CD} = \frac{\overline{AB}}{\sin/1+2/} \cdot \sin 8$$

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AB}}{\sin/5+6/} \cdot \sin 4 ;$$

$$\overline{BD} = \frac{\overline{AB}}{\sin/5+6/} \cdot \sin 7$$

$$\overline{CD} = \frac{\overline{AC}}{\sin 6} \cdot \sin/7+8/ = \frac{\overline{AD}}{\sin 1} \cdot \sin/7+8/ = \frac{\overline{BC}}{\sin 5} \cdot \sin/3+4/ = \frac{\overline{BD}}{\sin 2} \cdot \sin/3+4/$$

Ez utóbbi négy értéknek teljesen egyeznie kell. /Bázis hálóbekapcsolásra kidolgozott példa a kötet végén!/
A bázishálónak lehet más alakja is, /l. az alábbi ábrákat!/
de a kiegyenlítés eljárása ugyanaz marad.



Ha a háromszögekben igen hegyes szögek lennének, összetett bázisfejlesztő-hálózatot alkalmazunk és a hegyesszögeket többször mérjük.

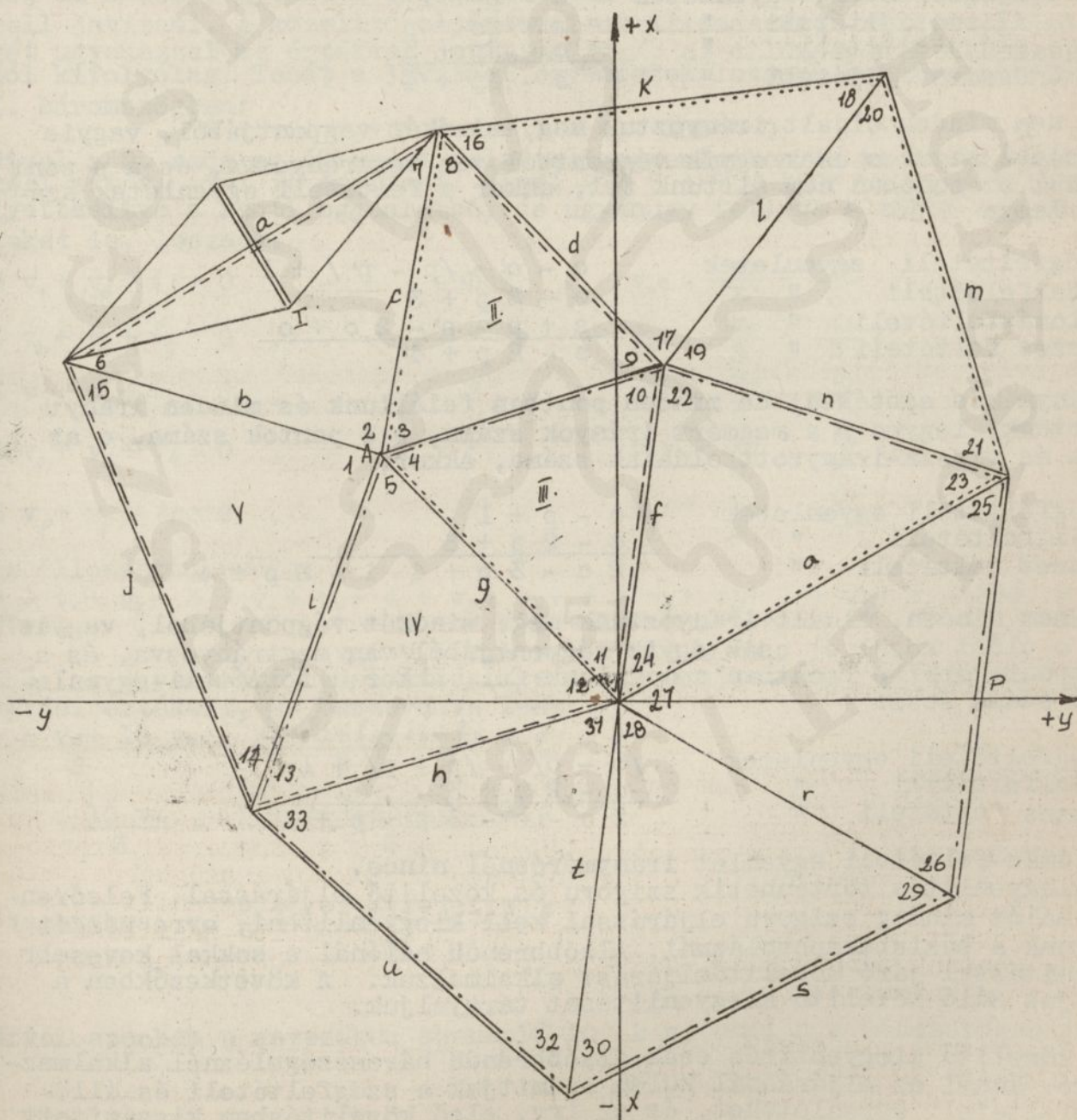
2./ A háromszögháló egyik oldalhosszának meghatározása után megmérjük az összes szögeket, mégpedig I. rendű hálózatban 12-szer, II. rendű hálóban 6-szor, III.-IV. rendű hálózatban pedig 4-szer. A szögek meghatározása vagy szögméréssel, vagy irányméréssel történik. Ha kisebb műszer áll csak rendelkezésünkre, akkor a szögmérést szorzószögméréssel végezzük. Elsőrendű országos hálóknál a szögmérést minden kombinációban végzik /Schreiber féle eljárás: kiegyenlítésére kidolgozott példa van az első kötetben, a kiegyenlítő-számításnál./ Ha a pontunk toronycsucs, gyárkémény, stb., akkor külpontos szögmérést alkalmazunk /l. az I. részben./

Szögmérésnél mindenegyik pontba elmegyünk és az élesen látott pontokat megirányozzuk. Nagy távolságban lévő pontok megirányozásánál, ha nappal végezzük a mérést és 10 km-nél nagyobb a távolság, akkor az irányzott pontban egy heliotropot helyezünk el. Ez egy deszkalapra szerelt kis távcső, és két tükörből áll. A két tükör segítségével

a Nap fényét a távcsővel párhuzamos irányban vetítjük, a távcsővel pedig beállítjuk a fény irányát az észlelési pont felé. Ha a méréseket éjjel végezzük, akkor az irányzott pontba villany, vagy acetylén lámpát helyezünk el, amelynek fényét egy parabólikus tükörrel vetítjük az észlelési pont felé.

Iránymérésnél sorozatot /gyrust/ mérünk. A sorozatmérésnél először az óramutató járásával egyező irányban, majd áthajtott távcsővel ellenkező irányban végezzük a mérést, hogy a gulának a nap melegítőhatása következtében előálló elcsavarodásából származó hibákat kiejtsük.

Ezután kiegyenlítjük a hálót. Magasabbrendű hálónál mindig a Gauss féle szigorú-kiegyenlítést alacsonyabbrendű hálónál közelítő-kiegyenlítést alkalmazunk.



Legyenek 1,2,3 ... stb. a szögek, a,b,c ... stb. pedig az oldalhosszak.

Ha az egész hálózatot egyszerre egyenlitenénk, sok korreláns kellené. Ezért részletekben végezzük a kiegyenlítést. Kiválasztjuk pl. először a szaggatott /-----/ vonallal jelzett hálórészt, és önállóan egyenlítjük ki. A feltételi egyenleteket felírjuk először minden háromszögre /szög-feltételi egyenletek/, azután felírjuk az állomás-feltételi-egyenletet és végül az oldal-feltételi-egyenleteket.

A felírható feltételi egyenleteknek egymástól független egyenleteknek kell lenniök, tehát egyik sem lehet következménye egy már felírt egyenletnek. A felírható egyenletek száma számítható az alábbi egyenletekkel.

Szögmérés esetében, ha minden pontban minden szöget mértünk és a megmért szögek számát s-el, a pontok számát p-vel, és az oldalak számát o-val jelöljük:

$$\begin{array}{lll} \text{szögfeltételi egyenletek} & = & o - p + 1 \\ \text{állomásfeltételi} & " & = s - 2o + p \\ \text{oldal-feltételi} & " & = o - 2p + 3 \\ \text{összes feltételi} & " & = s - 2p + 4 \end{array}$$

Ha nem minden oldalt irányoztuk meg, mindkét végpontjából, vagyis o oldal közül o' csak egyik végpontból van megirányozva, és a p pont közül p' pontban nem álltunk fel, akkor a feltételi egyenletek száma lesz:

$$\begin{array}{lll} \text{szögfeltételi egyenletek} & o - o' - /p - p' / + 1 \\ \text{oldal-feltételi} & " & o - 2p + 3 \\ \text{állomásfeltételi} & " & s + p - p' - 2o + o' \\ \text{összes feltételi} & " & s - 2p + 4 \end{array}$$

Iránymérés esetében, ha minden pontban felállunk és minden irányt mértünk, legyen i a megmért irányok száma, p a pontok száma, o az oda és vissza-irányozott oldalak száma, akkor:

$$\begin{array}{lll} \text{szögfeltételi egyenletek} & = & o - p + 1 \\ \text{oldal-feltételi} & " & = o - 2p + 3 \\ \text{Összes feltételi} & " & = 2o - 3p + 4 - i - 3p + 4 \end{array}$$

Ha nem minden, oldalt irányoztuk meg, mindkét végpontjából, vagyis az o oldal közül o' csak egyik végpontjából van megirányozva, és a p pont közül p' pontban nem állunk fel, akkor a feltételi-egyenletek száma lesz:

$$\begin{array}{lll} \text{szögfeltételi egyenletek} & /o - o' / - /p - p' / + 1 \\ \text{oldal-feltételi} & " & o - 2p + 3 \\ \text{összes feltételi} & " & 2o - o' - 3p + p' + 4 \end{array}$$

Állomás-feltételi egyenlet iránymérésnél nincs.

A kiegyenlítés történhetik szigorú és közelítő eljárással. Felsőrendű hálót mindig szigorú eljárással kell kiegyenliteni, erre példát látunk a bázisbekapcsolásnál. Alsóbbrendű hálónál a sokkal kevesebb számításra járó közelítőeljárást alkalmazzuk. A következőkben a teljes háló közelítő kiegyenlítését tárgyaljuk.

A közelítő kiegyenlítés csak alsóbbrendű háromszögelésnél alkalmazható. Ennél az eljárásnál külön számítjuk a szögfeltételi és állomásfeltételi egyenleteket, és az így, első közelítésben kiszámított szögekkel megyünk az oldal-feltételi egyenletek számításához. Az előb-

biekben látott eljárás útján kapjuk l_1, l_2, l_3, l_4, l_5 ellentmondásokat a háromszögekre vonatkozólag és még l_6 -ot, az állomásegyenletből. Ugyanis az állomásponthoz /A/ a szögek összegének 360° -nak kellene lennie. Mivel méréseink hibával terhelték, nem lesz 360° , hanem egy l_6 ellentmondást kapunk, vagyis:

$$2 + 6 + 7 - 180^\circ = l_1$$

$$3 + 8 + 9 - 180^\circ = l_2$$

$$4 + 10 + 11 - 180^\circ = l_3$$

$$5 + 12 + 13 - 180^\circ = l_4$$

$$1 + 14 + 15 - 180^\circ = l_5$$

és

$$2 + 3 + 4 + 5 + 1 - 360^\circ = l_6$$

Most nézzük a javítási egyenleteket: az egy háromszögben lévő szögeket ugyanazzal az értékkel javítjuk /Pl. az I. háromszögben javítás esik egy szögére, tehát a három szögre $3 v_1$. A II-ben v_2 javítás esik egy szögére, tehát a három szögére $3 v_2$ stb./ Ezenkívül a háromszögben azt a szöget, amelyik az állomásfeltételi egyenletben szerepel, még az állomásegyenleti ellenmondásból származó javítási értékkel is kell javítani. A közelítő eljárásnál az állomásponthoz valamennyi szöget ugyanazzal az értékkel javítjuk / v_6 /, az állomásponthoz ellenmondásból kifolyólag. Tehát a javítási egyenletek lesznek az ábra szerinti I. háromszögben:

$$2 + v_1 + v_6 + 6 + v_1 + 7 + v_1 - 180^\circ = 0$$

Mivel a 2. szög az állomásfeltételi egyenletben is szerepel, azért kell azt v_6 -tal is javítani. Mivel $2 + 6 + 7 - 180^\circ = l_1$, azt behelyettesítve a fenti egyenletbe, és ugyanugy felírva a többi egyenleteket is, lesznek:

$3 v_1 + v_6 + l_1 = 0$	, ebből	$v_1 = -\frac{v_6}{3} - \frac{l_1}{3}$
$3 v_2 + v_6 + l_2 = 0$	, "	$v_2 = -\frac{v_6}{3} - \frac{l_2}{3}$
$3 v_3 + v_6 + l_3 = 0$	, "	$v_3 = -\frac{v_6}{3} - \frac{l_3}{3}$
$3 v_4 + v_6 + l_4 = 0$	, "	$v_4 = -\frac{v_6}{3} - \frac{l_4}{3}$
$3 v_5 + v_6 + l_5 = 0$	, "	$v_5 = -\frac{v_6}{3} - \frac{l_5}{3}$

Az állomásban pedig:

$$2 + v_1 + v_6 + 3 + v_2 + v_6 + 4 + v_3 + v_6 + 5 + v_4 + v_6 + 1 + v_5 + v_6 - 360^\circ = 0$$

Mivel $2 + 3 + 4 + 5 + 1 - 360^\circ = l_6$ lesz

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + 5 v_6 + l_6 = 0$$

Ebbe az egyenletbe behelyettesítve a háromszögek fent kifejezett javítási értékeit, és összevonva lesz:

$$-5 v_6 + 15 v_6 - \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5}{3} + l_6 = 0$$

$$\frac{10 v_6}{3} = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 - 3 l_6}{3}$$

$$\text{Összevonva: } v_6 = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 - 3 l_6}{10}$$

Mivel azonban a nevezőben szereplő $10 = 2n$, ahol n a háromszögek száma:

$$v_6 = \frac{l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5 - 3 l_6}{2 n}$$

A v_6 érték kiszámítása után ezzel számítjuk az egyes háromszögekre eső javítási értékeket: $v_1, v_2, v_3 \dots$ stb.

Pl. az I. háromszögben mértük a 2, 6 és 7 szögeket. Ezeknek javított értékei lesznek:

$2' = 2 + v_1 + v_6$; $6' = 6 + v_1$; $7' = 7 + v_1$
Előfordulhat, hogy $3v_1 + v_6$ nem lesz egyenlő l_1 -el, az elhagyott tizedesekből származó kikerekítési hibák miatt.

Pl. $v_1 = +1.4$, $v_6 = -1.8$, $l_1 = -2.5$
Ilyenkor, ha egy tizedessel dolgozunk, az egyik szög javítását $+1.5$ -nek vesszük és így lesz:

$1.4 + 1.4 + 1.5 - 1.8 = 2.5$
A szögek kiigazítása után felírjuk az oldalfeltételi egyenletet a már kiigazított szögekkel:

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin 7}{\sin 6}; \frac{c}{e} = \frac{\sin 9}{\sin 8}; \frac{e}{g} = \frac{\sin 11}{\sin 10}; \frac{g}{i} = \frac{\sin 13}{\sin 12}; \frac{i}{b} = \frac{\sin 15}{\sin 14}$$

$$\text{összeszorozva: } \frac{\sin 7 \cdot \sin 9 \cdot \sin 11 \cdot \sin 13 \cdot \sin 15}{\sin 6 \cdot \sin 8 \cdot \sin 10 \cdot \sin 12 \cdot \sin 14} = 1$$

vagyis a háromszögekben az előremenő szögek sinusainak szorzata az elmaradó szögek sinusainak szorzatával osztva egyenlő az egységgel. Ezt logaritmálva lesz:

$$\log \sin 7 + \log \sin 9 + \log \sin 11 + \log \sin 13 + \log \sin 15 - \log \sin 6 - \log \sin 8 - \log \sin 10 - \log \sin 12 - \log \sin 14 = 0$$

A gyakorlatban nem lesz 0-vak egyenlő, hanem itt is fog jelentkezni egy l_7 ellenmondás az elkerülhetetlen mérési hibák miatt. A számítást táblázatban végezzük. A logaritmusok értéke mellé kiírjuk a táblázatból az 1"-re eső változásokat; ügyelünk azonban arra, hogy ha a szög 90° -nál nagyobb, akkor a változást negatív előjellel vesszük, mert a sinus értéke 90° -on túl a szög növekedésével csökken, tehát az egységre-eső változás negatív előjeli.

A szög jelöl.	A számláló logaritmusa	Partes propor. tional. 1"-re	A szög jelöl.	A nevező logaritmusa	Partes propor. tional. 1"-re
7			6		
9			8		
11			10		
13			12		
15			14		
	[log. számláló]	sz[pp]		[log. nevező]	n[pp]

$$\frac{[\log. \text{számláló}]}{[\log. \text{nevező}]} = \frac{\text{sz}[p \ p]}{+ n[pp]} = \frac{l_7}{[p \ p]}$$

Az ellenmondást osztva úgy a számláló, mint a nevező szögei egységre eső változásainak az összegével, adja a javítási értéket, mivel azonban a háromszögekben a szögzárlat már megvan, amennyivel csökkentjük ugyanabban a háromszögben az egyik szöget, ugyanannyival kell növelnünk a másik szöget. Lesz tehát:

$$\frac{l_7}{[p \ p]} = v_7$$

Ha $l_7/-$ akkor a nevezőben lévő szögek értékeiből le kell vonni a v_7 -et, a számláló értékeihez pedig hozzá kell adni. A v_7 -tel javított szögeket helyettesítve az oldalegyenletbe, azoknak azt ki kell elégíteniük.

A következő hálóban /az ábrán pontozottan van jelölve/ a II. és III. háromszög szögei már ki vannak egyenlítve, azért ezekhez már nem nyulhatunk. Az ellentmondásokat csak a másik három háromszögben írjuk fel:

$$\begin{aligned} 16 + 17 + 18 - 180^\circ &= l_8 \\ 19 + 20 + 21 - 180^\circ &= l_9 \\ 22 + 23 + 24 - 180^\circ &= l_{10} \end{aligned}$$

Az állomásfeltételi egyenlet:

$$17 + 19 + 22 + [9 + 10 - 360^\circ] = l_{11}$$

Az oldalfeltételi egyenlet pedig:

$$\frac{\sin 18. \sin 21. \sin 24.}{\sin 16. \sin 20. \sin 23.} \cdot \frac{\sin 4. \sin 8.}{\sin 11. \sin 3.} = 1$$

A második tényezőt már nem szabad változtatunk, ezért így írhatjuk fel az oldalfeltételi egyenletet:

$$\frac{\sin 18. \sin 21. \sin 24.}{\sin 16. \sin 20. \sin 23.} = \frac{\sin 11. \sin 3.}{\sin 4. \sin 8.}$$

Logaritmálva és a jobboldali tagokat áthozva lesz:

$$\log \sin 18 + \log \sin 21 + \log \sin 24 - \log \sin 16 - \log \sin 20 - \log \sin 23 - \log \sin 11 + \log \sin 3 - \log \sin 4 - \log \sin 8 = l_{12}$$

Szigoru kiegyenlítésnél a javítási egyenletek lesznek:

$$\begin{aligned} v_{16} + v_{17} + v_{18} + l_8 &= 0 \\ v_{19} + v_{20} + v_{21} + l_9 &= 0 \\ v_{22} + v_{23} + v_{24} + l_{10} &= 0 \\ v_{17} + v_{19} + v_{22} + l_{11} &= 0 \end{aligned}$$

$a_{18} v_{18} + a_{21} v_{21} + a_{24} v_{24} - a_{16} v_{16} - a_{20} v_{20} - a_{23} v_{23} + l_{12} = 0$, ahol az "a" értéke az illető szög logaritmus sinusának az 1 másodpercre eső változása.

A közelítő eljárásnál minden háromszögben mind a három szögre egyenlő javítást írunk fel és a számítást épp úgy végezzük, mint azt az előzőekben láttuk.

$$3 v_8 + v_{11} + l_8 = 0$$

$$v_8 = -\frac{v_{11}}{3} - \frac{l_8}{3}$$

$$3 v_9 + v_{11} + l_9 = 0$$

$$v_9 = -\frac{v_{11}}{3} - \frac{l_9}{3}$$

$$3 v_{10} + v_{11} + l_{10} = 0$$

$$v_{10} = -\frac{v_{11}}{3} - \frac{l_{10}}{3}$$

$$3 v_{11} + v_8 + v_9 + v_{10} + l_{11} = 0$$

Behelyettesítve a javítások kifejezett értékeit:

$$\frac{9 v_{11} - 3 v_{11}}{3} = \frac{l_8 + l_9 + l_{10} - 3 l_{11}}{3}$$

innen

$$v_{11} = \frac{l_8 + l_9 + l_{10} - 3 l_{11}}{6}$$

A nevezőben lévő $6 = 2 n$, ahol n a háromszögek száma. Az oldalfeltételi egyenleteket külön egyenlítjük ki.

A szög jele.	A számláló logaritmus	PP 1"-r _q	A szög jele	A nevező logaritmus	PP 1"-r _q	A szög jele	A számláló logaritmus	A szög jele	A nevező logaritmus
18			16			11		4	
21			20			3		8	
24			23						
	[Log. számláló]	[sz pp]		[log. nevező]	[pp]		[log. száml.]		[log. nevező]

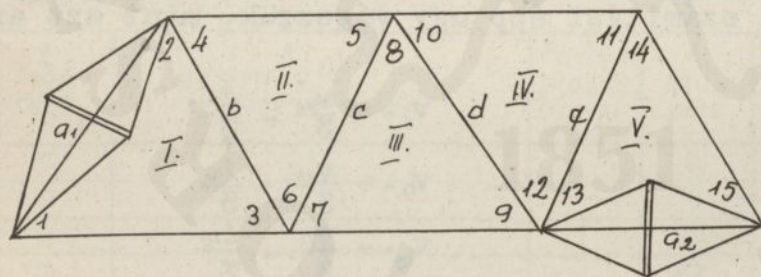
$$\frac{[\log. \text{ számláló}] - [\log. \text{ nevező}]}{\log t} = \frac{[p p] sz + [p p] n}{[p p]} = \frac{[\log. \text{ számláló}] - [\log. \text{ nevező}]}{\log u}$$

$$\log t - \log u = l_{12}$$

$$\frac{l_{12}}{[p p]} = v_{12}$$

Ezzel az értékkel javítjuk a számlálót és a nevezőt, ugyanugy, mint az előzőekben. Ugyanigy egyenlitjük ki a harmadik stb. hálórészt is.

Teljes hálót a gyakorlatban csak kisebb területeknél használnak. Országos földmérésnél mivel az egész ország egész hálózatát egyszerre bemérni és számítani igen nagy munka volna, azért az ország területén először körbe egy lánchálót fektetnek, ezt egyenlitik ki, majd ezek közé merevítő lánc hálókat fektetnek s ezt folytatják mindaddig, amíg az egész ország területe be nincs hálózva háromszögelt pontokkal.



A láncháló kiegyenlítése.

A láncháló egymásmellé sorakozó háromszögekből áll. A lánchálónál úgy a háló elején, mint a végén, tehát két helyen kell alapvonalat mérni /lásd az ábrát!/, hogy az oldalfeltételi egyenleteket is fel lehessen

írni.

Az ellenmondások:

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 &= 180^\circ = l_1 \\ 4 + 5 + 6 &= 180^\circ = l_2 \\ 7 + 8 + 9 &= 180^\circ = l_3 \\ 10 + 11 + 12 &= 180^\circ = l_4 \\ 13 + 14 + 15 &= 180^\circ = l_5 \end{aligned}$$

Ezek a feltételi egyenletek a háromszögekre. A sokszögre nem szabad felírni feltételi egyenletet, mert ha a háromszögek zárnak, a sokszög is zár, tehát ez az egyenlet következménye a már felírt egyenleteknek. Állomásfeltételi egyenletet csak akkor írhatunk fel, ha a pontjainkban külön is és együtt is mértük a szögeket, pl. külön mértük volna a 2 és a 4 szögeket és együtt is a /2+4/ szöget.

Az oldalfeltételi egyenlet lesz:

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin 3}{\sin 1} ; \frac{b}{c} = \frac{\sin 5}{\sin 4} ; \frac{c}{d} = \frac{\sin 9}{\sin 7} ; \frac{d}{e} = \frac{\sin 11}{\sin 10} ; \frac{e}{a_2} = \frac{\sin 15}{\sin 14}$$

Ezeket összeszorozva lesz:

$$\frac{\sin 3 \cdot \sin 5 \cdot \sin 9 \cdot \sin 11 \cdot \sin 15}{\sin 1 \cdot \sin 4 \cdot \sin 7 \cdot \sin 10 \cdot \sin 14} = \frac{a}{a_2} = u$$

mert a_1 és a_2 ismert értékek.

log. sin. Számláló-log.sin. Nevező-log $u = \emptyset = l_6$ Most, már ugyan-
 ugy megy a kiegyenlítés, mint a teljes hálónál. Alkalmazhatjuk a
 szigorú vagy a közelítő kiegyenlítést.

A szögek kiegyenlítése után következik az oldalak hosszának számi-
 tása. /L. a teljes háló ábráját/.

$$b = \frac{a}{\sin 2} \cdot \sin 7 ; c = \frac{a}{\sin 2} \cdot \sin 6 ; d = \frac{c}{\sin 9} \cdot \sin 3$$

$$e = \frac{c}{\sin 9} \cdot \sin 8 ; f = \frac{e}{\sin 11} \cdot \sin 4 ; g = \frac{e}{\sin 11} \cdot \sin 10$$

$$h = \frac{g}{\sin 13} \cdot \sin 5 ; i = \frac{g}{\sin 13} \cdot \sin 12 ; j = \frac{1}{\sin 15} \cdot \sin 1$$

$$b = \frac{1}{\sin 15} \cdot \sin 14$$

A b-re kapott két értéknek egyeznie kell, mert a szögeket már ki-
 egyenlítettük. Ugyanigy számítjuk a többi pont körül is az oldal-
 hosszakat.

3./ Ezután tengelyrendszert kell felvenni, hogy a pontok helyét
 összrendezőkkal meghatározhassuk. A tengelyrendszer kezdőpontját
 rendszerint a háló közepetáján vesszük fel.

Magyarországon a tengelyrendszer közepe a régi gellérthegyi csillag-
 vizsgáló tornyával esik egybe. Ez a torony a valóságban ma már nincs
 meg.

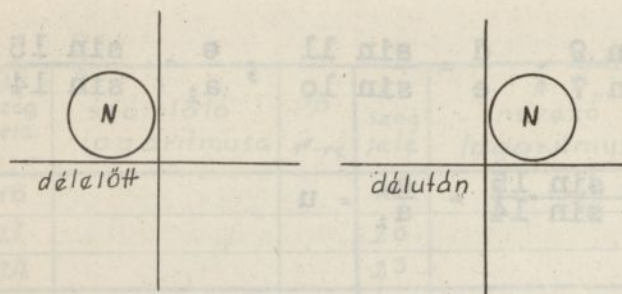
Nagy-magyarország területén három tengelyrendszer van:

- 1./ a budapesti,
- 2./ az ivanici Horvátország és Szlavónia területére és
- 3./ a marosvásárhelyi Erdély területére.

Az x tengelynek a középpontban össze kell esnie a csillagászati
 E-D iránnyal. Ezért szükségünk van a csillagászati E-D irány kije-
 lölésére /délőmeghatározás/.

A délőt megkapjuk, ha a Napot megirányozzuk akkor, amikor parabolis-
 kus pályájának tetőpontját elérte. /A délő pontos meghatározásával
 a felsőgeodézia foglalkozik./

Közelítő eljárás a délő meghatározására, a következő: Felállunk a
 műszerrel a kulmináció előtt néhány órával a kezdőpontban. Megirá-
 yozzuk a Napot turmalin-lemezen, vagy kormozott üveglapon keresz-
 tül az ábrán látható módon. A limbusról leolvasást végzünk, a ma-



magassági-kört megkötve hagyjuk. Délután ugyanannyi idő múlva /vagyis amikor a Nap u. olyan magasságban lesz: ennek rögzítésére szolgál a kötött magassági-kör/ ismét megirányozzuk a Napot és leolvasást végzünk a limbusról. A két leolvasást végzünk a limbusról. A két leolvasás számtani közepe adná a délő irányát. A Föld mozgása miatt azonban a

pálya megnyúlt ezért Δ értékkel korrigálni kell a délő irányát:

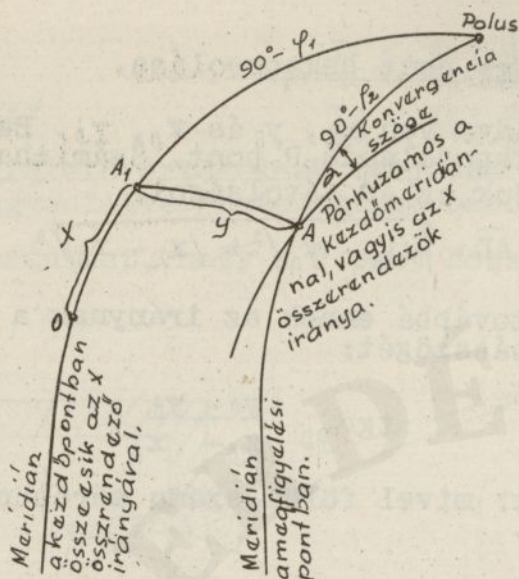
$$-\Delta' = \frac{t \cdot \sigma'}{\cos \varphi \cdot \sin 15 t' / . 1440}$$

ahol t' a két irányzás között eltelt idő fele percekben kifejezve, Δ a Nap deklinációjának, vagyis a Föld továbbmozgása folytán a Nap látszólagos pályájának 24 órán át való változásának az értéke a részarányos pályával szemben. Értéke csillagászati évkönyvekből vehető ki s nyerhető azáltal, hogy a megfigyelés különbségét vesszük és másodpercekben fejezzük ki. Értéke ápr. 21- szept. 23-ig /+/, azontúl /-/- előjelű. A φ a szélességi fok, ezt leolvashatjuk egy jó katonai térképről, vagy ennek hiányában meghatározhatjuk a Sarkcsillag segítségével. A Sarkcsillag közel a Föld tengelyében fekszik: 1-1 1/2 fokos eltérése van. Ha ezt a Sarkcsillagot kulminációs pontjában megirányozzuk, a vízszintessel bezárt szög a szélességi fok közelítő értéke. Ugyanis a Sarkcsillag nagy távolságánál fogva az irányzó tengelyt párhuzamosnak képzelhetjük a Föld forgástengelyével. Ha pontosabban akarjuk meghatározni, akkor megirányozzuk a Sarkcsillagot éjjél előtt /a vízszintes és függőleges irányszálak a csillag képének középpontjában messék egymást./ Megkötjük a limbuskört és a magassági körrel végzünk leolvasást. Most addig várunk, amíg kötéptt limbus mellett a távcsőben újból megjelenik a csillag a függőleges szálon, ekkor ráállítjuk a magassági kör paránycsavarával a vízszintes szálat és megint végzünk leolvasást a magassági körrel. Az így leolvasott szögértékeket javítjuk a refrakció okozta hibával és a javított szögek számtani közepe adja a szélességi fokot.

Régábban egy rajzlapra rajzolt koncentrikus körök és ezek középpontjába állított tű segítségével határozták meg a délő irányát. A tűnek a rajzlapra vetett árnyékát figyelték a Nap kulminációja előtt. Amikor az árnyék hegye egy körivet ért, azt a pontot megjelölték, ugyanígy a többi körön is. A kulmináció után ismét éri a tű az előbb érintett köröket. Ugyanazon a körön lévő két pontot összekötve az egyenest megfelezzük, hasonlóan a többi egyenes felezőjét is meghatározzuk a felezőpontok átlagát vesszük és kapjuk a délő közelítő irányát.

Ha nem a kezdőpontban határozzuk meg a délőt, akkor számolnunk kell a γ meridiánkonvergencia értékével. Az összes délvonalak egy pont felé konvergálnak, a Polus felé; a tengelyrendszer x összehangzó pedig párhuzamosak egymással. A konvergencia számításával a felsőgeodézia foglalkozik részletesen. Számítható a következő képlettel:

$$\gamma = \frac{Y}{r} \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{Y^3}{6 r^3} \operatorname{tg} \varphi_2 / 2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 /$$



ahol y az álláspontunk gömbi összerendezője a kezdőpontra vonatkoztatva. φ_2 a szélességi foka, r pedig a Föld sugara. A gyakorlatban a következő közelítő képlettel szokták számítani a kataszteri szelvénylap konvergenciáját:

$$\gamma'' = \rho'' \cdot \frac{y}{r} \cdot \operatorname{tg} \varphi_2$$

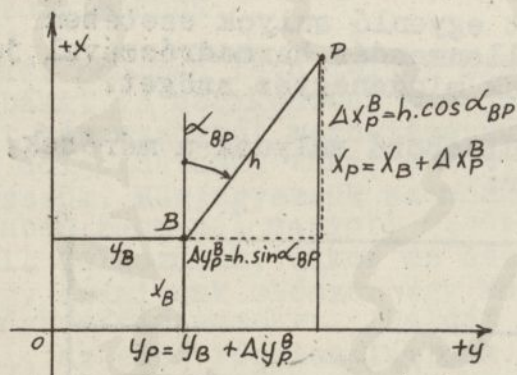
az r -et kilométerekben veszik: 6370 km $\rho = 206265$ és y a kezdőmeridiántól való merőleges távolság km-ekben.

A délő meghatározása után számítanunk kell minden oldal csa-

pásszögét az

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} + \omega_n + 180^\circ / -360^\circ /$$

általános képlettel. A csapásszög képzésénél olyan irányban kell haladnunk, hogy a bemért szögek a haladás irányában balkez felé eszenek.



Ezek után számítjuk az összerendezőket. Megkülönböztetünk fő- és részösszerendezőket. A főösszerendezők mindig a kezdőpontra vonatkoznak, a részösszerendezők pedig a háromszögoldal egyik végébe eltoltt összerendező-tengelyre és innen számítjuk a másik végpont rész-összerendezőit.

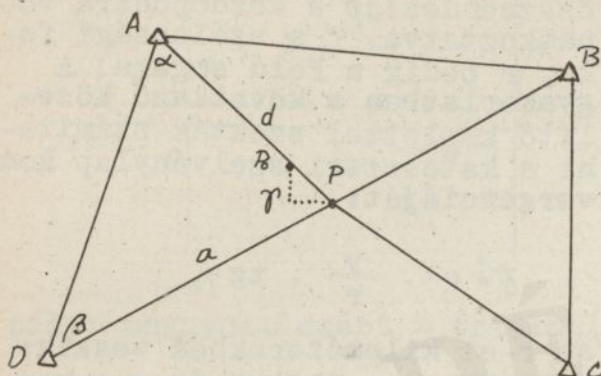
$$y_P = y_B + h \cdot \sin \alpha_{BP}$$

$$x_P = x_B + h \cdot \cos \alpha_{BP}$$

ahol y_P és x_P főösszerendezők, $h \cdot \sin \alpha_{BP}$ és $h \cdot \cos \alpha_{BP}$ részösszerendezők. Feladatunk mindig főösszerendezők számítása, de hogy azt számíthassuk, először részösszerendezőket kell számítanunk. A fenti képletben x_B és y_B a BP egyenes egyik pontjának főösszerendezői, " h " a BP egyenes hossza, α_{BP} pedig a csapásszög.

Csatlakozó háromszögelés.

Csatlakozó háromszögelésnél már meglévő háromszögelési pontok közé iktatunk új pontokat. Így nincs szükség sem bázismérésre, sem pedig délőmeghatározásra. Egyszerre vagy csak egy pontot vagy több pontot iktatunk közbe /hálóbekapcsolás/. Megoldhatjuk a feladatunkat úgy, hogy minden pontban felállunk és mérünk szögeket, vagy csak a két adott pontban állunk fel és mérjük a háromszög két szögét /előremetszés/, vagy az egyik adott pontban és az új pontban mérjük a háromszög két szögét /oldalmetszés/ vagy csak az új pontban állunk fel és mérjük három adott ponthoz menő irányok közötti közbezárt szöget /hátrametszés, Pothenot féle feladat/, vagy két régi ponthoz kapcsolunk be két új pontot, úgy, hogy csak az új pontokban állunk fel és mérjük a két régi és az új pontok felé menő irányok közötti szögeket /hátrametszés, Hansen-féle feladat/.



Egy pont bekapcsolása.

Adva van x_A, y_A és x_D, y_D . Be-
kapcsolandó P pont. Számíthat-
juk az AD távolságot:

$$AD = \sqrt{(y_A - y_D)^2 + (x_D - x_A)^2}$$

továbbá ennek az iránynak a csa-
páásszögét:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AD} = \frac{y_D - y_A}{x_D - x_A}$$

Megmérjük mindhárom pontban a szögeket: mivel fölös-számu méréstünk
van, ki kell őket egyenlitenünk.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = l$$

$$\alpha + v_\alpha + \beta + v_\beta + \gamma + v_\gamma = 180^\circ = 0$$

Behelyettesítve a felső egyenletet az alsóba:

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma + l = 0$$

Egy egyenletünk van, tehát egy korrelánsunk lesz:

	a	a.a	ak	
α	+1	+1	$-\frac{w}{3}$	$-w/3$
β	+1	+1	$-\frac{w}{3}$	$-w/3$
γ	+1	+1	$-\frac{w}{3}$	$-w/3$
		$[aa]=3$		

$$3k = -l$$

$$k = -\frac{l}{3}$$

tehát egyenlő súlyok esetében
az ellenmondás harmadrészevel ja-
vitunk mindenegyes szöget.

Ha különböző súlyuak a mérések,
akkor:

	a	p	$\frac{aa}{p}$	v
α	+1	p_α	$+\frac{1}{p_\alpha}$	$-\frac{l \cdot p_\beta \cdot p_\gamma}{p_\beta \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\beta}$
β	+1	p_β	$+\frac{1}{p_\beta}$	$-\frac{l \cdot p_\alpha \cdot p_\gamma}{p_\beta \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\beta}$
γ	+1	p_γ	$+\frac{1}{p_\gamma}$	$-\frac{l \cdot p_\alpha \cdot p_\beta}{p_\beta \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\beta}$
	$\left[\frac{aa}{p}\right] = \frac{p_\beta p_\gamma + p_\alpha p_\gamma + p_\alpha p_\beta}{p_\alpha \cdot p_\beta \cdot p_\gamma}$			

$$\frac{p_\beta \cdot p_\gamma + p_\alpha p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\beta}{p_\alpha \cdot p_\beta \cdot p_\gamma} \cdot k = -l$$

$$k = -\frac{l \cdot p_\alpha \cdot p_\beta \cdot p_\gamma}{p_\beta \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\gamma + p_\alpha \cdot p_\beta}$$

A szögek kiegyenlítése után számítjuk a csapáásszögeket:

$\alpha_n = \alpha_{n-1} + \omega_n \pm 180^\circ / -360^\circ /$ képlettel, ahol az ω szögek a haladás
irányában balkez felé eső szögek.

Végül számítjuk az összrendezőket:

vagy

$$y_p = y_A + d \cdot \sin \alpha_{AP}$$

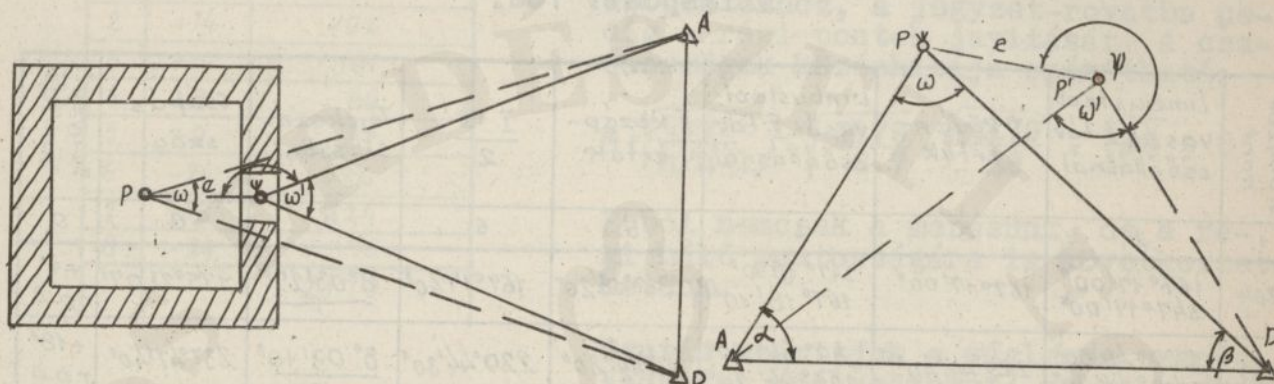
$$x_p = x_A + d \cdot \cos \alpha_{AP}$$

$$y_p = y_D + a \cdot \sin \alpha_{DP}$$

$$x_p = x_D + a \cdot \cos \alpha_{DP}$$

A megfelelő értékeknek teljesen egyezniük kell, mert a háromszög ki van egyenlítve /matematikai háromszög./

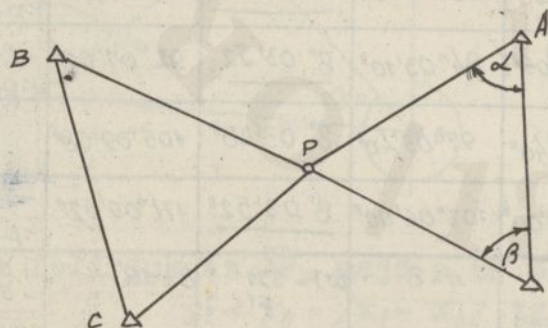
Előfordulhat, hogy a P pont hozzáférhetetlen, pl. toronycsucs.



Ilyenkor külpontos szögmérést alkalmazunk.

Ennél az eljárásnál a magasabbrendű háló jóságára nézve nincs semmi bizonyítékunk.

A két pontban lévő teljes hibát átvittük az új pontba. Ha ezeket a hibákat is csökkenteni akarjuk, akkor ugyanilyen módon még egy, vagy két háromszögből meghatározzuk az új pontot. Ha kisebb pontossággal is dolgozhatunk, akkor a két, vagy három eredmény számtani közepét vesszük. Megjegyezzük azonban, hogy a nyert összképek között nem szabad 5 cm-nél nagyobb eltérésnek lennie. Ha nagyobb pontossággal kell dolgoznunk, akkor az összes mérést egyszerre egyenlítő ki úgy, hogy számítunk először egy közelítő értéket, azután képezzük az iránykoefficienseket. /Példát erre a kiegyenlítő-számítás tárgyalásánál, az első részben láttunk./



Előremetszés.

Ennél az eljárásnál a műszerrel nem megyünk el az új P pontba, hanem csak a két régibe. Mivel semmiféle ellenőrzésünk nincs arra nézve, hogy durva mérési hibánk nincs-e, azért legalább még egy, lehetőleg az előbbtől független háromszögből metsszük előre az új pontot.

A kiegyenlítést lehet szigorú és közelítő eljárással eszközölni. A közelítő eljárásnál a két háromszögből számított összképek számtani közepét vesszük, megjegyezzük azonban, hogy az értékek között 5-6 cm-nél nagyobb eltérés nem lehet. Szigorú eljárásnál először egy közelítő P_0 -t számítunk ki, azután képezzük az iránykoefficienseket, amint azt a kiegyenlítő-számításnál láttuk.

A pontok előremetszésénél a szögmérést többféleképpen végezhetjük: vagy közvetlenül mérjük az α, β szögeket, vagy pedig ami az állami földmérésnél szokásos, irányméréseket végzünk az új pontok felé, de közben,

hogy a délszögeket számíthassuk, három, négy jól látható régi pont-hoz is végzünk iránymérést, hogy a délszögek számításához szükséges tájékozási szögeket is képezhessük. Ennek az eljárásnak az az előnye, hogy kedvezően választhatjuk meg a háromszögeket, tehát két olyan pont között oldal is képezhető, a háromszögünk adott oldalát, amely két pont a természetben nem látható egymásból. A felvételek-hez az alábbi jegyzőkönyvet használjuk:

Iránymérési jegyzőkönyv.
Alláspont: 766.

Irányzó pont	Limbusleolvasás I. távcsőállásnál	I. középérték	Limbusleolvasás II. távcsőállásnál	II. középérték	$\frac{I. + II.}{2}$	Tájékozási szög.	Csapásszög.	Jegyzetjavítás
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
764	167° 17' 00" 347° 17' 00"	167° 17' 00"	347° 18' 30" 167° 18' 10"	347° 18' 20"	167° 17' 40"	8° 03' 27"	175° 21' 07"	+1" r.p. Δ
743	229° 44' 50" 49° 44' 30"	229° 44' 40"	49° 44' 20" 229° 44' 20"	49° 44' 20"	229° 44' 30"	8° 03' 10"	237° 47' 40"	+18" r.p. Δ
765	234° 18' 50" 54° 18' 30"	234° 18' 40"	54° 18' 20" 234° 18' 20"	54° 18' 20"	234° 18' 30"	8° 03' 14"	242° 21' 44"	+14" r.p. Δ
87	261° 48' 20" 81° 48' 20"	261° 48' 20"	81° 48' 20" 261° 48' 20"	81° 48' 20"	261° 48' 20"	8° 03' 28"	269° 51' 48"	
77	276° 55' 00" 96° 55' 00"	276° 55' 00"	96° 55' 20" 276° 55' 20"	96° 55' 20"	276° 55' 10"	8° 03' 28"	284° 58' 38"	
85	283° 40' 50" 103° 40' 50"	283° 40' 50"	103° 40' 50" 283° 40' 30"	103° 40' 40"	283° 40' 45"	8° 03' 28"	291° 44' 13"	
755	312° 35' 40" 132° 35' 20"	312° 35' 30"	132° 35' 30" 312° 35' 30"	132° 35' 30"	312° 35' 30"	8° 03' 09"	320° 38' 39"	+19" r.p. Δ
756	21° 00' 30" 201° 00' 30"	21° 00' 30"	201° 00' 20" 21° 00' 00"	201° 00' 10"	21° 00' 20"	8° 03' 20"	29° 03' 40"	+8" r.p. Δ
767	58° 16' 50" 238° 16' 50"	58° 16' 50"	238° 16' 40" 58° 17' 00"	238° 16' 50"	58° 16' 50"	8° 03' 37"	66° 20' 27"	-9" r.p. Δ
785	84° 03' 20" 264° 03' 10"	84° 03' 15"	264° 03' 20" 84° 02' 50"	264° 03' 05"	84° 03' 10"	8° 03' 52"	92° 07' 02"	-24" r.p. Δ
40	97° 05' 40" 277° 05' 40"	97° 05' 40"	277° 05' 40" 97° 05' 40"	277° 05' 40"	97° 05' 40"	8° 03' 28"	105° 09' 08"	
769	103° 06' 00" 283° 06' 00"	103° 06' 00"	283° 06' 00" 103° 06' 00"	283° 06' 00"	103° 06' 00"	8° 03' 52"	111° 09' 52"	-24" r.p. Δ
Jegyzet: $n =$ a régi háromszögelési pontok (r.p. Δ) száma Az aláhúzott tájékozási szögek a régi pontok felé menő irányértékekből vannak származtatva					$n = 8$	$[p] = 221''$ 61	$8 \div 28$	+60 -57 [V] = 0

Kint a terepen a mérési adatokkal kitöltjük az első hat rovatot, azután az ismert háromszögelési pontok délszögeit /csapásszögeit/ beírjuk. /A tuloldali táblázatban a régi háromszögelési pontok a jegyzet-rovatban r.p. Δ -val vannak jelölve./ Ezután képezzük a tájékozási szöget: T.

T = csapásszög - mért szög.

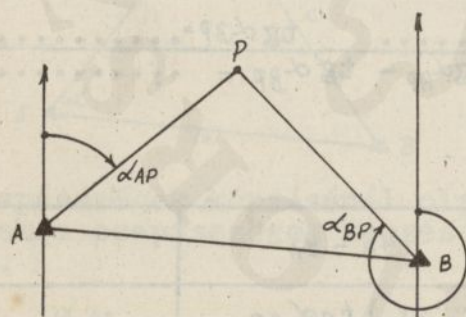
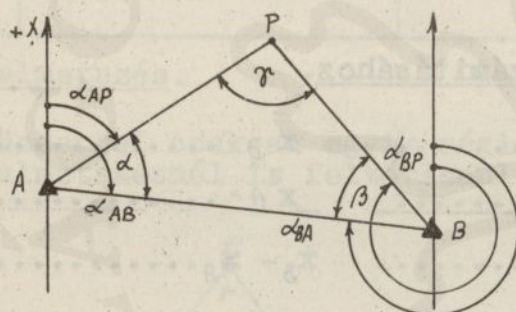
Ha nem volna sem mérési, sem hálóhibánk, a tájékozási szög végig ugyanaz lenne. Ezért az így kapott egymástól eltérő tájékozási szögekből képezzük az átlagos tájékozási szöget a [5] :n képlet szerint. Ha valamelyik tájékozási szög erősen elüt a többitől, akkor azt elhagyjuk, mert ott durva hibát követtünk el, vagy a régi pont jelölése hibás.

	V	V.V
1	+1	1
2	+14	196
3	+19	361
4	+8	64
5	-9	81
6	-24	576
7	+18	324
8	-24	576
		2179

A fenti példában az átlagos tájékozási szög $8^{\circ}03'28''$. Ezt beírjuk az új pontokhoz, a jegyzet-rovatba pedig a régi pontok javítását. A csapáásszögek középhibája számítható:

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n/n-1}} = \sqrt{\frac{2179}{8.7}} = \sqrt{\frac{2179}{56}} = \sqrt{38} \approx 6'$$

Ebből nemcsak a mérésünk, de a régi háló pontosságára is következtethetünk.



Ezután számítjuk a végleges csapáásszögeket /délsszögeket/ az új pontok rovataiban, majd az észlelési vázrajzból kiválasztjuk a kedvező háromszögeket. Adva van a két régi pont összrendezője, továbbá a régi pontokból az új felé menő irányok csapáásszöge. Számítjuk a már ismert módon AB hosszt, α_{AB} csapáásszöget, s ezután a közébezárt szögek lesznek:

$$\alpha = \alpha_{AB} - \alpha_{AP} ; \quad \beta = \alpha_{BP} - \alpha_{BA} ;$$

$$\gamma = \alpha_{PA} - \alpha_{PB} = 180^{\circ} - (\alpha + \beta)$$

Számítjuk az oldalakat és a további számítás úgy megy, mint az előzőkben.

Előremetszés számológéppel:

Adva van y_A , x_A és y_B , x_B a két régi pont összrendezői; megmértük az α_{AP} és α_{BP} csapáásszögeket.

$$\operatorname{tg} \alpha_{AP} = \frac{y_P - y_A}{x_P - x_A} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \alpha_{BP} = \frac{y_P - y_B}{x_P - x_B}$$

Ebből felírjuk az $\overline{AP}$, majd a $\overline{BP}$ egyenesek egyenletét. Lesz:

$$y_P - y_A = (x_P - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP}$$

$$y_P - y_B = (x_P - x_B) \operatorname{tg} \alpha_{BP}$$

végezzük el a szorzást a jobb-oldalon és aztán vonjuk ki a második egyenletet az elsőből; lesz:

$$\frac{y_P - y_A - x_P \operatorname{tg} \alpha_{BP} + x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP}}{y_B - y_A - x_P \operatorname{tg} \alpha_{BP} + x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP}} = \frac{-x_A \operatorname{tg} \alpha_{AP} + x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP}}{y_B - y_A - x_P \operatorname{tg} \alpha_{BP} + x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP}}$$

s innen:

$$x_P = \frac{(y_B - y_A) + x_A \operatorname{tg} \alpha_{AP} - x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP}}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}}$$

Vonjuk le mindkét oldalból x_A -t.

$$x_P - x_A = \frac{y_B - y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} + x_A \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} - x_B \cdot \operatorname{tg} \alpha_{BP} - x_A$$

Hozzuk a jobb oldalt közös nevezőre:

$$x_P - x_A = \frac{y_B - y_A + x_A \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} - x_B \operatorname{tg} \alpha_{BP} - x_A \cdot \operatorname{tg} \alpha_{AP} + x_A \operatorname{tg} \alpha_{BP}}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}}$$

vagyis:

$$x_P - x_A = \frac{y_B - y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} - \frac{x_B - x_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} \operatorname{tg} \alpha_{BP}$$

és a kiindulási egyenlet szerint:

$$y_P - y_A = \frac{x_P - x_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP}}$$

Ellenőrzésül ugyanígy vezethető le az $x_P - x_B$ és az $y_P - y_B$ értéke; lesz:

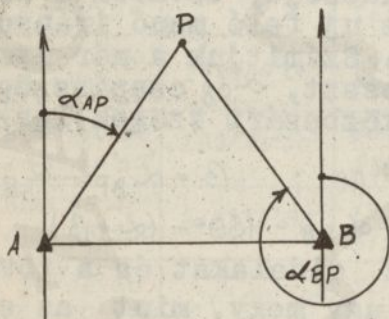
$$x_P - x_B = \frac{y_B - y_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} - \frac{x_B - x_A}{\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP}} \operatorname{tg} \alpha_{AP}$$

és

$$y_P - y_B = \frac{x_P - x_B}{\operatorname{tg} \alpha_{BP}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{BP}$$

A számítást táblázatban végezzük.

Táblázat az előremetszés géppel való számításához.



$y_B = \dots\dots\dots$	$x_B = \dots\dots\dots$
$y_A = \dots\dots\dots$	$x_A = \dots\dots\dots$
$y_B - y_A = \dots\dots\dots$	$x_B - x_A = \dots\dots\dots$
$\alpha_{AP} = \dots\dots\dots$	$\operatorname{tg} \alpha_{AP} = \dots\dots\dots$
$\alpha_{BP} = \dots\dots\dots$	$\operatorname{tg} \alpha_{BP} = \dots\dots\dots$
$\operatorname{tg} \alpha_{AP} - \operatorname{tg} \alpha_{BP} = \dots\dots\dots *$	

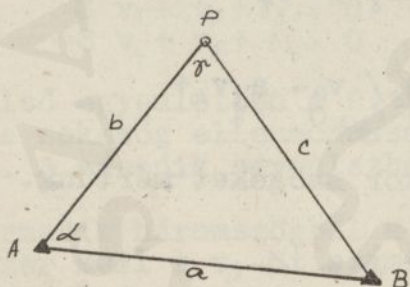
* ez a nevező: jelöljük N-el.

1.)	$y_B - y_A$		$y_B - y_A$	
2.)	$-(x_B - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{BP}$		$-(x_B - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP}$	
3.)	$(y_B - y_A) - (x_B - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{BP}$ Ez az 1. és 2. sor összege adja a számlálót. Jelöljük l_1 -al.		$(y_B - y_A) - (x_B - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP}$ Ez az 1. és 2. sor összege adja a számlálót. Jelöljük l_2 -vel.	
4.)	x_A		x_B	

	$x_p - x_A = \frac{p_1}{N}$		$x_p - x_B = \frac{p_2}{N}$	
5.	Vagyis a 3. sor osztva a táblázat előtt számított névzővel.		Vagyis a 3. sor osztva a táblázat előtt számított névzővel.	
6.	x_p A 4. és 5. sor összege		x_p A 4. és 5. sor összege	
7.	y_A		y_B	
8.	$(x_p - x_A) \operatorname{tg} \alpha_{AP} = y_p - y_A$ Vagyis az 5. sor szorozva $\operatorname{tg} \alpha_{AP}$ -vel.		$(x_p - x_B) \operatorname{tg} \alpha_{BP} = y_p - y_B$ Vagyis az 5. sor szorozva $\operatorname{tg} \alpha_{BP}$ -vel.	
9.	y_p A 7. és 8. sor összege		y_p A 7. és 8. sor összege	

Oldalmetszés.

A műszerrel csak az egyik régi pontban és az új pontban állunk fel. Oldalmetszésnél is feltétlenül szükséges, hogy még egy háromszögből számítsuk az új pontot. Ez az ellenőrzőszámítás lehet előremetszés is. Az oldalmetszéshez mérjük az α és a γ szöveget. Az AB távolságot és a csapásszöveget számíthatjuk az összrendezőkől. Ezután számíthatók a b és c oldalak is:



$$b = a \frac{\sin / \alpha + \gamma /}{\sin \gamma} ; c = a \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$$

A csapásszögek képzésénél olyan irányban haladunk, hogy a bemért szögek a csapásszögek képzésének haladási irányában balkez felől legyen.

$$\begin{aligned} & \alpha_{AB} \\ & + / 180^\circ - \gamma / 180^\circ - (\alpha + \gamma) \\ & \pm 180^\circ / - 360^\circ / \\ & \alpha_{BP} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{BP} \\ & + \gamma \\ & - 180^\circ \\ & \alpha_{PA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \alpha_{PA} \\ & + \alpha \\ & - 180^\circ \\ & \alpha_{AB} \end{aligned}$$

A két értéknek egyeznie kell egymással.

Az összrendezők:

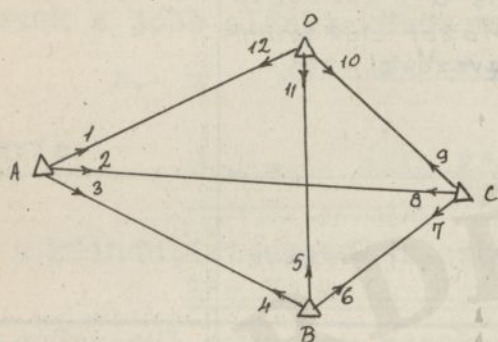
$$\begin{aligned} y_p &= y_A + b \cdot \sin \alpha_{AP} = y_B + c \cdot \sin \alpha_{BP} \\ x_p &= x_A + b \cdot \cos \alpha_{AP} = x_B + c \cdot \cos \alpha_{BP} \end{aligned}$$

A kétszer számított értékeknek egyezniük kell: ha nem egyeznek, számítási hibánk van.

Teljes háló kiegyenlítése, ha irányértékeket mértünk.

Itt az irányértékekből számítjuk ki a szögeket, a kiegyenlítésnél azonban nem a szögeket, hanem az irányértékeket javítjuk.

A feltételi egyenleteket felírjuk a háromszögekre, a sokszögre és az oldalakra. A tuloldali ábrán látható negyedik háromszögre és a sokszögre nem írjuk fel a feltételi egyenleteket, mert ha az első



három háromszög zár, ezeknek is zárniok kell, vagyis ezek következményei a már felírt egyenleteknek. Tehát:

$$\begin{aligned} 3 - 1 + 5 - 4 + 12 - 11 - 180^\circ &= l_1 \\ 3 - 2 + 6 - 4 + 8 - 7 - 180^\circ &= l_2 \\ 6 - 5 + 9 - 7 + 11 - 10 - 180^\circ &= l_3 \end{aligned}$$

ahol 1, 2, 3 ... stb. az irányok értéke fokokban kifejezve, 3-1, 3-2, 5-4 ... stb. pedig az ezen irányok által közbezárt szög. Az oldalfeltételi egyen-

letek:

$$\log.\sin /5-4/ + \log.\sin /8-7/ + \log.\sin /11-10/ + \log.\sin /2-1/ - \log.\sin /3-2/ - \log.\sin /6-5/ - \log.\sin /9-8/ - \log.\sin /12-11/ = l_4$$

A javítási egyenletek:

$$\begin{aligned} v_3 - v_1 + v_5 - v_4 + v_{12} - v_{11} + l_1 &= 0 \\ v_3 - v_2 + v_6 - v_4 + v_8 - v_7 + l_2 &= 0 \\ v_6 - v_5 + v_9 - v_7 + v_{11} - v_{10} + l_3 &= 0 \end{aligned}$$

Az oldalfeltételi egyenletben az irányértékekből kifemezett szögnek 1"-re eső változását /partes proporcionales/ jelöljük sorban $a_1, a_2, a_3 \dots$ stb.-vel:

$$\begin{aligned} a_1 v_1 - a_1 v_4 + a_2 v_8 - a_2 v_7 + a_3 v_{11} - a_3 v_{10} + a_4 v_2 - a_4 v_1 \dots \\ - a_5 v_3 + a_5 v_2 - a_6 v_1 + a_6 v_5 - a_7 v_9 + a_7 v_8 - a_8 v_{12} + a_8 v_{11} + l_4 = 0 \end{aligned}$$

Egyszerűbb alakra hozva:

$$\begin{aligned} /a_1 + a_6/ v_1 - a_1 v_4 + /a_2 + a_3/ v_8 - a_2 v_7 + /a_3 + a_8/ v_{11} - a_3 v_{10} + \\ + /a_4 + a_5/ v_2 - a_4 v_1 - a_5 v_3 - a_6 v_5 - a_7 v_9 - a_8 v_{12} + l_4 = 0 \end{aligned}$$

A továbbiakban ugyanugy járunk el, mint amikor szögeket mértünk.

Hálóbekapcsolás.

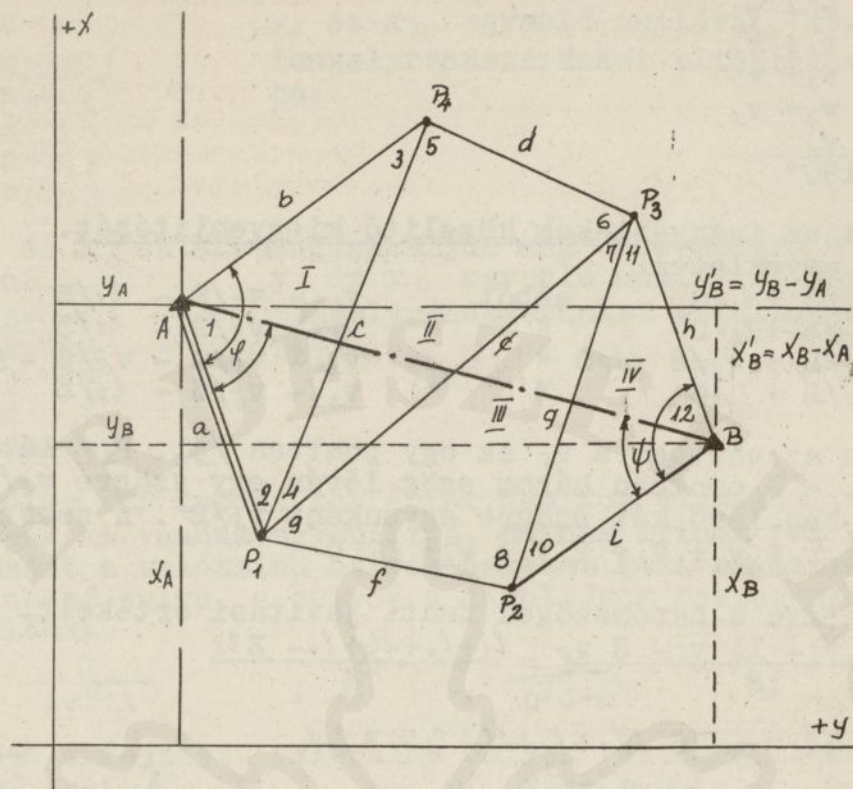
A láncháló bekapcsolásánál legfeljebb 12-14 háromszöget vesznek fel egyszerre. Adva vannak A és B háromszögelési pontok összrendezői, ezekből számítható az AB egyenes hossza, és csapásszöge, meghatározandók a P pontok összrendezői. Minden pontban felállunk és minden szöget mérünk.

A kiegyenlítésnél felírhatunk egyenleteket a háromszögekre a sokszögre de nem írhatunk fel oldalegyenletet.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 - 180^\circ &= l_1 \\ 4 + 5 + 6 - 180^\circ &= l_2 \\ 7 + 8 + 9 - 180^\circ &= l_3 \\ 10 + 11 + 12 - 180^\circ &= l_4 \end{aligned}$$

és a sokszögre: $2 + 4 + 9 + 8 + 10 + 7 + 6 - [n - 2/ 180^\circ] = l_5$

A hálóbekapcsolásnál a szigorú kiegyenlítést ezután már ugyanugy végezzük, mint ahogyan azt a kiegyenlítő-számításnál láttuk, az első részben. A gyakorlatban a kiegyenlítést közelítő-eljárással szokták végezni. Ebben az esetben minden háromszög mindhárom szögére ugyanaz a javítási értéket vesszük.



$$\begin{aligned} 3 v_1 + v_5 + l_1 &= 0 \\ 3 v_2 + v_5 + l_2 &= 0 \\ 3 v_3 + 2 v_5 + l_3 &= 0 \\ 3 v_4 + v_5 + l_4 &= 0 \end{aligned}$$

ebből
"
"
"

$$\begin{aligned} v_1 &= -v_5/3 - l_1/3 \\ v_2 &= -v_5/3 - l_2/3 \\ v_3 &= -2v_5/3 - l_3/3 \\ v_4 &= -v_5/3 - l_4/3 \end{aligned}$$

Az első egyenletben a 2. szög a sokszögben is szerepel, ezért ezt még a sokszög ellenmondásának megfelelő v_5 értékkel is javítanunk kell. A második egyenletben a 4-es szöget kell még v_5 -el javítani.

A harmadik háromszögből a 9. és 8. szög szerepel a sokszögben, tehát kétszer kell a v_5 -öt számításba vonnunk.

A negyedik egyenletben a 10. szöget kell még v_5 -el javítani.

A sokszögre vonatkozó javítási-egyenlet lesz:

$$7 v_5 + v_1 + v_2 + 2 v_3 + v_4 + l_5 = 0$$

A sokszögben minden szöget kell javítani v_5 -el, ezen kívül a 2. szöget v_1 -el, a 4. szöget v_2 -el, a 9. és 8. szöget v_3 -mal és a 10. szöget v_4 -gyel. Behelyettesítve a háromszögek fenti javítási értékeit, lesz:

$$7 v_5 - \frac{7 v_5}{3} = \frac{l_1 + l_2 + 2l_3 + l_4 - 3 l_5}{3}$$

$$14 v_5 = l_1 + l_2 + 2l_3 + l_4 - 3 l_5$$

$$v_5 = \frac{l_1 + l_2 + 2l_3 + l_4 - 3 l_5}{14}$$

A javított szögértékek:

$$\begin{aligned} 1' &= 1 + v_1 \\ 2' &= 2 + v_1 + v_5 \\ 3' &= 3 + v_1 \end{aligned}$$

180°

$$\begin{aligned} 7' &= 7 + v_3 \\ 8' &= 8 + v_3 + v_5 \\ 9' &= 9 + v_3 + v_5 \end{aligned}$$

180°

$$\begin{aligned}\varphi' &= \varphi + v_5 \\ 2' &= 2 + v_1 + v_5 \\ 4' &= 4 + v_2 + v_5 \\ 9' &= 9 + v_3 + v_5 \\ 10' &= 10 + v_4 + v_5 \\ \varphi' &= \varphi + v_5 \\ \hline /n &= 2/180^\circ\end{aligned}$$

Nézzük most az irányértékek közelítő kiegyenlítését.

A javítási egyenletek:

$$\begin{array}{lll} 3 v_1 + v_5/3 + l_1 = 0 & \text{ebből} & v_1 = -v_5/9 - l_1/3 \\ 3 v_2 + v_5/3 + l_2 = 0 & " & v_2 = -v_5/9 - l_2/3 \\ 3 v_3 + v_5/3 + v_5/2 + l_3 = 0 & " & v_3 = -v_5/9 - v_5/6 - l_3/3 \\ 3 v_4 + v_5/2 + l_4 = 0 & " & v_4 = -v_5/6 - l_4/3 \end{array}$$

Mivel ebben az esetben a v_5 az egy pontban /pl. P_2 / lévő szögekre vonatkozik, a P_1 pontban három szög lévén egy szögre $v_5/3$ javítás esik, a P_2 -ben lévő két szögre egyenként $v_5/2$. A sokszögben:

$$4 v_5 + v_1 + v_2 + 2 v_3 + v_4 + l_5 = 0$$

behelyettesítve a háromszögek fenti javítási értékeit, lesz:

$$\frac{72 v_5 - 11 v_5 - 6 v_5}{18} = \frac{l_1 + l_2 + 2 l_3 + l_4 - 3 l_5}{3}$$

$$55 v_5 = 6 / l_1 + l_2 + 2 l_3 + l_4 - 3 l_5 /$$

$$v_5 = \frac{6}{55} / l_1 + l_2 + 2 l_3 + l_4 - 3 l_5 /$$

A javított szögek:

$$\begin{array}{ll} 1' = 1 + v_1 & 7' = 7 + v_3 \\ 2' = 2 + v_1 + \frac{v_5}{3} & 8' = 8 + v_3 + \frac{v_5}{3} \\ 3' = 3 + v_1 & 9' = 9 + v_3 + \frac{v_5}{3} \\ \hline 180^\circ & \hline 180^\circ \end{array}$$

Az oldalhosszak kiszámításánál egy matematikai fogást alkalmazunk. Ugyanis az AB-ből nem tudjuk az oldalhosszakat számítani. Ezért az egyik oldalt /a/ felvesszük egységnek és ebben az egységben számítjuk az összes oldalt:

$$b = a \cdot \frac{\sin 2}{\sin 3} = 1 \cdot \frac{\sin 2}{\sin 3}; \quad c = a \frac{\sin 1}{\sin 3} = 1 \cdot \frac{\sin 1}{\sin 3}$$

$$d = \frac{c}{\sin 6} \cdot \sin 4; \quad e = \frac{c}{\sin 6} \cdot \sin 5$$

stb.

Az így kapott értékek sem nem méteres, sem nem öles, hanem "a" mértékegységben vannak meghatározva.

Most toljuk el a tengelyrendszert önmagával párhuzamosan az A pontba és képezzük a csapásszögeket:

$$\begin{array}{r} \angle_{AB} \\ + \varphi_1 \\ + 180^\circ \\ \hline \angle_{AB} \\ + 2' \\ + 180^\circ \\ \hline \angle_{A_1 P_k} \end{array}$$

és így tovább. Ezután számítjuk az összrendezőket:

$$\begin{aligned} y_{P_1} &= y_A + a \cdot \sin \alpha_{AP_1} \\ x_{P_1} &= x_A + a \cdot \cos \alpha_{AP_1} \\ y_{P_2} &= y_{P_1} + f \cdot \sin \alpha_{P_1 P_2} \\ x_{P_2} &= x_{P_1} + f \cdot \cos \alpha_{P_1 P_2} \\ y_B' &= y_{P_2} + i \cdot \sin \alpha_{P_2 B} \\ x_B' &= x_{P_2} + i \cdot \cos \alpha_{P_2 B} \end{aligned}$$

y_A és x_A egyenlő nullával, mert a tengelyrendszerünket eltoltuk az A pontba.

Ugyanezt az y_B és x_B értéket megkaphatjuk még a következő úton is:

$$\begin{aligned} y_{P_4} &= y_A + b \cdot \sin \alpha_{AP_4} \\ x_{P_4} &= x_A + b \cdot \cos \alpha_{AP_4} \\ y_{P_3} &= y_{P_4} + d \cdot \sin \alpha_{P_4 P_3} \\ x_{P_3} &= x_{P_4} + d \cdot \cos \alpha_{P_4 P_3} \\ y_B'' &= y_{P_3} + h \cdot \sin \alpha_{P_3 B} \\ x_B'' &= x_{P_3} + h \cdot \cos \alpha_{P_3 B} \end{aligned}$$

y_A és x_A egyenlő nullával, mert a tengelyrendszerünket eltoltuk az A pontba.

A B összszerendezőire így kapott két érték nem fog egymással egyezni, mert bár a szögek ki vannak egyenlítve, de nem irtunk fel oldalegyenleteket. Ezért a valószínű helyes értéket kell számítanunk. A két érték különböző súlyú, a súlyok a távolságok összegének reciprokával egyenlők:

$$P_1 = \frac{1}{a+f+i} \quad ; \quad P_2 = \frac{1}{b+d+h}$$

az "a" egységben kifejezett valószínű helyes értékek lesznek:

$$y_B = \frac{P_1 \cdot y_B' + P_2 \cdot y_B''}{P_1 + P_2} \quad ; \quad x_B = \frac{P_1 \cdot x_B' + P_2 \cdot x_B''}{P_1 + P_2}$$

$y_B' - y_B - \Delta$ hibával, amelynek nem szabad nagyobbak lennie, $\frac{a+f+i}{2000}$ -nél. Természetesen az összes pontok összszerendezőit javítanunk kell, és pedig a P_1 y-ját $\delta y = \frac{\Delta}{a+f+i}$ a értékkel, a P_2 y-ját $\delta y = \frac{\Delta}{a+f+i} \cdot \frac{a+f}{a+f+i}$ értékkel. Ugyanígy kell javítani az x értékeket is. Ezután $y_B'' - y_B - \Delta$ hibának megfelelően az előbbieket szerint a P_4 és P_3 pontok összszerendezőit is javítjuk.

Jelöljük $\overline{AB}$ -t H -val, amelyet az adott összszerendezőkből számítottunk, tehát olyan mértékegységben, amelyben az összszerendezők adva voltak /méter, vagy öl/. Ennek a hosszának H_a érték felel meg az "a" egységben számítva:

$$H_a = \sqrt{y_B^a / 2 + x_B^a / 2} \quad \text{ahol}$$

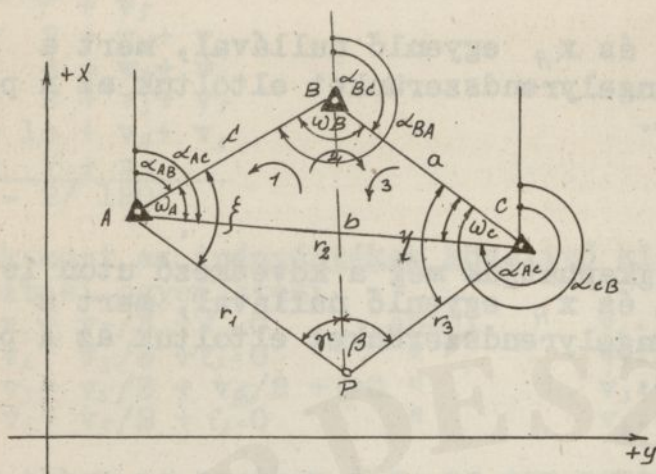
y_B^a és x_B^a az y_B és x_B "a" egységbeli értéke, amelyet az előzőekben számítottunk ki. Ezután, hogy az "a" egységből visszatérhessünk a méteres vagy öles mértékegységbe, vagyis abba, amelyben az A és B pontok összszerendezői adva voltak. Meg kell határoznunk azt a viszony-számot, amely a két mértékegység között fennáll. A h-nak most már mindkét mértékegységben ismeretes értékéből ez könnyen számítható:

$$n \cdot H_a = H \quad n = \frac{H}{H_a}$$

Az "n" egyuttal az "a" hossza méteres illetve öles mértékegységben. Az "n" értékkel sorban megszorozva az egyes pontok "a" mértékegységben, kifejezett, javított összszerendezőit, kapjuk az új pontok rész-összszerendezőit az A kezdőpontra vonatkoztatva a hálózatonként mértékegységében. Ezekhez hozzáadva az A összszerendezőit, nyerjük az új pontok végleges összszerendezőit.

Hátrametszés.

Adva van három pont, és ezekhez kell bekapcsolni egy új pontot. Az adott három pont összszerendezőiből számíthatjuk az $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ és $\overline{CA}$ hosz-szakokat: $\overline{AB} - C = \sqrt{y_B - y_A / 2 + x_B - x_A / 2}$



Számíthatjuk a csapásszögeket is:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Továbbá a közbezárt szögek lesznek:

$$\omega_A = \alpha_{AC} - \alpha_{AB}; \omega_B = \alpha_{BA} - \alpha_{BC};$$

$$\omega_C = \alpha_{CB} - \alpha_{CA}$$

Ezekkel az adatokkal a háromszög meg van határozva.

Gyakran előfordul, hogy sem

A, sem B, sem pedig C pont-

ban nem tudunk felállni /mert nagy távolságban van, vagy ki akarjuk kerülni a külpontos szögmérést./ Ilyenkor használjuk a hátrametszést. A három pontból való hátrametszés a Pothenot, vagy Snellius féle feladat. Csak III.-IV. rendű pontok bekapcsolására használják.

Felállunk a műszerrel P pontban és a lehető legpontosabban megmérjük, β és γ szögeket. A P pont összendezői számíthatók három háromszögből, és pedig az ABP, a BCP és az ACP háromszögből. Egyenlőre azonban mind a három háromszögből csak egy oldal és egy szög ismeretes. Ismerjük azonban az A és C-nél lévő f és γ szögek összegét, mert:

$$\gamma + f + \omega_B + \gamma + \beta = 360^\circ$$

$$\gamma + f = 360^\circ - (\omega_B + \gamma + \beta)$$

$$\frac{\gamma + f}{2} = \frac{360^\circ - (\omega_B + \gamma + \beta)}{2}$$

Ha a két szög különbségét is ki tudjuk számítani, akkor a feladatunk meg van oldva, mert mind a három háromszögben minden érték számítható. Hogy az $\gamma - f$ értéket kifejezhessük, arányokat állítunk fel az ábrán nyíllal jelzett sorrend szerint.

PBA Δ -ból:

ABC Δ -ból:

CBP Δ -ból:

$$\frac{r_2}{c} = \frac{\sin f}{\sin \gamma}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{\sin \omega_C}{\sin \omega_A}$$

$$\frac{a}{r_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

Ezeket összeszorozva:

$$1 = \frac{\sin f \cdot \sin \omega_C \cdot \sin \beta}{\sin \omega_A \cdot \sin \gamma \cdot \sin \gamma}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin f} = \frac{\sin \omega_C \cdot \sin \beta}{\sin \omega_A \cdot \sin \gamma}$$

Jelöljük a jobboldalt $\operatorname{tg} \varphi$ -vel. Ezt - miután a tg . értéke $0 - \infty$ között bármely értéket fölvehet - megtehetjük. Lesz tehát:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \omega_C \cdot \sin \beta}{\sin \omega_A \cdot \sin \gamma}, \text{ vagy mert } \frac{\sin \omega_C}{\sin \omega_A} = \frac{c}{a}, \text{ így is írható:}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{c}{a} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

a jobboldalon lévő minden érték ismert, tehát $\operatorname{tg} \varphi$ és így φ is számítható.

Írjuk fel a reciprok értékeket:

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\sin \gamma}{\sin f}$$

s ebből az aránypárok törvényei szerint:

$$\frac{\sin \xi - \sin \gamma}{\sin \xi + \sin \gamma} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \varphi}$$

A baloldal számlálójában két sinus különbsége, nevezőjében két sinus összege van, ami szorzat alakjában is felírható. Ha pedig a jobboldalon a számlálóban és nevezőben egyaránt $1 = \operatorname{tg} 45^\circ$ helyettesítést alkalmazunk, és a tg-eket mindkét helyen $\frac{\sin}{\cos}$ alakjában írjuk és közös nevezőre hozzuk, lesz:

$$\frac{2 \cdot \cos\left(\frac{\xi + \gamma}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\xi - \gamma}{2}\right)}{2 \cdot \sin\left(\frac{\xi + \gamma}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\xi - \gamma}{2}\right)} = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos \varphi - \cos 45^\circ \cdot \sin \varphi}{\cos 45^\circ \cdot \cos \varphi + \sin 45^\circ \cdot \sin \varphi}$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\xi + \gamma}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\xi - \gamma}{2}\right) = \frac{\sin /45^\circ - \varphi/}{\cos /45^\circ - \varphi/} = \operatorname{tg} /45^\circ - \varphi/$$

s innen $\operatorname{tg}\left(\frac{\xi - \gamma}{2}\right) = \operatorname{tg} /45^\circ - \varphi/ \cdot \operatorname{tg} \frac{\xi + \gamma}{2}$

Néha előfordul, hogy $\varphi > 45^\circ$ -nál. Akkor vigyáznunk kell arra, hogy a φ előjele negatív. Ezt az értéket kiszámítva, majd visszakeresve kapjuk $\frac{\xi - \gamma}{2}$ értékét.

$$\frac{\xi}{2} + \frac{\gamma}{2} = \dots ; \quad \frac{\xi}{2} - \frac{\gamma}{2} = \dots$$

Két egyenlet, két ismeretlennel. Ha összeadjuk a két egyenletet, ξ -t, ha pedig a másodikat kivonjuk az elsőből, akkor γ -t kapjuk.

Most már ismert ξ és γ , ezek segítségével a feladat megoldható. Számíthatjuk az oldalakat:

$$r_1 = c \cdot \frac{\sin / \xi + \gamma /}{\sin \gamma} ; \quad r_2 = c \cdot \frac{\sin \xi}{\sin \gamma} ; \quad r_2 = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$r_3 = c \cdot \frac{\sin / \beta + \gamma /}{\sin \beta} ; \quad r_3 = b \cdot \frac{\sin / \xi - \alpha /}{\sin / \beta + \gamma /} ; \quad r_1 = b \cdot \frac{\sin / \gamma - \alpha /}{\sin / \gamma + \beta /}$$

Minden oldalt kétszer számítottunk ennek a két értéknek egyeznie kell. Ha nem egyezik, akkor számítási hibánk van.

Ezután számítjuk az oldalak csapásszögeit az ismert képlet alapján, majd a P pont összrendezőit:

$$y_P = y_A + r_1 \cdot \sin \alpha_{AP} = y_B + r_2 \cdot \sin \alpha_{BP} = y_C + r_3 \cdot \sin \alpha_{CP}$$

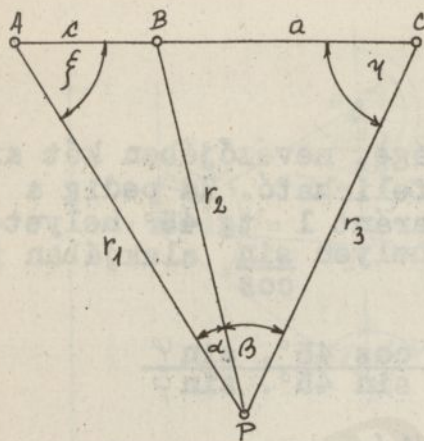
$$x_P = x_A + r_1 \cdot \cos \alpha_{AP} = x_B + r_2 \cdot \cos \alpha_{BP} = x_C + r_3 \cdot \cos \alpha_{CP}$$

A három értéknek egyeznie kell.

A Pothenot-feladatnál arra kell ügyelni, hogy túl hegyes szögek ne legyenek. A feladat határozatlan abban az esetben, ha a három adott pont és az új pont egy köríven fekszik, tehát a pontok megválasztásánál ügyelni kell arra, hogy az új pont ne essék a három régi ponton átmenő kör közelébe. Legkedvezőbb az az eset, ha a P pont benn fekszik az ABC háromszögben. Ügyelni kell ekkor a jelölésekre:

ξ az AB és r_1 közti szög, γ pedig a BC és r_3 közti szög.

A Pothenot feladatnál sem elégedhetünk meg azzal, hogy csak egy háromszögből metsszük vissza a pontokat, hanem legalább kettőből kell számítanunk, s az így kapott kétféle összrendező között legfeljebb 5 cm eltérés lehet.



Lehetséges, hogy A, B, C egy egyenesbe esik. A megoldás ugyanugy történik ekkor is; ebben az esetben:

$$\frac{\varphi + \psi}{2} = \frac{180^\circ - (\alpha + \beta)}{2}$$

továbbá

$$\frac{r_1}{c} = \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \text{ és } \frac{r_2}{a} = \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

r_1 -t kifejezzük mindkét egyenletből. Lesz:

$$r_1 = c \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \text{ és } r_2 = a \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

A két egyenlet egymással egyenlő, tehát

$$c \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} = a \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta}, \text{ ebből } \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{c \cdot \sin \beta}{a \cdot \sin \alpha} = \operatorname{tg} \varphi$$

A továbbiakban ugyanaz a levezetés, mint az előzőben volt, tehát lesz:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi - \psi}{2} = \operatorname{tg} / 45^\circ - \varphi / . \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2}$$

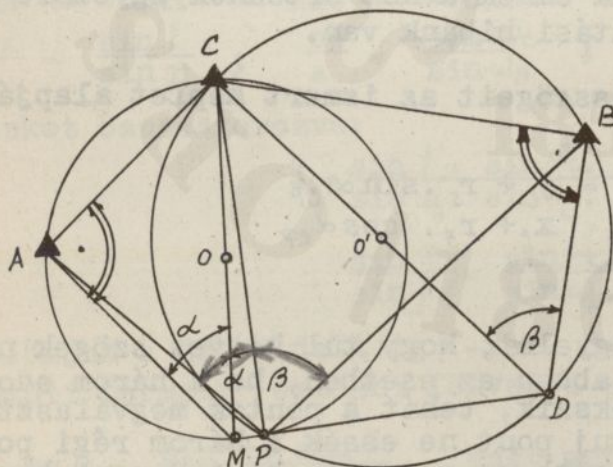
s így most már számítható a φ és ψ szög.

Használják ezt az eljárást közvetett távolságmérésre, amikor a B és P pontok közti távolságot akarjuk meghatározni. A B pontban a BP egyenesre közel derékszögben kifeszítünk egy mérőszalagot, az A, B és C pontokban egy-egy finom mérési jelet helyezünk el és nagy gondal megmérjük az α és β szögeket, a szalagról viszont leolvassuk a "c" és "a" hosszakat. Meghatározva φ és ψ szögeket, az r_1 lesz a keresett távolság:

$$r_1 = c \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin \alpha} \text{ és } r_2 = a \cdot \frac{\sin \psi}{\sin \beta}$$

A távolságmérésnek ezt a módját nálunk a katonai térképészeti intézet használja a sokszögelésnél.

A Pothenot-feladat megoldása számológéppel.



Adva vannak A, B és C pontok összerendezői, az új P pont meghatározására megmértük az α és β szögeket. Szerkesztünk egy kört az ACP pontokon keresztül, ennek középpontja O. Ezután szerkesztünk egy másik kört is O' középponttal a CBP pontokon keresztül.

Az AC oldalra az A pontban egy merőleget szerkesztünk és meghatározzuk ennek a körrel való M metszési pontját. Ugyanígy szerkesztünk a CB egyenesre is egy merő-

leget a B pontban és megjelöljük ennek a körrel való D metszéspontját. Az M. ill. D pontot összekötve a C ponttal, megkapjuk a két kör átmérőjét, mert az A-nál és B-nél lévő szög derékszög. Az AMC szög egyenlő α -val, mert ugyanazon a húr fekszik, mint a P-nél lévő α szög; ugyanígy a CDB szög egyenlő β -val, mert a P-nél lévő β szög is a CB húr fekszik. Az MPD vonal egy egyenes lesz, mert az MPC és a DPC szög is derékszög, mert a megfelelő átmérők kerületi szögei.

Először számítjuk az M és D segédpontok összrendezőit.

$$y_M = y_A + \overline{AM} \cdot \sin \alpha_{AM} \quad \text{ebből} \quad y_M - y_A = \overline{AM} \cdot \sin \alpha_{AM} \quad \text{továbbá}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\overline{AM}}{\overline{AC}} \quad \text{ebből} \quad \overline{AM} = \overline{AC} \cdot \operatorname{ctg} \alpha$$

$\alpha_{AM} = \alpha_{AC} + 90^\circ$, behelyettesítve ezt az értéket az előző egyenletbe, lesz:

$$y_M - y_A = \overline{AC} \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha_{AC}$$

s mivel $\overline{AC} \cdot \cos \alpha_{AC} = x_C - x_A$, ezt behelyettesítve:

$$y_M - y_A = (x_C - x_A) / \operatorname{ctg} \alpha$$

Ugyanígy számítjuk az $x_M - x_A$ értéket, s ez végeredményben lesz:

$$x_M - x_A = - (y_C - y_A) / \operatorname{ctg} \alpha$$

A D- pontra vonatkozólag ugyanígy számítva

$$y_D - y_B = - (x_C - x_B) / \operatorname{ctg} \beta$$

$$x_D - x_B = - (y_C - y_B) / \operatorname{ctg} \beta$$

Most már ismerjük az M és D pontok összrendezőit; számítjuk a P pont összrendezőit, mint az MD és CP egyenesek metszéspontjait.

$$\operatorname{tg} \alpha_{MD} = \frac{y_D - y_M}{x_D - x_M}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{CP} = - \operatorname{ctg} \alpha_{MP} = - \frac{x_D - x_M}{y_D - y_M}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{CP} = \frac{y_P - y_C}{x_P - x_C}, \quad \text{ebből} \quad y_P - y_C = (x_P - x_C) / \operatorname{tg} \alpha_{CP}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{MP} = \frac{y_P - y_M}{x_P - x_M}, \quad " \quad y_P - y_M = (x_P - x_M) / \operatorname{tg} \alpha_{MP}$$

A fenti két egyenlet jobboldalán végezzük el a szorzást, azután a felső egyenletet vonjuk le az alsóból:

$$\begin{array}{r} -y_P + y_C = -x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_{CP} + x_M \cdot \operatorname{tg} \alpha_{CP} \\ y_P - y_M = x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_{MP} - x_M \cdot \operatorname{tg} \alpha_{MP} \\ \hline y_C - y_M = x_P / \operatorname{tg} \alpha_{MP} - \operatorname{tg} \alpha_{CP} / + x_C \operatorname{tg} \alpha_{CP} - x_M \operatorname{tg} \alpha_{MP} \end{array}$$

és ebből számítsuk az "x"-t, mely lesz:

$$x_P = \frac{(y_C - y_M) - x_C \operatorname{tg} \alpha_{CP} + x_M \operatorname{tg} \alpha_{MP}}{\operatorname{tg} \alpha_{MP} - \operatorname{tg} \alpha_{CP}}$$

vonjuk le az egyenlet mindkét oldalából x_C -t. A jobboldalt közös nevezőre hozva lesz:

$$x_P - x_C = \frac{(y_C - y_M) - x_C \operatorname{tg} \alpha_{CP} + x_M \operatorname{tg} \alpha_{MP} - x_C \operatorname{tg} \alpha_{MP} + x_C \operatorname{tg} \alpha_{CP}}{\operatorname{tg} \alpha_{MP} - \operatorname{tg} \alpha_{CP}}$$

Összevonva és $\operatorname{tg} \alpha_{MP}$ -t kiemelve lesz:

$$x_P - x_C = \frac{(y_C - y_M) + (x_M - x_C) / \operatorname{tg} \alpha_{MP}}{\operatorname{tg} \alpha_{MP} - \operatorname{tg} \alpha_{CP}}$$

Mivel pedig $\operatorname{tg} \alpha_{MP} = \operatorname{tg} \alpha_{MD}$ és $(x_M - x_C) / - = - (x_C - x_M) /$ a fenti egyenlet így is írható:

$$x_P - x_C = \frac{(y_C - y_M) - (x_C - x_M) \cdot \operatorname{tg} \alpha_{MD}}{\operatorname{tg} \alpha_{MD} - \operatorname{tg} \alpha_{CP}}$$

Most már számítható az $(x_P - x_C)$ segítségével a CP egyenes egyenletéből az $(y_P - y_C)$ értéke. Lesz: $y_P - y_C = (x_P - x_C) / \operatorname{tg} \alpha_{CP}$

A két fenti egyenletet hozhatjuk más alakra is, ha a tg-ek előbb már felírt értékeit helyettesítjük be.

$$x_p - x_c = \frac{\frac{y_c - y_k}{x_c - x_k} - \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}{\frac{y_d - y_k}{x_d - x_k} + \frac{x_d - x_k}{y_d - y_k}} = \frac{\frac{y_c - y_k}{x_c - x_k} - \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}{\frac{x_d - x_k}{y_d - y_k} + \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}$$

$$x_p - x_c = \frac{\frac{y_c - y_k}{x_c - x_k} - \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}{\frac{x_d - x_k}{y_d - y_k} + \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}} \cdot \frac{y_d - y_k}{y_d - y_k}$$

és

$$y_p - y_c = \frac{x_p - x_c}{\frac{y_d - y_k}{x_d - x_k} + \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}} = \frac{\frac{y_c - y_k}{x_c - x_k} - \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}{\frac{x_d - x_k}{y_d - y_k} + \frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}} \cdot \frac{x_d - x_k}{y_d - y_k}$$

vagy ha a többi T-vel jelöljük, lesz:

$$\frac{x_p - x_c}{y_p - y_c} = \frac{T}{T} \cdot \frac{\frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}{\frac{y_d - y_k}{x_d - x_k}}$$

Az x_k , y_k és x_d , y_d számítható a levezetés elején felírt képletekből, tehát számíthatók a P pont összrendezői. A számítás azonban leg-egyszerűsíthető, ha az összrendezőkülönbségeket képezzük:

$$y_k - y_A = \frac{x_c - x_A}{x_c - x_k} \cdot \text{ctg } \alpha, \text{ szorozzuk az egyenletet } -1\text{-el:}$$

$$-y_k + y_A = \frac{x_c - x_A}{x_c - x_k} \cdot \text{ctg } \alpha, \text{ mindkét oldalhoz } y_c - \text{t adva:}$$

$$y_c - y_k + y_A = y_c - \frac{x_c - x_A}{x_c - x_k} \cdot \text{ctg } \alpha \quad \text{és ebből}$$

$$y_c - y_k = \frac{y_c - y_A}{1 - \frac{x_c - x_A}{x_c - x_k} \cdot \text{ctg } \alpha}$$

Ugyanígy vezethető le:

$$x_c - x_k = \frac{x_c - x_A}{1 + \frac{y_c - y_A}{y_c - y_k} \cdot \text{ctg } \alpha}$$

$$y_c - y_d = \frac{y_c - y_B}{1 + \frac{x_c - x_B}{x_c - x_d} \cdot \text{ctg } \beta}$$

$$x_c - x_d = \frac{x_c - x_B}{1 - \frac{y_c - y_B}{y_c - y_d} \cdot \text{ctg } \beta}$$

Ezután számítjuk az $y_d - y_k$ értékét. Felírhatjuk:

$$y_d - y_k = y_d - y_k + y_c - y_c$$

vagy a jobboldalt írhatjuk következő alakban:

$$y_d - y_k = \frac{y_c - y_A}{1 - \frac{x_c - x_A}{x_c - x_k} \cdot \text{ctg } \alpha} - \frac{y_c - y_B}{1 + \frac{x_c - x_B}{x_c - x_d} \cdot \text{ctg } \beta}$$

a minuszos tag már az előzőkből ismeretes. Ugyanígy írható:

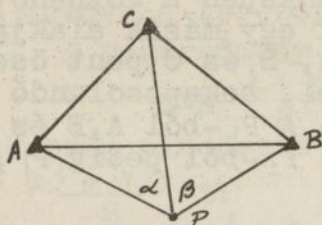
$$x_d - x_k = \frac{x_c - x_A}{1 - \frac{y_c - y_A}{y_c - y_k} \cdot \text{ctg } \alpha} - \frac{x_c - x_B}{1 + \frac{y_c - y_B}{y_c - y_d} \cdot \text{ctg } \beta}$$

Most már az egész számítás elvégezhető géppel, táblázatban.

Ellenőrzésül még számítjuk a P pont új összrendezőivel az α_{PA} , α_{PC} és α_{PB} csapásszögeket, ezek különbségeinek egyenlőknek kell lenniük az α és β mért szögértékekkel.

Táblázat a hátrametszés /Pothenot féle feladat/

géppel való számításához.



Adva van: $y_A, x_A, y_B, x_B, y_C, x_C$

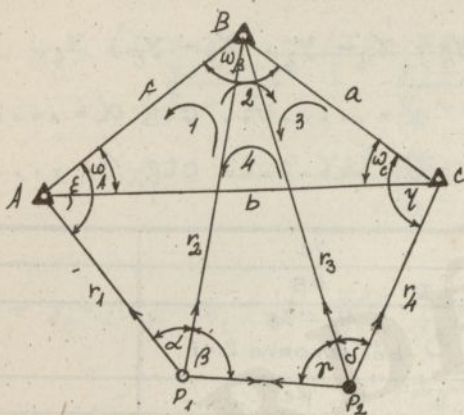
Megmértük: $\alpha = \dots \dots \dots \text{ctg } \alpha = \dots \dots \dots$
 $\beta = \dots \dots \dots \text{ctg } \beta = \dots \dots \dots$

1.	y_C		y_C
2.	y_A		y_B
3.	$y_C - y_A$ 1.-ből kivonva 2.-t.		$y_C - y_B$ 1.-ből kivonva 2.-t
4.	x_C		x_C
5.	x_A		x_B
6.	$x_C - x_A$ 4.-ből kivonva 5.-öt		$x_C - x_B$ 4.-ből kivonva 5.-öt
7.	$+(y_C - y_A)$ 3.-ból leírva		$+(x_C - x_A)$ 6. bal-ból leírva
8.	$-(x_C - x_A) \text{ctg } \alpha$; bal 6. szorozva $\text{ctg } \alpha$		$+(y_C - y_A) \text{ctg } \alpha$; 3.-bal szorozva $\text{ctg } \alpha$ -val
9.	$+(y_C - y_M)$ 7. és 8. összege		$+(x_C - x_M)$ 7. és 8. összege
10.	$+(y_C - y_B)$ 3.-ból leírva jobb		$+(x_C - x_B)$ 6.-ból leírva
11.	$+(x_C - x_B) \text{ctg } \beta$; 6. jobb szorozva $\text{ctg } \beta$		$-(y_C - y_B) \text{ctg } \beta$; 3. jobb szorozva $\text{ctg } \beta$
12.	$y_C - y_D$ 10. és 11. összege		$x_C - x_D$ 10. és 11. összege
13.	$y_D - y_M$ 9.-ből kivonva 12.		$x_D - x_M$ 9.-ből kivonva 12.
14.	$(y_D - y_M)^2$ 13. négyzetet		$+(y_C - y_M) \cdot (x_D - x_M)$ 9. bal szorozva 13. jobb
15.	$(x_D - x_M)^2$ 13. jobb négyzetet		$-(x_C - x_M)(y_D - y_M)$ 9. jobb szorozva 13. bal
16.	N 14. és 15. összege		P 14. és 15. összege
17.	$T = \frac{P}{N}$ A 16. jobb osztva a 16. balal.		
18.	x_C 4. ből leírva		y_C 1. ből leírva
19.	$+T(y_D - y_M)$ 13. bal szorozva 17.-el		$-T(x_D - x_M)$ 13. jobb szorozva 17.-el
20.	x_P 18. és 19. összege		y_P 18. és 19. összege

Ellenőrzés:

$y_A = \dots$	$x_A = \dots$	$y_C = \dots$	$x_C = \dots$	$y_B = \dots$	$x_B = \dots$
$-y_P = \dots$	$-x_P = \dots$	$-y_P = \dots$	$-x_P = \dots$	$-y_P = \dots$	$-x_P = \dots$
$y_A - y_P = \dots$	$x_A - x_P = \dots$	$y_C - y_P = \dots$	$x_C - x_P = \dots$	$y_B - y_P = \dots$	$x_B - x_P = \dots$
$\text{tg } \alpha_{PA} = \frac{y_A - y_P}{x_A - x_P}$	$\text{tg } \alpha_{PC} = \frac{y_C - y_P}{x_C - x_P}$	$\text{tg } \alpha_{PB} = \frac{y_B - y_P}{x_B - x_P}$			

Két új pont bekapcsolása három régi ponthoz.



Ez tulajdonképpen a Pothenot - feladatnak egy másik alakja. Adva van A, B és C pont összrendezőivel, bekapcsolandó P_1 és P_2 . A P_1 -ből A, B és P_2 látható, a P_2 -ből pedig P_1 , B és C.

$$\frac{\epsilon + \gamma}{2} = \frac{540^\circ - (\alpha + \beta + \gamma + \delta + \omega)}{2}$$

Itt is arányokat állítunk fel:

$$\frac{r_2}{c} = \frac{\sin \epsilon}{\sin \alpha} ; \quad \frac{c}{a} = \frac{\sin \omega_c}{\sin \omega_A} ;$$

$$\frac{a}{r_3} = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma} ; \quad \frac{r_3}{r_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

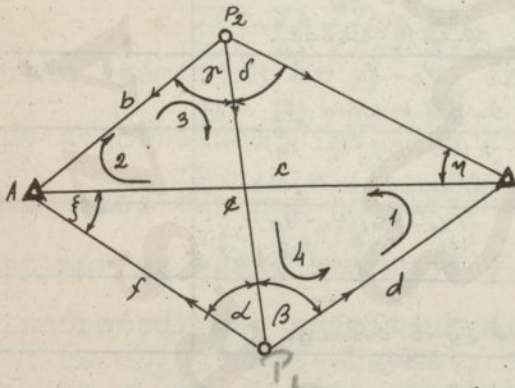
Ezeket összeszorozva:

$$1 = \frac{\sin \epsilon \cdot \sin \omega_c \cdot \sin \delta \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \omega_A \cdot \sin \gamma \cdot \sin \gamma}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \epsilon} = \frac{\sin \omega_c \cdot \sin \delta \cdot \sin \beta}{\sin \alpha \cdot \sin \omega_A \cdot \sin \gamma} = \frac{c \cdot \sin \delta \cdot \sin \beta}{a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma} = \operatorname{tg} \varphi$$

A levezetés a továbbiakban ugyanaz, mint az előbb. A számítások is megegyeznek az előzőekben levezetettekkel, tehát:

$$\operatorname{tg} \frac{\epsilon - \gamma}{2} = \operatorname{tg} /45^\circ - \varphi / \cdot \operatorname{tg} \frac{\epsilon + \gamma}{2}$$



Hansen-féle feladat.

Ez a hátrametszésnek az a faja, amikor két régi ponthoz két új pontot kapcsolunk be. Adva van tehát A és B pont összrendezői által, és meghatározandók P_1 és P_2 összrendezői. Ha A és B-ben fel tudnánk állni, előremetszéssel is megoldhatnánk a feladatot, azonban A és B megközelíthetetlen, s ezért felállunk a

P_1 pontban, mérjük az α és β szögeket, majd felállunk P_2 pontban és mérjük a γ , δ szögeket s ezek segítségével számítjuk a P_1 és P_2 összrendezőit.

Itt is felvesszünk γ és ϵ segédszögeket:

$$\epsilon + \alpha = \gamma + \delta$$

az ábra alapján, mert a két háromszögben a csucsánál lévő szögek egyenlők.

$$\frac{\epsilon - \gamma}{2} = \frac{\delta - \alpha}{2}$$

Itt tehát a két szög különbségét ismerjük és számítanunk kell az összegüket. Az arányok lesznek:

$$\frac{d}{c} = \frac{\sin \epsilon}{\sin / \alpha + \beta /} ; \quad \frac{c}{b} = \frac{\sin / \gamma + \delta /}{\sin \gamma} ; \quad \frac{b}{e} = \frac{\sin \alpha}{\sin / \alpha + \gamma /} ; \quad \frac{e}{d} = \frac{\sin / \beta + \delta /}{\sin \delta}$$

Összeszorozva:

$$1 = \frac{\sin \epsilon \cdot \sin / \gamma + \delta / \cdot \sin \alpha \cdot \sin / \beta + \delta /}{\sin / \alpha + \beta / \cdot \sin \gamma \cdot \sin / \alpha + \gamma / \cdot \sin \delta}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin f} = \frac{\sin / \gamma + \sigma / \cdot \sin \alpha \cdot \sin / \beta + \sigma /}{\sin / \alpha + \beta / \cdot \sin \sigma \cdot \sin / \alpha + \gamma /} = \operatorname{tg} \varphi$$

Ettől kezdve a levezetés teljesen azonos a Pothenot-feladatnál láttal. A végeredmény lesz:

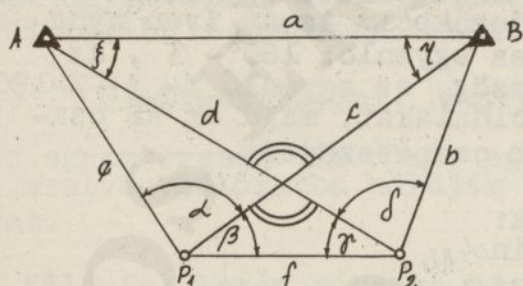
$$\operatorname{ctg} \frac{f + \gamma}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{f - \gamma}{2} = \operatorname{tg} / 45^\circ - \varphi /$$

A különbség mindössze annyi, hogy itt nem a $\frac{f - \gamma}{2}$ -et számítjuk ki, hanem a $\frac{f + \gamma}{2}$ -t:

$$\operatorname{ctg} \frac{f + \gamma}{2} = \operatorname{ctg} \frac{f - \gamma}{2} \cdot \operatorname{tg} / 45^\circ - \varphi /$$

vagy

$$\operatorname{tg} \frac{f + \gamma}{2} = \operatorname{tg} \frac{f - \gamma}{2} \cdot \operatorname{ctg} / 45^\circ - \varphi /$$



A Hansen feladatnak az ábrán látható másik alakját is a két segéd-szög alkalmazásával oldjuk meg. Az ábra alapján:

$$f + \gamma = \beta + \sigma$$

mert a közös csucsból lévő szögek egyenlőek /csúcshögek/. Az arányok:

$$\frac{b}{a} = \frac{\sin f}{\sin \sigma} ; \frac{a}{e} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} ; \frac{e}{f} = \frac{\sin \sigma}{\sin / \alpha + \beta + \gamma /} ; \frac{f}{b} = \frac{\sin / \beta + \sigma + \sigma /}{\sin \beta}$$

Összeszorozva:

$$1 = \frac{\sin f \cdot \sin \alpha \cdot \sin \sigma \cdot \sin / \beta + \sigma + \sigma /}{\sin \sigma \cdot \sin \gamma \cdot \sin / \alpha + \beta + \gamma / \cdot \sin \beta}$$

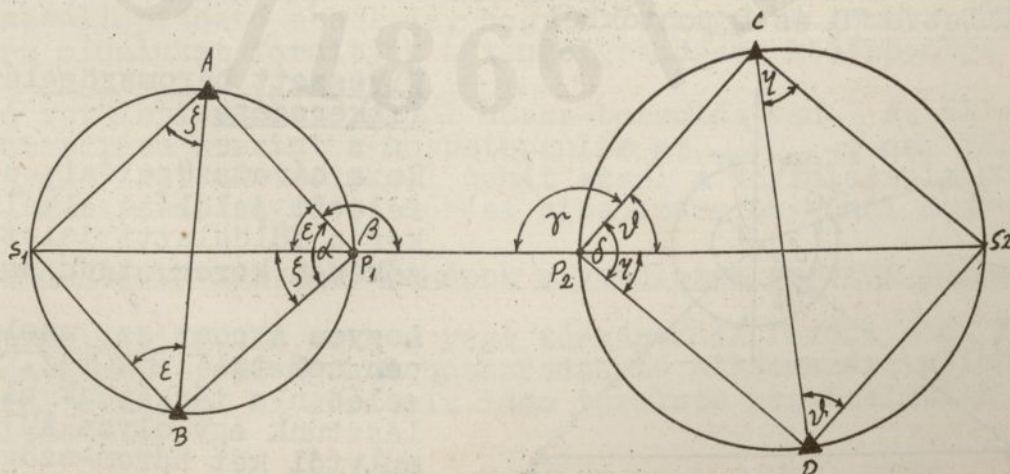
$$\frac{\sin \gamma}{\sin f} = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \sigma \cdot \sin / \beta + \sigma + \sigma /}{\sin \sigma \cdot \sin / \alpha + \beta + \gamma / \cdot \sin \beta} = \operatorname{tg}$$

A továbbiakat ugyanúgy vezethetjük le, mint az előzőekben, és kapjuk:

$$\operatorname{ctg} \frac{f + \gamma}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{f - \gamma}{2} = \operatorname{tg} / 45^\circ - \varphi /$$

$$\operatorname{tg} \frac{f - \gamma}{2} = \operatorname{tg} \frac{f + \gamma}{2} \cdot \operatorname{tg} / 45^\circ - \varphi /$$

Marek féle feladat.



Ritkán előforduló feladat. Akkor alkalmazzuk, ha P_1 -ből látjuk A, B és P_2 , P_2 -ből pedig C, D és P_1 pontokat, vagyis négy régi ponthoz kapcsolunk be két új pontot.

Felállunk P_1 pontban, irányozzuk B, A és P_2 pontokat, mérjük az α és β szögeket. Ezután felállunk P_2 pontban, irányozzuk P_1 , C és D pontokat, tehát mérjük γ és σ szögeket. Adva vannak A, B C és D összehangzóit. Hogy a feladatunkat megoldhassuk, először számítanunk kell P_1, P_2 irány csapásszögét.

Ismerjük $\overline{AB}$ és $\overline{CD}$ irányok csapásszögét és oldalhosszát. Fekteszünk a P_1, A, B ill. a P_2, C, D pontokon át egy-egy kört, azután a P_1, P_2 irányt meghosszabbítjuk addig, amíg ez az irány a köröket S_1 ill. S_2 pontokban metszi. Ezáltal nyertünk két **segédháromszöget**: ABS_1 és CDS_2 . Ezek a háromszögek számíthatók, mert adott egy oldal és két szög. Az AB oldal számítható az összehangzókból. Az AS_1 iven nyugszik a P_1 -nél és a B-nél lévő ϵ szög, ez egyenlő: $180^\circ - \beta$, az S_1B iven nyugszik A-nál és P_1 -nél a γ szög, ez egyenlő $180^\circ - \alpha - \beta$. Sinus-tétellel számítjuk az AS_1 és BS_1 oldalakat, majd az AB csapásszögéből számítjuk BS_1 és S_1A irányok csapásszögeit.

Ezek ismeretében S_1 összehangzóit lesznek:

$$\begin{aligned} y_{S_1} &= y_A + AS_1 \cdot \sin \alpha_{AS_1} = y_B + BS_1 \cdot \sin \alpha_{BS_1} \\ x_{S_1} &= x_A + AS_1 \cdot \cos \alpha_{AS_1} = x_B + BS_1 \cdot \cos \alpha_{BS_1} \end{aligned}$$

Ugyanígy számítjuk S_2 összehangzóit is:

$$\gamma = 180^\circ - \gamma' - \sigma' - 180^\circ; \quad \gamma' = 180^\circ - \gamma$$

Ugyanígy, mint az előbb, számítjuk az oldalhosszakat, csapásszögeket és S_2 összehangzóit.

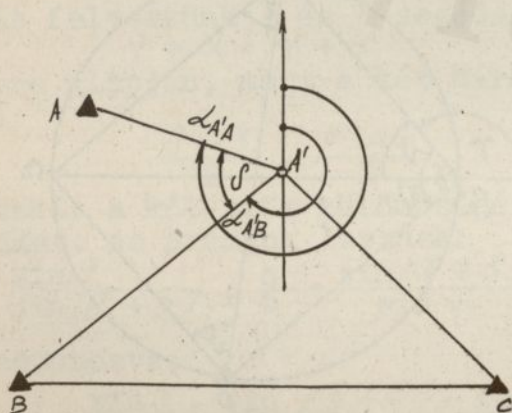
Ezekután az S_1 és S_2 összehangzóiból számítjuk az S_1, S_2 irány csapásszögét:

$$\tan \alpha_{S_1, S_2} = \frac{y_{S_1} - y_{S_2}}{x_{S_1} - x_{S_2}}$$

nyerjük α_{S_1, S_2} -t, ez pedig egyenlő α_{P_1, P_2} -vel. Most már számíthatjuk az összes oldal csapásszögét.

$$\begin{aligned} \alpha_{P_1, B} &= \alpha_{P_2, P_1} + 360^\circ - 180^\circ - \alpha - \beta \\ \alpha_{P_1, A} &= \alpha_{P_2, P_1} + 360^\circ - \beta \end{aligned} \quad \text{és}$$

Számítjuk akár az A, akár a B-nél lévő szöget P_1AB szög $= \alpha_{AB} - \alpha_{AP_1}$. Továbbá számítjuk az AP_1 és BP_1 távolságokat, ezek alapján pedig a P_1 pont összehangzóit. Ugyanígy járunk el a CDP_2 háromszögben. Megoldottuk tehát a feladatot, és nyertük a P_1 és P_2 összehangzóit az A, B illetve C és D pontokból.



Elvesztett háromszögelési pontok felkeresése.

Ha a háromszögelési pont föléfeletti jelölése elkallódott, akkor a földalatti jelet a következőképpen kereshetjük meg:

Legyen A pont az, amelyet a terepen nem találunk meg. Ennek közelében a térképünk alapján kiválasztunk egy olyan A' pontot, amelytől két háromszögelési pontot, amelyek megvannak, jól láthatunk. Meghatározzuk az előzőekben

tárgyalt eljárások valamelyikével A pont összrendezőit. Az A' pont összrendezői adottak, számítható az $\alpha_{A'A}$ csapásszög és az A' A távolság. Felállunk az A' pontban a műszerünkkel az A' B irányhoz kitűzzük a $\sigma = \alpha_{A'B} - \alpha_{A'B}$ szöget, az úgy kijelölt irányra rámérjük az A' A távolságot.

Ha az így kijelölt pontban leásunk, 60-80 cm mélységben meg kell találnunk az elveszett pont földalatti jelét.

Az A' pont helyét lehetőleg két háromszögből kell meghatároznunk, mert lehetséges, hogy a B vagy a C pont is megbízhatatlan. /el van mozditva/, s így hibás háromszöggel dolgozunk, s a számított A pontban nem találjuk meg a földalatti jelzést.

Ha két különböző háromszögből az A -pontra közel, 5 cm-es eltéréssel ugyanazokat az összrendezőket kapjuk, akkor nyugodtan végezhetjük tovább a számításainkat.

Szelvényhálózat, háromszögelt pontok térképe.

Az egész ország területe egy szelvényhálózattal van bõrítva, ebbe a szelvényhálózatba hordják be a kiszámított háromszögelési pontokat.

A föld felületén végzett mérési eredményeket sík térképen kell ábrázolnunk, ezért a pontokat át kell vetítenünk először gömbre, majd egy síkra, vagy síkba-fejthető felületre /henger, kup/. Ezekkel a vetítési eljárásokkal a felsőgeodézia foglalkozik.

Itt csak azt jegyezzük meg, hogy a vetület mindig torzított, és pedig vagy általános torzításu, vagy szögtartó, vagy területtartó. Az állami földmérés szögtartó vetületeket használ. Minthogy azonban a vetítés nem az oldalak pontonkénti átvetítésével történik, hanem a háromszögelt pontok átvetítésével, az ezeket összekötő vonalak a térképeken egyenesek, a gömbön ellenben legnagyobb gömbi körök tehát itt is kell irányredukciót számítani. Az irányredukció lesz:

$$\Delta = T \cdot \frac{\rho''}{4 R^2} \cdot H \cdot \sin \alpha$$

ahol T a mérési pont és a tengelyrendszer középpontja közötti távolság, H az irányzott oldal hossza és a α szög a mérési pontnál a tengelyrendszer középpontja és az irányzott pont közötti szög. Δ előjele pozitív, ha $\alpha > 180^\circ$ -nál és negatív, ha $\alpha < 180^\circ$ -nál. Az oldal két végpontján az irányredukció egyenlő, de ellenkező előjelű. Az előjel megállapítható abból is, hogy a legnagyobb gömbi-körök mindig a homorú oldalukat fordítják a tengelyrendszer középpontja felé.

A szögtartó vetületi rendszereknél hossz-torzulás van. Az állami földmérés utasítása szerint a hossztorzulás az $\frac{1}{100000}$ -t nem haladhatja meg. A gyakorlati méréseinknél tehát ezzel a torzulással nem kell számolnunk, mert a megengedett mérési hibahatáraink ennél nagyobbak.

A forgalombanlévő kataszteri térképek a vetületek szerint háromfélék:

1./ Vetület nélküliek. Ez csak a régi térképeknél fordul elő. Ebben az esetben a gömbi távolságokat hosszredukció alkalmazása nélkül tüntették fel a síkon. Az ábrázolt idom területe megközelíti a valószínű területet.

2./ A stereografikus vetületben szerkesztett térképeknél a képfelület a gömböt a tengelyrendszer kezdőpontjában érintő sík. A vetítés

központja pedig az érintési ponthoz tartozó átmérőnek a másik végpontja. A megengedett hossztorzulás csak a kezdőpont körül 127 km-es sugárral húzott körön belül van.

3./ Ferdetengelyű henger-vetületrendszerben készítik az állami földmérés térképeit 1908 óta. Ennél a képfelület a gömböt egy legnagyobb gömbi kör mentén érintő hengernek a síkba kiterített palástja. Az érintési legnagyobb gömbi kör képe egyenes. Ez a rendszer y tengelyszára. Az érintési körrel párhuzamos körök képei az y tengellyel párhuzamos egyenesek. Az érintési körre merőleges legnagyobb gömbi körök képei az y tengelyre merőleges egyenesek, amelyeknek távolsága egyenlő a gömbi köröknek az érintési körön mért távolságával. A vetület szögtartó. A hossztorzulás az y tengelyben nulla, ettől távolodva egyre nő, úgy hogy csak 180 km távon belül használható a megengedett $\frac{1}{10.000}$ hibahatáron belül. A legnagyobb gömbi körök homorú oldaluk 10.000 lukat az y tengely felé mutatják.

A hossztorzulás miatt Magyarországon három sávra van szükség, ezreint három rendszerünk van:

a./ az északi rendszer /É.R./ ábrázolja az ország $47^{\circ}55'0''$ földrajzi szélességtől északra eső területet.

b./ a középső rendszer /K.R./ a $47^{\circ}55'0''$ és a $46^{\circ}22'0''$ földrajzi szélességek közötti részt

c./ a déli rendszer /D.R./ a $46^{\circ}22'0''$ földrajzi szélességtől délre eső területet.

Az állami földmérés térképein fel van tüntetve a vetületi rendszer. A háromszögelt pontok összerendezőit a háromszögelt hivataltól oly vetületben kell kérni, amilyen rendszerben a térkép, amellyel dolgozunk, készült.

A tengelyrendszer központja a régi gellérthegyi csillagvizsgáló keleti tornya. Ez a budapesti tengelyrendszer. A stereografikus és a henger-vetületi rendszer. x tengelyének iránya között $6.44''$ eltérés van.

A régi háromszögelési térkép fel van osztva 4000° oldalhosszuságú négyzetekre.

Egy ilyen négyzet területe tehát egy négyzetmérföld.

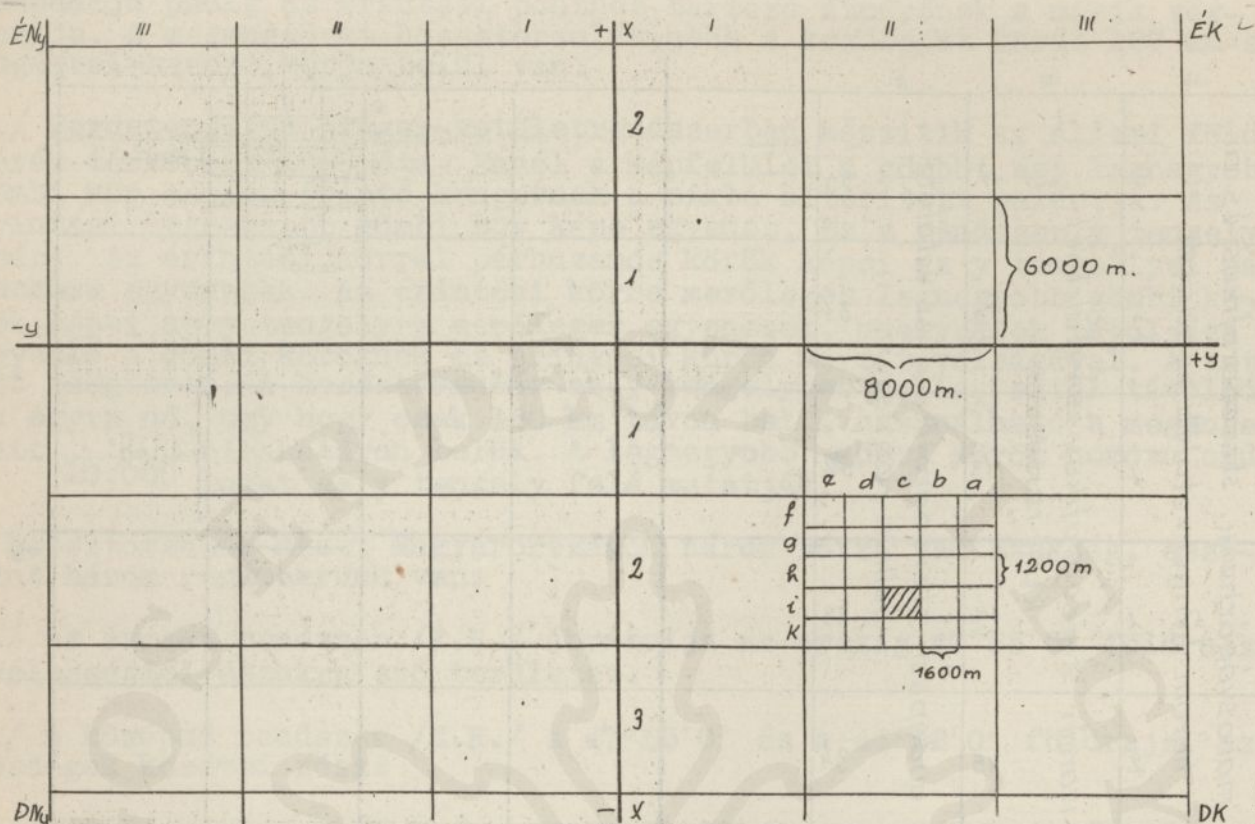
Az x tengellyel párhuzamos négyzetmérföld sávokat oszlopoknak, az y tengellyel párhuzamos sávokat pedig rétegeknek nevezzük.

Egy négyzetmérföld egy térképlapon készül $1":200^{\circ}$ méretarányban, s ennek a neve: osztálylap.

A rétegeket arab, az oszlopokat római számokkal jelölik. A rétegeket a marosvásárhelyi rendszerben az ordinátatengelytől fel- és lefelé eggyel kezdve számozzák.

Az ivanici rendszerben északon kezdik eggyel, az y tengely a 13. és 14. számú réteg között van.

A budapesti rendszerben a rétegeket Magyarország északi szélétől eggyel kezdve folytonosan számozzák dél felé. Az ordinátatengely a 32. és 33. réteget választja el.



A méteres szelvénylap területe: 192 hektár $\approx 1.92 \text{ km}^2$ ami megfelel 333 hold lozó négyszögölnek. Az öles szelvénylap területe 500 kat. hold, ami megfelel 287.732 hektárnak ill. 2.88 km^2 -nek.

Általában:

- 1 $\text{km}^2 = 173.773 \text{ kat.hold} = 173 \text{ kat.hold}$ és $1236.8 \square^\circ$
- 1 négyzetmérföld $= 57.546 \text{ km}^2 = 5754.64 \text{ hektár}$
- 1 koordináta-négyszög $= 4800 \text{ ha} = 8341.09 \text{ k.hold} = 8341 \text{ k.hold}$ és $150 \square^\circ$

Egy-egy város felmérésénél rendszerint külön tengelyrendszert vesznek fel, ezt azonban bekapcsolják az országos hálózatba.

A sokszögelés.

Az alappontokat a háromszögelési pontok között sokszögeléssel sűrítjük tovább. Megkülönböztetünk fő- és mellék-sokszög vonalakat. A fő-sokszög vonalak háromszögelési alappontokból indulnak ki és háromszögelési alapponthoz, kivételesen sokszögelési csomópontthoz csatlakoznak. A mellék-sokszög vonalak háromszögelési alappontból, már meghatározott sokszögelési csomópontból, vagy sokszögponthoz indulnak ki, és már ismert sokszögponthoz csatlakoznak.

A fő-sokszög vonalakat úgy kell vezetni, hogy azok lehetőleg egyenlő oldalhosszakkal bírnak és szögeik közel nyújtott-szögek legyenek.

A mellék-sokszög vonalak ezeken belül vannak.

Két sokszögmenet oldalainak nem szabad egymást metszeniük, ezért ha két sokszögmenet keresztezi egymást, akkor a közös pontot, mint csomópontot számítjuk. A sokszögmenetek hossza sík területen általában 1000 m, dombos terepen 800 m, hegyes terepen pedig 600 m körül szokott lenni. A hossza attól függ, hogy milyen sűrű a háromszöghálózat.

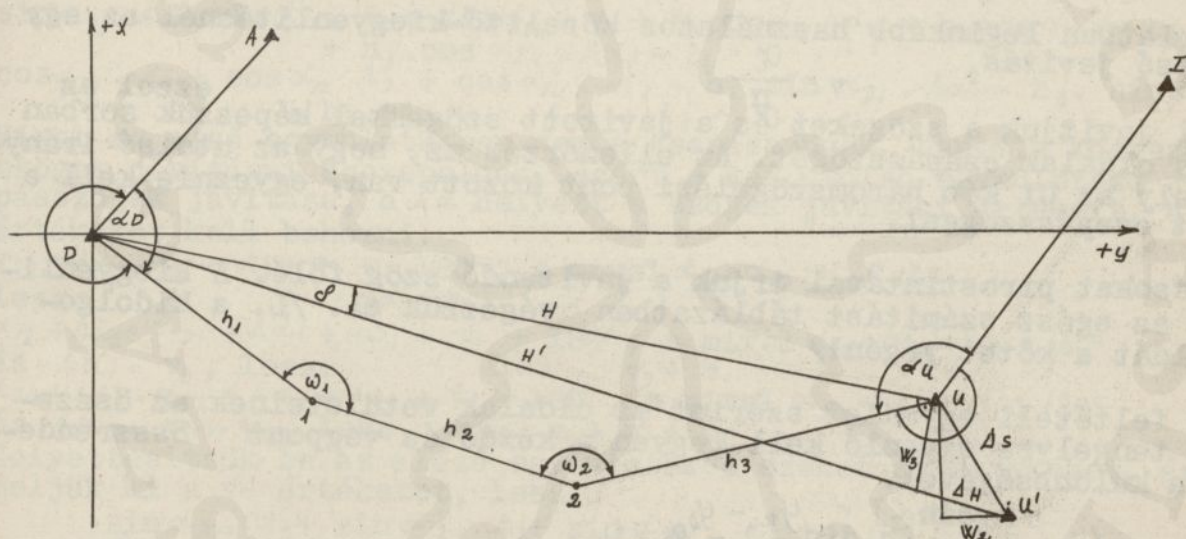
A sokszögoldalak átlagos hossza lehetőleg 100 m körüli, legfeljebb 200 m legyen. A két szögcsár lehetőleg nyújtott-szög /közel 180° / legyen. A sokszögmenetet ott vezetjük, ahol a közelben sok részletpont van /utakon, hirtokhatárok mellett, stb./. Sohasem vezetjük azonban az ut tengelyében - különösen erősforgalmú uttesteken nem -, hanem az utcát zeg-zugosan metszve, mert ebben az esetben a műszerrel még erős forgalom esetében is zavartalanul végezhetjük a méréseinket.

A sokszögmenet pontjait meg kell jelölnünk földalatti és földfeletti jellel; rendszerint két egymás alá helyezett, 4-5 cm átmérőjű betonhengerrel jelölik meg, amelynek a közepében 1 cm átmérőjű luk van.

A sokszögmenet lehet:

- 1./ kettősen tájékozott
- 2./ egyszeresen tájékozott
- 3./ tájékozatlan

Kettősen tájékozott sokszögmenet.



Mind a kezdő, mind a végpontja már meghatározott alappont. Ezek között állandósítjuk az előbbieken elmondottak szemelött-tartásával a sokszögpontokat. Ezután felállunk a műszerünkkel a kiindulási háromszögpontban, D-ben, megirányozzuk az A háromszögelési pontot és azután az 1. sokszögpontot, mérjük az α_D tájékozási szöget. Ezt azért hívjuk tájékozási szögnek, mert ennek segítségével tájékozni tudjuk a D 1 irányunkat, vagyis számíthatjuk a D 1 irány, csapás-szögét. A szögmérést rendes és áthajtott távcsővel végezzük. Ezután felállunk az 1 pontban, irányozzuk az elmaradó szögcsárát, azután az előremenőt. Az előremenő irányzásnál nyert leolvasásból levonva az elmaradó irányzásnál nyert leolvasást, kapjuk a haladás irányában balkéz felé eső szögeket. Így mérjük meg minden pontban a közebezárt szögeket. Végül felállva az U háromszögelt pontban irányozzuk az utolsó sokszögpontot és azután az I háromszögelt pontot, számítjuk az α_U tájékozási szöget.

A szögek mérése után mérjük a vízszintes hosszakat oda és vissza. A kettő közti különbség nem haladhatja meg a $\frac{h}{2000}$ -t.

Adva van $y_A, x_A; y_D, x_D; y_U, x_U; y_I, x_I$ ezekkel számíthatjuk $\alpha_{AD}, \alpha_{DU}, \alpha_{UI}$ csapásszögeket.

Felírható három feltételi egyenlet, mert hárommal több mért adatunk van, mint amennyire feltétlenül szükségünk volna. Az egyik az α_u , a másik az ω_1 , és a harmadik h_3 . Az első feltételi egyenletet nyerjük, ha az adott AD irány csapáásszögéből sorban képezzük az egyes sokszög-
oldalak csapáásszögét az ismert képlettel míg végül is nyerjük az UI csapáásszögét, amelynek egyeznie kellene az adott UI csapáásszöggel, amint ezt az alábbiakban látjuk:

$$\begin{aligned}\alpha_{u1} &= \alpha_{AD} + \alpha_D \pm 180^\circ \\ \alpha_{u2} &= \alpha_{u1} + \omega_1 \pm 180^\circ \\ \alpha_{u3} &= \alpha_{u2} + \omega_2 \pm 180^\circ \\ \alpha_{uI} &= \alpha_{u3} + \alpha_u \pm 180^\circ\end{aligned}$$

Ezeket összeadva lesz:

$$\begin{aligned}\alpha_{uI} &= \alpha_{AD} + [\alpha, \omega] - k \cdot 180^\circ \\ \alpha_{uI} &= \{\alpha_{AD} + [\alpha, \omega] - k \cdot 180^\circ\} = \phi - l_1\end{aligned}$$

Az ellenmondás nagysága:

$$\begin{aligned}\text{külső területen} & 50'' \sqrt{n} \\ \text{belső területen} & 30'' \sqrt{n} \\ \text{városban} & 20'' \sqrt{n}\end{aligned}$$

lehet, ahol n a mért szögek száma, beleszámítva a tájékozási szögeket is.

A gyakorlatban leginkább használatos közelítő-kiegyenlítésnél az egy szögre eső javítás,

$$v = \frac{l}{n}$$

értékkel javítjuk a szögeket és a javított szögekkel képezzük sorban az egyes oldalak csapáásszögét. Az ellenőrzés az, hogy az utolsó irány-
nak, amely az UI két háromszögelési pont között van, egyeznie kell a megadott csapáásszöggel.

A javításokat pirostintával írjuk a javítandó szög fölé. A kiegyenli-
tést és az egész számítást táblázatban végezzük el. /L. a kidolgo-
zott példát a kötet végén!/
ezzel az

A másik feltételi egyenlet szerint az oldalak vetületeinek az össze-
ge az y tengelyre egyenlő kell legyen a kezdő és végpont - összrend-
ezőinek a különbségével.

$$\begin{aligned}[h \cdot \sin \alpha] &= y_u - y_D = l_2 \\ /y_u - y_D/ - [h \cdot \sin \alpha] &= \phi = l_2\end{aligned}$$

Ugyanigy a harmadik feltételi egyenlet szerint az oldalak vetületei-
nek az összege az x tengelyre egyenlő kell legyen a kezdő és végpont
x. összrendezőinek különbségével:

$$\begin{aligned}[h \cdot \cos \alpha] &= x_u - x_D \\ /x_u - x_D/ - [h \cdot \cos \alpha] &= \phi = l_3\end{aligned}$$

Ezeket a számításokat is a táblázatban végezzük el. A közelítő ki-
egyenlítési eljárásnál a vetületek, tehát a részösszrendezők számítása
a már kiegyenlített szögekből képezett csapáásszögekkel történik.

Kettősen tájékozott sokszögmenetek szigorú kiegyenlítése.

Ennél az eljárásnál a három feltételi egyenletet egyszerre vonjuk
számításba. /L. az előző ábrát!/
A szögek javítását $v_1, v_2 \dots$ stb., a csapáásszögek javítását $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2 \dots$
stb., végül az oldalhosszak javítását $\Delta l_1, \Delta l_2 \dots$ stb., -vel fogjuk je-
lölni.

$$/\alpha_D + v_D/ + /\omega_1 + v_1/ + /\omega_2 + v_2/ + /\alpha_u + v_u/ - \alpha_{uI} + \alpha_{AD} - k \cdot 180^\circ = 0$$

mivel az előzők szerint

$$-\alpha_{uI} + \{\alpha_{AD} + [\alpha, \omega] - k \cdot 180^\circ\} = -l_1$$

ezt behelyettesítve:

$$\begin{aligned} & v_D + v_1 + v_2 + v_u - l_1 = 0 \\ \text{és a másik két egyenlet: } & \frac{1}{h_1 + l_1} \cdot \sin(\alpha_{D1} + \Delta\alpha_1) + \frac{1}{h_2 + l_2} \cdot \sin(\alpha_{12} + \Delta\alpha_2) + \frac{1}{h_3 + l_3} \cdot \sin(\alpha_{2u} + \Delta\alpha_3) - \frac{(y_u - y_D)}{x_u - x_D} = 0 \\ & - \frac{x_u - x_D}{x_u - x_D} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{Mivel } \sin(\alpha + \Delta\alpha) = \sin\alpha \cdot \cos\Delta\alpha + \cos\alpha \cdot \sin\Delta\alpha$$

és $\cos(\alpha + \Delta\alpha) = \cos\alpha \cdot \cos\Delta\alpha - \sin\alpha \cdot \sin\Delta\alpha$
s mivel $\Delta\alpha$ kis érték, $\cos\Delta\alpha = 1$ és $\sin\Delta\alpha = \Delta\alpha$
írható:

$$\sin(\alpha + \Delta\alpha) = \sin\alpha + \cos\alpha \cdot \Delta\alpha$$

$$\cos(\alpha + \Delta\alpha) = \cos\alpha - \sin\alpha \cdot \Delta\alpha$$

ezt behelyettesítve a két fenti egyenletbe a kijelölt szorzásokat elvégezve és azokat a tagokat, amelyekben a másodrendű kis értékek $l \cdot \Delta\alpha$ szerepelnek elhanyagolva lesz:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{D1} \cdot l_1 + \sin\alpha_{12} \cdot l_2 + \sin\alpha_{2u} \cdot l_3 + h_1 \cdot \cos\alpha_{D1} \cdot \Delta\alpha_1 + \\ & + h_2 \cdot \cos\alpha_{12} \cdot \Delta\alpha_2 + h_3 \cdot \cos\alpha_{2u} \cdot \Delta\alpha_3 + [h \cdot \sin\alpha] - \frac{(y_u - y_D)}{x_u - x_D} = 0 \\ \cos\alpha_{D1} \cdot l_1 + \cos\alpha_{12} \cdot l_2 + \cos\alpha_{2u} \cdot l_3 - h_1 \cdot \sin\alpha_{D1} \cdot \Delta\alpha_1 - h_2 \cdot \sin\alpha_{12} \cdot \Delta\alpha_2 - \\ & h_3 \cdot \sin\alpha_{2u} \cdot \Delta\alpha_3 + [h \cdot \cos\alpha] - \frac{x_u - x_D}{x_u - x_D} = 0 \end{aligned}$$

■ mivel

$$[h \cdot \sin\alpha] - \frac{(y_u - y_D)}{x_u - x_D} = -l_2; \quad [h \cdot \cos\alpha] - \frac{x_u - x_D}{x_u - x_D} = -l_3$$

lesz:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{D1} \cdot l_1 + \sin\alpha_{12} \cdot l_2 + \sin\alpha_{2u} \cdot l_3 + h_1 \cdot \cos\alpha_{D1} \cdot \Delta\alpha_1 + h_2 \cdot \cos\alpha_{12} \cdot \Delta\alpha_2 + \\ & + h_3 \cdot \cos\alpha_{2u} \cdot \Delta\alpha_3 - l_2 = 0 \\ \cos\alpha_{D1} \cdot l_1 + \cos\alpha_{12} \cdot l_2 + \cos\alpha_{2u} \cdot l_3 - h_1 \cdot \sin\alpha_{D1} \cdot \Delta\alpha_1 - h_2 \cdot \sin\alpha_{12} \cdot \Delta\alpha_2 - \\ & - h_3 \cdot \sin\alpha_{2u} \cdot \Delta\alpha_3 - l_3 = 0 \end{aligned}$$

Mivel az első egyenletünkben nem a csapásszögek, hanem a közbezárt szögek javításai szerepelnek, azért a két utolsó egyenletben a csapásszögek javítása, a $\Delta\alpha$ helyett a szögek javítási értékeit, a v értékeket kell behozni.

$$\alpha_{D1} + \Delta\alpha_1 = \alpha_{AD} + \alpha_D + v_D \pm 180^\circ, \text{ s mivel } \alpha_{D1} = \alpha_{AD} + \alpha_D \pm 180^\circ$$

$$\text{lesz: } \Delta\alpha_1 = v_D$$

$$\alpha_{12} + \Delta\alpha_2 = \alpha_{D1} + \Delta\alpha_1 + \omega_1 + v_1 \pm 180^\circ, \text{ s mivel } \alpha_{12} = \alpha_{D1} + \omega_1 \pm 180^\circ$$

$$\text{és } \Delta\alpha_1 = v_D, \text{ lesz: } \Delta\alpha_2 = v_D + v_1$$

$$\alpha_{2u} + \Delta\alpha_3 = \alpha_{12} + \Delta\alpha_2 + \omega_2 + v_2 \pm 180^\circ, \text{ s mivel } \alpha_{2u} = \alpha_{12} + \omega_2 \pm 180^\circ$$

$$\text{és } \Delta\alpha_2 = v_D + v_1, \text{ lesz } \Delta\alpha_3 = v_D + v_1 + v_2$$

Helyettesítsük be az előző egyenletekbe ezeket az értékeket, és emeljük ki a v értékeket, lesz:

$$\begin{aligned} & \sin\alpha_{D1} \cdot l_1 + \sin\alpha_{12} \cdot l_2 + \sin\alpha_{2u} \cdot l_3 + \\ & + \frac{1}{h_1} \cdot \cos\alpha_{D1} + h_2 \cdot \cos\alpha_{12} + h_3 \cdot \cos\alpha_{2u} / v_D + \\ & + \frac{1}{h_2} \cdot \cos\alpha_{12} + h_3 \cdot \cos\alpha_{2u} / v_1 + h_3 \cdot \cos\alpha_{2u} \cdot v_2 - l_2 = 0 \end{aligned}$$

Ugyanígy

$$\begin{aligned} & \cos\alpha_{D1} \cdot l_1 + \cos\alpha_{12} \cdot l_2 + \cos\alpha_{2u} \cdot l_3 - \\ & - \frac{1}{h_1} \cdot \sin\alpha_{D1} + h_2 \cdot \sin\alpha_{12} + h_3 \cdot \sin\alpha_{2u} / v_D - \\ & - \frac{1}{h_2} \cdot \sin\alpha_{12} + h_3 \cdot \sin\alpha_{2u} / v_1 - h_3 \cdot \sin\alpha_{2u} \cdot v_2 - l_3 = 0 \end{aligned}$$

Hogy az ellenmondásokat nyerjük, számítanunk kell az egyes pontok előzetes összehangozóit. Ha ezeket a D pontra vonatkoztatva $x_1, y_1; x_2, y_2; x_u, y_u$ -val jelöljük, akkor a zárójelekben lévő kifejezéseket felírhatjuk ezekkel az összehangozókkal is. Tehát a három javítási egyenletünk lesz:

$$\begin{aligned} & v_D + v_1 + v_2 + v_u - l_1 = 0 \\ \sin\alpha_{D1} \cdot l_1 + \sin\alpha_{12} \cdot l_2 + \sin\alpha_{2u} \cdot l_3 + \frac{x_u - x_D}{x_u - x_D} / v_D + \frac{x_u - x_1}{x_u - x_1} / v_1 + \frac{x_u - x_2}{x_u - x_2} / v_2 - l_2 = 0 \\ \cos\alpha_{D1} \cdot l_1 + \cos\alpha_{12} \cdot l_2 + \cos\alpha_{2u} \cdot l_3 - \frac{y_u - y_D}{y_u - y_D} / v_D - \frac{y_u - y_1}{y_u - y_1} / v_1 - \frac{y_u - y_2}{y_u - y_2} / v_2 - l_3 = 0 \end{aligned}$$

A további számítást, mivel az együtthatók számíthatók, teljesen úgy végezzük, mint a kiegyenlítő-számításnál azt láttuk:

	a	b	c	aa	ab	ac	bb	bc	cc	ak ₁	bk ₁	ck ₁	$\frac{\lambda}{ik \cdot v}$
λ_1	0	$\sin \alpha_{D1}$	$\cos \alpha_{D1}$										
λ_2	0	$\sin \alpha_{12}$	$\cos \alpha_{12}$										
λ_3	0	$\sin \alpha_{24}$	$\cos \alpha_{24}$										
v_D	+1	$(x_u - x_D)$	$-(y_u - y_D)$										
v_1	+1	$(x_u - x_1)$	$-(y_u - y_1)$										
v_2	+1	$(x_u - x_2)$	$-(y_u - y_2)$										
v_u	+1	0	0										

Három korreláns-egyenletünk van, számítjuk a k értékeket és ebből a λ ill. v értékeket. Ezekkel javítva a hosszakat ill. a szögeket, újból számítjuk a javított értékekkel a menetet, s így kapjuk az összrendező valószínű helyes értékét.

A számítás, amint látjuk, igen hosszadalmas, azért csak igen fontos meneteknél alkalmazzák, egyébként mindig a közelítő-eljárással végzik el a kiegyenlítést, amely gyorsan megy és a gyakorlat kívánalmainak megfelelő pontossággal adja az összrendezőket.

A szigorú és közelítő eljárással nyert összrendező értékei nem egyeznek teljesen, 1-2 cm eltérés előfordulhat. A gyakorlatban ez a hiba meg van engedve, mert ennyi hibát a mérésnél is elkövetünk.

A mérés pontosságát megítélhetjük a hosszaráóhiba nagyságából ΔS -ből:

$$\Delta S = \sqrt{l_2^2 + l_3^2}$$

ennek nem szabad nagyobbak lennie, mint $\frac{H}{2000}$, ahol $H = [h]$, vagyis a megmért oldalhosszak összege.

De megítélhetjük a mérés pontosságát a megmért adatokból számítható és az adott összrendezőből számítható hosszak különbségéből és elfordulási értékeiből.

$$H' = \sqrt{[h \cdot \sin \alpha]^2 + [h \cdot \cos \alpha]^2}$$

$$H = \sqrt{[y_u - y]^2 + [x_u - x]^2}$$

$$H' - H = \Delta H \dots\dots\dots$$

A megengedett hossztorzulás:

$$\Delta H = \sqrt{0.0005 H^2 + 0.00015625 H}$$

Városokban ennek csak 25 %-a van megengedve. A hossz-elhajlás, vagy elfordulás:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{[h \cdot \sin \alpha]}{[h \cdot \cos \alpha]} \quad \alpha' = ? \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_u - y}{x_u - x} \quad \alpha = \dots\dots\dots$$

Ez nem lehet nagyobb, mint $50''$ $\sqrt{n}$. Ezeket a számításokat logarléccel is elvégezhetjük. Ha a záróhibánk kisebb a megengedettnél, akkor az egyes részösszrendezőket javítanunk kell külön az y-okat és külön az x-eket. Az y-ra nézve a javítás lesz:

$$v_1 = \frac{l_2}{[h]} \cdot h_1 \quad ; \quad v_2 = \frac{l_2}{[h]} \cdot h_2 \quad \dots\dots \text{stb.}$$

Az x-ek javítása lesz:

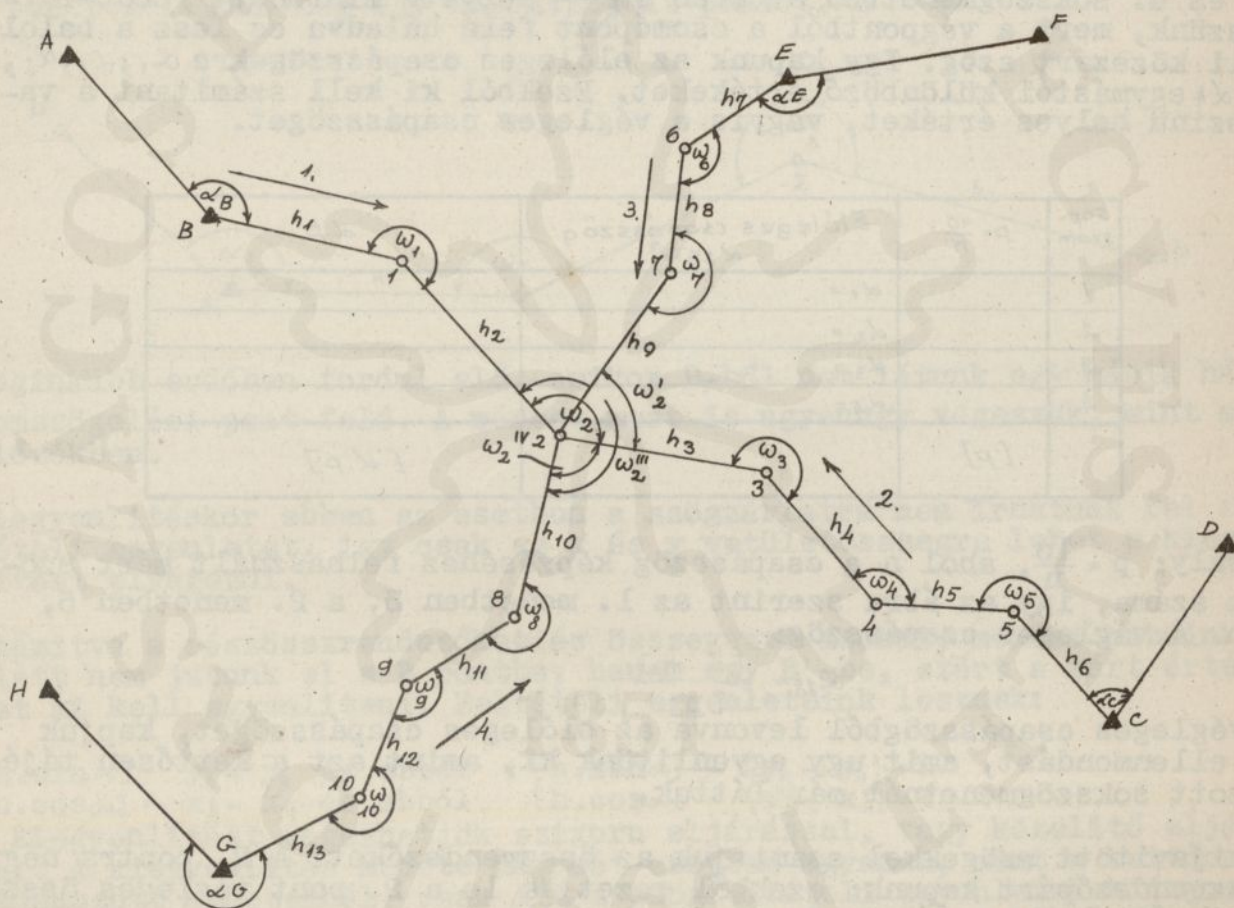
$$v_1 = \frac{l_3}{[h]} \cdot h_1 ; \quad v_2 = \frac{l_3}{[h]} \cdot h_2 \dots \text{stb.}$$

ahol $[h]$ egyenlő a megmért oldalhosszak összegével. A javítási értékeket pirossal írjuk be a megfelelő részösszrendezőkhöz. Ha ezekből képezzük a főösszrendezőket, akkor az U pontban a megadott összrendezőkre kell jutnunk.

Kettősen tájékozott sokszögmenet csomóponttal.

Ha két, vagy több menet keresztezi egymást, a közös pontot csomópontnak nevezzük.

A két menettegyszerre egyenlitjük ki, mert ha külön egyenlitenénk ki, akkor a csomópontra két különböző összrendezőpárt kapnánk.



A kiegyenlítésnél közelítő eljárást alkalmazunk. Kiválasztunk a csomópont mellett egy oldalt h_{10} és az egyes végpontokból kiindulva haladunk a csomópont felé és erre a kiválasztott oldalra írjuk fel az egyenleteket. Egyebekben itt is táblázatokban végezzük a számításainkat. A táblázatok azonosak az előzőekben használtakkal. /1. kidolgozott példa a kötet végén./

A h_{10} oldal csapásszögére, α_{23} -ra négy különböző értéket fogunk kapni: ezekből kell levezetnünk a valószínű helyes értéket és erre egyenlitjük ki a többi szöget.

$$\alpha_{BA} = \dots\dots\dots \alpha_{B1} = \dots\dots\dots \alpha_{12} = \dots\dots\dots$$

$$\alpha_B = \dots\dots\dots \omega_1 = \dots\dots\dots \omega_2^{III} = \dots\dots\dots$$

$$\alpha_{B1} = \dots\dots\dots \alpha_{12} = \dots\dots\dots \alpha_{28} = \dots\dots\dots$$

$$\alpha_{28} = \dots\dots\dots$$

$$[\alpha, \omega] = \dots\dots\dots$$

$$-k. 180^\circ = \dots\dots\dots$$

Előleges csapásszög =

Ezt az eljárást elvégezzük a 2., 3., és 4. sokszög-szárakra is. A 2. és 4. sokszögmenetben azonban az ω helyett mindenütt $/360^\circ - \omega/-$ -t veszünk, mert a végpontból a csomópont felé haladva ez lesz a baloldali közézárt szög. Így kapunk az előleges csapásszögekre $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, és α_4 egymástól különböző értékeket. Ezekből ki kell számítani a valószínű helyes értéket, vagyis a végleges csapásszöget.

Sor-szám	$p = \frac{10}{n}$	Előleges csapásszög α_{28}	αp
1.		$\alpha_1 =$	
2.		$\alpha_2 =$	
3.		$\alpha_3 =$	
4.		$\alpha_4 =$	
	$[p]$		$[\alpha \cdot p]$

A súly: $p = \frac{10}{n}$, ahol n a csapásszög képzéséhez felhasznált mért szögek száma, így az ábra szerint az 1. menetben 3, a 2. menetben 5, stb. A végleges csapásszög:

$$\alpha_{28} = \frac{[\alpha \cdot p]}{[p]}$$

A végleges csapásszögből levonva az előleges csapásszöget, kapjuk az ellenmondást, amit úgy egyenlítünk ki, amint azt a kettősen tájékozott sokszögmenetnél már láttuk.

A kijavított szögekkel számítjuk az összrendezőket. A 2. pontra négy összrendezőpárt kapunk: ezekből vezetjük le a 2. pont végleges összrendezőit.

Sor-szám	$p = \frac{100}{[h]}$	y_2	x_2	$p \cdot y_2$	$p \cdot x_2$
1.					
2.					
3.					
4.					
	$[p]$			$[p \cdot y_2]$	$[p \cdot x_2]$

A végleges összrendezők:

$$y_1 = \frac{[p \cdot y_1]}{[p]} ; \quad x_1 = \frac{[p \cdot x_1]}{[p]}$$

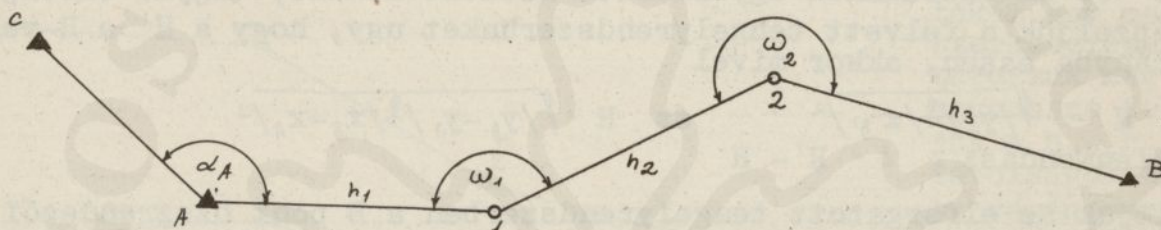
ahol a súly: $p = \frac{100}{[h]}$; $[h]$ = a számított menetben szereplő oldal-hosszak összegével.

Ez lesz a csomópont végleges összrendezője. Az egyes menetek végére ezt írjuk be, és most már a számítás menete teljesen ugyanaz, mint a kettősen tájékozott meneteknél.

Egy csomópontban összefuthat 3, 4, 5 ... stb. menet: a kiegyenlítési eljárás mindannyiszor ugyanaz.

Egyszeresen tájékozott sokszögmenet.

Csak az egyik végpontjánál lehet tájékozási szöget mérni, mert csak A pontból látunk még egy háromszögelt pontot, a C-t.



Leginkább erdőben fordul elő, amikor B-ből nem látunk egy másik háromszögelési pont felé. A mérést most is ugyanugy végezzük, mint az előzőekben.

Kiegyenlítéskor ebben az esetben a szögzárlatra nem írhatunk fel feltételi egyenletet, így csak az x és y vetületösszegre lehet a kiegyenlítést elvégezni.

Számítva a részösszrendezőket és összegezve azokat, mérési hibáink miatt nem jutunk el a B pontba, hanem egy B'-be, ezért a mért értéket ki kell egyenliteni. Feltételi egyenleteink lesznek:

$$[h \cdot \sin \alpha] = y_3 - y_A \text{ és ebből } [h \cdot \sin \alpha] - (y_B - y_A) = l_1$$

$$[h \cdot \cos \alpha] = x_3 - x_A \text{ és ebből } [h \cdot \cos \alpha] - (x_B - x_A) = l_2$$

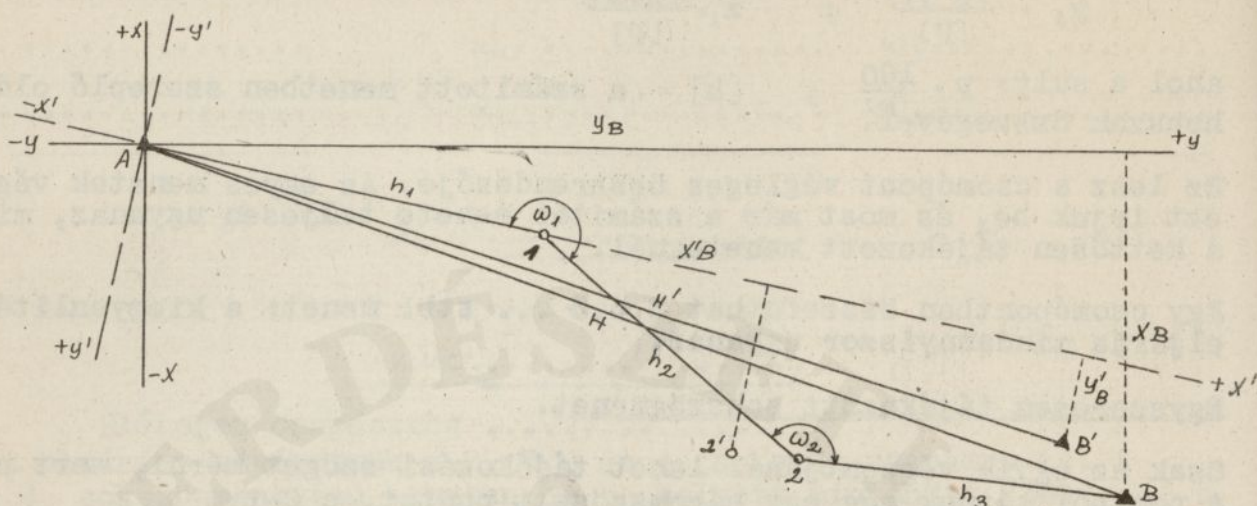
A kiegyenlítést végezhetjük szigorú eljárással, vagy közelítő eljárással. A kiegyenlítés menete mindkét esetben ugyanaz, mint a kettősen tájékozott meneteknél, csak itt a szögfeltételi egyenletek hiányoznak. A gyakorlatban mindig a közelítő-kiegyenlítő eljárást alkalmazzák.

Tájékozatlan sokszögmenet.

Sem az A-ból, sem a B-ből nem látunk másik háromszögelési pontot, így tájékozási irányt nem vehetünk fel.

A mérést ugyanugy végezzük, mint az előzőekben. A számításunknál a pontok összrendezőit az A és B pontok összrendezőivel adott tengelyrendszerben közvetlenül nem számíthatjuk, mert tájékozási szögünk sem az A sem a B pontban nincs. Felveszünk tehát egytengelyrendszert. Legkedvezőbb, ha a + x tengelysárát az A 1 első sokszögmenet-oldalban vesszük fel és sorban számítjuk ebben a tengelyrendszerben az összrendezőket, az A-ra, mint a tengelyrendszer középpontjára vonatkoztatva.

Kapjuk y_B' és x_B' összerendezőket.

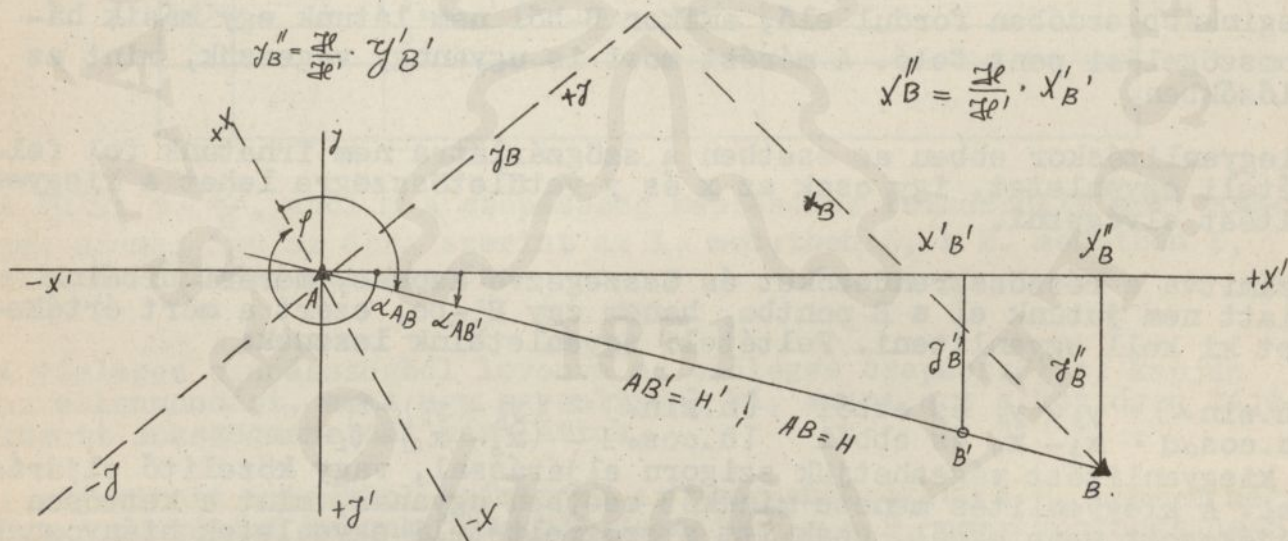


Az $\overline{AB'}$ és $\overline{AB}$ hosszaknak egyenlőknek kellene lennie, vagyis elforgatva képzeljük a felvett tengelyrendszerünket úgy, hogy a H' a H -val egyirányba essen, akkor mivel

$$H' = \sqrt{y_B'^2/x_B'^2} \quad \text{és} \quad H = \sqrt{y_B - y_A / x_B - x_A / 2}$$

az ellenmondás: $l = H' - H$

Számítjuk az elforgatott tengelyrendszerben a B pont összerendezőit,



$$\sigma_y = y_B'' - y_B' \quad \text{és} \quad \sigma_x = x_B'' - x_B'$$

Az ellenmondást ugyanúgy osztjuk el, mint az előzőekben láttuk. Tehát az 1. pont y -ját javítanunk kell $\frac{\sigma_y}{[k]}$.h., és az x -jét $\frac{\sigma_x}{[k]}$.h. értékkel és így tovább.

Ezek lesznek a felvett tengelyrendszer kiegyenlített összerendezői. Most a felvett tengelyrendszerbeli összerendezőket el kell forgatni az eredeti tengelyrendszerbe. Az elforgatás szöge könnyen számítható.

$$\varphi - \alpha_{AB'} + \alpha_{AB} = 360^\circ \quad \text{és ebből} \quad \varphi = 360^\circ - \alpha_{AB} + \alpha_{AB''}$$

α_{AB} és $\alpha_{AB'}$ számítható:

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \alpha_{AB'} = \frac{y_B' - y_A'}{x_B' - x_A'} = \frac{y_B}{x_B}$$

Most már a tengelyrendszer elforgatásának ismert képletével számí-
juk az eredeti tengelyrendszerben az összrendezőket. Az elforgatás
képletei:

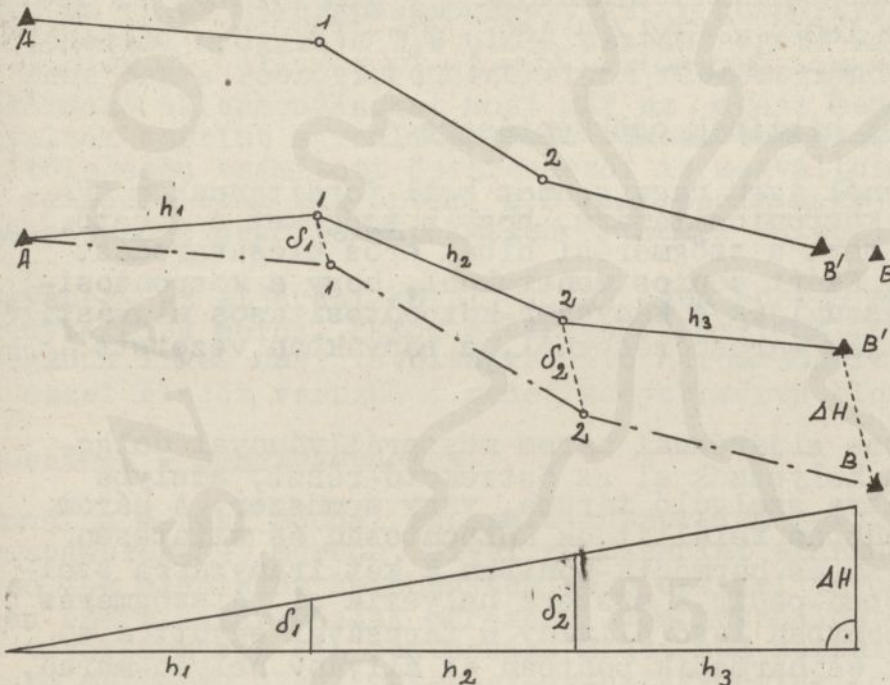
$$x = x' \cdot \cos \varphi + y' \cdot \sin \varphi$$

$$y = y' \cdot \cos \varphi - x' \cdot \sin \varphi$$

Az így számított összrendezőket az A pont összrendezőihez adva kap-
juk a sokszögpontok főösszrendezőit.

Ezeket a számításokat a gyakorlatban igen ritkán végzik el, mert
igen sok számítással járnak. E helyett grafikus kiegyenlítést hasz-
nálunk. Az A és a B pont rajta van a térképen. A sokszögmenetet
megszerkesztjük átlátszó papíron és ezt ráhelyezzük a térképre úgy,
hogy a térképbeli A pontra essen az átlátszó papíron lévő A pontunk.
Az átlátszó /szalma/ papíron lévő B pont nem fog a térképen lévő B
ponttal összeesni. Hogy a grafikus kiegyenlítést könnyebben elvégez-
hessük, a szalmapapíron lévő menetet az A pont körül kissé elforgat-
juk. Ekkor $BB' = \Delta H$ a hibánk, ezzel párhuzamosost húzunk minden egyes
pontból. Az egyes pontokat ezeken a párhuzamosokon toljuk el. Az e-

gyes pontokra e-
ső javítások ér-
tékét egy mellék-
szerkesztésen ha-
tározzuk meg. Egy
egyenestre felhord-
juk a h_1, h_2, h_3
távolságokat, a
 h_3 végén merőle-
gest emelünk, erre
felhordjuk a ΔH
értéket, az így
kapott pontot ösz-
szekötjük az egye-
nes kezdőpontjával
és az egyes oldal-
hosszak végén e-
melt merőlegesek
adják a javítások
értékeit. Az ered-
ményvonallal ki-
huzott sokszög
lesz a kiegyenli-
tett sokszögünk.
A megengedett hi-



bahatár:

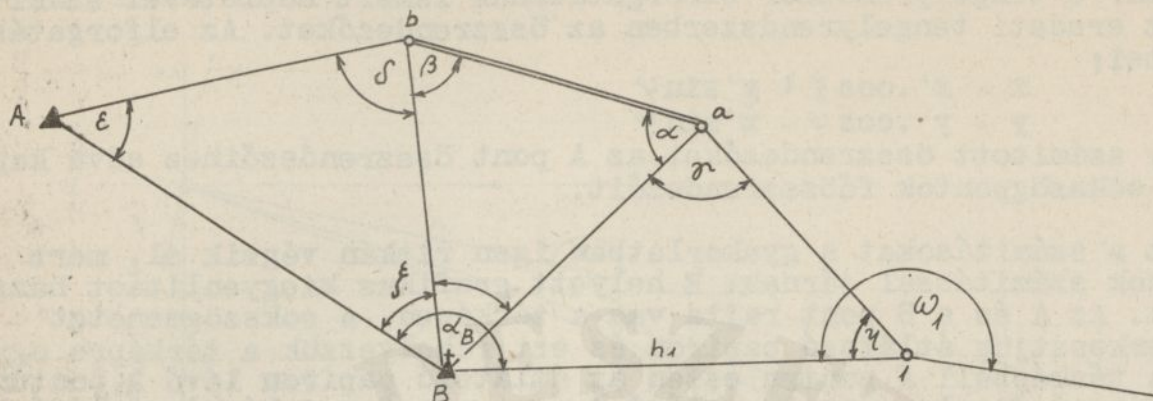
$$\frac{H}{2000}$$

erdőgazdasági vonalaknál $\frac{H}{1000}$, alárendelt belső vonalaknál pedig:
 $\frac{H}{600}$

Csatlakozás magasan fekvő ponthoz.

A sokszögmenetek vezetésénél gyakran előfordul, hogy a háromszögelé-
si pontban nem tudunk közvetlenül felállni /villámhárító, toronycsucs/
Ilyenkor a magasan fekvő ponthoz való csatlakozást használjuk.

Meg kell határoznunk az α_B tájékozási szöget és a h_1 távolságot, ezért
felvesszük az abB segédháromszöget. Az ab távolságot igen pontosan
megmérjük, mérjük továbbá az $\gamma, \alpha, \gamma, \delta$ és β szögeket és az a távol-



ságot. Az abB háromszögben számítjuk a bB oldalt s az aB oldalt a sinus-tétellel.

Az $aB1$ háromszögből számítjuk a h_1 távolságot cosinus tétellel. Az ABb háromszögben az AB távolságot számítjuk a megadott összrendezőkből, ϵ szöget pedig sinus-tétellel számítjuk. $f = 180^\circ - (\epsilon + \delta)$, és végül

$$\alpha_B = f + 180^\circ - (\alpha + \beta) + 180^\circ - (\gamma + r)$$

$$\alpha_B = 360^\circ + f - (\alpha + \beta + \gamma + r)$$

Eljárások sokszögmenetek hibáinak csökkentésére.

A sokszögmenetek mérésénél igen nagy gondot kell fordítanunk a műszer és a mérési jelek központosítására, hogy a szögeket a lehető legpontosabban kapjuk, mert a szögmérési hibák erős elcsavarodást idéznek elő a menetben. Ezért pontos meneteknél, hogy a központosítási hibát kiejtsék, használják a kényszer-központosítós eljárást. Ezt az eljárást használják városméréseknél, a bányákban vezetett sokszögmeneteknél, stb.

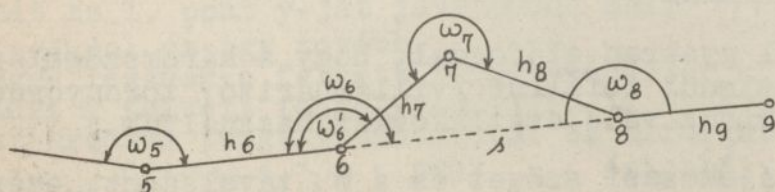
A kényszerközpontosítós eljárásnál három műszerállvánnyal dolgozunk. A műszerállványra helyezzük el az összekötő-részt, amelybe behelyezhető az irányzásra szolgáló tárcsa, vagy a műszer. A három egymásután következő pontban felállítjuk központosan és szintesen a három állványt, az első és harmadik pontban a két irányzásra szolgáló tárcsát, a középsőben pedig a műszert helyezik el. A szögmérés befejezése után az 1. pontban lévő állvány a tárcsával együtt a 4. pontba kerül. A második és harmadik pontban az állvány helyén marad, csak a műszert és a jelzőtárcsát cseréljük fel. A műszer a tárcsa előbbi helyére kerül, az összekötő-részbe, tehát ugyanaz lesz a központosítása, mint volt az irányzott pontnak. /tárcsának/. Így haladunk tovább a méréssel.

Láttuk, hogy a szögmérés pontosságára nagy gondot kell fordítanunk, ezért kell kerülni a

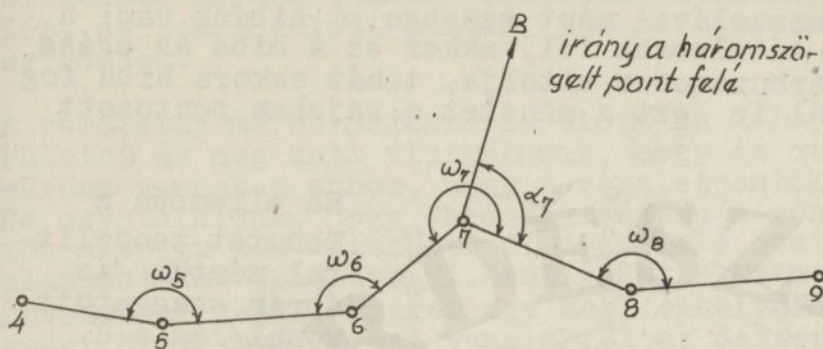
túl rövid oldalakat.

Ha mégis elkerülhetetlen, akkor a rövid oldalakat számítással

ejtjük ki. A mellékelt ábra szerint a 6,8 pontok közötti távolság nem mérhető, így kénytelenek vagyunk a menetünkkel a 6,7,8 vo-



nalon menni. Mérhetjük azonban a 6. pontban az ω_6 szöget és a 8. pontban az ω_8 szöget, s akkor számítjuk a 6,7,8 háromszögből az "s" oldalt, és menetünkkel a 7. pont kiejtésével haladunk a kiegyenlítésnél. Ha szükségünk van a 7. pont összrendezőire, akkor a kiegyenlített 6. pontból számítjuk az ω_6 és a h_7 segítségével.



Ha a 6. pontból a 8. nem látható, akkor úgy választjuk a 6,7 vagy 8 pontot, hogy ezekből látható legyen egy nagy távolságban lévő háromszögelt pont, amelynek összrendezőit ismerjük. Ezután a 7. pontban mérjük az α_7 tájékozási szöget is. Számítjuk a kiindulási pontból a pont összrendezőit, mint

egyszeresen tájékozott sokszögmenetet. A 7. pont így kiszámított közelítő összrendezői és a B háromszögelt pont összrendezőiből számítjuk az α_{7B} és α_{B7} csapásszögeket. Az α_{B7} csapásszögből számítjuk az α_7 tájékozási szöggel a 7,8 oldal csapásszögét. Ezekkel számítjuk végig a menetben a részösszrendezőket. A részösszrendezők összegezéséből származó ellenmondásokat most már az egész menetre az előzőekben tárgyaltak szerint egyenlítjük ki. Ezzel természetesen a 7. pont közelítőlegesen számított összrendezői is megváltoznak. Mivel azonban ez a változás csak kis érték, a B pont pedig nagy távolságra van, a 7B csapásszöge csak jelentéktelen értékkel változik meg.

Ugyanezt az eljárást követjük, ha igen hosszú sokszögmenetet vagyunk kénytelenek mérni. Ekkor szakaszokra osztjuk fel a menetet és közben végzünk ilyen nagy távolságra lévő háromszögelt pontok felé irányzást s ezzel elejét vesszük a menet nagybíró elcsavarodásának.

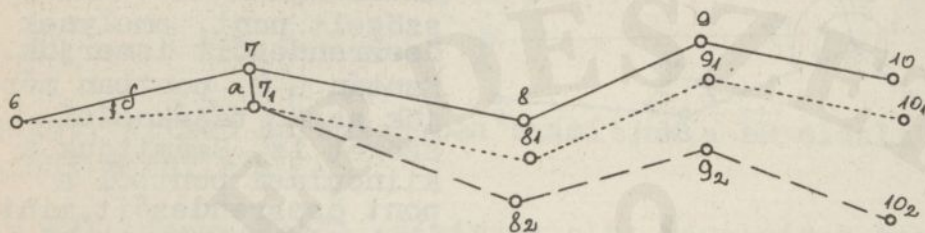
Busszola - sokszögmenetek.

Ennél a mérési módnál busszola-műszereket használunk, tehát delejes csapásszögeket mérünk. Mivel rendszerint alárendeltebb vonalakról van szó, az oldalakat Reichenbach féle optikai távolságmérővel mérjük. Éppen ezért határvonalak mérésénél nem használható, mert a pontossága a távolságmérés kis pontossága miatt nem megfelelő. Igen jól használható ellenben utak, művelési-ág-határvonalak, erdőrésztetek, völgyek, gerincek mérésére. Különösen erősen fedett és nehéz terepen gazdaságos a használata.

A busszola-menetek hossza 800-1000 m-ig terjedhet. A sokszögoldalok hossza ne legyen nagy, 50 m-t ne haladja meg. Ha pontosabban akarunk mérni, akkor minden pontban felállunk és így minden oldalra két delejes csapásszöget kapunk, amelyeknek számtani közepét vesszük. Ebben az esetben az oldalak hosszát szalaggal kell mérni. A gyakorlatban rendszeren csak minden második pontban állunk fel, vagyis ugró-szögmérést alkalmazunk, mert az álláspontunkból az elmaradó és az előremenő sokszögoldalnak mérhetjük a csapásszögét. A mérési adatokból számíthatók a pontok összrendezői. Rendszeren azonban szögfelrakóval szerkesztjük meg a sokszöget átlátszó papírra, a záróhibát grafikusan igazítjuk ki, amint azt a tájékoztató meneteknél láttuk. Az eredeti térképre az átlátszó papírról az így kiigazított sokszöget szurjuk le. Régebben Északnémetországban gyakran használták ezt az eljárást és ugyanezeknek a vonalaknak később teodolittal való bemérése azt igazolta, hogy a mérési eredmények nagyon jók voltak. Épp ezért gazdaságos és nagyon megfelelő a busszola-műszereknek fedett és nehéz terepen, így az erdőgazdasági méréseknél való alkalmazása.

Hogy a busszola-vonalak teljesen jók dacára annak, hogy a delejes csapásszögeket csak tized-fok, tehát 6 perc pontossággal mérjük, annak a magyarázata az, hogy a busszola-műszerrel nem szögeket, hanem irányértékeket mérünk s így a hibák következtében a menet nem csavarodik el, hanem csak egy kis értékkel eltolódik.

Legyen az ábrán teljes vonallal kihuzott menet hibamentes. Tegyük fel, hogy a 6. pontban a busszolásával mért szögben δ hibánk van; a többi pontot hibamentesnek tételezzük fel, akkor ez a hiba az egész menetet egy "a" értékkel párhuzamosan eltolja, tehát akkora hiba fog jelentkezni a 10. végpontnál is /ezt a menetet a rajzban pontozott vonallal jeleztük./

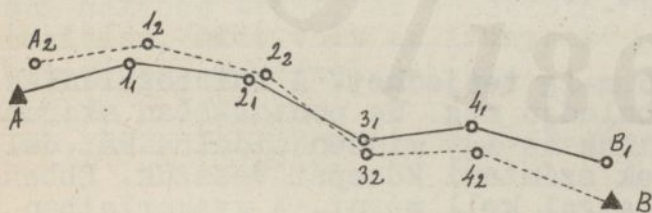


Ha ellenben a menetet teodolittal mértük /az ábrán szaggatott vonal/ és a 6. pontban ugyanazt a δ hibát követeltük el, a többi pontban a mérést

hibamentesnek tételezve fel, az egész menet elfordul és a 10. pontban annál nagyobb lesz a hiba, minél hosszabb a menetünk. Ebből is látjuk, hogy a szögeket teodolittal sokkal pontosabban kell mérni, mint busszolásával. Eppen ezért, hogy a szög mérése pontosabb legyen, teodolitnál lehetőleg hosszú oldalakkal dolgozunk, busszolásánál ellenben, mivel az "a" értéke az oldalhosszal nő, azért lehetőleg rövidebb oldalakkal kell dolgoznunk. Ez a körülmény is indokoltá teszi a busszolásnak az erdőben való alkalmazását, mert itt a fák miatt hosszú oldalakkal nem is tudunk dolgozni.

A sokszögemenetek durva hibáinak a felkeresése.

Ha durva szögmérési hibánk van valamelyik sokszögpontban, ez könnyen meghatározható úgy, hogy számítjuk a sokszögpontok főösszrendezőit először a kezdőponttól a végpontig, majd másodszor a végponttól a kezdőpontig. Összehasonlítva a két uton nyert összrendezőket, amelyek pontban ezek közel egyenlőek, abban a pontban lesz a szögmérési hibánk. Gyorsabban határozhatjuk meg grafikusán a szögmérési hiba helyét úgy, hogy felrajzoljuk a két végpontot az összrendezői segítségével, majd a menetet szögfelrakóval megszerkesztjük először a kezdőpontból, másodszor a végpontból kiindulva, s amelyik pont közelében



az ábrán a 2. pont/ metszi egymást a két menet, ott követtük el a szögmérési hibát.

A hossz mérési durva hibát felkereshetjük úgy, hogy $a_2 l_x = [\Delta x] - /x_3 - x_A/$ és $l_y = [\Delta y] - /y_3 - y_A/$ értékek-ből a záróhibavonal csapás-

szögét kiszámítjuk: $\text{tg } \alpha_{BB'} = \frac{l_y}{l_x}$ képlettel és most megkeressük azt az oldalt, amelynek a délszöge közel egyenlő ezzel az értékkel. Ennél az oldalnál követtük el a durva hossz mérési hibát.

Nagyon természetes, hogy ezekkel a módszerekkel csak akkor találhatjuk meg a durva hibákat, ha a menetben csak egy ilyen durva hibát követtünk el. Ha több durva hibánk van, akkor az egész menetet újból kell mérnünk.

A részletpontok bemérése.

Miután a háromszögelés és sokszögelés folytán elég sűrű ponthálózat-
tal rendelkezünk a terepen, következik a részletpontok bemérése.

A részletek bemérésének keretét az alappontok, illetve az azokat
összekötő mérési vonalak alkotják. Ezek az alappontok a háromszöge-
lési és sokszögelési pontok, s a mérési vonalak az ezeket összekötő
egyeneselek.

A részletes mérés megkezdése előtt be kell járnunk a felveendő te-
rületet és meg kell vizsgálnunk, hogy az ott lévő alappontok elég
sűrűen vannak-e ahhoz, hogy a részletpontokat mind meghatározhassuk.
Ha úgy találjuk, hogy valamely részen a részletes mérés az alappon-
tok alapján nem végezhető el megfelelő pontossággal, akkor további
alappontokat jelölünk ki, amelyeket a kataszter "kis-alappont" el-
nevezéssel jelöl. Ezeket úgy kell elhelyezni a terepen, hogy az e-
zeket összekötő mérési vonalakról az összes részletpontok bemérhe-
tők legyenek.

A kis-alappontokat a terepen csak ideiglenesen jelöljük meg faka-
róval, s a számozása mellé rendszeren a K betűt írjuk. E pontok bemé-
rése sokszögeléssel történik, s abban az esetben, ha a felveendő
terület nagyságát összrendezőikkel fogjuk számítani, úgy ezeknek a
pontoknak is az összrendezőit kell számítanunk, ellenkező esetben
transporteurrel, vagy más felrakó módszerrel a már felhordott sok-
szögpontok közé illesztjük őket.

A részletpontokat a kataszter négy csoportba sorozza aszerint, hogy
milyen pontossággal kell elvégezni a bemérésüket:

1./ Az első rendbe tartoznak a községi határjelek, valamint a sza-
batosan megjelölt birtokhatár-jelek. Ide tartoznak tehát azok a
birtokhatár-pontok, amelyek véglegesen meg vannak jelölve, vagy a-
melyek valamely épületnek, vagy állandó jellegű kerítésnek sarká-
val, vagy összeépített épületek határozottan megállapítható válasz-
tővonalával esnek egybe. Az első rendbe tartoznak még az országos
szintezés magassági-jegyei, valamint a más hatóságok által elhelye-
zett egyéb magassági-jegyek is.

2./ A második rendbe tartoznak a szabatosan meg nem jelölt birtok-
határ-pontok, az állandójellegű építményeknek élesen megállapítható
sarok- és töréspontjai és minden olyan állandójellegű tárgy, ame-
lyek a természetben jól kivehetően vannak jelölve.

3./ A harmadik rendbe tartoznak az állandójellegű építményeknek éle-
sen meg nem állapítható sarok- és töréspontjai minden olyan állandó
jellegű tárgy, amelynek a kijelölése a természetben nem szabatos, to-
vábbá a művelésiágak határvonalainak, árkoknak, árvédelmi töltések-
nek, stb. határozott módon megállapítható, vagy a természetben állan-
dó módon kijelölt töréspontjai.

4./ A negyedik rendbe tartoznak a művelési ágak határvonalainak, ár-
koknak, árvédelmi töltéseknek, stb. határozottan meg nem állapítható
töréspontjai.

Belterületeken az első és másodrendű részletpontokat cm pontosság-
gal, a harmadrendűeket dm pontossággal kell mérni. Külterületeken az
összesnél elegendő csak dm pontosságot elérnünk, míg a negyedrendű
pontok kijelölésénél elegendő a méteres pontosság, sőt az ilyen pon-
tokkal jelölt vonalak görbületeit 1 méteres eltéréssel belül kiegyen-
lítettük.

Az első és másodrendű részletpontok mérésének az ellenőrzésére legalább egy ellenőrző-mérést kell végeznünk. Ez lehet két részletpont távolságának közvetlen megmérése, más szóval a fejhossz megmérése, vagy valamely részletpontnak egy másik, meghatározott ponttal való összemérése.

Harmad- és negyedrendű részletpontoknál ellenőrzőmérést nem végzünk.

A részletmérés adatait a felvételi vázrajzon lehet feltüntetni. Ezt rendszeren olyan méretarányban készítjük, mint a leendő térképünket. Ha azonban a felveendő terület annyira tagolt, hogy a térképi méretarányban az adatokat nem lehet világosan feltüntetni, akkor nagyobb méretarányban is készíthetjük. Nagyobb méretarányt főként belterületek /városok/ felvételénél és külterületeknél akkor, ha nagyon elaprózottak /szőlők, kis parcellák, stb./ alkalmazunk. Ha azonban csak néhány mérési adatot nem lehet áttekinthetően az eredeti méretarányban feltüntetni, akkor a felvételi vázrajz megfelelő helyén csupán az alaprajzot rajzoljuk be, míg az alakzat mérési adatairól egy mellék-rajzot készítünk nagyobb méretarányban, s ezt a vázrajzhoz csatoljuk. A mellékrajz jelét /I,A,B stb./ a felvételi vázrajzon az alakzatba írjuk. Ha egyes területekről nagyobb méretarányú felvételi vázrajzot kell készíteni, akkor az eredeti méretarányú lapon ezeknek a területrészeknek csak a határvonalát kell feltüntetni és a határvonalon belül lévő területre be kell írni, hogy az illető terület melyik melléklapon található.

A felvételi vázrajzon megközelítő hűséggel ábrázolni kell a részletek alakját is.

A felvételi vázrajznak tisztának és világosnak kell lennie s nem tartalmazhat olyan adatot, amely félremagyarázható lehet. A mért adatok felhordását is nagyjából a megfelelő méretarány szerint végezzük, hogy ezáltal is könnyebb legyen a térképbe való átrakása. A méreteket jól olvashatóan kell beírni és ügyelni kell arra, hogy hovatartozásuk minden kétséget kizáróan megállapítható legyen.

Ha a felveendő terület lejtős terepen van, s így ferde hosszakat mérünk, úgy a felvételi vázrajzon a mért lejtőszöget is be kell írni, s a redukált hosszakat az eredeti fölé tussal kell odairni. Szalaggal azonban ferde terepen is lehetőleg közvetlenül a vízszintes hosszakat mérjük.

A felvételi vázrajzon fel kell tüntetni az erdők, dülők, puszták, stb. nevét, s ha egy ut más helységbe vezet, mint amelyet éppen térképezünk, akkor az ut tengelyére fel kell írni, annak a helységnek a nevét is, ahová az ut vezet. A folyók folyási irányát nyíllal jelöljük.

A részletmérés módszerel.

A részletpontok bemérése kétféle módon történik: úgy mint számszerű és grafikus eljárással.

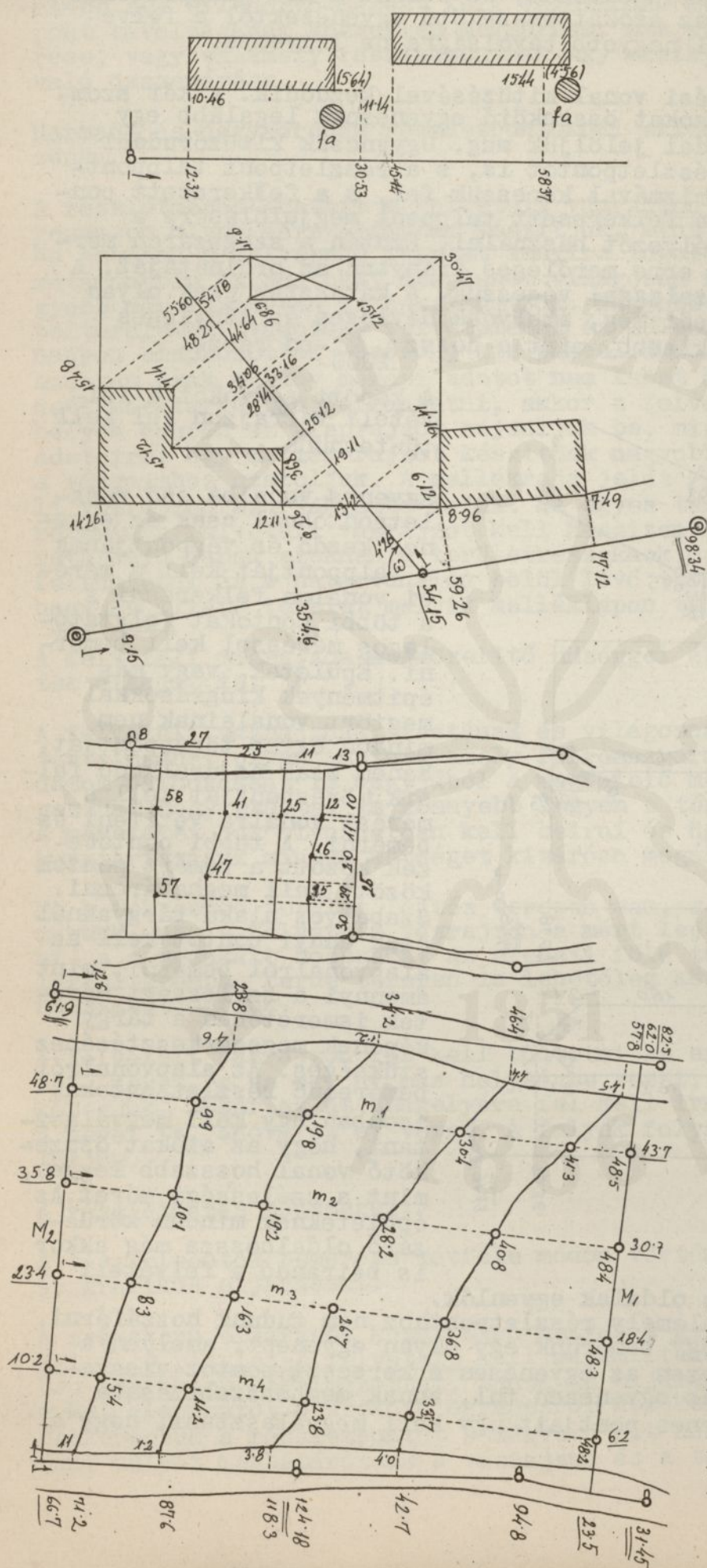
A számszerű eljárások közül első helyen a derékszögű összközpontozás kel való részletes felvételt kell megemlítenünk, mint a gyakorlatban leginkább alkalmazottat. Ennek az eljárásnak az a lényege, hogy a két alappontot összekötő egyenesről derékszögűtűző segítségével felkeressük a részletpontot s mérve a két koordinátát, a részletpont helyét meghatározzuk a vázrajzon és a térképen. Azonban a szög-

meghosszabbítás ne legyen nagyobb, mint a bemért pontok közti távolság egyharmada.

Beépített területeken, az udvarokban lévő részletpontok bemérésére műszerrel tűzünk ki egy mérési vonalat, az szöget nagy pontossággal mérjük le, és most erről az egyenesről, mint alapvonalról véghezvük a beméréseket úgy, mint az előzőekben. A bevetett vonal kiindulási pontját a sokszögoldalról mérjük, a méretét a vázrajzon egyszer aláhúzzuk. Mindig végig kell mérni az egész sokszögoldal is, és a végméretet szintén beírni a vázrajzba, és itt kétszer húzzuk alá.

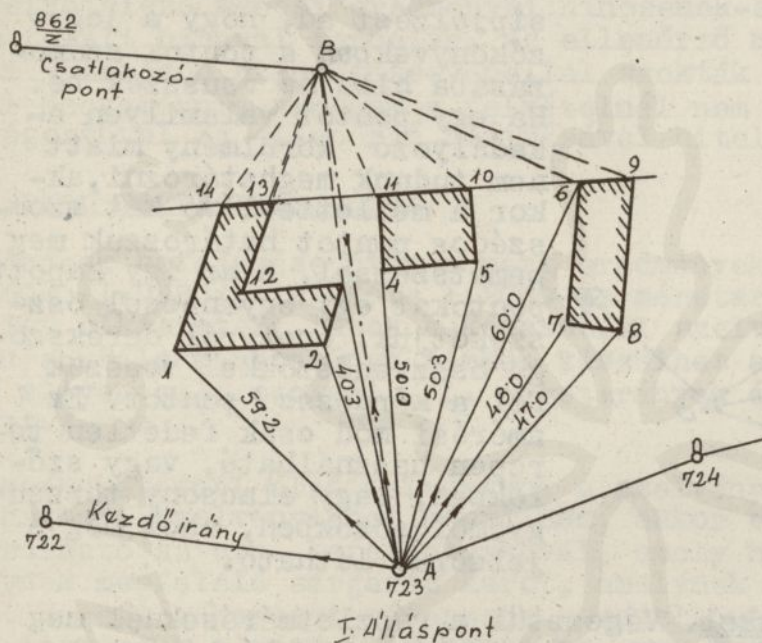
Külterületeknél, pl. mezőgazdasági területen, ahol az egyes parcellák hosszirányú határvonalai nem párhuzamosak, következőképpen járunk el: a dűlőutakon vezetett sokszögvonallról felvesszük a parcellák szélességét, vagy pedig a két szemben lévő dűlőuton haladó sokszögmenet két-két pontját összekötve, erről a mérési vonalról határozzuk meg a szükséges adatokat.

Elvégezhetjük még ezt a feladatot úgy is, különösen, ha az egyes parcellák határai igen görbék /nadrágszíjj-parcellák/, hogy az ábra szerint a dűlőutakon haladó sokszög vonalak megfelelő pontjai között mérési vonalakat veszünk fel, az ábrán M_1 és M_2 , s ezek között a mérési vonalak között veszünk fel másodrendű mérési vonalakat: m_1 , m_2 ... olyan sűrűn, hogy ezek között a parcellák határvonalai egyeneseknek legyenek felvehetőek.



Az így megállapított pontokat azután összekötjük és kapjuk a parcellák határát. Ezt azonban csak a görbület összekötő hurok határozza meg. Addig mindig helyes marad az eljárásunk, míg a hur középpontjától mért merőleges távolság a görbéig nem nagyobb, mint 20 cm, mert ennél kisebb távolság a térképen nem érzékelhető.

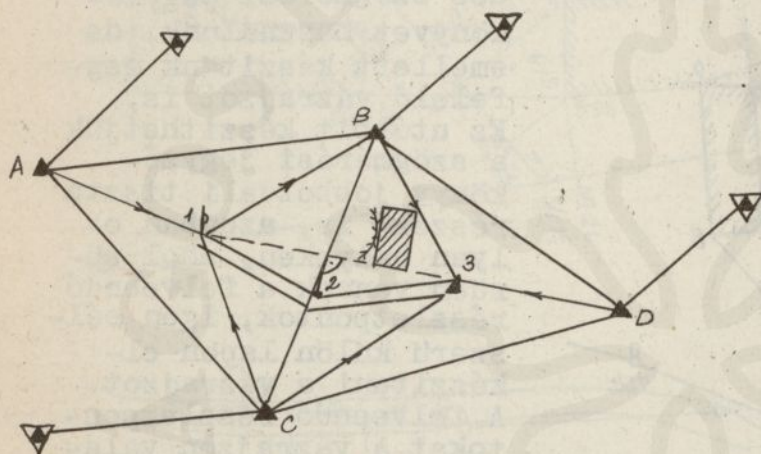
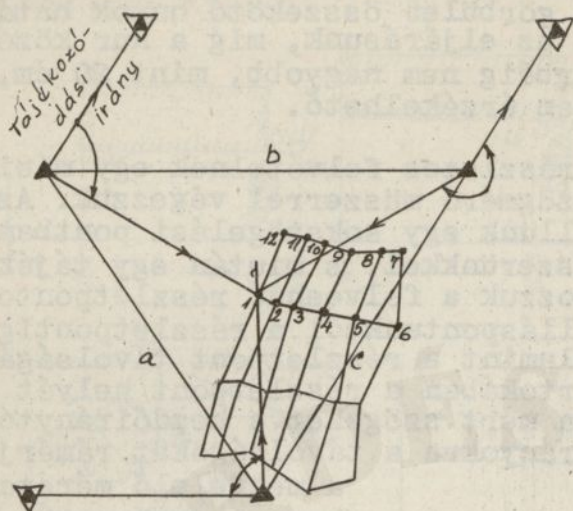
A sarkpontos felvételi eljárás, a részletes felvételnek egy másik alakja. Ezt a részletes felvételt szögmérő műszerrel végezzük. Az eljárás lényege abban áll, hogy felállunk egy sokszögelési pontban, vagy más bemért kis alappontban műszerünkkel, s miután egy tájékoztató-irányt vettünk, sorban megirányozzuk a felveendő részletpontokat. Mérjük a tájékoztató irány és az álláspontunktól a részletpontig menő egyenes által bezárt szöget, valamint a részletpont távolságát az álláspontunktól. Ezen adatok birtokában a részletpont helyét meg tudjuk határozni, mert felhordjuk a mért szögeket a kezdőiránytól, s az így kapott szögszárakra, mint irányokra a távolságokat rámérjük



a megfelelő méretarányban. A sarkpontos felvételi eljárásnál rendszeres szögmérési jegyzőkönyvet használunk, de emellett készítünk megfelelő vázrajzot is. Ez utóbbit készíthetjük a szögmérési jegyzőkönyv jobboldali tiszta részére is, azonban olyan helyeken, ahol sürgősen vannak a felveendő részletpontok, igen célszerű külön lapon elkészíteni a vázrajzot. A felveendő részletpontokat a vázrajzon valamilyen jellel, vagy számmal látjuk el, s ezeket a mérési jegyzőkönyvbe is bevezetjük. Az első

álláspontunkból felvesszünk annyi részletpontot, amennyit csak tudunk, s utána kikeresünk egy olyan pontot, amelyből ismét több részletpont jól irányozható. Ezt a pontot első álláspontunkból megirányozzuk /B/, majd adatainak bejegyzése után műszerünkkel abban a pontban állunk fel. Első irányzásunk az új pontból az előbbi álláspontunk /A/ lesz, és csak ezután irányozzuk meg a részletpontokat. Ezt az eljárást mindaddig folytatjuk, míg az összes részletpontot fel nem vettük. Sarkpontos mérést az állami földmérés részletes felvételeknél csak külterületeken szokta használni. Belterületeken csak olyan helyeken, ahol derékszögű összrendezővel a részletpontok csak nehezen határozhatók meg. Külföldön ma már községek belső területének felmérésénél is használják. A méréseket Zeiss-Bosshardt műszerrel, tehát optikai távolságmérővel végzik. Előnye, hogy sokkal gyorsabb a felvétel, mint derékszögű összrendezővel. A mérés ellenőrzésére mérni kell az egyes részletpontok közötti távolságot /fejhosszakat/, s azokat a vázrajzon fel kell tüntetni. Nálunk a sarkpontos mérést inkább csak kisebb területek /rétek, tisztások/ felvételénél, s főként a tachimetriában alkalmazzák, ezért bővebben majd ott fogunk róla megemlékezni.

Háromszögeléssel való részletes felvétel. Ennél az eljárásnál három mérnök, három műszerrel áll föl, egy-egy ismert háromszögelési pontban, ahonnan a felveendő terület jól látható. Miután tájékoztató



irányt vesznek egy-egy ismert háromszögelési, vagy egyéb pont megírányzásával, mind a három mérnök megírányozza a figuráns által tartott kitűző rudat, tehát a mérés teljesen ugyanaz, és a számítás is, mint amit a háromszögelésben az előremetszésnél láttunk. A két műszer közötti alapvonal a, b, c számítható az álláspontok összehangolásából. A figuráns sorba-megy a részletpontokba, egy vázrajz szerint. Minden ötödik pontban sipjelzést ad, hogy a jegyzőkönyvekben a pontok számozásába hiba ne csusszék be. Ha egy pontot valamilyen akadályozó körülmény miatt nem tudunk meghatározni, akkor a mellette-lévő két szomszédos pontot határozzuk meg bemetszéssel, s az így kapott pontokat egy egyenessel összekötjük, amelyről derékszögű összehangolóval vesszük fel a kérdéses pontot. Ez a mérési mód csak fedetlen terepen használható, vagy szőlőkben, vagy alacsony törzsű gyümölcsösökben, ahol még a jelzőrud látható.

Részletek bemérése sokszögekkel. Végezetül a részletméréseknél meg kell említenünk a II., IV., V. rendű sokszögeléssel való mérést is. Ezt teljesen földött terepen használjuk. Lényege abban áll, hogy mindig egy, már meglévő sokszögmenet egyik pontjából indul ki, s vagy ugyanezen, vagy valamely más sokszögmenettel meghatározott pontban végződik. Ennél az eljárásnál rendszeren busszólát használunk. Erdőben részletmérést csaknem kizárólag ezzel a módszerrel végzünk.

Grafikus felvétel: a részletmérés második típusa a grafikus eljárás, vagy másképpen mérőasztal fölvétel. Régebben az összes kataszteri térképek így készültek, ma azonban csak havasok, kis-értékű területek felvételére alkalmazzák. A mérőasztal-felvétel mindegy 500 m-ként elhelyezett V. rendű háromszögelési alappontok között történik, amely pontok számshertileg is meg vannak határozva. A mérés megkezdése előtt tiszta rajzlapot /térképlapot/ ragasztunk fel rajztáblára, s a ragasztás megszáradása után felrakjuk a megfelelő szelvénykeretet és a számszerűleg meghatározott háromszögelési alappontokat is. A kataszter előírása szerint a szelvénykeret átlóinak az 1 m-től legfeljebb 0.15 mm-rel, míg a felrakott háromszögelési alappontoknak a számított és a térképről leolvasott távolsága között 1:2000-es méretarányban 0.3 m-rel szabad eltérnie.

Az így előkészített mérőasztalt először azonos háromszögelési alapponton kell felállítani, amelyről az ugyanabban a szelvénybe eső, vagy a szelvény-kereten kívül a térképlapra felrakott irányható háromszögelési pont a legtávolabb van. A továbbiakban előre-, oldal- és

hátrametszéssel stb. határozzuk meg a részletpontokat, ill. a részletvonalakat, amint azt már az első részben láttuk volt.

Ha mérőasztallal sokszögelést hajtunk végre, akkor ügyelnünk kell arra, hogy a megengedett záróhibát $/1/600/$ tul ne lépjük. Ha a hiba ennél kisebb, akkor azt eloszthatjuk, de ha nagyobb, a mérést meg kell ismételni.

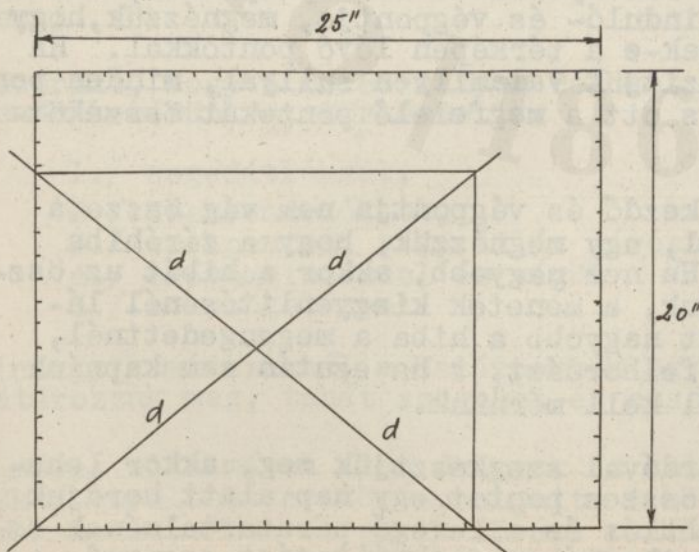
A részletmérések ellenőrzése.

Miután a részletméréseket elvégeztük, kint a helyszínen annak jósgáról meg kell győződünk. Ezt a vizsgálatot rendszeren nem a felvételező mérnök végzi, hanem egy kiküldött ellenőrző. Ennek a vizsgálatnak ki kell terjednie mind az alappontokra, mind a részletpontokra. Meg kell azt is vizsgálni, hogy az összes részletpontok be vannak-e mérve. Ellenőrző-mérésekkel meg kell győződni arról, hogy a felvételező mérési eredményei nincsenek-e a megengedett hibahatáron felüli hibával terhelve. Az ellenőrző mérési vonalakat a felvételi vázrajzban piros tuss-vonallal szokták jelölni. Olyan pontokat kell összemérni, amelyek a felvételnél nem mérettek. Az ellenőrzés bevégeztével az ellenőrző aláírásával hitelesíti a felvételt.

A térkép megszerkesztése.

A mérések befejezése után a mért eredményeket a kataszter régebben $1":400$ $/1:2880/$, 1928 óta $1:2000$ -es méretarányban szerkeszti meg. Az így elkészített lapok a kataszteri szelvénylapok. Ezen kívül még igen sokféle méretarányú térkép készülhet attól függően, hogy a térkép milyen célt szolgál. /L. méretarányok és léptékszerkesztés: I. kötet./

A szerkesztésnél első feladatunk a szelvénykeret megrajzolása. Ha kataszteri szelvénylapot készítünk, akkor ez a keret egyszerűen felrajzolható az u.n. keretfelrakóval, amely nem más, mint egy, a szelvénynek megfelelő sárgaréz keret, amelynek négy sarkán finom lyuk van. Ha ezt a keretet rátesszük a rajzlapunkra és hegyes pikirozótűvel átszurjuk a megfelelő pontokat, úgy megkaptuk a szelvénykeret sarkpontjait, melyeket csak össze kell kötni. A kereten rendszerint meg vannak még jelölve a hüvelykes, ill. az új méretarányú kataszteri térképeknél az 5 cm-es távolságok is. Ezeket szintén leszurjuk. Ha a keretről hiányoznak ezek a jelölések, akkor külön kell azokat oda felvinni és kis vonásokkal megjelölni.

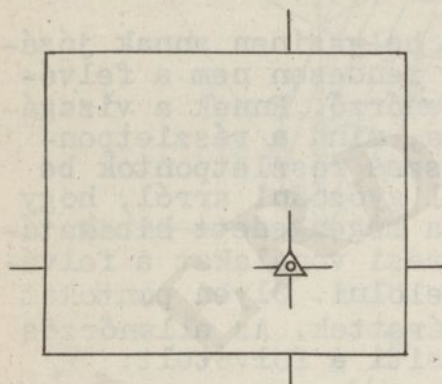


A szelvénykeret megszerkesztése történhetik még koordinátográffal, vagy más precíziós felhordóműszerrel is.

Ha sem keretünk, sem precíziós felhordóműszerünk nincs, akkor az ábra szerint két, egymást keresztező vonalat húzunk úgy, hogy azok legyenek a keret átmérői. A keresztezési pontból egy rudkörző segítségével egyenlő "d" távolságokat szurunk le, s ha ezeket a pontokat összekötjük egymással, egy pontos négyszöget kapunk. Ennek a

négyszögnek az oldalaira hordjuk fel az 5 cm-es, ill. a hüvelykes távolságokat mind a két oldalon, s ezeket az osztásjeleket összekötve egymással kapjuk a hektárhálózatot az 1:2000-es méretarányánál ill. a hüvelykhálózatot az 1":40°-es méretarányánál.

Miután a keretet így elkészítettük, következik a háromszögelési pontok felhordása. A szelvénykeret sarokpontjainak összrendezői ismeretese adva vannak a szelvénylap jelölésével /L. a háromszögelés után az osztálylapo beosztását./ Most ismerjük az oszlopot és réteget,



amelyben a szelvénylap fekszik. Így a hüvely-távolságok összrendezői is adóttak. Tehát csak az 1"-en, tehát 40°-ön, ill. 5 cm-en, tehát 100 m-en belüli távolságokat kell felhordanunk, még pedig mind a négy, oldalra a megfelelő értékeket. Az így kapott vonásokat egymással összekötve, az ábra szerint a keresztelési pontot leszurjuk, s ezáltal megszerkesztettük a pontot. A pont mellé írjuk a számát, ill. a nevét.

A háromszögelési pontok felrakása után következik a sokszögmenetek pontjainak a felhordása.

Az összrendezővel számított sokszögpontokat ugyanígy rajzoljuk meg, és kettős körrel: /@/ jelöljük. A szerkesztést ellenőrizzük a sokszögmenet oldalhosszainak lemérésével.

Miután így elkészült a térkép váza, felhordjuk a részletmérések eredményeit. A felhordás mindig az alkalmazott mérési mód szerint történik. Derékszögű összrendezővel végzett mérés esetén a pontokat koordinatográffal, vagy letolóháromszögekkel, esetleg Pap-féle összrendezőfelhordóval hordjuk fel.

A sarkpontos mérés eredményeit tranporteurrel, vagy tangensekkel, esetleg számított összrendezővel hordjuk fel.

A tranporteurrel felhordott részletmérés eredményeit /pl. erdőben állományhatárok, kisebb jelentőségű utak, patakok, stb./ nem rajzoljuk közvetlenül az eredeti térképlapunkon meg, hanem azokat külön pausspapírra hordjuk fel, s miután ott a felhordást ellenőriztük /szögek, távolságok helyessége/, ráhelyezzük a térképlapunkra, amelyen már rajta van a vonalunk kiinduló- és végpontja, megnézzük, hogy a pauss-papíron lévő pontok vágnak-e a térképen lévő pontokkal. Ha igen, akkor a pauss-papírt lerögzítjük valamilyen sullyal, minden pontot átpikírozunk a térképlapra, s ott a megfelelő pontokat összekötjük.

Ha a paussra felhordott sokszög kezdő és végpontja nem vág össze a térképen lévő kezdő és végponttal, úgy megnézzük, hogy a záróhiba nem nagyobb-e a megengedettnél. Ha nem nagyobb, akkor a hibát az összes pontokra grafikusan elosztjuk, a menetek kiegyenlítésénél láttott eljárás szerint. Ha viszont nagyobb a hiba a megengedettnél, akkor még egyszer ellenőrizzük a felhordást, s ha ezután sem kapnánk helyes eredményt, a menetet újból kell mérnünk.

Ha pontjainkat összrendező-felhordóval szerkesztjük meg, akkor lehetőleg az egy szelvénylapon lévő összes pontot egy nap alatt hordjuk fel, mert a papiros az éjjeli lehülés és a levegő páratartalmának ezzel kapcsolatos változásának következtében alakváltozást szenved, amely miatt a másik napon felhordott pontok az előző napon felhordott

pontokhoz viszonyítva egy szabályszerű hibával lennének terhelve.

Miután felhordtuk térképünkre az összes pontot, és kemény, laposra faragott ceruzával a megfelelő pontokat össze is kötöttük, valamint berajzoltuk a művelésiágakat jelölő egyezményes jeleket, következik a térkép kihuzása.

A kihuzás mindig jóminőségű /ha fénymásolatokat is készítünk a térképről, akkor legjobb kállum-bichromátos destillált vízben oldott dörzstus/ tust kell használnunk és a pontokat egyenletesen vékony vonalakkal kell kihuzni. A kihuzások és belső felírások /helység-, dűlő-, patak-név stb./ után el kell készíteni, a térkép címének és a méretarány felírását. Igen célszerű magára a térképre a megfelelő léptéket is elkészíteni, mert az együtt huzódik össze a térképpel és így, ha ezzel dolgozunk, nem kell külön a térkép száradásából származó méretváltozást figyelembe vennünk.

A térkép elkészülése után a szelvénykereten kívül 5-5 cm-es margót kell hagynunk.

Erdőgazdasági térképeken be szokás rajzolni a delejes észak-déli irányt is.

A teljesen kész térképet kartonra, vagy vászonra felragasztani nem szabad, az összehúzódás illetve az egyenlőtlen torzulás miatt. Pontos térképeknél az összehúzódás elkerülésére üveg-, vagy ujabban 1 mm-es alumínium-lapra ragasztott, illetve vászonra huzott rajzlapot használunk. A felragasztott lapoknak azonban a térkép megszerkesztése előtt legalább egy félévig állniuk kell.

A kész térkép helyességét ellen kell őrizni. Az ellenőrzés úgy történik, hogy az ellenőrző mérnök felvesz a térképen és a természetben megadott két pont között egy egyenest, ezt piros vonallal huzva meg. A pontokat úgy választja ki, hogy a vonal lehetőleg sok részletvonalat /parcella-határt/ szeljen. Ezután meghatározza a pontoknak természetbeni és térképi helyét. A kettő között a hiba $\frac{1}{1000}$ lehet, illetve a méretarány szerint 0.1 mm-nek megfelelő természetbeni távolság. Ha az ellenőrző mérnök a mérésekben és azok felhordásában hibát nem talált, úgy a térképet aláírásával hitelesíti.

Kisebb területek önálló felvétele.

Egyes műszaki munkák elvégzésére szükségünk lehet kisebb területek önálló felvételére. Ezek a területek 50 kat.holdnál kisebbek szoktak lenni.

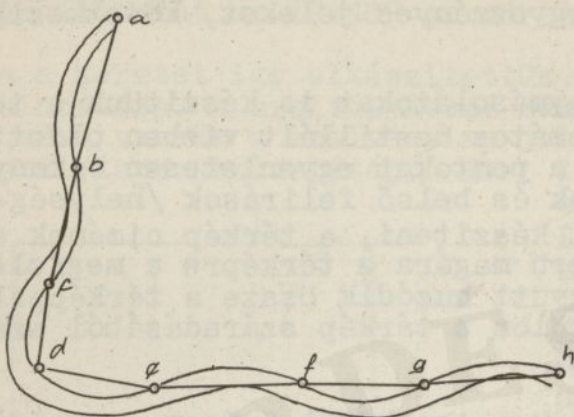
Aszerint, hogy a mérés milyen célokat szolgál és milyen műszer áll a rendelkezésünkre, történhetik:

- 1./ segédátlókkal,
- 2./ összendezőkkal,
- 3./ sarkpontos, vagy átlós méréssel,
- 4./ előremetszéssel és végül
- 5./ sokszögeléssel.

Mindegyik módszernél a határpontok egymáshoz viszonyított helyzetét határozzuk meg, tehát szögeket és hosszakat mérünk.

A mérés alkalmával első dolgunk az kell, hogy legyen, hogy megjelöljük a területhatár töréspontjait. A határvonal olyan hosszabb egyenes szakaszain, ahol az egyik törési pontból a másikig nem látható, közben-
ső pontokat veszünk fel. Kanyargós határvonalnál, ha a töréspontok nem

ismerhetők fel teljes biztonsággal /pl. folyóknál/ és hogy ne kelljen tulsok töréspontot felvennünk, a görbe vonalak helyett egy olyan közelítő-sokszöget veszünk fel,



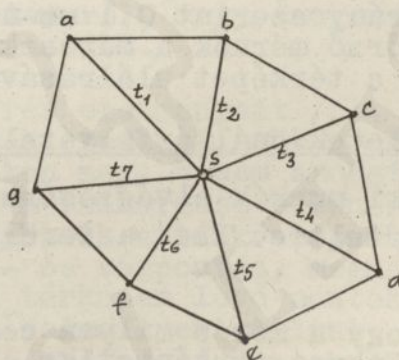
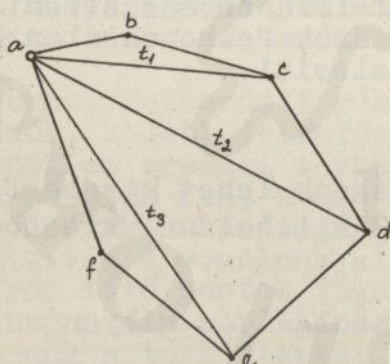
amelynél a sokszög egynes vonala és a görbe íve közötti magasság a térképen legföljebb 0.1 mm legyen. Az ivmagasság tehát függ a méretaránytól. Így az 1:2000 méretarányú térképnél 0.1 mm-nek, amit a térképen még érzékelni tudunk, a természetben 20 cm felel meg, tehát az ivmagasság a természetben 20 cm-nél nem lehet nagyobb. Az így helyettesített határvonal nem jelent területvesztést, mivel az íveket helyettesítő hurok egyszer az egyik, másszor a másik oldalra kerül.

ra kerülén egyszer lemetsz, egy kis területet, máskor pedig hozzá-szel a felméréendő területhez.

1./ Segédátlokkal való mérés.

Ez a mérési mód alkalmazható szabadkiállítású, fedetlen terepen, így pl. erdei tisztások, szántók, rétek fölvételére olyankor, amikor a területidom kevés oldallal van határolva, vagy az idom alakja a szabályos sokszög alakjához közeledik 3-4 kat.hold felvétele esetén elég jó eredményt ad, de kissé hosszadalmas és így nem gazdaságos. A méréshez csupán mérőszalag és kitűzőrudak szükségesek.

Az eljárás abban áll, hogy a terület egy szélső határpontjából, vagy egy a közepén fekvő pontból egyeneseket tűzünk ki a felveendő terület határpontjaihoz.



Ezután mérjük az egyes határpontoknak a kezdőponttól /a, vagy s/ való távolságát / $t_1, t_2, t_3 \dots$ /, valamint a határpontoknak egymástól való távolságát / $ab, bc \dots$ stb./, s a mérési adatokat a mérés alkalmával készített vázrajzon tüntetjük fel.

A területidom megrajzolása kétféle módon történhetik: az első mód szerint, mivel a területet háromszögekre bontottuk, megmérve a háromszögek összes oldalait, a cos.-tétel alapján számíthatjuk a közbezárt szögeket és ezek segítségével a határpontok összerendezőit. Ez azonban igen hosszadalmas és így nem gazdaságos. A másik mód szerint a választott kisebbítési aránynak megfelelően felhordjuk az egyik háromszög-oldalt, s az ugyenehez a háromszöghöz tartozó másik két oldalt körzöbe fogva, a megfelelő pontokból grafikusán bemetszünk. Így megyünk háromszögről háromszögre, míg az egész idomot fel nem rajzol-tuk.

Hátránya az egész mérésnek, hogy a sok hossz mérés miatt hosszadalmas. Az idom területe a mérési adatokból számítható a Heron-képlet segítségével.

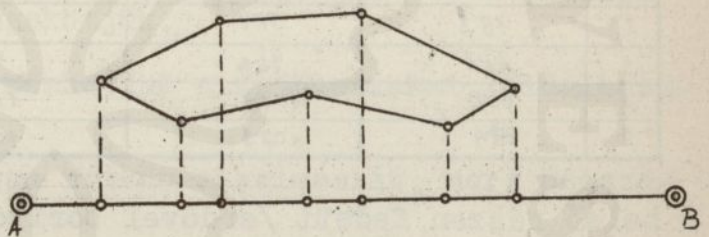
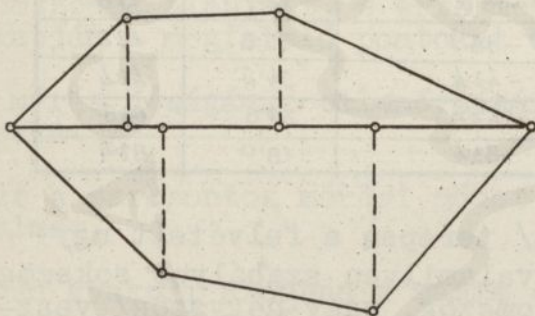
2./ Összrendezőkkal való mérési mód.

Ez a mérési mód is csak fedetlen terepen alkalmazható, és a méréshez mérőszalagon és kitűzőrudakon kívül még szögtűző tükör, vagy prizma is kell.

A mérést úgy végezzük el, hogy először is kitűzünk egy alapvonalat, s erről a szögtűzővel felkeressük az egyes határpontok talppontjait, s megmérjük a megfelelő távolságok hosszát; vagyis teljesen a részletméréseknél tárgyalt módon járunk el. Itt is készítünk felvételi vázrajzot, és a mérés adatait is ide írjuk be.

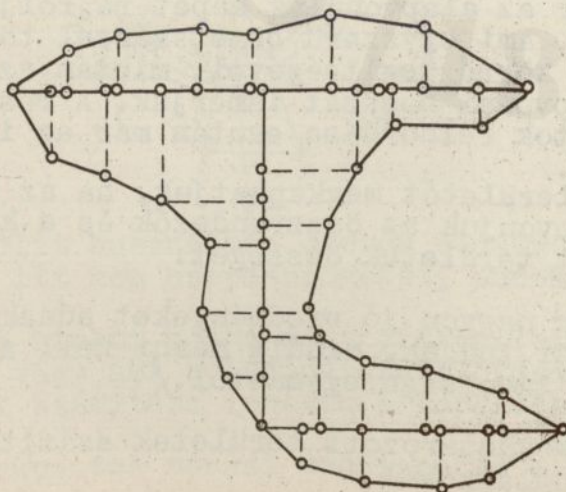
Ügyelnünk kell az alapvonal helyének megválasztására: felvehetjük az idomon belül, vagy azon kívül, a fontos csak az, hogy ne legyen távolabb az egyes határpontoktól, mint 40° , vagy 60-80 m, nehogy a szögtűző, vagy prizma bizonytalansága miatt a mérőleges kitűzésénél a mérésünk a megengedettnél nagyobb hibákkal legyen terhelve.

Ha az alapvonalat az idomon belül vesszük fel, akkor az rendszerint két határpontot köt össze.

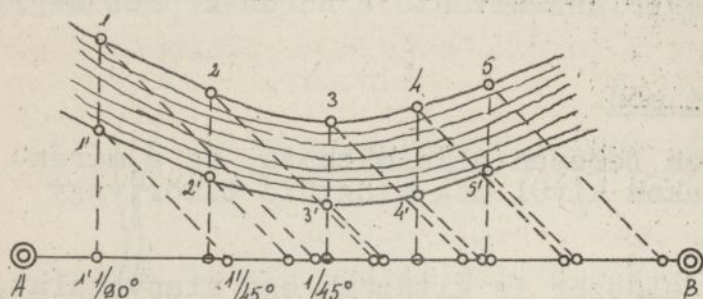


De felvehetjük az alapvonalat az idomon kívül is, ha ez valamilyen oknál fogva célszerűbb.

Összrendezőkkal való mérési móddal azonban nemcsak ilyen egyszerű alakú területeket tudunk felmérni, hanem hosszan elnyúlt és emellett kanyargós, sőt olyan terület-idomokat is felvehetünk, amelyek határrészletei nem eléggé hozzáférhetők /pl. a folyók külső partja/, vagy amelyeknek belső részei hozzáférhetetlenek /pl. tavak/.



Nézzük ezeket most sorba. A hosszan elnyúlt terület-idomoknál nemcsak egy, hanem az idom hossz tengelyének változásai szerint több, egymásra mérőlegesen elhelyezett alapvonalat veszünk fel. A határpontok bemérése most már ugyanugy történik, mint az eddigieknél láttuk.



Nehezen hozzáférhető határvonalak, valamint tavak, mocsarak felvételénél a területidomon kívül választott alapvonalra nemcsak 90° de 45° szög alatt is levetítjük az egyes határpontokat.

Ezzel az eljárással minden egyes határpontnál egy-egy derékszögű egyenlő-szárú háromszöget képezünk, amely-

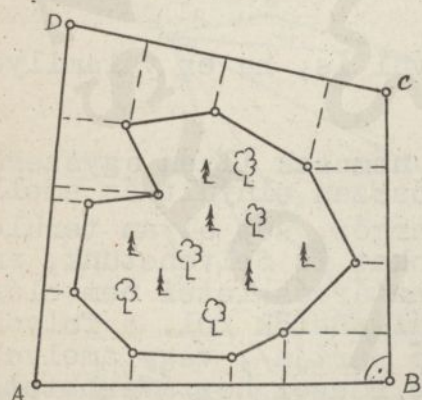
nek egyedül az alapvonalon lévő befogóját kell mérnünk a kiindulási ponttól.

A mérési eredményeket legjobb ilyenkor egy kis táblázatba foglalni a tuloldalon látható módon.

Előnye ennek az eljárásnak, hogy csupán az alapvonalon mérve megkapjuk az összrendezőket.

A határ- pont jele	A kezdőponttól mért		$n/45 - n/90$ $(n/90 - n/45)$	y	x
	90°-os	45°-os			
	talppont - távolság.				
1	30	237	$237 - 30$	207	30
2	183	561	$561 - 183$	378	183
3	414	762	$762 - 414$	348	414
4	638	1034	$1034 - 638$	396	638
5	834	1023	$1023 - 834$	189	834

A belső részen fedett /erdővel borított/ terepen a felvételt úgy eszközöljük, hogy a területet kívülről valamilyen szabályos sokszöggel /háromszög, vagy négyszög/ vesz-



szük körül /a sokszöget esetleg műszerrel mérjük meg/, s ennek oldalait tekintjük alapvonalaknak, ahonnan a határpontokat összrendezőkkal határozzuk meg. A két-két alapvonallal szembenlévő, csatlakozó-pontokat mindkét alapvonallról bemérjük. A felhordásnál mindig arra kell vigyázni, hogy először az alapvonalak képét rajzoljuk meg, ami egyszerű bemetszéssel történik körző segítségével, miután az alapvonal hosszát ismerjük. A részletpontok felhordása ezután már az ismert

módon, az összrendezőkkal történik.

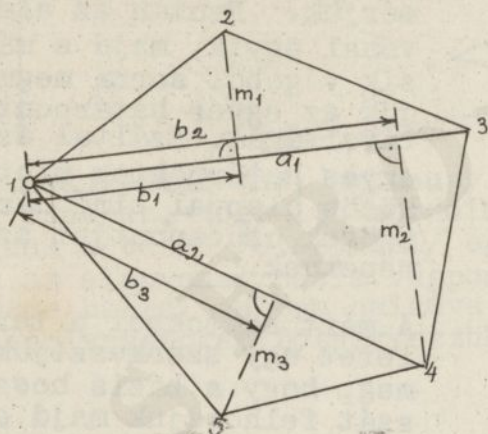
Az ilyen módon meghatározott idom területét megkaphatjuk, ha az alapvonalakból álló idom területéből levonjuk az összrendező és a keregett idom határvonalai által bezárt területek összegét.

A fennebb tárgyalt mérési eljárások nagyon jó eredményeket adnak, azonban, hogy mérésünket ellenőrizni tudjuk, mindig mérni kell a fejhosszakat is /az egyes határpontok távolsága egymástól./

Az eddig tárgyalt módszerek által meghatározott területek számításával majd külön fejezetben fogunk foglalkozni.

3./ Sarkponti, vagy átlós mérés.

Ennél az eljárásnál a mérést úgy végezzük, hogy a területhatár egy pontjából, vagy a terület középpontjából a határpontokhoz egyeneseket tűzünk ki, vagyis a területet háromszögekre bontjuk. Eltérőleg az első pont alatt tárgyalt módszertől nem mérjük a háromszög összes oldalait, hanem attól függően, hogy milyen műszert használunk a mérésre, kétféleképen járhatunk el.



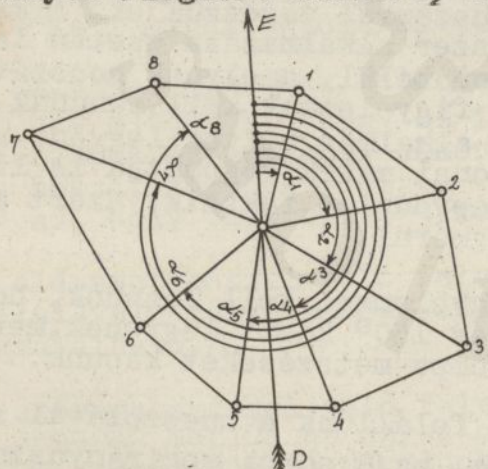
Ha csupán acélszalagunk, kittűző-rudunk és valamilyen derékszög-tűzőnk van, akkor a terület egy szélső, vagy egy középső pontjából kiindulólág háromszögekre bontjuk az idomot, s a szögtűző segítségével egy-egy háromszög alapján meghatározzuk a két szomszédos háromszög magasságát. Megmérjük a háromszög alapját $/a_1, a_2.../$ magasságát $/m_1, m_2.../$ és a magasságok talppontjának távolságát a választott sarkponttól $/b_1, b_2.../$

A mérési adatokat a vázrajzba jegyezzük be. A mérési eredmények felhordása igen egyszerűen történik, éspedig úgy, hogy felmérjük a háromszögek alapjait, s erre merőlegesen a magasságokat és a vázrajz alapján a megfelelő pontokat összekötjük.

A mérés jóságának ellenőrzésére mérhetjük a fejhosszakat /oldalhosszakat./

Ezt a sarkpontos mérési módot igen ritkán alkalmazzák, mert hosszadalmas.

Igen gyakori azonban a másik sarkpontos mérési mód, amelynél már valamilyen szögmérő műszert, busszolat, vagy teodolitot alkalmazunk.



Busszola alkalmazása esetén az eljárás az, hogy a műszerrel központosan szintesen felállva a választott sarkpont felett, sorba megirányozzuk a terület határpontjait, mérjük a delejes csapáásszögeket, valamint a lejtyszöget, továbbá az egyes határpontok ferde távolságát a sarkponttól. A ferde távolságokat vízszintesre kell redukálni. A távolságmérést végezhetjük optikai távolságmérővel, vagy acélszalaggal.

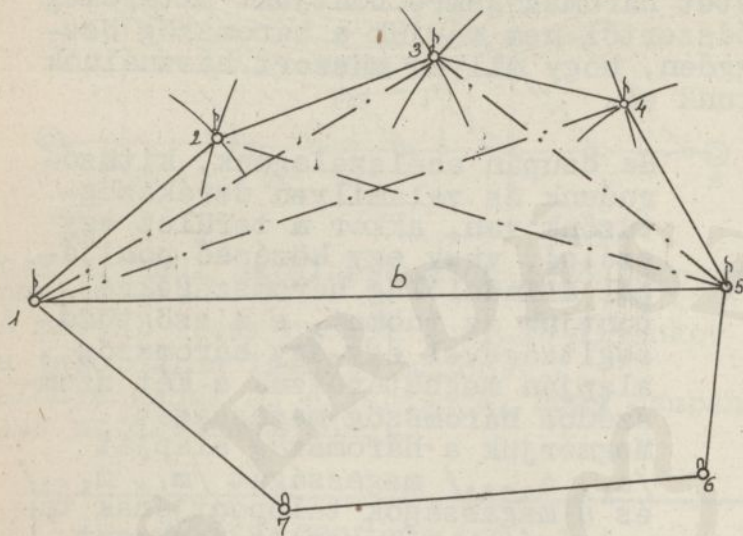
Teodolit használata esetén eljárásunk ugyanaz, mint a busszolásnál, csak itt nem csapáásszögeket, hanem közbezárt szögeket mérünk.

A két utóbbi módon mért adatok felhordása transporteurrel, tangensekkel, vagy ami a legpontosabb, összrendezőekkel történhetik. Összrendező számítása esetén a területet is összrendezőekkel számítjuk.

A sarkpontos mérési mód igen jó eljárás, azonban csak fedetlen terepen alkalmazható.

4./ Előremetszéssel való mérési mód.

A mérést végezhetjük csupán acélszalaggal és kitűzőrudakkal, és végezhetjük valamilyen szögmérő-műszerrel is.



Az első módnál a területidomon belül kijelölünk egy alapvonalat /b/, amelynek a hosszát megmérjük. Ezután az alapvonal egyik, majd a másik végéből sorra megmérjük az egyes határpontok távolságát. Ezáltal az egyes határpontok mint közös alappal bíró háromszögek csúcspontjai szerepelnek.

A mért adatokból a területet úgy szerkesztjük meg, hogy a bázis hosszát felhordjuk majd an-

nak végpontjaiból /1,5/ a vázrajz szerint az egyes töréspontok távolságát körzöbe véve ezzel körivet rajzolunk, a megfelelő körívek metszete adja a töréspontokat; ezeket összekötjük egymással. Vigyázni kell arra, hogy a körívek metszete éles legyen, tehát a háromszögek szögei túl hegyesek /30°-nál kisebbek/, vagy túl tompák /150°-nál nagyobbak/, ne legyenek.

A mérés ellenőrzésére mérhetjük az egyes oldalhosszakat /1,2, 2,3 ... stb./

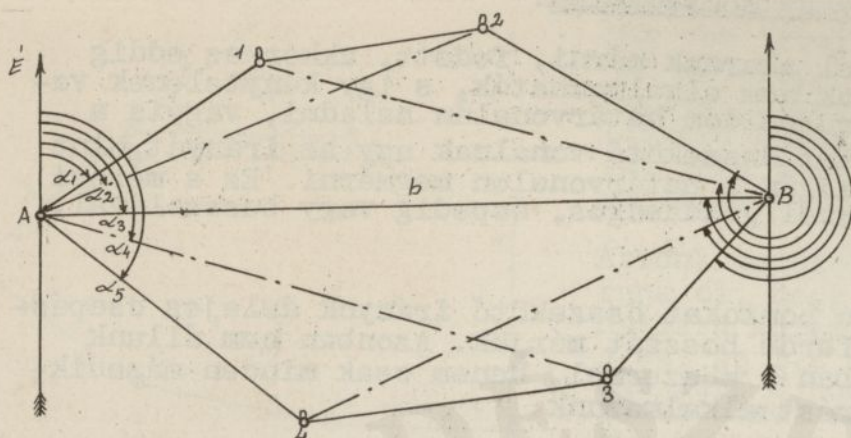
Ez az eljárás igen hosszadalmas a sok hosszúságmérés miatt, s ezért nem igen alkalmazzák. Fedett terepen nem használható.

A mérést többnyire valamilyen szögmérő műszerrel végezzük el. Alkalmazhatunk busszolat, vagy teodolitot. Műszer alkalmazása esetén is választunk egy alapvonalat a területidomon belül, amelynek hosszát megmérjük. Az alapvonal kiválasztásánál figyelemmel kell lennünk arra, hogy a két végpontja műszerállásra alkalmas helyen legyen, s belőlük valamennyi határpont és az alapvonal másik végpontja is látható legyen. Mivel összes méréstünk az alapvonalon fekszik, azért az alapvonal hosszát nagy gondnal kell megmérni.

Az alapvonal megválasztásánál arra is figyelemmel kell lennünk, hogy az egyes irányok által bezárt szögek 30° és 150° között legyenek, mert ellenkező esetben túl hegyes, vagy túl tompa metszéseket kapunk.

Az alapvonal helyének megválasztása után felállunk a busszolával az egyik végpontban központosan és szüntesen, majd sorba megirányozzuk az egyes határpontokat és az alapvonal másik végpontját. A mérési adatokat a szokásos busszola-mérési jegyzőkönyvben írjuk fel. Ezután átmegyünk az alapvonal másik végpontjába, s onnan is megirányozzuk minden pontot s az alapvonal másik pontját is.

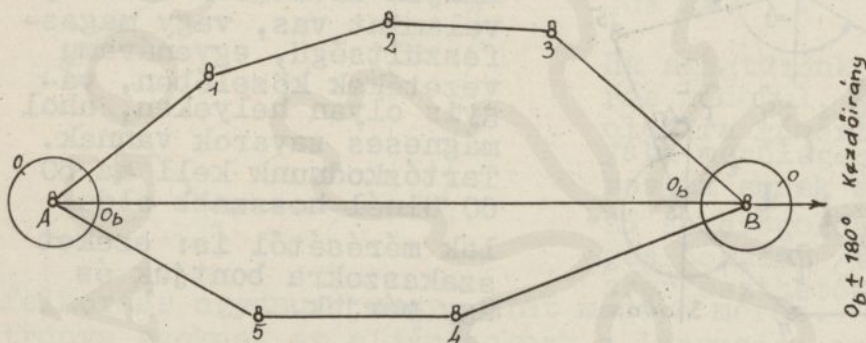
A külső munkát ezzel elvégeztük, s most már csak a mért adatokat kell felhordani valamilyen felhordási eljárással /tangensekkel/, vagy felhordóműszerrel /transporteurrel/. A felhordást ugyanugy végezzük,



mint azt már az előzőekben láttuk. Ahol az alapvonal végpontjaiból szerkesztett megfelelő irányok metszik egymást, ott lesz a határvonal törpontja.

Ellenőrzésül mérhetjük a sokszög oldalainak hosszát is.

Ha teodolítunk van, ugyanugy járunk el, mint a busszolóval; a különbség csak az, hogy itt kezdőirányul az alapvonal irányát vesszük. Felállunk a bázis /alapvonal/ egyik végpontjában, s miután megirányoztuk az alapvonal másik végpontját, leolvasást végzünk a limbuskörön. Ezután balról jobbra haladva megirányozzuk a határpontokat, s a limbusleolvasásokat följegyezzük a jegyzőkönyvbe.



Ha egyik pontból már minden határpontot megirányoztunk, átmegyünk az alapvonal másik végpontjába, itt ugyanugy végezzük a mérésünket, mint az előző pontban.

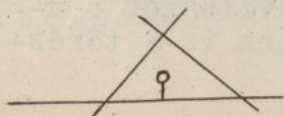
A mérési eredményeket tangensekkel, vagy transporteurrel horduk fel. Elő-

nye ennek a mérési eljárásnak az, hogy mert csak az alapvonal hosszát kell mérni, gyors és megfelelő metszések esetén az eredmény jó.

Ha az egyes oldalak metszése igen éles, akkor az abból származó hibát ugy ejtjük ki, hogy az irány hosszát mérjük. Előnye még ennek az eljárásnak az is, hogy akkor is alkalmazható, ha a határpontok nehezen hozzáférhetőek /folyó, vagy állóviz miatt/. Hátránya ezzel szemben az, hogy csak nyílt terepen alkalmazható.

Az előremetszéssel való felvételi eljárást leggyakrabban a mérőasztallal való felvételnél alkalmazták /az első kötetben részletesen megtalálható./

Az előremetszéssel való felvétel ellenőrzésére semmi adatunk nincs. Ha azonban mérjük az egyes határpontok egymástól való távolságát, akkor van ellenőrző méretünk. Másik ellenőrzés lehet az, hogy az alapvonal két végpontjából bemetszünk egy C pontot és ott is felállunk a műszerrel és irányozzuk a határpontokat. A megszerkesztett 3 iránynak egy pontban kell egymást metszenie. Ha nagy távolságból végezzük a bemetszést, akkor a három irány nem egy pontban egyesül, hanem egy hibaháromszöget képez. Ennek a háromszögnek a súlypontjában lesz a pont valószínű helye. A súlypontnak a merőleges távolsága a megfelelő iránytól nem szabad nagyobb lennie, mint a megfelelő irány hosszának a 0.002-része.

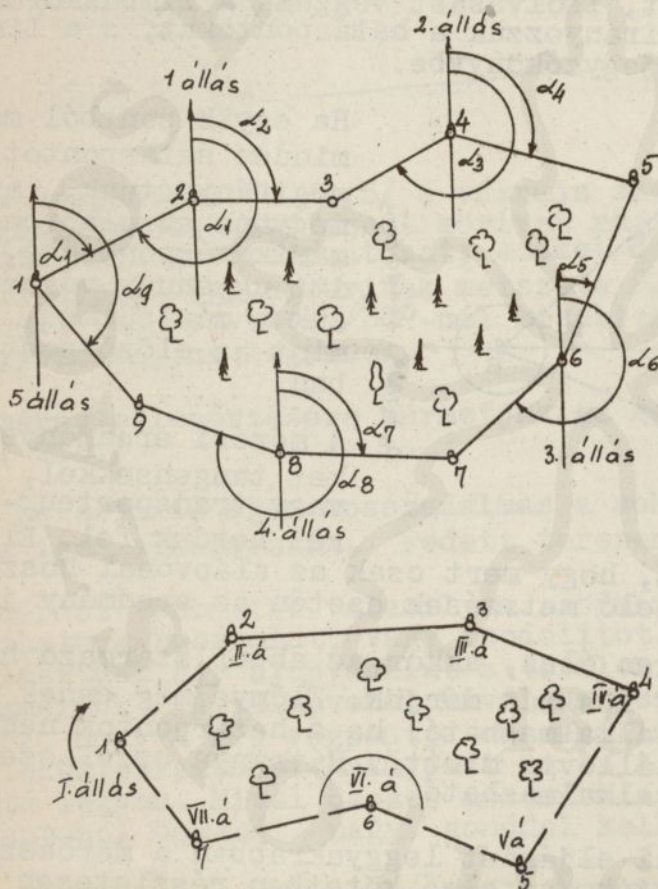


Körüljáró mérési mód, avagy sokszögelés.

Ha a terület, amelyet fel akarunk mérni, fedett, akkor az eddig tárgyalt mérési eljárások nem alkalmazhatók, s így kénytelenek vagyunk méréseinkkel a területidom határvonalán haladni, vagyis a szomszédos két határpontot összekötő vonalnak úgy az irányát, mint a hosszát közvetlenül, magán a határvonalon megmérni. Ez a mérési mód csak szögmérő műszerrel gazdaságos, éspedig vagy busszolóval, vagy teodolittal.

Busszolóánál a szomszédos pontokat összekötő irányok delejes csapás-szögeit, valamint azok ferde hosszát mérjük. Azonban nem állunk fel az összes határpontban a műszerrel, hanem csak minden másodikban, vagyis ugró-szögmérést alkalmazunk.

A mérési adatokat az ismert busszolamérési jegyzőkönyvbe vezetjük be, amelynek jobboldalán elkészítjük a vázrajzot is. A vázrajzon mindig fel kell tüntetni a delejes északi irányt.



Busszola használata esetén ügyelnünk kell arra, hogy a műszert ne használjuk zivataros időben, valamint vas, vagy magasfeszültségű, egyenáramú vezetékek közelében, vagyis olyan helyeken, ahol mágneses zavarok vannak. Tartózkodnunk kell az 50-60 ölnél hosszabb oldalak mérésétől is: ezeket szakaszokra bontjuk és úgy mérjük.

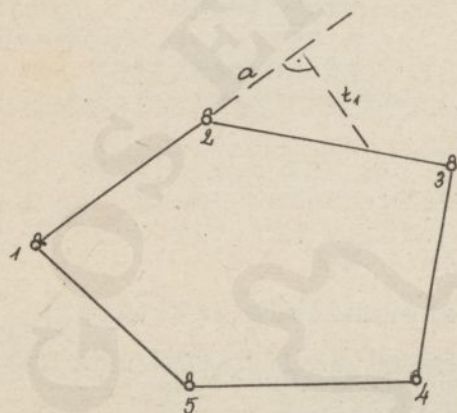
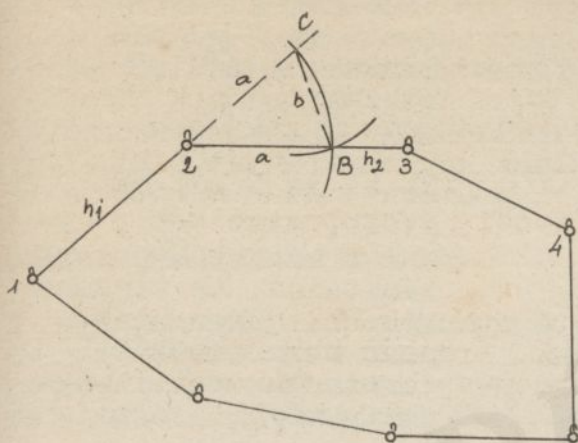
Teodolit használata esetén, ellentétben az előbbivel, minden határtöréspontban felállunk a műszerrel és megmérjük az oldalak által bezárt közbezárt szögeket, amint azt a sokszögmenetek mérésénél láttuk. A hosszakat vagy acélszalaggal, vagy precíziós optikai távolságmérővel /Szepessy, vagy prizmás távolságmérővel/ mérjük

meg. /Reichenbach-félével sohasem, mert ennek a pontossága nem megfelelő./

A jegyzőkönyv jobboldalán teodolit-mérésnél is el kell készíteni a vázrajzot.

Kis területeknél elvégezhetjük a körüljáró mérést műszer nélkül is. Ilyenkor vagy csak acélszalagot, vagy mérőszalagot és szögtűzőt használunk.

Csak szalaggal való mérésnél az eljárás az, hogy mérjük a határpontok egymástól való h távolságát, majd a határvonalat a határpontokon túl meghosszabbítva rámérünk egy bizonyos "a" távolságot s ugyanezt az "a" távolságot rámérjük a következő oldalra is a törés-



ponttól kezdődőleg. Ezután lemérjük "b" távolságot is, amely a két "a" távolság végpontját köti össze. Ezáltal ismertté vált a 2BC egyenlőszáru háromszög, amelyet körzővel való bemetszéssel meg tudunk rajzolni.

Ábránk megszerkesztésénél úgy járunk el, hogy a 2-es pontból "a" nyílású körzővel körívet rajzoltunk s ezt az 1,2 oldal meghosszabbításán levő C pontból "b" nyílású körzővel elmetasztottuk, miáltal megkaptuk a B pontot. A 2,B irányra 2-ből kezdődőleg felmérve a h_2 távolságot, kapjuk a 3. töréspontot. Így haladunk végig az egész sokszög határán. Természetesen nem jutunk pontosan vissza a kiinduló pontba, mert a mérést sok hiba terheli. A hibát a már ismert módon, grafikusan igazítjuk ki.

Ha szögtűzőnk is van, akkor az eljárás módosul, mert a meghosszabbított oldalra rámerít "a" távolság végpontjába merőlegest állítunk és felkeressük ennek a metszését a következő sokszögoldallal; mérve a merőleges hosszát t a határvonal megszerkeszthető.

A felhordás ugyanugy megy, mint maga a mérés.

Hátránya ezeknek az eljárásoknak a lassúság, ami a sok hosszsmérésből származik. Amellett nem is adnak valami megbízható eredményt. Csak szükségéből, megfelelő műszer hiányában használjuk ezeket az eljárásokat.

Végezetül elvégezhető még a körüljáró mérési-mód mérőasztallal is, amint azt a első részben láttuk volt. Az eljárás nehézkes és hosszadalmas.

Az előbb tárgyalt busszola és teodolit-mérési eredményeket felhordhatjuk tangensekkel, transporteurrel, vagy számíthatjuk a töréspontok összrendezőit.

A felhordás előtt megnézzük a szögzárlatot. Ha belső szögeket mértünk akkor $[\omega] = \frac{n-2}{n} \cdot 180^\circ$, ha külső szögeket mértünk, akkor $[\omega] = \frac{n+2}{n} \cdot 180^\circ$. Ha az ellenmondásunk kisebb a megengedettnél, akkor a hibát a szögekre egyenlően osztjuk el. A megengedett szöghiba külterületeken $50''/n$, belterületeken: $20''/n$, ahol "n" a mért szögek száma.

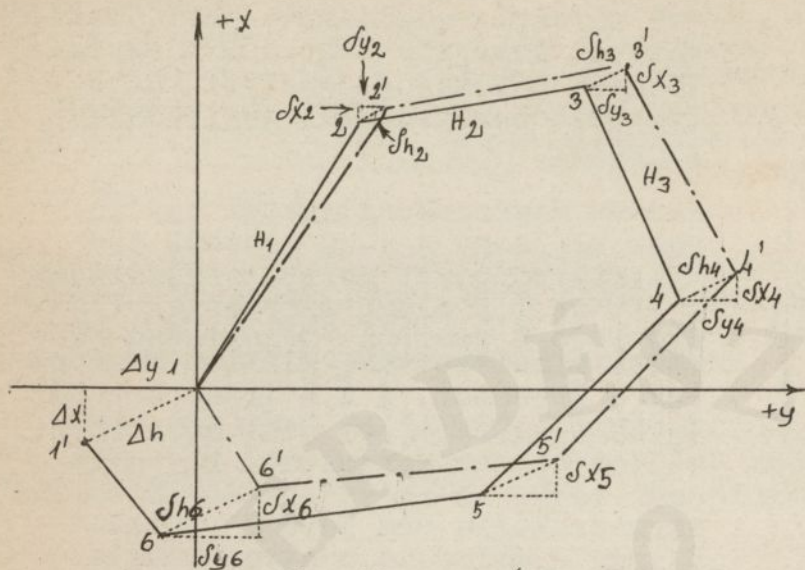
Transporteurrel, vagy tangensekkel végzett felhordás esetén a záróhibát grafikusan igazítjuk ki.

Ha összrendezőket számítunk, akkor a részösszrendezők összegének zéróval kellene egyenlőnek lennie. Mivel a mérési hibák miatt ez nem egyenlő zéróval, ki kell egyenlitenünk. Az 1. pontban tengelyrendszert veszünk fel. A részösszrendezők összege Δx és Δy -al egyenlő,

tehát az 1 pont helyett az 1' pontot kaptuk. A ΔH záróhibánk:

$$\Delta H = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

Ha ez az érték nagyobb, mint $\frac{[H]}{2000}$, akkor a mérést meg kell ismételni, ha viszont kisebb, akkor minden pont összerendezőit javítanunk kell; mégpedig mivel a hiba a hosszától függ, a hosszakkal arányosan kell a javításokat számítanunk. A záróhiba csapásszöge számítható:



$$\operatorname{tg} \alpha_{1'} = \frac{y_1 - y_{1'}}{x_1 - x_{1'}} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

A 2. pont hosszjavítása lesz: $\delta h_2 = \frac{\Delta H}{[H]} \cdot H_1$

a 3. pont hosszjavítása lesz: $\delta h_3 = \frac{\Delta H}{[H]} \cdot /H_1 + H_2/$

és így tovább. Ebből már számíthatjuk az összerendezők javítását:

$$\delta y_2 = \delta h_2 \cdot \sin \alpha_{1'} = \frac{\Delta H}{[H]} \cdot H_1 \cdot \sin \alpha_{1'}, \text{ s mivel } \Delta H \cdot \sin \alpha_{1'} = \Delta y$$

$$\delta y_2 = \frac{\Delta y}{[H]} \cdot H_1$$

ugyanígy:

$$\delta y_3 = \frac{\Delta y}{[H]} \cdot /H_1 + H_2/$$

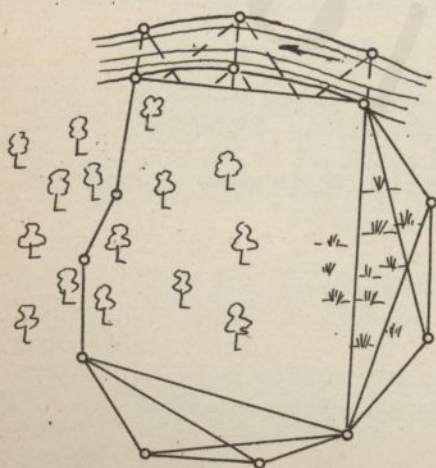
és így tovább.

$$\delta x_2 = \delta h_2 \cdot \cos \alpha_{1'} = \frac{\Delta H}{[H]} \cdot H_1 \cdot \cos \alpha_{1'}, \text{ s mivel } \Delta H \cdot \cos \alpha_{1'} = \Delta x$$

$$\delta x_2 = \frac{\Delta x}{[H]} \cdot H_1$$

$$\text{ugyanígy: } \delta x_3 = \frac{\Delta x}{[H]} \cdot /H_1 + H_2/$$

és így tovább.



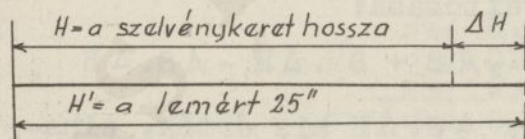
Mint utolsó, de a gyakorlatban sokszor használt mérési módról kell még megemlékezni az u.n. vegyes-mérésről. Ez tulajdonképpen nem új eljárás, hanem az eddigieknek a kombinációja, ami azt jelenti, hogy egy terület felmérésénél többféle eljárás szerint is dolgozhatunk. Természetesen itt igen fontos a jó vázrajz, mert anélkül nem tudjuk fehozdaní a mért adatokat. Pl. az ábrán látható terület felvételénél a körüljáró mérési mód mellett alkalmaztuk a vetítősugarakkal való felvételt, az előremetszéses felvételt, végül a sarkpontos felvételt.

Ha a felmért területet egy meglévő térképbe be kell rajzolnunk, akkor a mérésünket kapcsolnunk kell legalább két olyan ponthoz, amely a térképen is, meg a természetben is meg van jelölve, pl. határdomb, sokszögpont, hássarok, hid, stb., kisebb pontosságn méréseknél utak éles kereszteződése. Ha a közelben nem volna megfelelő pont, amelyhez közvetlenül kapcsolódhatunk, úgy bemetszünk távolabb lévő alappontokból ilyen kapcsolódási pontokat.

Régi térképek használata.

A régi térképeknél számolnunk kell a papiros összeszáradásából származó méretarányváltozással. A papiros rendszeren össze huzódik, így a méretarány nagyobb lesz. Csak kivételesen tágul a papiros - ha a térképet nedves helyiségben tartják.

Ha egy ilyen régi térképbe kell egy új részletet berajzolni, akkor ezt az összeszáradt térképnek megfelelő méretarányban kell megszerkeszteni.



Az összeszáradás nagyságát kataszteri szelvénylapokon könnyen megállapíthatjuk, mert itt ismerjük a keret méreteit. Pl. az 1":40° térképeknél a hosszabb oldal 1000°=25", a rövidebb oldal 800°=20". lemérjük ezek hosszát.

Például:

a szelvénykeret mért hossza: $H = 652.5 \text{ mm}$
a - " - eredeti " $H' = 2.634 \times 25 = 658.5 \text{ mm}$
a - " - összeszáradása: $\Delta H = 6.0 \text{ mm}$

6 mm térképbeli hosszának 1":40° méretarány esetén megfelelő természetbeni hossz:

$$26.34 \text{ mm} : 40^\circ = 6 \text{ mm} : x_1$$

$$x_1 = \frac{40 \times 6}{26.34} = 9.11^\circ$$

Tehát 1000°-ön 9.11° a száradás.

Ugyanígy számítjuk a szelvénykeret szélességében is az összeszáradást. Legyen

a szelvénykeret jelenlegi szélessége: $S = 522.0 \text{ mm}$
a - " - eredeti " - " - $S' = 2.634 \times 20 = 526.8 \text{ mm}$
a szélesség-irányú összeszáradás: $\Delta S = 4.8 \text{ mm}$

Tehát: $26.34 \text{ mm} : 40^\circ = 4.8 \text{ mm} : x_2$

$$x_2 = \frac{40 \times 4.8}{26.34} = 7.28^\circ$$

Tehát 800°-ön 7.28° a száradás.

Kiszámítjuk most az egységre eső száradást:

H-nál: $9.11 : 1000 = 0.00911^\circ$ és
S-nél: $7.28 : 800 = 0.00910^\circ$

A kettőnek vesszük a számtani közepét s így kapjuk az egységre eső átlagos száradást: 0.009105° Ha

csak egypár hosszat kell felrajzolnunk, akkor átszámítjuk az értéket úgy, hogy a térképre a mért h' hosszak helyett h hosszakat mérünk fel.

$$h = h' - h' \cdot \sigma h' = h' / 1 - \sigma h' /$$

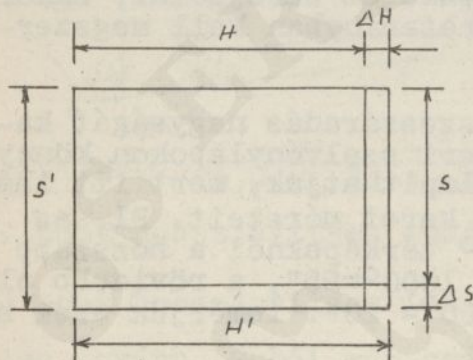
ahol $\sigma h'$ az egységre eső száradás.

Például a fent számított száradású térképre fel kell mérnünk 113.6 ölet, akkor a léptékről $113.6 / 1 = 0.009105 / = 112.57$ ölet mérünk le. Vagy ha a térképről levett h hosszából a tényleges h értéket akarjuk számítani, akkor $h' = h + h \cdot \sigma h = h / 1 + \sigma h /$ képletet használjuk. Legyenek az adatok előbbi térképünk esetén: $h = 213.4$, akkor a tényleges hossz: $h' = h / 1 + \sigma h / = 213.4 / 1 + 0.009105 /$
 $h' = 215.34^\circ$

Ha sok vonalat kell felrajzolnunk, vagy sok hosszat kell levennünk, akkor kiszámítjuk az új méretarányt, és megszeresszük az ennek megfelelő léptéket: ezzel közvetlenül mérhetjük a helyes értékeket. Az előbbi példában az új méretarány lesz a 1"-nek megfelelő hossz, vagyis

$$h' = 40 + 40 \times 0.009105 = 40 + 0.36 = 40.36$$

vagyis szerkesztünk egy 1":40.36°-es léptéket.



Területszámításnál igen fontos a területegységre eső változás megállapítása. Az egész szelvény területváltozása:

$$\Delta T = H' \cdot \Delta S + S' \cdot \Delta H - \Delta S \cdot \Delta H$$

Mivel a $\Delta S \cdot \Delta H$ kis érték, elhanyagolhatjuk; a fenti példában:

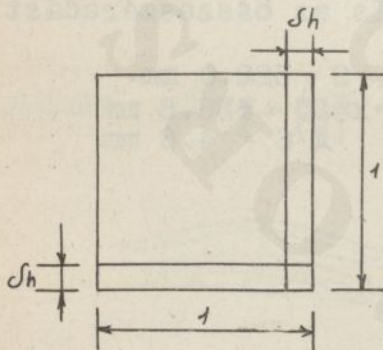
$$\Delta T = 1000 \cdot 7.28 + 800 \cdot 9.11 = 14568 \square^\circ$$

ez 500 kat.holdra esik.

Ha tehát 500 kat.holdra 9.105 kat.hold esik, akkor 1 holdra esik $\sigma T = 0.01821$ kat.hold.

Ha tehát a térképről lement T kat.holdból a helyes T' kat.holdat akarjuk számítani, akkor a $T' = T + T \cdot \sigma T = T / 1 + \sigma T /$ képletet kell használnunk.

Például planiméterrel mérve kaptunk $T = 15.65$ kat.holdat, akkora helyes terület lesz: $T' = 15.65 / 1 + 0.01821 / = 15.97$ kat.hold.



Ha négyszögekben számolunk, akkor az egységre eső hibát is négyszögekben számoljuk. A fenti példa szerint, mivel egy szelvénylap területe: $500 \times 1600 = 800000$ négyszögl, az egy négyszögre eső területváltozás: $\Delta T = 0.0182$. Ugyanazt az értéket kapjuk az egységre eső hosszváltozásból is; $\Delta T = l \cdot \sigma h + l \cdot \sigma h = 2 \cdot \sigma h$, s mivel $\sigma h = 0.009105$,
 $d T = 2 \times 0.009105 = 0.01821$

Ha például térképünkől lementünk egy területet és $T = 3256 \square$ -ölet kaptunk rá, akkor a tényleges terület lesz:

$$T' = T + T \cdot d T = T / 1 + d T /$$

$$T' = 3256 / 1 + 0.01821 / = 3315 \square^\circ$$

Ha 1:2000 új méretarányú szelvénylapunk van, akkor ugyanúgy végezzük a számításainkat mint az előzőekben láttuk, csak itt méterrel ill. négyzetméterrel dolgozunk.

Ennél $S = 1200$ m, tehát a szelvénylap szélessége: 60 cm. Ha $\Delta S = 8$ mm, akkor ez megfelel 16 m-nek. Az egységre eső σS tehát 0.0133 m, a területegységre eső σT pedig

$$\sigma T = 2 \times 0.0133 = 0.0266 \text{ m}^2$$

Ha nem kataszteri térképen dolgozunk, és nincs szelvénykeretünk, akkor a területen kiválasztunk több, lehetőleg különböző irányban fekvő egyenest, amelyeknek végpontjai a térképen is, meg a természetben is meg vannak jelölve. Ezeknek a hosszát lemérjük a térképről is meg a természetben is.

például 1":80°-es térképünk van. A térképről lement hosszak jele: h , ennek a természetben megfelelő hossz: H , a természetben mért hosszak jele pedig H' . A H értékeket a $26.34 \text{ mm}:80^\circ = h:H$ aránnyal számítjuk.

$h_1 = 30.4 \text{ mm}$	$H_1 = 92.33 \text{ öl}$	$H'_1 = 92.45 \text{ öl}$	$\Delta_1 = 0.12$
$h_2 = 28.3 \text{ "}$	$H_2 = 85.95 \text{ "}$	$H'_2 = 86.08 \text{ "}$	$\Delta_2 = 0.13$
$h_3 = 16.7 \text{ "}$	$H_3 = 50.72 \text{ "}$	$H'_3 = 50.82 \text{ "}$	$\Delta_3 = 0.10$
$h_4 = 24.5 \text{ "}$	$H_4 = 74.41 \text{ "}$	$H'_4 = 74.56 \text{ "}$	$\Delta_4 = 0.15$
$h_5 = 23.5 \text{ "}$	$H_5 = 71.37 \text{ "}$	$H'_5 = 71.52 \text{ "}$	$\Delta_5 = 0.15$

Ezek alapján az egységre eső hibák lesznek:

$$\begin{aligned}\sigma_{h_1} &= 0.00130 \\ \sigma_{h_2} &= 0.00151 \\ \sigma_{h_3} &= 0.00197 \\ \sigma_{h_4} &= 0.00201 \\ \sigma_{h_5} &= 0.00210\end{aligned}$$

$$[\sigma_R] = 0.00889 : 5 = 0.00177,$$

tehát az egységre eső száradás: $\sigma_R = 0.00177$. Ezzel az értékkel ugyanugy számolunk, mint azt az előzőekben láttuk.

A területegységre eső száradás pedig:

$$\sigma_T = 2\sigma_R = 0.00354$$

A magyar állami földmérés által előírt hibahatárok:

Ötödrendű háromszögelésnél a két háromszögből számított összrendezők között a vonalas eltérés nem lehet nagyobb, mint

$$\Delta y x = 24 \sqrt{t}$$

ahol t a meghatározó irányok átlagos hossza kilométerekben, $\Delta y x$ pedig az y és x összrendezők eltéréseinek négyzetösszegéből vont négyzetgyök centiméterekben.

Az iránymérés pontossága zárt háromszögek belső szögeinek összegezeése által állapítható meg. Megfelelő pontosságu az iránymérés, ha a háromszög belső szögeinek összege 180° -tól legfeljebb $\frac{24}{\sqrt{t}}$ másodperc eltérést mutat. A t a háromszög átlagos oldalhossza kilométerekben.

Trigonometriai magasságmérésnél az oda és vissza-mért értékek különbsége $/20 \cdot t/$ cm-t meg nem haladhat. A t távolság kilométerekben veendő.

A magassági záróhiba megengedett értéke trigonometriai magasságmérésnél, cm-ekben kifejezve: $\Delta m = \frac{20t}{\sqrt{n}}$, ahol t a vonal hossza km-ben, n pedig az oldalak száma. Sokszögmenetek oldalszáma nyílt terepen 10, erdőben, szakadékos területen 15 lehet.

Az oldalhosszakat sokszögelésnél cm pontossáig kell mérni, az oda és visszamérés közötti különbség belsőségekben: $\Delta = \sqrt{0.000225 t^2 + 0.36t}$, külsőségekben pedig: $\Delta = \sqrt{0.000625 t^2 + 1.00 t}$, ahol Δ a megengedett eltérés cm-ekben, t pedig a megmért távolság méterekben.

Kettősen tájékozott sokszögvonalaknál a megengedett szög-záróhiba belsőségekben: $\Delta' = \sqrt{600 n + 4000}$, külsőségekben: $\Delta = \sqrt{1600 n + 7200}$, ahol n a megmért szögek száma.

Sokszögmeneteknél, ha dy és dx az összrendezőkben a tengelyek szerinti eltérést jelenti, akkor $d = \sqrt{dy^2 + dx^2}$ és a megengedett vonalas záróhiba belsőségben: $d = \sqrt{0.03 t^2 + 0.56 t}$, külsőségben pedig: $d = \sqrt{0.05 t^2 + 1.56 t}$, ahol d -t cm-ekben, t -t /a sokszögoldalak összege/ m-ekben vesszük.

Csak az egyik végén tájékozott sokszögmeneteknél a vonalas hiba az előbbinél 20 %-kal nagyobb lehet. Ugyanez a hibahatár áll a csomópontokra is.

Sokszögmenetekben a magasságmérés hibája oda és visszamérésnél cm-ekben kifejezve 0.04 t lehet ahol t a sokszögoldal hossza méterekben. Zárt magassági vonalaknál $\Delta = \frac{0.03 t}{\sqrt{n}}$, ahol Δ cm-ekben, T /a magassági zárt vonal egész hossza/ méterekben, n pedig a magassági vonalban foglalt alappontok száma.

A záróhiba az egyes sokszögoldalakra hosszuk arányában osztandó el. Ha nem zárt a menet, akkor még + 10 cm.

A számított és mért irányérték közti eltérés $\delta'' = \frac{0.20}{t} \cdot \rho''$, lehet, ahol t a megírányzott pont távolsága m-ekben, $\rho'' = 206265$.

Az összrendezőkől számítható és a természetben lemért, pontok közötti távolság /pl. mérési vonalaknál/ közötti különbség: $d = \sqrt{3 \cdot t + 50}$ cm-ben, ahol t a távolság méterekben.

Tájéolás műszer csak nagyobb terjedelmű erdőségek harmad és negyedrendű részletpontjainak meghatározására használható. A záróhiba legnagyobb értéke a sokszögvonallal hosszának $\frac{1}{500}$ -ad része lehet.

Részletpontok bemérésénél hosszsmérésre csak olyan mérőeszközt szabad használni, amelynek hosszhibája legfeljebb $\frac{1}{2000}$

Másodrendű sokszögmenetek megengedett záróhibája külsőségekben a megengedettnak kétszerese, vonalak záróhibája pedig 1.5-szerese lehet.

Összrendezőkkel fehérdott pontoknál a megadott összrendező és a térképről lemért érték között a különbség 0.00015 k lehet, ahol "k" a méretarányszám.

Pl. 1:2000-es méretarányban $0.00015 \times 2000 = 0.3$ m lehet.

Területszámításnál a kétszeri mérés eredménye közötti különbség: $D = 0.025 \sqrt{T \cdot K}$ m² lehet, ahol T az idom területe, K pedig az idom hosszúságának és szélességének méterekben kifejezett összegével egyenlő arányszám. Ha a képlet alapján számított D megengedett különbség 5 m²-nél kisebb, akkor mindig 5 m² veendő.

A birtoktest területe és birtokrészleteinek területösszege között a megengedett különbség: $D = 0.050 \sqrt{T \cdot K}$, ahol T és K az előző képlet szerint az egész birtoktestre vonatkozó értékek.

Térképek felírása, számozása és a térképek mellékletei.

Ha a térkép elkészült, következik a térképek felírásának és azámozásának elkészítése. A térképre elsősorban fel kell írni a címet, pl. "Bánfalva község térképe", vagy "A Kapuvári Erdőgazdálkodás térképe". Felírandó a méretarányszám és az év, amelyben a felvétel készült. Ezután a térképre be kell írni az egyes részeknek általánosan használt elnevezését, dűlők, jegycsúcsok, stb. nevét.

Ezután az egyes részletek számait írjuk be pl. erdőgazdasági térképen a tagok számát 1-től kezdődőleg folytatólagosan, és a tagokon belül a részleteket az abc betűivel jelöljük.

A kataszteri térképeken egy községen belül, régebben minden parcellának külön száma volt: ezek a helyrajzi számok, 1928 óta az egy tagban és egy tulajdonban lévő parcelláknak egy száma van, és ezen belül a művelési ágakat az abc betűivel jelöljük.

A birtokokról minden községhezán birtokos-lajstrom van felfektetve, amelyben betűrendben fel vannak véve a birtokosok. Ugyancsak megtalálható itt a földkönyv is, amelybe a parcellák vannak fölvéve sorszám szerint, s mellettük megtalálható a tulajdonos neve is.

Igen fontos munkarésze a kataszteri térképnek a kataszteri birtokiy, amelyben a birtokosnak ugyanabban a községben fekvő összes parcellái fel vannak tüntetve. Be van jegyezve tehát a helyrajzi szám a föld értékosztálya, művelési ága területe, kataszteri tiszta jövedelme.

1928-óta a területet hektárokbán és négyzetméterekben kell feltüntetni.

Minden fontosabb határról határleirási jegyzőkönyvet kell készíteni, így a község határáról, nagyobb birtokok határáról. A határleirást táblázatba foglaljuk, amelyben a következő adatoknak kell helyet biztosítanunk:

Határleirási jegyzőkönyv.

Felvétel 19.... év..... hó.....-nmérnök
által birtok határáról.

A birtokos neve	A község (dülő) neve.	A határvonal					A szomszéd birtokos neve.	Jegyzet
		kezdő	vég	hv	Végpontjának jela	csapáásszög		
		pontja						
					Kőoszlop.			Vázrajz.

A területszámítás és a területosztás.

A külső felvételek alapján megszerkesztett térképen végezzük a különböző tervezéseket. Ezek lehetnek erdőrendezési-, tagosítási-, határkiigazítási, stb. munkák megtervezései. Mindezeknél a munkáknál, de egyébként is szükséges:

- 1./ hogy az egyes részleteknek és az egész birtoknak /községnek/ területét kiszámítsuk.
- 2./ hogy egy adott területű birtokrészt hasítsunk le.
- 3./ hogy egy adott területű birtokrészt hasítsunk le.

Az előbbivel a területszámítás, az utóbbival a területosztás és a határkiigazítás cím alatt fogunk foglalkozni.

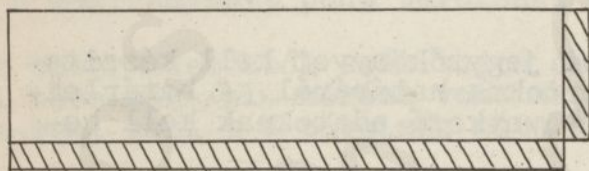
1./ A területszámítás.

A térképen lévő mindenegyres részlet területét meg kell adnunk, tehát ki kell számítanunk. A területszámításnál is a nagyból megyünk a kicsibe, tehát úgy végezzük, hogy először meghatározzuk a térképezett egész község vagy birtok területét. Mivel ezek határvonalainak töréspontjait összerendezőkkel hordtuk fel, a területszámítást is összerendezőkkel végezzük.

Ezután számítjuk - ugyancsak összerendezőkkel - az egyes dülők területét, melyeknek összege pontosan az egész területtel kell egyezzen. Nagy dülők esetén, azokat 2-3 részre osztva számítjuk a területeket, s csak ezután térünk az egyes parcellák területének kiszámítására.

A területszámítás hibáinak csökkentésére szolgál az alábbi két szabály:

1./ A területeket lehetőleg a mért, és nem a térképről levett adatokból kell számítani. Ha ezt nem tehetjük meg, akkor a területet legalább kétszer, egymástól függetlenül kell meghatároznunk.



2./ Hosszu, keskeny parcellák számításánál különösen a keskeny oldalt kell pontosan mérnünk, mert ennek a hibájából származó területehiba sokkal nagyobb, mint a hosszú oldalon elkövetett ugyanakkora

hibából eredő területehiba. Éppen ezért a keskeny oldalakat mindig a természetben kell mérnünk.

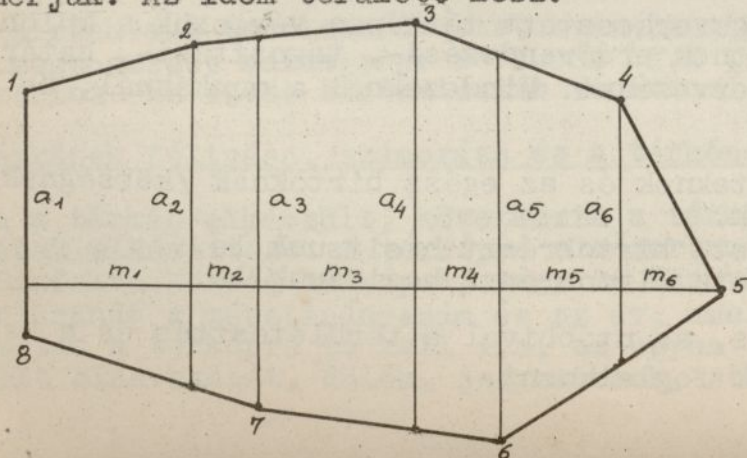
Magát a területszámítást más és más módon végezhetjük aszerint, hogy milyen adatokat mértünk a természetben, milyen adatok alapján szerkesztettük a térképet, vagy pedig kész térképen kell a számításainkat elvégeznünk, amelynek mérési adatai már nincsenek meg. Eszerint a területszámítást végezhetjük:

- 1./ teljesen a térkép alapján
- 2./ teljesen a mérési adatok alapján.

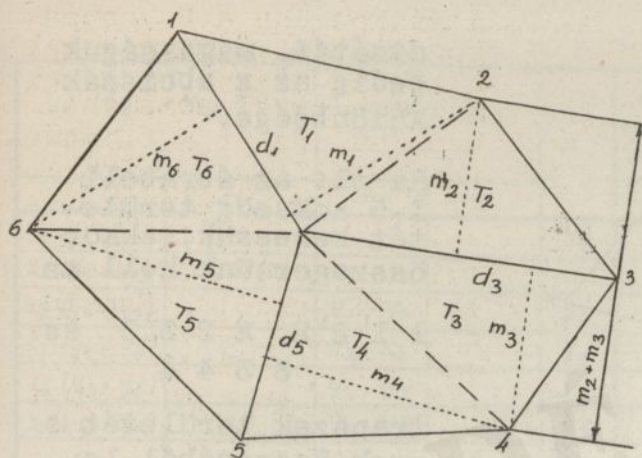
1./ Területszámítás teljesen a térkép alapján.

- a./ Integrálással: 1. a planiméternél az I. részben.
- b./ Négyzetekre bontással: 1. az üvegplaniméternél az I. részben.
- c./ Trapézokra bontással: 1. a huross-planiméter vagy hárfa ismertetésénél, az I. részben.

Ezt a módszert úgy is alkalmazhatjuk, hogy a területet hegyes, kemény ceruzavonalakkal trapézokra bontjuk, s ezeknek magasságát egy kiindulóponttól folytatólagosan, párhuzamos oldalait pedig egyenként mérjük. Az idom területe lesz:



$$T = m_1 \cdot \frac{a_1 + a_2}{2} + m_2 \cdot \frac{a_2 + a_3}{2} + m_3 \cdot \frac{a_3 + a_4}{2} + m_4 \cdot \frac{a_4 + a_5}{2} + m_5 \cdot \frac{a_5 + a_6}{2} + m_6 \cdot \frac{a_6}{2}$$

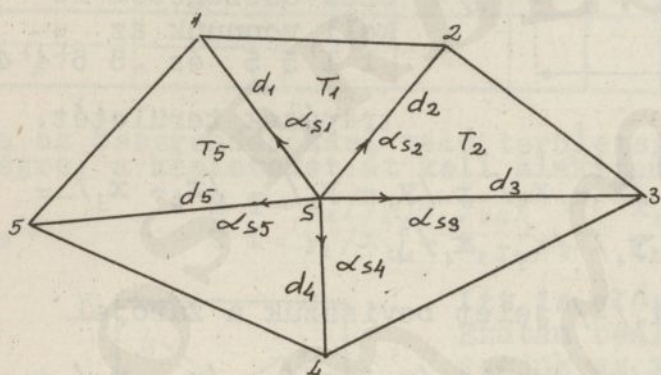


Ha az "m" értékeket nem mértük: a természetben, hanem azokat a térképről vettük le, akkor a hibák csökkentése végett a két, ugyanazon alaphoz tartozó magasságot együtt mérjük le /pl. $m_2 + m_3$ / és a két szomszédos háromszög területét közösen határozzuk meg. Pl.:

$$T_2 = d_3 \cdot \frac{m_2}{2}$$

$$T_3 = d_3 \cdot \frac{m_3}{2}$$

$$T_2 + T_3 = d_3 \cdot \frac{m_2 + m_3}{2}$$



C./ Ha S pontból az egyes töréspontok felé menő irányértékeket /vagy két irány által közbezárt szögeket/ és az illető pontoknak az S-től való távolságát mértük /sarkpontos mérési-mód/, akkor az egyes háromszögek területe lesz:

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin / \alpha_{s2} - \alpha_{s1} /$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot d_2 \cdot d_3 \cdot \sin / \alpha_{s3} - \alpha_{s2} /$$

$$T_3 = \frac{1}{2} \cdot d_3 \cdot d_4 \cdot \sin / \alpha_{s4} - \alpha_{s3} /$$

$$\dots \dots \dots$$

$$T_n = \frac{1}{2} \cdot d_n \cdot d_1 \cdot \sin / \alpha_{s1} - \alpha_{sn} /$$

Avagy 2-2 háromszög területét összefogva:

$$T_I = T_1 + T_2 = \frac{d_2}{2} [d_1 \cdot \sin / \alpha_{s2} - \alpha_{s1} / + d_3 \cdot \sin / \alpha_{s3} - \alpha_{s2} /]$$

$$T_{II} = T_3 + T_4 = \frac{d_4}{2} [d_3 \cdot \sin / \alpha_{s4} - \alpha_{s3} / + d_5 \cdot \sin / \alpha_{s5} - \alpha_{s4} /]$$

$$\dots \dots \dots$$

$$T_N = T_{n-1} + T_n = \frac{d_n}{2} [d_{n-1} \cdot \sin / \alpha_{sn} - \alpha_{s_{n-1}} / + d_{n+1} \cdot \sin / \alpha_{s_{n+1}} - \alpha_{sn} /]$$

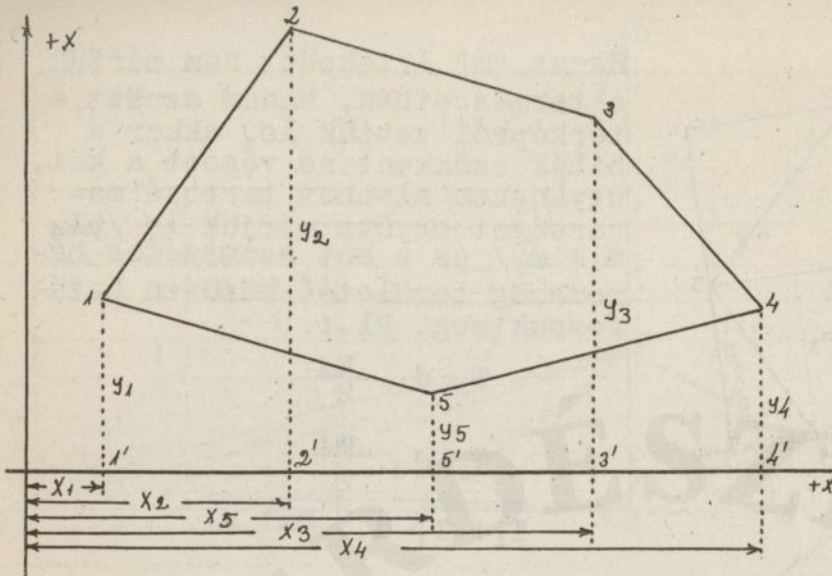
s így az egész terület:

$$T = T_I + T_{II} + \dots T_N = \sum \frac{d_n}{2} [d_{n-1} \cdot \sin / \alpha_{sn} - \alpha_{s_{n-1}} / + d_{n+1} \cdot \sin / \alpha_{s_{n+1}} - \alpha_{sn} /]$$

b./ Összrendezőkkal.

Ez a területszámítás legpontosabb módja, amellyel - ha a határpontok összrendezőit ismerjük, - a legegyszerűbben határozhatjuk meg az idom területét.

Az összrendezőkkal való területszámítás a valóságban a trapézekrebon-táson alapszik, amely trapézok párhuzamos oldalai a határpontok y or-



dinátái, magasságuk pedig az x abcissák különbsége.

Ha pl. az ábrabeli 1-5 sokszög területét keressük, akkor összegeznünk kell az

1 1' 2' 2, 2 2' 3' 3 és 3 3' 4' 4

trapézok területét s ezek összegéből le kell vonnunk az 1 1' 5' 5 és 5 5' 4' 4

trapézok területét.

Vagyis:

$$2 T = \frac{y_1 + y_2}{x_2 - x_1} + \frac{y_2 + y_3}{x_3 - x_2} + \frac{y_3 + y_4}{x_4 - x_3} - \left[\frac{y_4 + y_5}{x_5 - x_4} + \frac{y_5 + y_1}{x_1 - x_5} \right]$$

Vagy ha a szögletes zárójel előtti /-/ jelet bevisszük a zárójel mögé, akkor

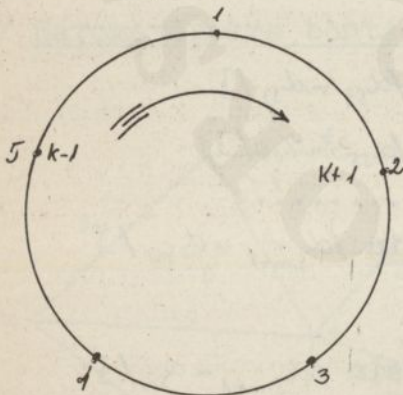
$$2 T = \frac{y_1 + y_2}{x_2 - x_1} + \frac{y_2 + y_3}{x_3 - x_2} + \frac{y_3 + y_4}{x_4 - x_3} + \frac{y_4 + y_5}{x_5 - x_4} + \frac{y_5 + y_1}{x_1 - x_5}$$

A szorzásokat elvégezve, lesz:

$$2 T = y_1 x_2 + y_2 x_3 + y_3 x_4 + y_4 x_5 + y_5 x_1 - y_1 x_5 - y_2 x_1 - y_3 x_2 - y_4 x_3 - y_5 x_4$$

Összevonva:

$$2 T = y_1/x_2 - x_5/ + y_2/x_3 - x_1/ + y_3/x_4 - x_2/ + y_4/x_5 - x_3/ + y_5/x_1 - x_4/$$



Ezt a képletet általános alakban is fölírhatjuk a következő elgondolás alapján: ha a sokszög pontokat egy kör kerületén képzeljük elhelyezve, akkor bármelyik pontot k- adiknak véve, az előtte-lévő /k-1/, az utána következő /k+1/ lesz. Ennek alapján lesz:

$$2 T = \left[\frac{y_k}{x_{k+1}} - \frac{x_{k-1}}{y_k} \right]_{k=1}^{k=n}$$

hol a $\left[\right]_{k=1}^{k=n}$ azt jelenti, hogy az összes határpontra nézve képeznünk kell a

szorzásokat s ezeket kell összegeznünk.

Az összevonást x - szerint elvégezve lesz:

$$2 T = x_1/y_5 - y_2/ + x_2/y_1 - y_3/ + x_3/y_2 - y_4/ + x_4/y_3 - y_5/ + x_5/y_4 - y_1/$$

egyenletet kapjuk, amely általános alakban lesz:

$$2 T = \left[\frac{x_k}{y_{k-1}} - \frac{y_{k+1}}{x_k} \right]_{k=1}^{k=n}$$

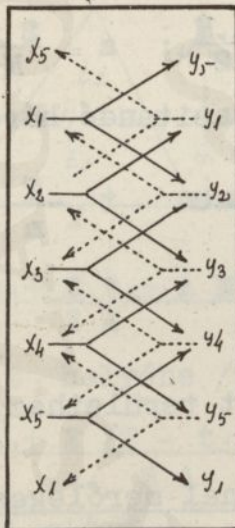
A számításokat táblázatban végezzük el, amelynek rovataiba a fentiek alapján írjuk be a megfelelő értékeket. A számítás ellenőrzésére szolgál, hogy az ábra-beli jelzés szerinti rovatokban szereplő értékek közül $c = -d$ és $e = -f$

$x_k \cdot (y_{k-1} - y_{k+1})$		$y_{k-1} - y_{k+1}$		x	A pont száma	y	$y_{k+1} - y_{k-1}$		$y_k (x_{k+1} - x_{k-1})$	
+	-	+	-				+	-	+	-
				x_5	5	y_5				
$x_1 (y_5 - y_2)$		$y_5 - y_2$		x_1	1	y_1	$x_5 - x_2$		$y_1 (x_5 - x_2)$	
$x_2 (y_1 - y_3)$		$y_1 - y_3$		x_2	2	y_2	$x_1 - x_3$		$y_2 (x_1 - x_3)$	
$x_3 (y_2 - y_4)$		$y_2 - y_4$		x_3	3	y_3	$x_2 - x_4$		$y_3 (x_2 - x_4)$	
$x_4 (y_3 - y_5)$		$y_3 - y_5$		x_4	4	y_4	$x_3 - x_5$		$y_4 (x_3 - x_5)$	
$x_5 (y_4 - y_1)$		$y_4 - y_1$		x_5	5	y_5	$x_4 - x_1$		$y_5 (x_4 - x_1)$	
a	b	c	d	x_1	1	y_1	e	f	g	h
-b									-h	
2T									-2T	

Ha az összrendezőikkel való területszámítást számológéppel hajtjuk végre, a képleteket át kell alakítanunk.

és
$$2T = x_k / y_{k-1} - y_{k+1} / = x_k \cdot y_{k-1} - x_k \cdot y_{k+1}$$

$$2T = y_k / x_{k+1} - x_{k-1} / = y_k \cdot x_{k+1} - y_k \cdot x_{k-1}$$



Itt is először az összrendezőket írjuk fel; Ezután beállítjuk a gépbe az x_1 -et és beforgatjuk az $x_1 \cdot y_5$ szorzat előjelének megfelelő irányba az y_5 -öt, majd az x_1, y_2 szorzat előjelével ellenkező irányba az y_2 -t. Az eredmény sorban meghagyjuk az eredményt, töröljük azonban a beállított és beforgatott értéket. Ezután az x_2 -t állítjuk be, és ugyanugy végezzük a szorzást, mint előbb. Az utolsó szorzás elvégzése után az eredmény sorból leírjuk a $2T$ értékét.

Ellenőrzésként még egyszer elvégezzük a területszámítást, de most az y -okat állítjuk be; a további eljárás ugyanaz, mint az előzőbe, az eredmény lesz: $-2T$. A számológépen a negatív jel abból látható, hogy az eredmény sorban dekadikus számot kapunk. Pl.

az egyik eredmény volt 36.547.66, a másik pedig 99999963452.34. Az elől álló kilencesekből látni, hogy ez a $-$ eredmény. Ezt levonva az egységből, ha nincs számítási hibánk, az előbbi értéket kell kapnunk.

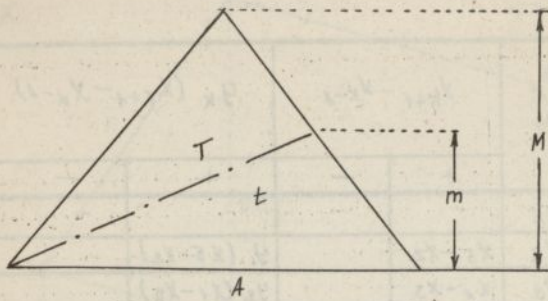
2. A területosztás.

Amint a bevezetőben már mondtuk, ezeknél a feladatoknál adott birtokrészből adott területet kell lehasítanunk.

A területosztás vagy egyszerű, a földek minőségére való tekintet nélküli területosztás, vagy minőségi-osztály, illetve érték szerinti területosztás.

Az egyszerű területosztás végeredményben mindig háromszögből háromszögnek, vagy trapéznek, továbbá trapézből trapéznek, végül általános négyszögből trapéznek a lehasítása.

Lássuk sorban az egyes eseteket!



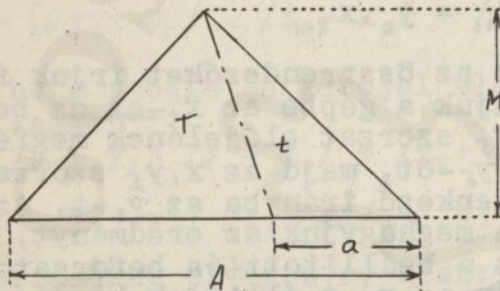
/T/, vagyis:

$$\frac{T}{t} = n \quad \text{s innen} \quad t = \frac{T}{n}$$

akkor a "t" értékét "m" képletébe helyettesítve lesz:

$$m = \frac{2T}{An}, \quad \text{vagy mert} \quad \frac{2T}{A} = M, \quad \text{lesz:} \quad m = \frac{M}{n}$$

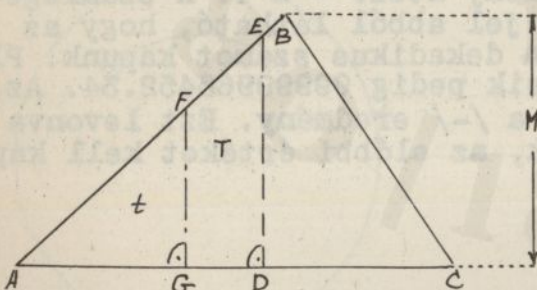
Vagyis az eredeti és a lehasítandó háromszögek területei ugy arány-
lanak, mint a megfelelő magasságok.



akkor t értékét behelyettesítve:

$$a = \frac{2T}{Mn}, \quad \text{s mivel} \quad 2T = AM, \quad \text{lesz} \quad a = \frac{A}{n}$$

vagyis az egész terület ugy aránylik, a lehasított területhez, mint
a megfelelő alapok.



háromszög területét /T/; s ebből:

$$AD : AG = \sqrt{T} : \sqrt{t}$$

$$AG = AD \sqrt{\frac{t}{T}} \quad \text{és}$$

3./ az osztóvonal merőleges az alapra.

Felhasználjuk azt a geometriai té-
telt, hogy a hasonló háromszögek
megfelelő oldalai ugy aránylanak,
mint a területek négyzetgyökei.

Egy tetszőszerinti D pontban me-
rőlegest állítunk az alapra, s
ezt bemértjük. Kiszámítjuk az ADE

$$\text{és} \quad AE : AF = \sqrt{T} : \sqrt{t} \quad \text{Innen}$$

$$AF = AE \sqrt{\frac{t}{T}}$$

4./ az osztóvonal az egyik oldalon lévő P pontból indul ki.

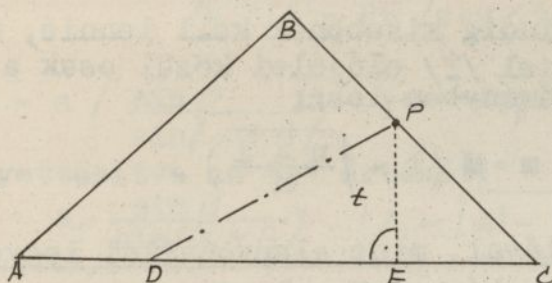
Felkeressük az AC alapon a P pontban húzható merőleges talppontját,

I. Háromszögből kell lehasítani háromszöget.

1./ a lehasított és az eredeti há-
romszög alapja közös.

$$t = \frac{A \cdot m}{2}, \quad \text{ebből} \quad m = \frac{2 \cdot t}{A}$$

"m" lesz a lehasítandó három-
szög magassága. Ha a lehasítan-
dó terület /t: adott!/: egy bizo-
nyos hányada az egész területnek



E-t szögtűző prizmával. Lemérjük a PE távolságot. Mivel

$$t = \frac{\overline{DC} \cdot \overline{PE}}{2}, \text{ lesz}$$

$$\overline{DC} = \frac{2t}{\overline{PE}}$$

II. Háromszögből kell lehasítani trapézt.

1./ a lehasított trapéz magasságát számítjuk. Az ábra alapján írhatjuk:

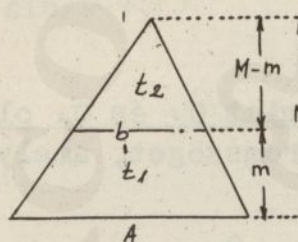
$$T = \frac{AM}{2}; \quad t_1 = \frac{A+b}{2} m; \quad t_2 = T - t_1 = b \cdot \frac{M-m}{2}$$

t_2 képletéből kifejezzük b -t és t_1 képletébe helyettesítjük:

$$b = \frac{2t_2}{M-m}; \quad t_1 = \frac{A + \frac{2t_2}{M-m}}{2} \cdot m$$

s innen:

$$2t_1 = Am + \frac{2t_2 m}{M-m}$$



$$2t_2 M - 2t_1 m = AMm - Am^2 + 2t_2 m$$

$$Am^2 - m/2t_1 + 2t_2 + AM/- = -2t_1 M$$

$$m^2 - m \frac{2t_1 + 2t_2 + AM}{A} = -\frac{2t_1 M}{A}$$

$$m = \frac{2t_1 + 2t_2 + AM}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{2t_1 + 2t_2 + AM}{2A}\right)^2 - \frac{2t_1 M}{A}}$$

Avagy t_2 helyébe $T - t_1$ -et téve:

$$m = \frac{2t_1 + 2/T - t_1 + AM}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{2t_1 + 2/T - t_1 + AM}{2A}\right)^2 - \frac{2t_1 M}{A}}$$

Ha most $T = \frac{AM}{2}$ helyettesítést alkalmazunk és összevonunk:

$$m = \frac{2t_1 + 2 \frac{AM}{2} - 2t_1 + AM}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{2t_1 + \frac{AM}{2} - 2t_1 + AM}{2A}\right)^2 - \frac{2t_1 M}{A}}$$

$$m = \frac{2AM}{2A} \pm \sqrt{\left(\frac{2AM}{2A}\right)^2 - \frac{2t_1 M}{A}} = M \pm \sqrt{M^2 - \frac{2t_1 M}{A}}$$

$$m = M \pm M \sqrt{1 - \frac{2t_1}{AM}} = M \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{t_1}{T}}\right)$$

$$m = M \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{t_1}{T}}\right)$$

ha pedig $t_1 = \frac{T}{n}$, akkor

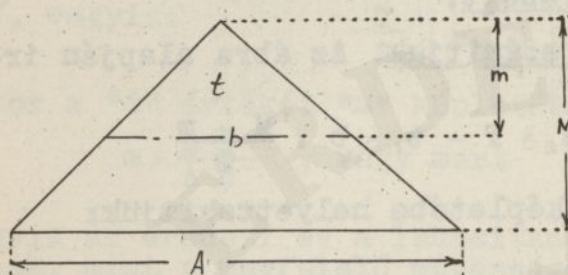
$$m = M \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\frac{T}{n}}{T}}\right) = M \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right)$$

$$m = M \left(1 \pm \sqrt{\frac{n-1}{n}}\right)$$

Mivel a trapéz magasságának $/m/$ mindig kisebbnek kell lennie, mint a háromszög magassága $/M/$, a gyökjel $/\pm/$ előjelei közül csak a $/-/$ jelet használhatjuk, s így végeredményben lesz:

$$m = M \left(1 - \sqrt{1 - \frac{t}{T}} \right) \quad \text{illetve} \quad m = M \left(1 - \sqrt{\frac{n-1}{n}} \right)$$

2./ Az adott háromszög egyik oldalával, mint alapvonallal legyen párhuzamos a lehasítandó t területű háromszög alapja.



$$t = \frac{m \cdot b}{2}$$

$$\frac{b}{A} = \frac{m}{M} \quad \text{s innen} \quad b = A \frac{m}{M}$$

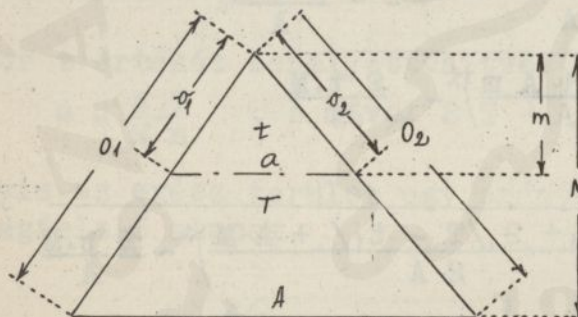
ezt behelyettesítve:

$$t = \frac{m^2 A}{2 M} \quad \text{és} \quad m = \sqrt{\frac{2 \cdot t \cdot M}{A}}$$

vagy ha $t = \frac{T}{n} = \frac{A \cdot M}{2 n}$ értéket helyettesítjük be, lesz:

$$m = \sqrt{\frac{2 A M^2}{2 n A}} = \sqrt{\frac{M^2}{n}} = \frac{M}{\sqrt{n}}$$

3./ Egy háromszögben megmértük az A alapot, valamint O_1 és O_2 oldalhosszakát. Le kell hasítani egy t területű háromszöget, amelynek alapja párhuzamos az A alappal.



$$\frac{A}{a} : \frac{M}{m} = \frac{O_1}{O_1} : \frac{O_2}{O_2}$$

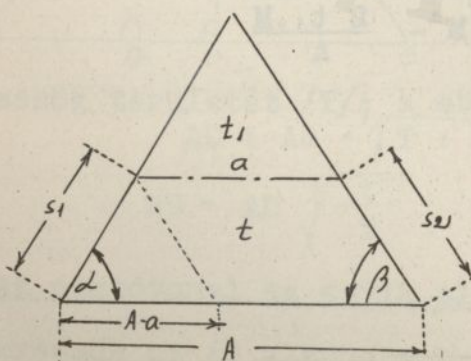
$$T = \sqrt{s / s - A / . / s - O_1 / . / s - O_2 /}$$

ahol $s = \frac{A + O_1 + O_2}{2}$

$$\frac{T}{t} = \frac{A M}{a m} = \frac{M^2}{m^2} = \frac{O_1^2}{O_1^2} = \frac{O_2^2}{O_2^2}$$

Vagyis az előzőekben már használt tételt alkalmazzuk itt is, amely szerint a területek és a megfelelő oldalak négyzetei között egyenes arány áll fenn.

$$O_1 = O_1 \cdot \sqrt{\frac{t}{T}} ; \quad O_2 = O_2 \cdot \sqrt{\frac{t}{T}}$$



$$2 t / \text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta / = A^2 - a^2$$

4./ Egy háromszögben mértük az A alapot és a rajta lévő két szöget: α és β -t. Lehasítandó az alappal párhuzamosan egy t területű trapéz.

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{A^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

$$t = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

$$2 t = \frac{A^2 - a^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

$$a = \sqrt{A^2 - 2t / \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta /}$$

$$s_1 = A - a / \frac{\sin \beta}{\sin / \alpha + \beta /} ; \quad s_2 = A - a / \frac{\sin \alpha}{\sin / \alpha + \beta /}$$

Behelyettesítve az "a" értékét:

$$s_1 = \frac{\sin \beta}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot (A - \sqrt{A^2 - 2t / \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta /})$$

$$s_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot (A - \sqrt{A^2 - 2t / \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta /})$$

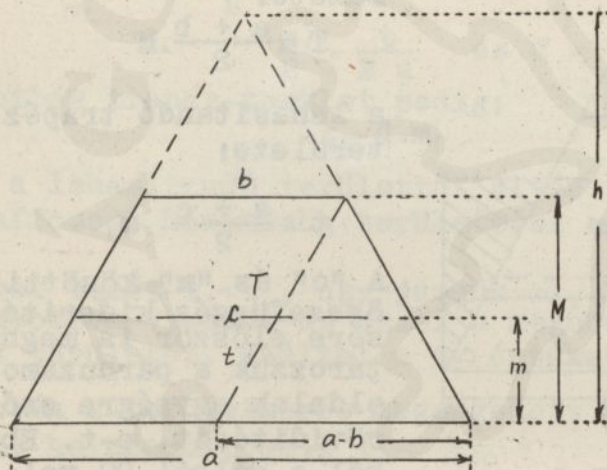
Ha pedig $\frac{T}{t} = n$, akkor

$$t = \frac{T}{n} = \frac{1}{2n} \cdot \frac{A^2}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}$$

behelyettesítve és rövidítve:

$$s_1 = \frac{\sin \beta}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot [A - \sqrt{A^2 - \frac{A^2}{n}}]$$

$$s_1 = \frac{\sin \beta}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot A [1 - \sqrt{\frac{n-1}{n}}] ; \quad s_2 = \frac{\sin \alpha}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot A [1 - \sqrt{\frac{n-1}{n}}]$$



II. Trapézból kell lehasítani trapézt.

1./ A lehasítandó trapéz magasságát számítjuk.

Adva van a, b és M, számítjuk m-et. Az egész trapéz területe T, a lehasítandó trapéz területe t. Kiegészítjük a trapézt az összehajló oldalak meghosszabbításával egy háromszöggé. Ennek a magassága h, a területe T₁. Felírhatjuk a hasonló háromszögekből a következő arányt:

$$\frac{h}{M} = \frac{a}{a-b} \quad \text{ebből} \quad h = \frac{a}{a-b} \cdot M$$

A háromszög területe:

$$T_1 = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a^2 \cdot M}{2(a-b)}$$

A háromszögek területe és a magasságok négyzetei között egyenes arány áll fent.

$$\frac{h}{h-m} = \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T-t}}, \quad \text{ebből} \quad h \sqrt{T_1 - t} = h \cdot \sqrt{T_1} - m \sqrt{T_1}$$

$$m = \frac{h \sqrt{T_1} - h \sqrt{T_1 - t}}{\sqrt{T_1}} = h - h \sqrt{\frac{T_1 - t}{T_1}}$$

h-t kiemelve és T₁- fenti értékét behelyettesítve lesz:

$$m = h \left[1 - \sqrt{1 - \frac{t}{\frac{a^2 M}{2(a-b)}}} \right] = h \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2(a-b) t}{a^2 M}} \right]$$

Vagy ha "h" fenti értékét behelyettesítjük

$$m = \frac{a \cdot M}{a-b} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2/a-b/t}{a^2 M}} \right]$$

Ha $t = \frac{T}{n}$, akkor

$$m = h \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2/a-b/T}{a^2 n M}} \right]$$

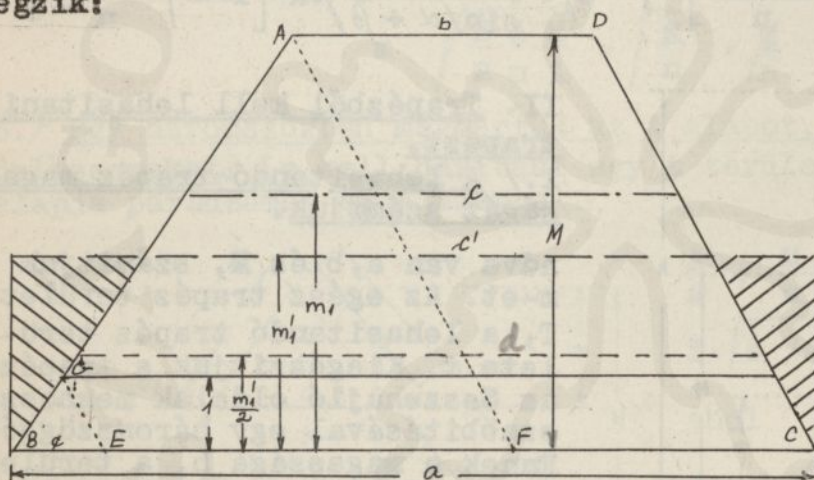
s mivel $T = \frac{a+b}{2} \cdot M$, lesz

$$\begin{aligned} m &= H \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2/a-b/. / a+b/. M}{2 \cdot n \cdot a^2 M}} \right] = h \left[1 - \sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{n a^2}} \right] = \\ &= h \left[1 - \sqrt{\frac{n a^2 - a^2 + b^2}{n a^2}} \right] = h \left[1 - \sqrt{\frac{n-1/a^2 + b^2}{n a^2}} \right] \end{aligned}$$

Vagy h értékét behelyettesítve:

$$m = \frac{a \cdot M}{a-b} \left[1 - \sqrt{\frac{n-1/a^2 + b^2}{n \cdot a^2}} \right]$$

Ugyanezt a feladatot a gyakorlatban közelítéssel a következőképpen végzik:



Az egész trapéz területe:

$$T = \frac{a+b}{2} \cdot M$$

a lehasítandó trapéz területe:

$$t = \frac{a+c}{2} \cdot m_1$$

A "c" és "m₁" közötti összefüggés kiderítésére először is meghatározzuk a párhuzamos oldalak egységre eső rövidítését, e-t. Eből a célból DC-vel

párhuzamost húzunk A-ból és G-ből, kapjuk E és F pontokat. /A G-t az egységnyi magasságban lévő párhuzamos oldal metszi az AB-ből/. Az ABF és a GBE háromszögek hasonlósága alapján írhatjuk:

$$\frac{BE}{BF} = \frac{e}{a-b} = \frac{1}{M} \quad \text{s innen} \quad e = \frac{a-b}{M}$$

Ez tehát a párhuzamos oldal rövidülése az egységnyi magasságban, míg az m₁ magasságban lévő rövidülés:

$$e_m = m_1 \frac{a-b}{M}$$

s innen a "c" oldal:

$$c = a - m_1 \frac{a-b}{M}$$

s ezt a t képletébe helyettesítve:

$$t = \frac{a + a - m_1 \frac{a-b}{M}}{2} \cdot m_1 = a m_1 - \frac{m_1^2}{2} \cdot \frac{a-b}{M}$$

és innen:

$$m_1^2 \cdot \frac{a-b}{2M} - m_1 \cdot a = -t$$

vagy

$$m_1^2 - m_1 \frac{2 M a}{a - b} = - \frac{2 M t}{a - b}$$

és ebből:

$$m_1 = \frac{M \cdot a}{a - b} + \sqrt{\frac{M^2 \cdot a^2}{(a-b)^2} - \frac{2 M t}{a - b}}$$

vagy

$$m_1 = \frac{M \cdot a}{a - b} + \frac{M a}{a - b} \sqrt{1 - \frac{2 t / a - b}{M a^2}}$$

vagy

$$m_1 = \frac{M \cdot a}{a - b} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{2 t / a - b}{M a^2}} \right]$$

ez utóbbi képlet azonos az előbbi pontban levezetett képlettel. Ebből a képletből kellene az m_1 magasságot kiszámítanunk. Ez azonban - miután másodfoku egyenletről van szó - hosszadalmas volna. Helyette a gyakorlat a következő közelítő eljárást alkalmazza:

először a lehasítandó trapéz közelítő magasságát, " m_1 "-et számítjuk úgy, mintha egy " a " alapu téglalapot kellene lehasítanunk:

$$t = a \cdot m_1'; \quad m_1' = \frac{t}{a}$$

Ha azonban

az m_1 -et vesszük a lehasítandó trapéz magasságának, úgy t -nél kisebb területet kapunk. Jelöljük az m_1 magasságu trapéz középvonalát d -vel, hol

$$d = \frac{a + c}{2}$$

A fentiek alapján:

$$\frac{m_1'}{2} = \frac{t}{2a} \quad \text{és} \quad d = a - \frac{m_1'}{2} \cdot e$$

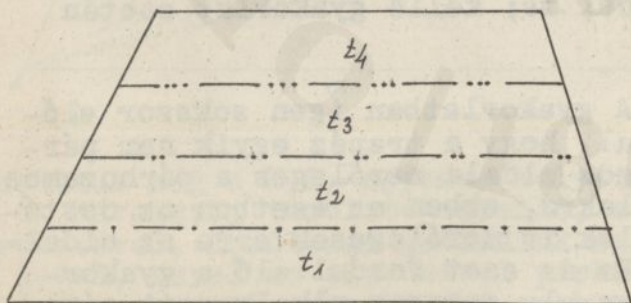
A hibás trapéz-terület pedig:

$$t_1 = d \cdot m_1'$$

Ez a lehasítandó területtől eltér t_2 értékkel: $t_2 = t - t_1$, és a két sraffozott háromszög területével egyenlő.

Mivel tehát $t_1 < t$, úgy járunk el, hogy a számított m értéket kissé nagyobbra vesszük és ezzel a megnövelt értékkel számoljuk ki a trapéz területét. Ezáltal a t_2 értéket már lecsökkentettük.

Miután a területmérés megengedett hibája 0.2 %, a közelítéssel addig kell haladnunk, amíg $t_2 < \frac{2t}{1000}$



Parcellázásnál, amikor egy trapézt több részre kell osztanunk, úgy járunk el, hogy először lehasítjuk a t_1 területet, aztán a $/t_1 + t_1/$, $/t_1 + t_1 + t_3/$... stb. területeket. Így elkerüljük a közelítésből eredő hibák halmozódását.

Példa. Legyen: $a = 56.48$ m,

$b = 47.16$ m és $M = 32.17$ m. Lehasítandó $t = 500$ m.

A párhuzamos oldalak rövidülése:

$$e = \frac{a - b}{M} = \frac{56.48 - 47.16}{32.17} = \frac{9.32}{32.17} = 0.29 \text{ m}$$

A megközelítő terület magassága:

$$m_1' = \frac{t}{a} = \frac{500}{56.48} = 8.85$$

Ehelyett a valamivel nagyobb m 9-et vesszük, s ezzel számítjuk a lehasítandó közelítő-trapéz területét:

$$t_1 = \frac{a + \sqrt{a^2 - m_1 \cdot e}}{2} \cdot m_1$$

hol az $\sqrt{m_1 \cdot e}$ szorzat az m magasságnak megfelelő rövidülés.

$$t_1 = \frac{56.48 + \sqrt{56.48^2 - 9 \times 0.29}}{2} \cdot 9$$

$$= \frac{56.48 + \sqrt{56.48^2 - 2.61}}{2} \times 9 = \frac{56.48 + 53.87}{2} \cdot 9 = 55.175 \times 9$$

$$t_1 = 496.575 \text{ m}^2$$

Az 500 m^2 terület megengedett 0.2% -os hibája 1 m^2 , tehát folytathatunk a közelítést: Az első területhez még hozzá kell hasítanunk $t_2 = 500 - 496.575 = 3.425 \text{ m}^2$ -t egy olyan trapéz alakjában, amelynek alapja: $c_1 = a - m_1 \cdot e = 53.87 \text{ m}$. A c_1 alapu és t_2 területű parallelogramma magassága:

$$m'_1 = \frac{t_2}{c_1} = \frac{3.425}{53.87} = 0.063$$

vesszük $m'_1 = 0.06 \text{ m}$ -nek. A 0.06 m magas trapéz párhuzamos oldalainak rövidülése:

$$e \times 0.06 = 0.29 \times 0.06 = 0.017 \approx 0.02$$

A trapéz területe:

$$t_2 = \frac{53.87 + \sqrt{53.87^2 - 0.02}}{2} \times 0.06$$

$$t_2 = 53.86 \times 0.06 = 3.232 \text{ m}^2$$

Le kellett volna hasítanunk 3.425 m^2 -t számításunk szerint adódik 3.232 m^2 . A kettő közötti különbség 0.193 m^2 / kisebb, mint a megengedett eltérés 1 m^2 /, tehát a pontossági határokon belül vagyunk.

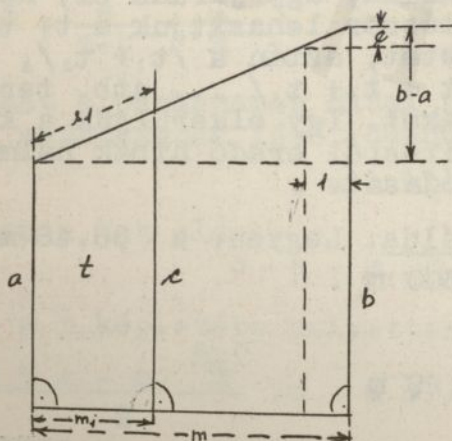
A teljes lehasítandó trapéz magassága tehát lesz: $m = m_1 + m_2 = 9.06 \text{ m}$

Ellenőrzés: A lehasítandó trapéz középvonalának hossza:

$$d = a - e \cdot \frac{m}{2} = 55.17 \text{ m}, \text{ és a terület:}$$

$$t = d \cdot m = 55.17 \times 9.06 = 499.84 \text{ m}^2$$

A számításokat végezhetjük logarléccel is; kellő gyakorlat esetén igen gyorsan megy.



2./ A gyakorlatban igen sokszor előfordul, hogy a trapéz egyik nem párhuzamos oldala merőleges a párhuzamos oldalakra, ebben az esetben az osztóvonalak is merőlegesek erre az oldalra. Ez az eset fordul elő a gyakorlatban oly sokszor alkalmazott sávzási eljárásnál.

Először meghatározzuk a rövidülési értéket.

$$e = \frac{b - a}{m}$$

ezután számítjuk a c értéket $c = a + m_1 \cdot e$

A lehasítandó terület $t = \frac{a+c}{2} \cdot m$, ebből $m = \frac{2t}{a+c}$ ebben az egyenletben még két ismeretlentünk van az m , és c , helyettesítsük be az m -et a c egyenletébe, lesz:

$$c = a + \frac{2et}{a+c} \quad \text{szorozzuk az egyenletet } /a+c/-\text{vel}$$

$$a/c + c^2 - a^2 + a/c + 2et \quad \text{ebből}$$

$c = \sqrt{a^2 + 2et}$ m és számítható most már vagy írható ilyen alakban

$$m = \frac{2t}{a + \sqrt{a^2 + 2et}}$$

Az m számítható azonban a következőképpen is; felírva m fenti egyenletét:

$$m = \frac{2t}{a+c} \quad c\text{-nek az értékét helyettesítsük be.}$$

$$m = \frac{2t}{a + a + m \cdot e} \quad \text{szorozzuk át a nevezővel, lesz:}$$

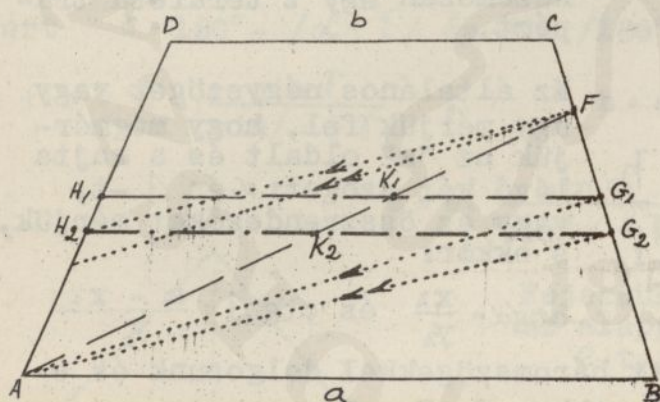
$$e m^2 + 2 a m = 2 t \quad \text{vagy írható} \quad m^2 + \frac{2a}{e} m = \frac{2t}{e} \quad \text{megoldva } m\text{-re}$$

$$\text{az egyenletet:} \quad m = -\frac{a}{e} + \sqrt{\left(\frac{a}{e}\right)^2 + \frac{2t}{e}}$$

$$\text{Számítsuk még az } s_1\text{-et, lesz:} \quad s_1 = \sqrt{m^2 + /m \cdot e/} \quad m \cdot \sqrt{1 + e^2}$$

3. Grafikus megoldás.

A T területű ABCD trapézról a párhuzamos oldalakkal közel párhuzamosan haladó osztóvonallal t területet kell lehasítanunk. Ezt a műveletet grafikusán a következőképpen végezhetjük el:



A "t" területű és "a" alapu háromszög magasságát számítjuk. Lesz:

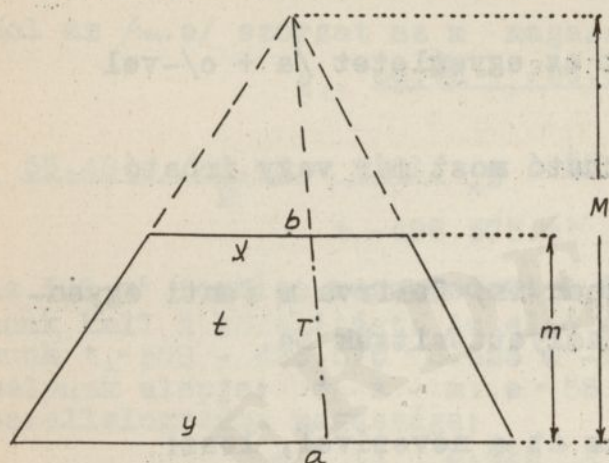
$$t = \frac{a \cdot m}{2}; \quad m = \frac{2t}{a}$$

Berajzoljuk ezt a háromszöget, amelynek csúcspontja: F. A ABF háromszög átalakítandó vele egyenlő területű trapézzá. Ezt úgy végezzük el, hogy szemmérték szerint meghúzzuk a H_1G_1 , a-val párhuzamos egyenest. Ha jól

becsültük meg a H_1G_1 egyenes helyét, akkor a háromszögből lehasított FK_1G_1 háromszög területe egyenlő, a hozzáhasított H_1K_1A háromszög területével. Erről úgy győződünk meg, hogy a G_1 pontot összekötve az A-val, ezzel az egyenessel párhuzamosot húzunk az F-ből, s ha ez a párhuzamos a H_1 pontba fut, akkor a két háromszög területe egyenlő egymással. Ha nem, akkor amint az ábrán láthatjuk hogy nagyobb területet hasítottunk le, az osztóvonalat lejjebb toljuk, s a párhuzamos egyenesekkel újból meggyőződünk arról, hogy a le- és a hozzáhasított háromszögek egyenlő területűek-e? Ezt mindaddig ismételjük, amíg a helyes osztóvonalat megtaláljuk. Gyakorlott szemmel már a második lépésnél megkapjuk a helyes osztóvonalat.

Abban az esetben, ha a felosztandó parcella úgy fekszik a dűlőben, hogy az utvonal az "a" vagy a "b" oldal mellett megy, akkor, hogy az

új parcelláknak legyen kijáratuk az utra, az osztóvonalakat úgy kell tervezni, hogy ezek a két összehajló oldal metszéspontjába fússanak, vagyis az u.n. legyező-alaku osztást alkalmazzuk.



4./ Trapéz-alaku terület felosztása legyező szerűen:

$$t = \frac{x + y}{2} \cdot m$$

$$\frac{a}{b} = \frac{M}{M-m} ; \quad \frac{y}{x} = \frac{M}{M-m}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{a}{b} ; \quad y = x \cdot \frac{a}{b}$$

$$2 t = x / 1 + \frac{a}{b} / m$$

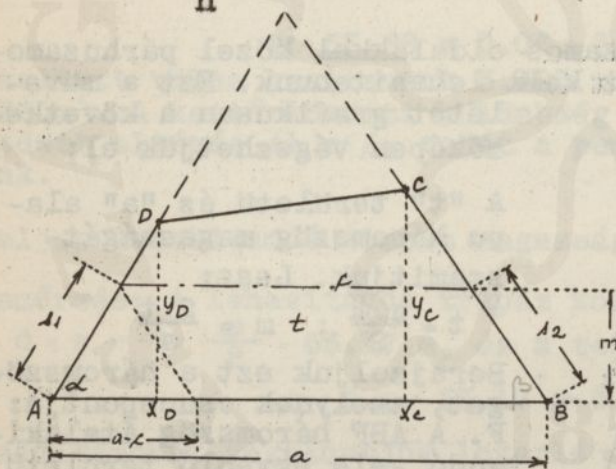
Innen számítható x, majd analógia alapján felírható y is:

$$x = \frac{2 t}{m / 1 + \frac{a}{b}} = \frac{2 t}{m / a + b /}$$

$$y = \frac{2 t b}{m / 1 + \frac{a}{b}} \cdot \frac{a}{b} = \frac{2 t a}{m / a + b /}$$

Ha pedig $t = \frac{T}{n}$, akkor:

$$x = \frac{b}{n} ; \quad y = \frac{a}{n}$$



2./Egy általános négyszögből kell lehasítani az egyik oldalpárhuzamosan egy t területű trapézt.

Az általános négyszöget vagy úgy mérjük fel, hogy megmérjük az "a" oldalt és a rajta lévő két szöget: α és β -t, vagy az összerendezőket mérjük, s ekkor:

$$\text{ctg} \alpha = \frac{x_A}{y_A} \quad \text{és} \quad \text{ctg} \beta = \frac{a - x_C}{y_C}$$

Ha az "a" és "c" alapu kiegészített háromszögekkel dolgozunk és ezek területét T és T_1 -el jelöljük, akkor $t = T - T_1$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta} \quad \text{és} \quad T_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

$$t = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta} - \frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

ebből:

$$2 t = \frac{a^2 - c^2}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$$

$$2 t / \text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta / = a^2 - c^2$$

ebből:

$$c = \sqrt{a^2 - 2 t / \text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta /}$$

avagy az összrendezőikkel:

$$c = \sqrt{a^2 - 2t \left(\frac{x_D}{y_D} + \frac{a - x_C}{y_C} \right)}$$

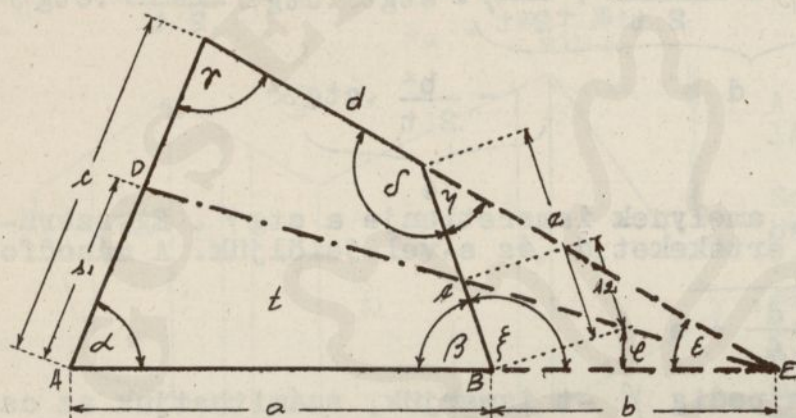
s mivel $t = \frac{a+c}{2} \cdot m$, lesz: $m = \frac{2t}{a+c}$

Az m képletébe behelyettesíthetjük a "c" fenti értékét. A kitűzéshez szükségünk van az s, és s, értékre:

$$\frac{s_1}{a-c} = \frac{\sin \beta}{\sin/\alpha + \beta/} \quad \text{ebből} \quad s_1 = (a-c) \cdot \frac{\sin \beta}{\sin/\alpha + \beta/}$$

$$\frac{s_2}{a-c} = \frac{\sin \alpha}{\sin/\alpha + \beta/} \quad \text{ebből} \quad s_2 = (a-c) \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin/\alpha + \beta/}$$

E képletekbe ismét behelyettesítjük a "c" fenti értékeit.



3./ Általános négyszög felosztása legyezőszerűen:

Megmértük a négy oldalt: a, e, c és d-t és a négy szöget: α, β, γ és δ -t.

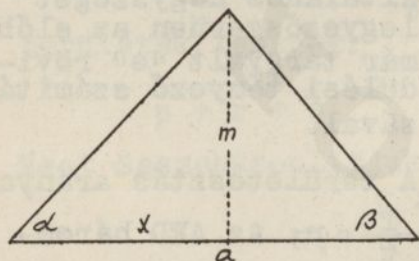
Az ábra alapján

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\sin \gamma}{\sin/\alpha + \gamma/}$$

mert $\epsilon = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$ és $\sin /180^\circ - (\alpha + \gamma)/ = \sin /(\alpha + \gamma)/$

$$a+b = c \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin/\alpha + \gamma/}; \quad b = c \frac{\sin \gamma}{\sin/\alpha + \gamma/} - a, \text{ vagy}$$

$$b = e \cdot \frac{\sin \delta}{\sin/\alpha + \gamma/}$$



Fejezzük ki egy háromszög területét, t_1 -et az alappal és a rajta nyugvó két szöggel:

$$2 t_1 = a \cdot m$$

$$\text{ctg } \alpha = \frac{x}{m}; \quad m = \frac{x}{\text{ctg } \alpha}; \quad x = m \cdot \text{ctg } \alpha$$

$$\text{ctg } \beta = \frac{a-x}{m}; \quad m = \frac{a-x}{\text{ctg } \beta}; \quad x = a - m \text{ctg } \beta$$

$$m \cdot \text{ctg } \alpha = a - m \text{ctg } \beta$$

$$m = \frac{a}{\text{ctg } \alpha + \text{ctg } \beta}$$

m-nek ezt az értékét a t_1 fenti képletébe helyettesítve:

$$2 t_1 = \frac{a^2}{\text{ctg } \alpha + \text{ctg } \beta}$$

A háromszögnek ezzel a területképletével kiszámítjuk először az AED háromszög területét, sebből levonjuk a BEC háromszög területét:

$$2t = \frac{a + b/\tan\varphi}{\tan\alpha + \tan\varphi} - \frac{b^2}{\tan\varphi + \tan\varphi} = \frac{a + b/\tan\varphi}{\tan\alpha + \tan\varphi} - \frac{b^2}{\tan 180^\circ - \beta + \tan\varphi}$$

$$= \frac{a + b/\tan\varphi}{\tan\alpha + \tan\varphi} - \frac{b^2}{\tan\varphi - \tan\beta} = \frac{a + b/\tan\varphi \cdot \tan\varphi - \tan\beta - b^2/\tan\alpha + \tan\varphi}{\tan\alpha + \tan\varphi \cdot \tan\varphi - \tan\beta}$$

$$2t = \frac{a + b/\tan\varphi \cdot \tan\varphi - a + b/\tan\varphi \cdot \tan\beta - b^2 \tan\alpha - b^2 \tan\varphi}{\tan^2\varphi + \tan\varphi \cdot \tan\alpha - \tan\varphi \cdot \tan\beta - \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$2t \cdot \tan^2\varphi + 2t \cdot \tan\varphi \cdot \tan\alpha - 2t \cdot \tan\varphi \cdot \tan\beta - 2t \cdot \tan\alpha \cdot \tan\beta$$

$$= a + b/\tan\varphi \cdot \tan\varphi - a + b/\tan\varphi \cdot \tan\beta - b^2 \tan\alpha - b^2 \tan\varphi$$

A " φ "-t tartalmazó tagokat a bal- a többi a jobboldalra vite és $\frac{1}{2t}$ -vel szorozva lesz:

$$\tan^2\varphi + \tan\varphi \left(\frac{1}{\tan\alpha} - \frac{1}{\tan\beta} \right) - \frac{a + b/\tan\varphi}{2t} + \frac{b^2}{2t} - \tan\alpha \cdot \tan\beta - \frac{a + b/\tan\varphi}{2t} \cdot \tan\beta -$$

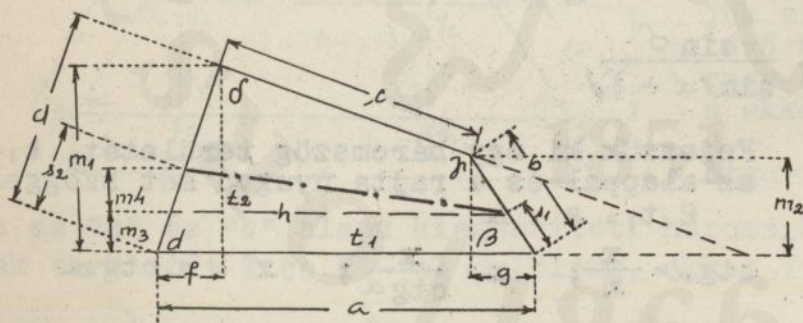
$$\underbrace{\hspace{10em}}_d \quad \underbrace{- \frac{b^2}{2t} \cdot \tan\alpha}_e$$

Ez egy másodfoku egyenlet, amelynek ismeretlenje a $\tan\varphi$. Egyszerűség kedvéért a számítható értékeket d és e -vel jelöljük. A másodfoku egyenlet megoldása:

$$\tan\varphi = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} + e}$$

Innen a φ számítható. Ha pedig φ -t ismerjük, számíthatjuk az osztóvonal két végpontjának /C és D-nek/ távolságát A és B pontoktól / s_1 és s_2 /

$$s_1 = a + b/\tan\varphi \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin(\alpha + \varphi)} ; \quad s_2 = b \cdot \frac{\sin\varphi}{\sin(\beta - \varphi)}$$



A gyakorlatban közelítő módon osztjuk fel az általános négyszöget legyezőszerűen az előbb már tárgyalt "e" rövidülési tényező számításiával.

A területosztás aránya: $\frac{T}{t} = n$; Az AED három-

szögből: $\sin\alpha = \frac{m_1}{d} ; \quad \cos\alpha = \frac{f}{d}$

$$m_1 = d \cdot \sin\alpha ; \quad f = d \cdot \cos\alpha$$

Az FBC háromszögből:

$$\sin\beta = \frac{m_2}{b} ; \quad \cos\beta = \frac{g}{b}$$

$$m_2 = b \cdot \sin\beta ; \quad g = b \cdot \cos\beta$$

$$\frac{e_1}{1} = \frac{f}{m_1} = \frac{d \cdot \sin\alpha}{d \cdot \cos\alpha} = \tan\alpha = e_1$$

$$\frac{e_2}{1} = \frac{g}{m_2} = \frac{b \cdot \sin\beta}{b \cdot \cos\beta} = \tan\beta = e_2$$

és így

$$e = e_1 + e_2 = \operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta$$

$$h = a - m_3 \cdot e$$

A számítás menete a következő:

ha $\frac{b}{t} = n$ adott, akkor számítjuk a "b" oldal n-ed részét: $s_1 = \frac{b}{n}$, majd az s_1 -nek megfelelő m_3 magasságot: $\sin \beta = \frac{m_3}{s_1}$, innen

$$m_3 = s_1 \cdot \sin \beta$$

számítjuk a h hosszát a fenti $h = a - m_3 \cdot e$ képlettel; a h az "a"-val párhuzamos oldal hossza. Számítjuk a t területet, lesz:

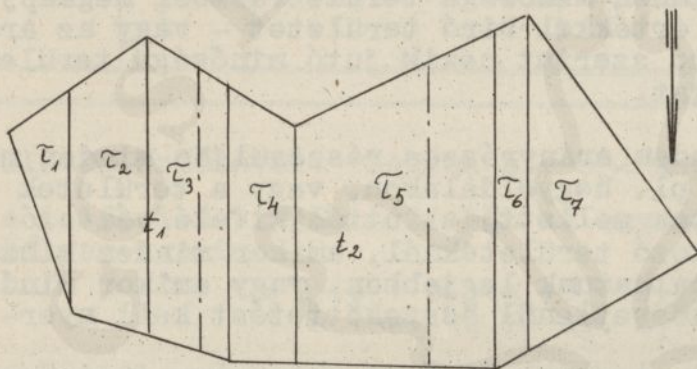
$$t_1 = \frac{a + h}{2} \cdot m_3$$

Mivel t területet kell lehasítanunk, a h-vonallal lehasítottunk t_1 területet, ehhez még hozzá kell hasítanunk egy h alapu, t_2 területet, ahol $t_2 = t - t_1$. Mivel

$$t_2 = \frac{h \cdot m_4}{2}, \text{ lesz } m_4 = \frac{2 \cdot t_2}{h}, \text{ ahol } m_4 \text{ a h alapu}$$

és t_2 területű háromszög magassága. Most már számítjuk s_2 -t:

$$s_2 = \frac{m_1 + m_4}{\sin \alpha}$$



A számításokat lehet logar-léccel is végezni.

Sokszögvonallal körülzárt összetett területeknél rendszerint az osztóvonalaknak egy adott irányban kell haladniuk. Ebben az esetben az egész területet felosztjuk minden törési pontból kiinduló és az adott iránnyal párhuzamos osztóvonalakkal

trapézokra, illetve az elején és a végén egy-egy háromszögre. Ezeknek meghatározzuk a területét:

$$t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$$

Az egész terület pedig:

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$$

Az egész területet különböző nagyságú részekre kell felosztani, úgy, hogy az egyes területek között legyen adva a következő arány:

$$t_1 : t_2 : t_3 = p : r : s \quad \text{tehát az egyes}$$

területek lesznek:

$$t_1 = - \frac{T}{p + r + s} \cdot p ; \quad t_2 = \frac{T}{p + r + s} \cdot r ; \quad t_3 = \frac{T}{p + r + s} \cdot s$$

Most összehasonlítjuk a t -ket a T -okkal. Tegyük fel, hogy:

$$t_1 < T$$

$$t_1 + t_2 < T$$

$$t_1 + t_2 + t_3 > T$$

$$t_1 + t_2 + t_3 - t_1 = t_2$$

, de már

a különbség:

: ezt kell a t_2 -ből lehasítanunk, hogy

a kívánt t_1 területet kapjuk. Most következik a t_2 lehasítása. Ezt mint már többször hangoztattuk, - a hibahalmazódás elkerülése végett a t_1 -el együtt végezzük, vagyis $t_1 + t_2$ -t hasítunk le.

$$t_1 + t_2 + t_3 < t_1 + t_2$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 < t_1 + t_2$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 > t_1 + t_2$$

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 - t_1 - t_2 = t_3$$

, de már

s a különbség:

: ezt kell az előbbiek szerint

a t_3 -ból lehasítani. A lehasítás úgy történik, amint azt az előzőkben a trapézból trapézra a lehasításánál tárgyaltuk.

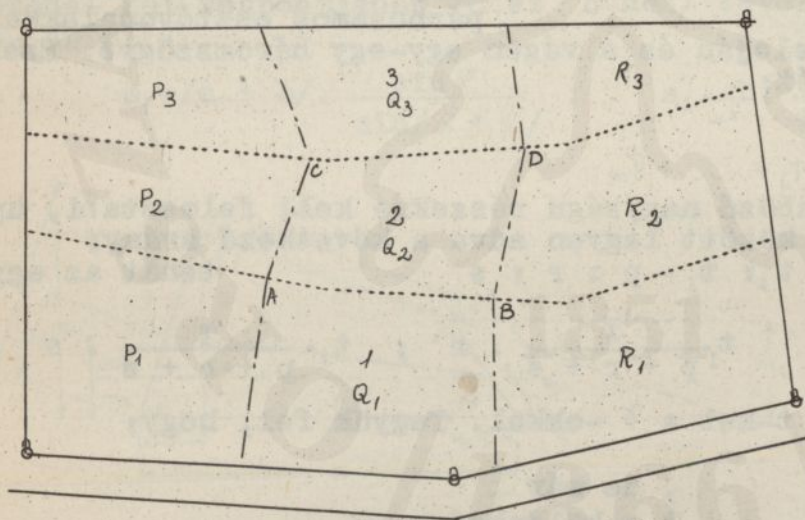
Különböző értékű területek osztása.

Ha valamely birtok, vagy birtokrész, amely különböző értékű, különböző minőségű részekből áll, megosztását kell elvégeztünk, általában mindig az értékszerinti megosztást kell alkalmaznunk, vagyis a területek elosztását úgy kell végrehajtanunk, hogy minden arányrésztes akkora földterülethez jusson, amekkorának értéke az arányrész szerint őt megilleti.

A megosztás másképpen végezendő el akkor, amikor a rendszerint kisebb területeken a különböző értékű területrészek bizonyos szabályszerűséggel sorakoznak egymás mellé /pl. hegyvidéken a síkságtól a gerinc felé/, és másképpen akkor, amikor a különböző értékű területrészek rendszerintelenül váltakoznak /pl. nagyobb területen/.

Ha a különböző minőségű területrészek szabályosan következnek egymás mellett, a megosztás kétféle lehet aszerint, amint az a feladatunk, hogy mindenik arányrésztes, minden minőségű területrészből megkapja a részesedési arány szerinti értékkel bíró területet - vagy az arányrésztesek megállapított sorrend szerint nekik jutó minőségű területből kapják meg a járandóságukat.

Annak szükségessége, hogy minden arányrésztes részesüljön minden minőségű területből, előállhat pl. hegyoldalakon, vagy a területek használhatóságához szükséges utak mellett, az uttól kifelé változó minőséggel egymás mellé sorakozó területeknél, amikor minden kihasított részt a völgy felé használhatunk legjobban, vagy amikor minden kihasított résztől az uttal közvetlenül összeköttetést kell nyernünk.



Ilyenkor a megosztást valamelyik szélső területrészen kezdjük el, és felosztjuk azt az egyenlő értékű területek osztásának szabályai szerint $p:q:r:\dots$ arányu részekre /Az ábrán: P_1, Q_1, R_1 /. A második területszáv elosztását ugyanígy véghezvük, vigyázva azonban arra, hogy az osztóvonalaknak az A illetve B pontokból kell kiindulniuk.

Ugyanígy a harmadik területszáv megosztásánál a határvonalak a C illetve D pontból indulnak.

Amikor a különböző minőségű, vagy értékű területek határai nem párhuzamosak a birtokot határoló uttal, hanem az ut mentén sorakoznak egymás után és szükséges, hogy minden részes hozzáférhessen az uthoz, vagy völgyhöz, akkor a különböző minőségű területek egymásutáni sorrendjében történik a részletterületek kihasítása, s mivel így nem minden részjogosult részesülhet mindenik minőségű területben, hanem az egyik jobb, a másik kevésbé jó, a harmadik rosszabb minőségűben, a területek értéke szerint történik a szétosztás, hogy az, aki a jobb minőségűből elégítetik ki, aránylag kisebb területhez jusson, mint a másik.

Ha nagyobb a terület, akkor műszerrel végezzük a felmérés munkáját és a mérési adatokból számítjuk ki az összrendezőket. Ha kész térképünk van, akkor arról vesszük le az összrendezőket a száradás figyelembevételével. Ezután kint a terepen kijelöljük a minőségi, vagy értékosztályokat és mindegyiket arabs számmal írjuk be a térképbe. Az értékosztályokban a föld értékét kat. holdanként pengőben fejezzük ki és kiszámítjuk egy négyszögből értékét. Ezután kiszámítjuk az egész birtok területét /lehetőleg számológéppel/ az összrendezőkből. A következő lépés az, hogy kiszámítjuk a bemért és a térképbe pontozott vonallal berajzolt értékfoltok területét. A számítás végezhetjük planiméterrel, vagy valamely más területszámítási eljárással. Ha az így nyert területek összege és az egész terület között a különbség 0.1 %-nál kisebb, akkor ezt a hibát az egyes becsfoltokra a területek arányában elosztjuk. A becsfoltok területét megszorozzuk a megfelelő értékkel; a tételeket összegezve nyerjük az egész birtok értékét.

Jelöljük egy kat.hold értékét: p -vel, minőségi arányszámát: a -val, a minőségi arányszámnak a reciprok-értékét: r -rel és egy négyszögből értékét: e -vel. A következő összefüggések állnak fenn:

$p_1 : p_2 : p_3 : \dots = a_3 : a_2 : a_1$. A minőségi arányszámok számításakor a legnagyobb becsfolt minőségi arányszámát 1-nek vesszük. A fenti arányok alapján kiszámítjuk a többi becsfolt minőségi arányszámát. Ha pl. a 2. minőségi osztály arányszámát választottuk volna 1-nek, akkor

$$a_1 = \frac{p_2}{p_1} \cdot a_2 ; \quad a_2 = 1.000 ; \quad a_3 = \frac{p_2}{p_3} \cdot a_2$$

és így tovább. A minőségi arányszámokat három tizedesig számítjuk. Ha a föld értékegységét f -el jelöljük, akkor azt, hogy t terület hány földértékterületet jelent, úgy kapjuk meg, hogy a négyzetölekekben kifejezett területet osztjuk a minőségi arányszámmal; vagyis:

$$f = \frac{t}{a} ; \quad \text{vagy } f = t \cdot r$$

Ha viszont azt akarjuk kiszámítani, hogy f földértékegységnek megadott "a" minőségi arányszámu földön mekkora "t" terület felel meg, akkor $t = a \cdot f$.

Ha a számítás pénzürtékben történik, akkor ki kell számítani a terület egység értékét: e -t. Ennek és a négyzetölekekben kifejezett területnek a szorzata megadja a terület pénzbeli becserértékét: $E = e \cdot t$, ebből $t = \frac{E}{e}$

Ezután területsávokat képezünk a felosztandó területen úgy, hogy ezek a sávok párhuzamosak legyenek a kívánt osztóvonalak irányával. Minden töréspontból húzunk ilyen párhuzamosat /az ábrán szaggattak a vonalak/. A sávokat római számokkal jelöljük. A terület-sáv-területek összegének egyeznie kell az egész birtok területével. Ezután kiszámítjuk a sávon belül a különböző minőségi-osztályok területét. Ezek összegének egyeznie kell a területsávok és a becsfoltok területének az összegével is.

E kettős kiegyenlítés után ki kell számítani minden területsávon belül a különböző minőségi osztályokba tartozó területek becserértékét. Ezek összege adja a területsáv becserértékét. A területsávok becserérték-összegének egyenlőnek kell lennie az egész terület becserértékével.

Most már ismerjük az egész terület becserértékét, tehát elvégezhetjük a megosztást a kívánt részekre. Az első rész a teljes sáv-értékekből és egy maradék-értékből tevődik össze. Ezt a maradék-értéket kell lehasítani a teljes sávok után következő sávból. Hogy a munka

könnyebb legyen, kiszámítjuk a területsáv párhuzamos oldalainak a -
egységnyi, illetve az alapul-választott minőségi arányszámra vonat-
kozó csökkentett /redukált/, vagy becshosszait. A csökkentett hosz-
szúság:

$$h_+ = \frac{a_0 \cdot h}{a}$$

Ha a területsáv párhuzamos oldala: $a_1, a_2, a_3 \dots$ minőségi arányszá-
mu területen halad át, és hosszának az ezekbe eső részei: $h_1, h_2,$
 $h_3 \dots$, akkor a redukált hossz:

$$h_+ = a_0 \cdot \frac{h_1}{a_1} + \frac{h_2}{a_2} + \frac{h_3}{a_3}$$

Ha a minőségbeli különbségeket pénzértékben fejezzük ki, akkor:

$$h_+ = \frac{1}{e_0} / e_1 \cdot h_1 + e_2 \cdot h_2 + e_3 \cdot h_3$$

Ha az oldalakat meghosszabbítjuk és rámérjük a méretarány szerint
a csökkentett hosszakat, akkor megkapjuk az egységnyi minőségi-a-
rányszámra redukált területet, amelyen a lehasítást most már úgy
lehet elvégezni, mintha a terület teljesen egyforma minőségű lenne.
A lehasítandó értéket természetesen át kell alakítani a $t = E : e$
egyenlettel az egységül választott értéknek megfelelő területté.

Példa.

Az ábra szerinti területet kiszámítottuk összendezővel: $T = 15.683$
négyszögl. Az első minőségi osztályban 1 kat.holdnak az értéke:
 $p_1 = 1300$ P; a második minőségi-osztályban 1 kat.hold értéke:
 $p_2 = 1200$ P. A harmadik minőségi-osztályban 1 kat.hold értéke:
 $p_3 = 1100$ P. A minőségi arányszám kiszámításakor a legnagyobb terü-
letet, a 2.-t tesszük egyenlővé 1-el, a többi számítottuk:

$$a_1 = a_2 \cdot \frac{p_2}{p_1}$$

tehát: $a_1 = 0.924$, $a_2 = 1.000$, $a_3 = 1.091$. Ezek reciprok értékei:

$r_1 = 1.083$; $r_2 = 1.000$; $r_3 = 0.917$. Egy négyszögl értéké forintban:

$$e_1 = 0.8125 ; e_2 = 0.7500 ; e_3 = 0.6875$$

Kiszámítjuk a becsfoltok területét.

$$t_1 = 2348 ; t_2 = 9135 ; t_3 = 4200 ;$$

$$t_1 + t_2 + t_3 = 15.683 = T$$

Kiszámítjuk a becsfoltok értékét:

$$E_1 = t_1 \cdot e_1 = 1908$$

$$E_2 = t_2 \cdot e_2 = 6851$$

$$E_3 = t_3 \cdot e_3 = 2888$$

let értéke $E = E_1 + E_2 + E_3 = 11.647$ P Az egész terü-
let két egyenlő részre, így egy résznek az értéke: 5824 P. lesz. Ennek
az értéknek megfelelő területet kell lehasítani.

Kiszámítjuk a területsávok értékét: /Táblázat a tuloldalon!/
Ha összegezzük az egyes sávokat, vagy az egyes becsosztályokat, akkor
ez egyezni fog az egész területtel, ill. az értékek összegével.

5824 forint értékű területet kell lehasítanunk. A sávokat egymásután
összegezzük addig, amíg eljutunk ahhoz a sávhoz, amelyben az osztó-
vonal fekszik. Az I-III. sávok értéke: 5012 F. Ha hozzáadjuk a IV
sáv értékét, az eredmény 6649; tehát a IV. sávban kell az osztóvona-
lat betervezni.

A IV. sávot átszámítjuk egységnyi minőségű arányszámu területté.
Egységnek a második becsosztályt vettük, tehát a két párhuzamos ol-
dalnak kiszámítjuk a csökkentett hosszát.

A terület-sáv.					
A sáv	A becs- oszt- tály.	becsosztályonkénti		összes	
		terület	érték	terület	érték
száma		□°	P	□°	P
I	1	157	118	157	118
II	1	278	226	773	597
	2	495	371		
III	1	2069	1681	5580	4297
	2	3233	2425		
	3	278	191		
IV	2	1248	936	2268	1637
	3	1020	701		
V	2	3198	2398	5916	4268
	3	2718	1870		
VI	2	495	371	679	497
	3	184	126		
VII	2	309	232	309	232

Az $\overline{AB}$ oldal redukált hossza:

$$h_r = \frac{1}{e_1/e_2 \cdot h_1 + e_3 \cdot h_3} = \frac{1}{0.7500} / 0.7500 \times 49.84 + 0.6875 \times 34.79 / = 81.73$$

A $\overline{CD}$ oldal redukált hossza:

$$h_r = \frac{1}{0.7500} / 0.7500 \times 46.86 + 0.6875 \times 44.21 / = 87.39$$

Van tehát egy trapézünk, amelynek a párhuzamos oldalai: 81.73 és 87.39, a magassága pedig 25.82; ebből kell lehasítani a $\overline{CD}$ oldaltól számítva 6649 - 5824 825 P. értékű terület. Ezt a pénzértéket az egységül választott 2. értékosztályu területre számítjuk át.

$$t_2 = \frac{E}{e_2} = \frac{825}{0.7500} = 1100$$

Kiszámítjuk a $\overline{CD}$ oldaltól az ennek a területnek megfelelő magasságot az előzőekben levezetett képlet segítségével:

$$m = \frac{a \cdot M}{a-b} - \sqrt{\frac{2M}{a-b} \left(\frac{a^2 \cdot M}{2/a-b} - t \right)} = \frac{87.39 \times 25.82}{87.39 - 81.73} - \sqrt{\frac{2 \times 25.82}{87.39 - 81.73} \left(\frac{87.39 \times 25.82}{2/87.39 - 81.73} - 1100 \right)} = 12.80$$

Ellenőrzésül számítsuk ki a hozzáhasított ABFE értékét. Ez két értékosztályból áll: $t_1 = 490$, értéke 337 0.; $t_2 = 633$, értéke: 475 P. A kettő együtt 812 P., tehát teljesen egyezik azzal az összeggel, amelyet úgy kapunk, hogy az összes lehasítandó értékből levonjuk az első három sáv értékét: 5824 - 5012 = 812 P.

A példa kidolgozásakor mindenütt összrendezőkkel végeztük a számítást, hogy a menetet könnyebben lehessen követni. Az ábra a közbeiktatott összrendezők értékét is feltünteti.

A gyakorlatban planiméterrel végezhetjük a területszámításokat.

A határvonalak kiegyenlítése.

A birtok megfelelő használatát, a határok rendbetartását akadályozza az, ha akár a külső, akár a belső határokat rövidebb szakaszokból álló, folytonosan irányváltoztató tört vonalak alkotják a hosszabb, egyenesvonalak helyett.

A tört határvonal helyettesíthető hosszabb egyenessel is, amikor abból a föltevésből kell kiindulnunk, hogy a hosszabb egyenes által határolt területidom nagysága ugyanakkora legyen, mint a tört vonallal határolt idomé. Ha tehát a tört vonal helyett egyenes határvonalat létesítünk, az utóbbi a törtvonalat szelni fogja, s a határolt területidomból összesen annyit vág le, mint amennyit hozzácsatol.

A tört határvonalat helyettesítő egyenest megszerkeszthetjük grafikusán azáltal, hogy az egyes töréspontokat sorra kiküszöböljük. De ha a töréspontok összszerkesztői ismertek, akkor számítani is tudjuk az egyenes határvonal egyik végpontjának összszerkesztőit, ha a másik végpontot fixnek vesszük és ismerjük annak az egyenesnek a csapáscsövegét, amelyen az új határvonal mozgó végpontja fekszik.

A határvonal grafikus kiegyenesítését a következő ábra mutatja. Az eljárás a következő:

A II. pontból párhuzamost húzunk a III. I. egyenessel, míg az metszi az I' pontban a határvonalat. Az I' III egy olyan új határvonal, amellyel kiejtettük a II. töréspontot, s amellelt a lehasított I K I' terület is egyenlő a hozzáhasított III k II területtel, mert I, III, II Δ területe egyenlő I, III, I' Δ területével, mert mindkettőnek I, III az alapja és közös a magasságuk is. Amellelt mindkét háromszöghöz hozzátartozik az I K III Δ .

A továbbiakban az I' IV-el húzunk párhuzamost a III-ból I"-ig, s az I' IV-el kiejtjük a III. töréspontot.

Igy folytatjuk a szerkesztést, amíg az összes töréspontot ki nem ejtettük.

Ha a határkiegyenesítésnél a területek különböző értékűek, akkor első közelítésben szemmérték szerint húzzuk meg az új határvonalat és kiszámítjuk a lehasított és a hozzácsatolt területek értékét: ez az első közelítésnél még nem lesz egyenlő. A számítás alapján helyesbítjük a vonalat majd újból elvégezzük a számítást. Most már közel lesz a két érték egymáshoz. Ezt folytatjuk mindaddig, amíg a két terület értéke egyenlő nem lesz.

/Rajz a következő oldalon!/

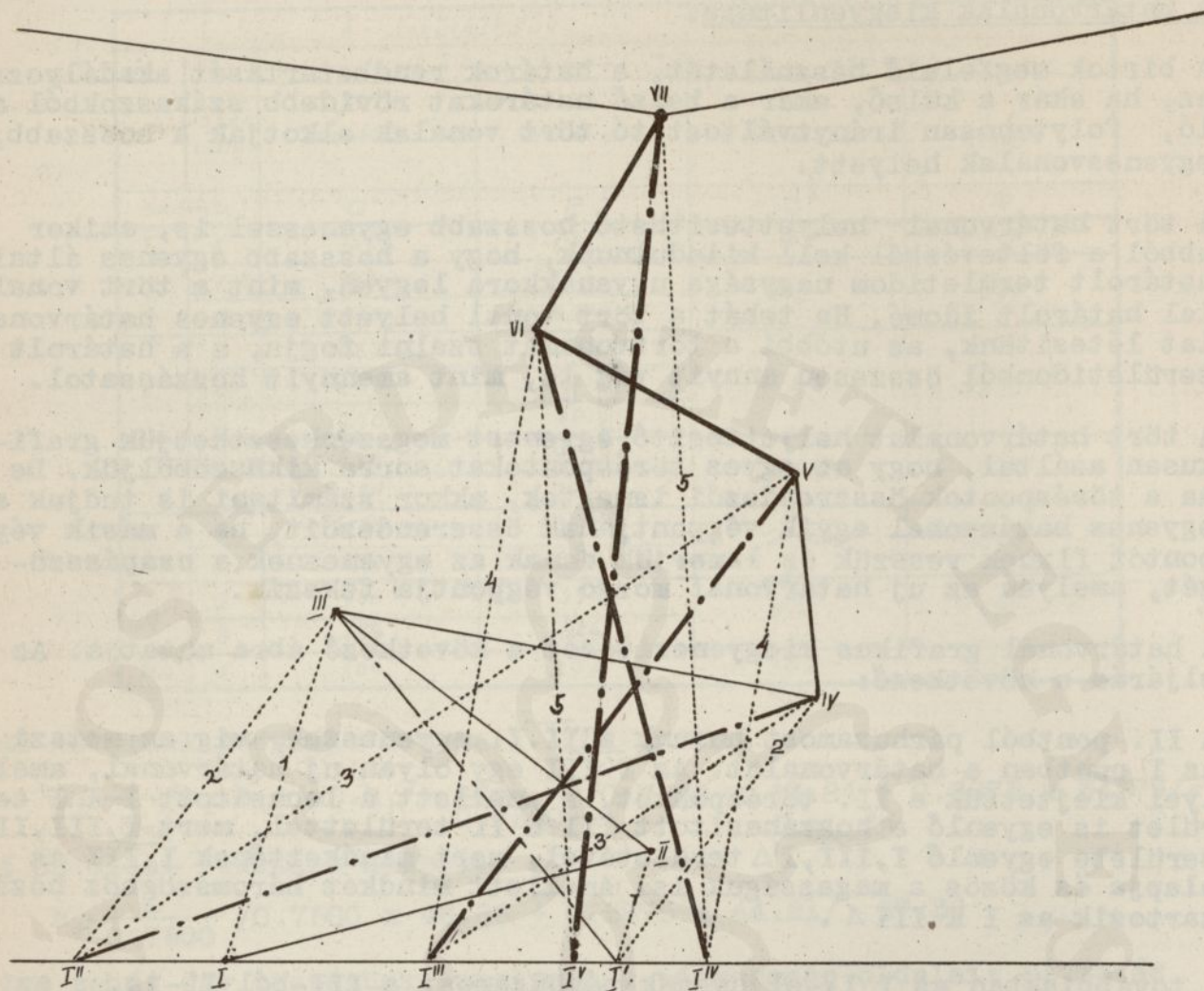
A térkép sokszorosítása.

A gyakorlati életben igen gyakran áll elő a szüksége annak, hogy az eredeti mérési adatok segítségével megszerkesztett térképről, az u.n. alaptérképről másolat készítenő.

A térkép másolása kétféle lehet, és pedig készülhet a sokszorosítás eredeti méretarányban és készülhet más lépték szerint.

A térkép eredeti méretarányban való másolása történhetik:

1./ áttetsző /pauss/ papirossal, vagy másoló-vászonnal, amikor az áttetsző papírt, vagy vásznat a térkép fölé kifeszítjük s az átlátszó vonalakat mindjárt tussal kihúzzuk.



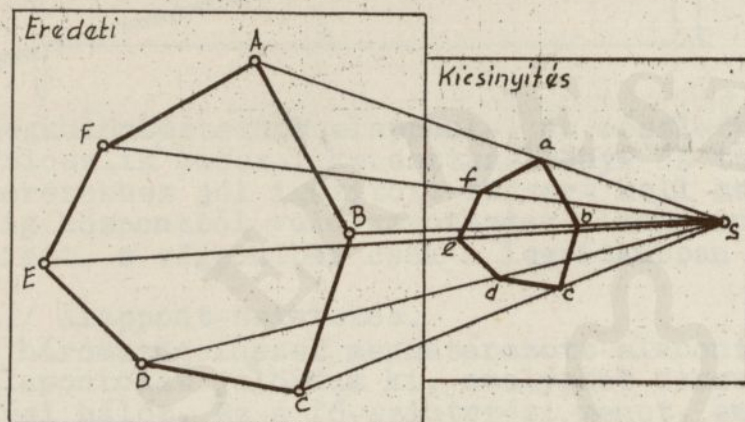
2./ jó másolási mód az is, amikor az eredeti térképlapot üvegtáblára fektetjük s erre akár vastagabb papírt /rajzlap/ is téve igen kényelmesen másolhatjuk, ha az üvegtáblát alulról erős fénnel megvilágítjuk. Hogy másolás közben a térkép el nem mozduljon, célszerű a térkép és a rajzlap sarkait enyves-papírral az üvegtáblára ragasztani. A másolás történhetik azonnali tussal való kihúzással, vagy úgy, hogy a térképen lévő vonalak töréspontjainak a helyét tűszurással megjelöljük a rajzlapunkon, s az így kapott megfelelő pontokat először ceruzával kötjük össze, csak azután tussal.

3./ Legpontosabb másolatot akkor kapunk, ha az alaptérképünk alá helyezzük a tiszta rajzlapot s az alaptérkép pontjait átszurjuk. Az így kapott pontokat előbb ceruzával, aztán tussal húzzuk ki. Nagy hátránya ennek a másolási módnak, hogy a tűszurások miatt rongálódik az alaptérkép.

4./ A négyzetes hálózattal való másolás abban áll, hogy úgy az eredeti térképen, mint a másolat rajzlapján egyenlő beosztású négyzetes hálózatot készítünk s azután a rajzlap egyes négyzeteibe az egyes pontokat összerendezői lemérésével átvisszük. Ez a mód akkor is használható, ha más méretarányban készítjük a másolatot. Ebben az esetben azonban a másolat rajzlapján az új méretarányának megfelelően készítenünk el a négyzetes hálózattal, amelybe az egyes pontokat az új léptéknek megfelelő összerendezőkkel vesszük át.

A térkép sokszorosítása történhetik fénymásolással is, itt azonban a másolat kezelése folytán a pontossága nagyon lecsökken, s ezért az ilyen másolat területszámításra vagy egyéb, a térképen eszköz-
lendő mérések elvégzésére nem használható: a fénymásolt térkép csak
vázrajz.

A térképnek más méretarányban való másolása nem egyéb, mint a térkép
kicsinyítése, vagy nagyítása.



A térkép kisebbítése tör-
ténhetik sugárrendszer
segítségével olyképen, hogy
az eredeti térkép mellé
rögzítjük a másolat rajz-
lapját, s a térképpel el-
lenkező oldalon egy S se-
gédpontot veszünk fel tet-
szés szerint, s ettől a
ponttól összekötő sugara-
kat húzunk az alaptérkép
adott sarokpontjaihoz
/A, B, C ... stb./ A suga-
rak meghuzása után a ki-
sebbítés céljából csak

$\overline{AS}$, $\overline{BS}$... stb. hosszakat kell megmérnünk és ezeknek az n -szeres ér-
tékét kell felvinnünk az S ponttól. Az " n " a kisebbítési arányszám
mindig valódi tört, amely nem egyéb, mint az új térképen lévő vala-
mely hossz és a régi térképen ennek a hosszak megfelelő érték kö-
zötti viszonzyszám. Tehát:

$$n = \frac{a}{A} \cdot \frac{b}{B}$$

Ennek alapján:

$$\overline{Sa} = \overline{SA} \cdot n \quad \text{és} \quad \overline{Sb} = \overline{SB} \cdot n \quad \text{ahonnan}$$

$$\frac{\overline{Sa}}{\overline{SA}} = n \quad \text{és} \quad \frac{\overline{Sb}}{\overline{SB}} = n, \quad \text{tehát} \quad \frac{a}{A} \cdot \frac{b}{B} = \frac{\overline{Sa}}{\overline{SA}} = \frac{\overline{Sb}}{\overline{SB}}$$

amiből következik, hogy $a \cdot b \parallel A \cdot B$

Ha a méretarányok vannak adva, s egy $\frac{1}{K}$ méretarányú térképet $\frac{1}{K'}$
méretarányúra kell kisebbíteni, akkor

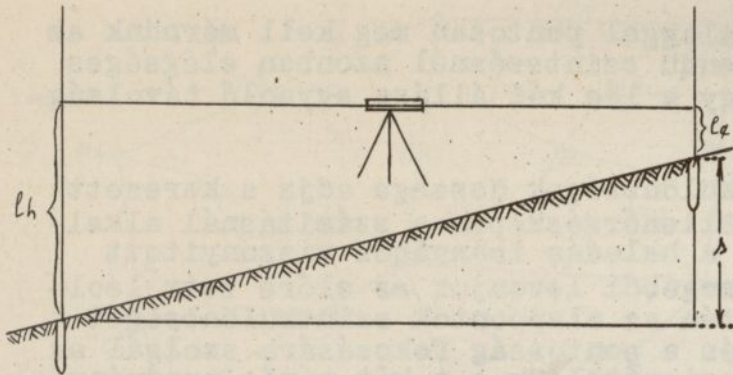
$$\frac{a}{A} \cdot \frac{b}{B} = \frac{\frac{1}{K'}}{\frac{1}{K}} = \frac{K}{K'} = n$$

tehát $\overline{Sa} = n \cdot \overline{SA} = \frac{K}{K'} \cdot \overline{SA}$; például a régi térkép $1'' : 40'$ méret-
arányú az új pedig $1'' : 80'$ -es akkor $n = \frac{K}{K'} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2}$

Nagyítás esetén csak annyiban különbözik az eljárás az előzőtől, hogy
a sarkpontot az eredeti térképen, a nagyítással ellenkező oldalon
vesszük fel s a régi pontokhoz menő sugarakat a sarkponttal ellenke-
ző oldalra meghosszabbítva ezekre rakjuk fel a sarkponttól kezdve
az a $\overline{Sa} = n \cdot \overline{AS}$, $\overline{Sb} = n \cdot \overline{BS}$, ... stb. hosszakat.

Ezt az eljárást azonban csak kisebb területek kisebbítésénél /ill.
nagyításánál/ használhatjuk. Nagyobb területeknél, vagy egész tér-
képeknél négyzetes hálóval végezzük a kisebbítést.

Kevésbé pontos, de sokkal gyorsabb a kisebbítés, ha pantográfot
használunk. /L. az I. részben./



A geometriai magasságmérés leghasználatosabb módja a szintezőműszerrel való szintezés, amikor a műszer vízszintes irányzósíkja jelöli ki azt a vízszintes síkot, amelytől az egyes pontok távolsát mérjük, s ezeknek a távolságoknak a különbsége adja a szintkülönbséget.

Megkülönböztetünk alappont-, és részletpontszintezést; ez utóbbi feloszlik hossz-, keresztshelvény- és területszintezésre. Mindezen mérésekhez jól igazított műszert kell használnunk /L. I.rész/, s mindig központból való szintezést alkalmazunk az I. részből ismert okok miatt, s végpontban csak a legritkábban állunk fel.

a./ Alappont-szintezés.

A háromszögeléssel meghatározott alaponokhoz hasonlóan szintezési alaponokat jelölünk ki, amelyeket összekötő vonalak adják a szintezési hálót. Ez a fő-szintezési menet, amelyhez a mellék-szintezési menetek csatlakoznak. A fő- és mellék-szintezési menetek mérését az u.n. országos szintezést a háromszögelő hivatal végzi.

Az alappontok szintezésénél mérni kell a két lécnél a műszertől való távolságát hogy ez egyenlő legyen, mert ezáltal kiejtjük a műszerhibákat. A lécnél távolsága a műszertől maximálisan 50 m lehet.

A bemért pontokat állandósítják /L. I.rész/. Mivel az alappontok távolsága nagyobb, mint 100 m, ezért a sokszögmenetek alappontjai közé kötő-pontokat iktatunk be, amelyekkel 60-100 m-es szakaszokra osztjuk a sokszögmeneteket, s a mérést ezeken a szakaszokon végezzük el.

A mérési eredményeket jegyzőkönyvben tüntetjük fel; ennek alakja a következő:

Szintmérési jegyzőkönyv.

A műszer száma:

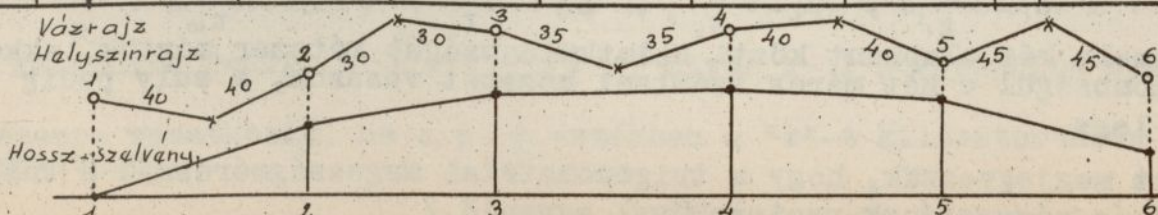
Kelt:

A műszer neve:

Időjárás:

Mérnök:

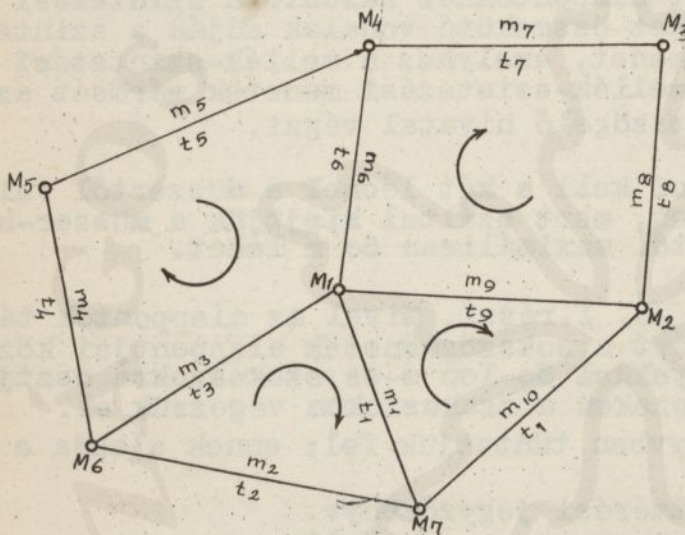
Kezdpont	Végpont	Mért vízsz. hosszúság	Léclg olvasás		Szintkülönbségek			Pont száma	Tengerszint feletti magasság
			hátra	előre	egyenként		összesen		
					+	-	±		±
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
1	2	40+40	2.964	1.456	1.508		+1.508	1	236.456
2	3	30+30	2.146	0.972	1.174		+1.682	2	237.964
3	4	35+35	1.945	0.826	1.119		+3.801	3	239.138
4	5	40+40	0.735	2.112		+377	+2.424	4	240.257
5	6	45+45	1.007	1.972		0.965	+1.459	5	238.880
Összesítés:			8.797	7.338			+1.459	6	237.915



Felsőrendű szintezésnél mérőszalaggal pontosan meg kell mérnünk az egyes szakaszok hosszát, alsórendű szintezésnél azonban elégséges lépéssel meggyőződni arról, hogy a léc két állása egyenlő távolságban van-e a műszertől.

A szakaszonként nyert magasságkülönbségek összege adja a keresett alappontok szintkülönbségeit. Ellenőrzésképpen a számításnál alkalmazhatjuk azt a módot is, hogy a haladás irányához viszonyított hátrafelé tett leolvasások összegéből levonjuk az előre tett leolvasások összegét, miáltal szintén az alappontok szintkülönbségét kapjuk. A mérés ellenőrzésére és a pontosság fokozására szolgál az is, hogy a mérést oda-vissza megismételjük s a két mérés eredményének számtani közepét vesszük. A két mérés között kilométerenként nem lehet több az eltérés, mint 4 mm /országos alappontszintezésnél/.

Miután a szintezési hálót kijelöltük és a külső felvétel is megtörtént, következik a szintezési háló szigorú kiegyenlítése, a Gauss féle legkisebb négyzetek módszerével.



Legyen a szintezési hálónk alakja a mellékelt ábra. A rajzon $m_1, m_2, m_3 \dots m_{10}$ az egyes alappontok közötti szintkülönbségeket, $t_1, t_2, t_3 \dots t_{10}$ pedig az alappontok közötti távolságokat jelentik.

Az egyes szintkülönbségek valószínű helyes értéke: $M_1, M_2, M_3 \dots M_{10}$, míg a javítása: $v_1, v_2 \dots v_{10}$

$$\begin{aligned} m_1 + v_1 &= M_{10} \\ m_2 + v_2 &= M_2 \\ m_3 + v_3 &= M_3 \\ &\dots \dots \dots \\ m_{10} + v_{10} &= M_{10} \end{aligned}$$

Felírhatjuk a feltételi egyenleteket:

$$\begin{aligned} m_1 + m_2 + m_3 &= 0 = l_1 \\ -m_3 + m_4 + m_5 + m_6 &= 0 = l_2 \\ -m_6 + m_7 + m_8 + m_9 &= 0 = l_3 \\ -m_9 + m_{10} + m_1 &= 0 = l_4 \end{aligned}$$

A javítási egyenletek lesznek:

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + l_1 &= 0 \\ -v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + l_2 &= 0 \\ -v_6 + v_7 + v_8 + v_9 + l_3 &= 0 \\ -v_9 + v_{10} - v_1 + l_4 &= 0 \end{aligned}$$

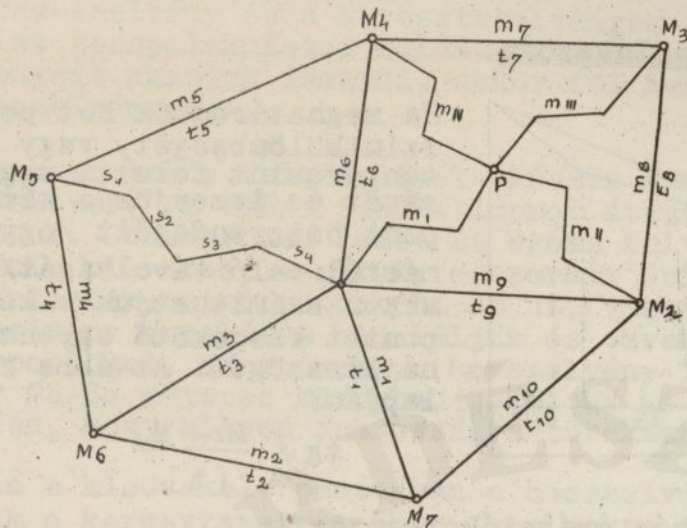
Ezekből felírjuk a már ismert módon a korreláns-egyenleteket és azok segítségével számítjuk a javítási értékeket.

A szintezési háló kiegyenlítése mindig a súlyok figyelembevételével történik, a súlyérték a távolság reciprokával egyenlő, tehát:

$$p_1 = \frac{1}{t_1}, \quad p_2 = \frac{1}{t_2}, \quad p_3 = \frac{1}{t_3} \dots p_{10} = \frac{1}{t_{10}}$$

Ha valamely két alappont közti szintkülönbséget kétszer mértük, akkor szintkülönbségül a két mérés számtani közepét vesszük, a súly pedig $p = \frac{2}{t}$ lesz.

/Már itt megjegyezzük, hogy a trigonometriai magasságmérésnél a súly a távolság négyzetének reciprokával egyenlő./



A súlyok kiszámításánál a távolságokat mindig kilométerekben fejezzük ki és ebben az esetben az $m = \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{r}}$

képlet a kilométerre eső középhibát adja. Ez országos szintezés esetén 4 mm, mérnöki szintezésnél 10 mm, alárendelt szintezésnél 20 mm lehet.

Az így meghatározott elsőrendű pontok közé iktatjuk be a másodrendű hálót. Ez lehet egyszerű, vagy csomópontos háló csomópont ese-

tében:

$$M_p = M_1 + m_1$$

$$M_p = M_2 + m_2$$

$$M_p = M_3 + m_3$$

$$M_p = M_4 + m_4$$

Ha hibamentesen tudnánk mérni akkor a négy M_x érték egyeznék egymással, így azonban különböző értékeket kapunk és ezekből számítjuk a valószínű helyes értéket. Lesz:

$$M_x = \frac{[M_p \cdot p]}{[p]}$$

hol p a súlyokat jelenti. Az M segítségével kiszámíthatjuk a javításokat:

$$v = M_x - M_p$$

valamint a kilométerre eső középhibát. Mivel a közbenső pontokat is ki kell egyenlitenünk, azért mindenegyes menetben kiszámítjuk az egysegre eső javítási értéket:

$$\sigma_v = \frac{M_x - M_p}{[t]} = \frac{v}{[t]}$$

és az első pont javítása: $\sigma_{v_1} = \sigma_v \cdot t_1$, a másodiké: $\sigma_{v_2} = \sigma_v \cdot t_2 / (t_1 + t_2)$ és így tovább.

Ha a szintezési vonal két pontba kapcsolódik, akkor $[s] = M_4 - M_5$ és $[s] = M_4 - M_5 / l = 0$ viszont $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n + l = 0$ Tehát csak egy feltételi egyenletünk van, ebből kifolyólag csak egy korrelánst tudunk számítani. A súly: $p = \frac{1}{t_i}$, a korrelánsegyenlet pedig:

$$\left[\frac{a \cdot a}{p} \right] \cdot k + l = 0$$

$$\text{de } a = 1 \quad \text{és} \quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_3} + \dots + \frac{1}{p_n} = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n = [t]$$

$$[t] \cdot k + l = 0$$

s innen:

$$k = - \frac{l}{[t]}$$

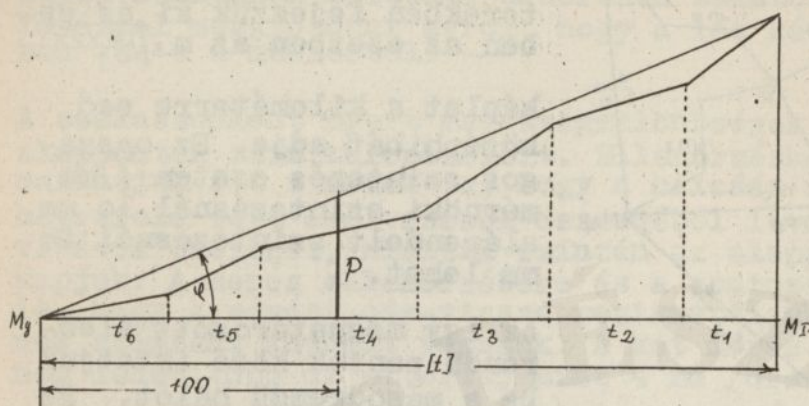
lesz az

egységre eső javítás. Most már fölírhatjuk a javításokat:

$$v_1 = \frac{a_1}{p_1} \cdot k = t_1 \cdot k, \quad v_2 = t_2 / (t_1 + t_2) \cdot k, \quad v_3 = t_3 / (t_1 + t_2 + t_3) \cdot k \dots$$

A középhiba pedig: $m = \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{r}} = \sqrt{[p \cdot v \cdot v]}$ mivel $r = 1$ A középhiba egy kilométerre vonatkozik, ha a $p = \frac{1}{t}$ értékben a " t "-t kilométerekben vettük számításba.

Két pont összekötő egyenes hajlásszöge.



Ha meghatároztuk két pont szintkülönbségét, vagy tengerszint feletti magasságát és ismerjük a két pont összehúzóit /egymástól való távolságát/, akkor számíthatjuk a két pontot összekötő egyenes hajlásszögét. Az ábra alapján:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{M_1 - M_2}{[t]}$$

Kifejezhetjük a hajlásszöget még százalékokban is:

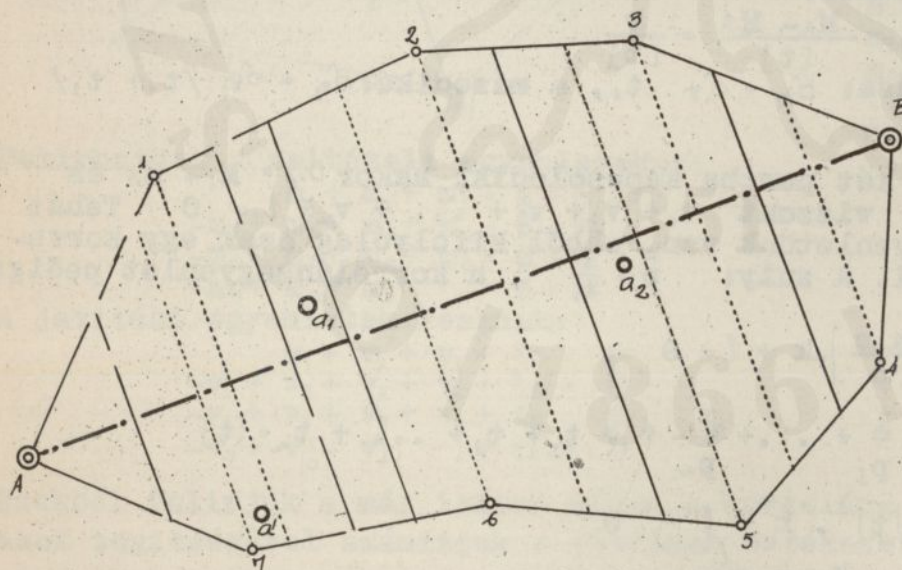
$$\frac{p}{100} = \frac{M_1 - M_2}{[t]} \quad \text{vagy} \quad \text{o.op} = \frac{M_1 - M_2}{[t]}$$

tehát a hajlást vagy szöggel: φ , vagy percenttel: o.op /utépítésnél/, vagy promillel: o.op /vasutépítésnél/ fejezzük ki.

Területszintezés.

A gyakorlatban előfordulhat az az eset is, amikor egész területnek kell megállapítani a magassági viszonyait. Ez történhetik a vízszintes vetületsíkbeli mérésekkel egyidejűleg, amikor vegyes felvételi eljárással, vagy tachimetriával van dolgunk. De elvégezhetjük a feladatot, egyszerű szintezéssel is.

A tuloldali ábrán látható területet fel kell mérnünk vízszintes és függőleges síkban egyaránt. Eljárásunk a következő:



Az $\overline{AB}$ alapvonalról derékszögű összehúzókkal bemérjük a határvonal töréspontjait és egyúttal a terület tagoltságának megfelelően 20-50 méterenként az alapvonalra merőlegesen szelvényvonalakat tűzünk ki. A szelvényt elméletileg úgy kapjuk, hogy a Föld felszínét metszünk egy függőleges síkkal, amikor is a metszésvonal mutat-

ja a terepnek a szelvényvonal irányában való hajlását.

Ha a két pont, amelyen át a függőleges metszősíkot állítva képzeljük, nagyobb távolságban van egymástól, a szelvényvonalat hosszszelvénynek nevezzük. /A fenti ábrán ez az A és B pontokon megy át./

A hosszszelvény egyes pontjaiban a hossz-szelvényre merőlegesen felvett szelvényvonal a kereszt-szelvény.

A hossz-szelvény és a kereszt-szelvények felvilágosítást nyújtanak a terület terepalakulatai felől. Ha tehát az ábrabeli terület magassági viszonyait akarjuk ismerni, akkor föl kell vennünk a hossz- és a kereszt-szelvényeket.

A hossz-szelvény felvételénél először annak irányát kell megállapítani. Célszerű az egész területidomot átszelő leghosszabb vonalat választani. Sokszor nem lehet az egész felveendő területen egy egyenest kitűzni, pl. utak, vasutak, csatornák építésénél. Ebben az esetben egy sokszögmenetet tűzünk ki az ut, vasut, csatorna nyomvonalában. A hossz-szelvény vonalában kijelöljük és cövekkel állandósítjuk a tereptöréspontokat. Ha a terep a hossz-szelvény irányában egyenletes hajlásu, akkor 25-30 méteres közökben jelöljük ki a közbeeső pontokat, attól függően, hogy milyen pontosságra törekszünk.

Ezután a kicövekelte pontokban a hossz-szelvény vonalára merőlegesen kitűzzük a kereszt-szelvényeket, amelyeken ismét megjelöljük azokat a pontokat, amelyekben a térszin hajlása változik. Az így előkészített terepről vázrajzot készítünk, majd megkezdjük a méréseket.

A mérések első része a hossz-szelvény és a kereszt-szelvények vonalának helyszinrajzi, azaz vízszintes vetületbeli felvétele. Ennek folyamán műszerrel megmérjük a hossz-szelvény vonalai által bezárt szögeket, az egyes vonalak vízszintes hosszát valamint a lekövekelte pontok távolságát a hossz-szelvény kezdőpontjától, illetve a legutolsó törésponttól. A kereszt-szelvények pontjainak távolságát mindig a hossz-szelvény tengelyvonalától, folytatólag mérjük a kereszt-szelvény végéig. Amennyiben ferde távolságokat mérünk, azokat redukálunk kell vízszintesre.

Ezután következik a helyszinrajzilag felvett vonalak térszinrajzi felmérése.

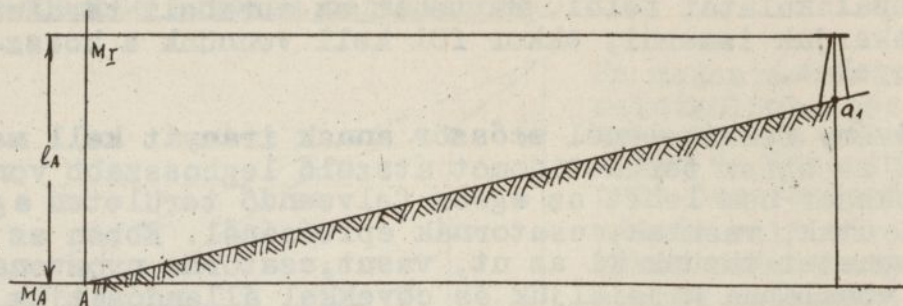
A terület felvételénél rendszerint nincs szükségünk a terület tengerszint feletti magasságának ismeretére, hanem megelégszünk azzal, ha a terület egyes pontjainak egymáshoz viszonyított magassági fekvését megismerjük. Ilyenkor tetszőlegesen veszünk fel egy horizont-síkot, amelyre vonatkozóan csak az a kikötés áll fenn, hogy valamennyi pontunk e sok fölött helyezkedjék el, tehát a síkra vonatkoztatott szintmagasságok előjele pozitív legyen.

Ha szükségünk van a tengerszint feletti magasságokra, akkor a hossz-szelvény kezdőpontjának tengerszint feletti magasságát határozzuk meg egy közeli szintezési alapponthoz való csatlakozással, és ebből számítjuk ki mérési adataink alapján a többi pont tengerszint feletti magasságát.

Most felállunk a műszerrel a terepnek egy olyan A pontjában, ahonnan a környezetében lévő megjelölt tereppontokba állított lécről leolvasást tudunk végezni, majd sorra megirányozzuk az egyes pontokat.

Első irányzásunkat a hossz-szelvény ismert tengerszint feletti magasságu, vagy felvett magasságu pontja A felé tesszük, s az e pontban nyert l_A lécleolvasás útján meghatározzuk a műszer vízszintes irányzósíkja által kijelölt viszonyítósíknak tengerszint feletti magasságát:

$$M_I = M_A + l_A$$



Ezen eljárással az egyes pontok magasságát közvetlenül megkaphatjuk az $M = M_A - l$ képlet segítségével, hol M a kérdéses pont magassága, M_A a viszonyítósík magassága, l pedig a lécleolvasás a kérdéses pontban.

Utóljára abban a pontban állítjuk fel a léceket és végzünk róla leolvasást, amelyben a következő fölállást végezzük a műszerrel: ezáltal meghatároztuk a következő állásunk a_2 tengerszint feletti magasságát.

Ahhoz azonban, hogy az e pontban álló műszer által kijelölt viszonyítósík magasságát is meghatározhassuk, szükségünk van az első álláspont a_1 magasságának ismeretére. Ezért felállunk a műszerrel egy olyan a pontban, amely egyenlő távolságra van A -tól és a_1 -től és a két pontban felállított lécről végzett leolvasásokból kiszámíthatjuk a_1 pont magasságát: $M_{a_1} = M_A + l_A - l_{a_1}$

Ezután átmegyünk műszerünkkel az a pontba, meghatározzuk a viszonyítósík magasságát, s a továbbiakban is az előbb ismertetett módon vesszük fel az egyes pontokat és haladunk tovább mindaddig, amíg az összes pont magasságát meg nem határoztuk.

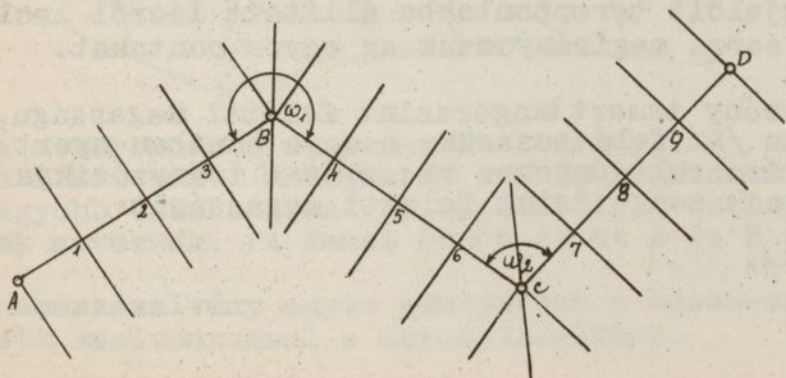
Mérési adatainkat jegyzőkönyvbe foglaljuk, amelyben mindjárt a magasságok kiszámítását is elvégezzük az ismert képletek alapján.

Ut és vasutépítésnél, amikor hosszú sáv felvételéről van szó, más-képen szokták a térszinrazi felvételt eszközölni.

A terület hossz-szelvényének helyszinrajzi felvételét a jellemző pontok rögzítését és a vázrajz elkészítését az előzőekben már láttuk.

A kereszt-szelvényeket a tereptöréspontokban a hossz-szelvényre merőlegesen, jobbra-balra, a szükség szerint 15-100 m szélességben. A

töréspontoknál a homorú oldalon elég csak az egyik sokszögoldalra merőlegesen, vagy a szögfelező irányában kijelölni és felvenni a kereszt-szelvényt, míg a domború oldalon - különösen akkor, ha a terep változó - mindkét szakaszra merőlegesen, esetleg még a szögfelezőben is kitűzzük és föl vesszük a kereszt-szelvényvonalat.



Szintezési jegyzőkönyv.

A műszer száma:

Kelt:

A műszer neve:

Mérnök:

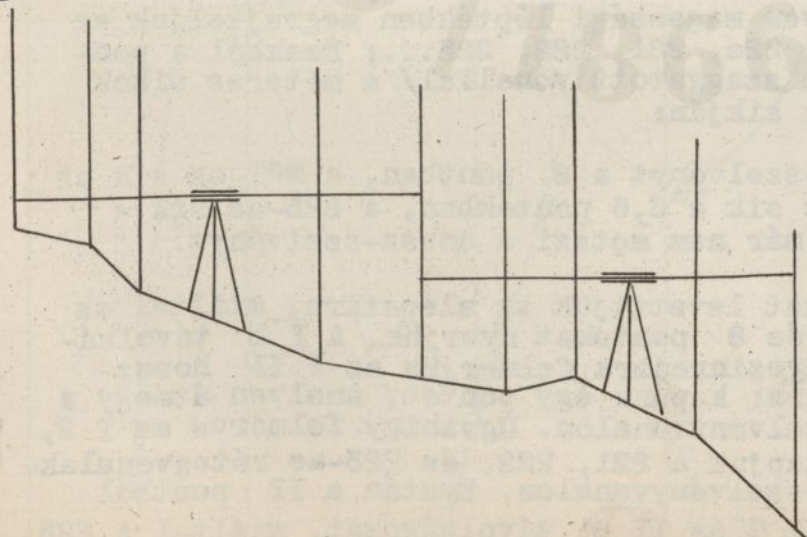
Időjárás:

Állás	Irány zot	Lécleolvasás má t a r b a n			A műszer által ki- jelölt vi- szonyító sík	A pont jela	Tengerszint	Jegyzet
		kez dő	köz b e n s ő	vég s ő			fa la t t i m a g a s s á g m á t a r b a n	
pont		p o n t o n						
a ₁	A	2.314			227.957	A	225.643	
	1		2.945			1	225.012	
	2		2.612			2	225.345	
	3		1.811			3	226.146	
	4		1.012			4	226.945	
	stb.					stb.		
	a ₂			0.367		a ₂	227.590	
a'	A	3.426			229.069	A	225.643	
	a ₁			1.743		a ₁	227.326	
a ₂	a ₁	1.463			228.789	a ₁	227.326	
	12		0.531			12	228.258	
	13		0.842			13	227.947	
	14		1.221			14	227.568	
	stb.					stb.		

A szintmérést ezután úgy hajtjuk végre, amint azt a vonalak szintezésénél már láttuk volt: először végig a hossz-szelvényt, aztán az egyes kereszt-szelvényeket, mégpedig először a hossz-szelvénytől jobbra, azután a balra eső részt.

A szintezést mindig valamely ismert magasságu pontban kezdjük és közbelső felállással haladunk végig az egész hossz-szelvényen.

Ha a szintezést műszerrel végezzük, akkor a tereptöréspontoknak és a kereszt-szelvények helyének az alapponttól való távolságát külön kell mérnünk, míg libellás-léc használata esetén a hossz és szint-mérést egyszerre elvégezhetjük. Az adatok feljegyzésénél vigyáznunk kell az előjelekre: az emelkedés mindig pozitív, az esés pedig negatív.



A kereszt-szelvények műszerrel való felvétele esetén a műszert a kereszt-szelvénynek a hossz-szelvényen lévő, és végpontja között közepén állítjuk fel, először a hossz-szelvény-pontban felállított lécről, végzünk leolvasást, majd ugyanabból a műszerállásból sorban irányozzuk a kereszt-szelvényen kifelé egymásután következő pontokban felállított lécet.

A nyert leolvasásokból számítjuk a kereszt-szelvény-pontoknak a hossz-szelvény-pontra vonatkoztatott magasságát.

Végül meg kell még mérnünk az egyes kereszt-szelvénypontok közötti vízszintes távolságokat.

A mérési adatokról vázlatrajzot készítünk. A felvétel elkészítése és a pontok magasságának kiszámítása után következik a hossz- és kereszt-szelvények megrajzolása. Erre a célra jó milliméterpapírt használni.

A hossz-szelvény megrajzolásánál mindenképp előtte megválasztjuk az alappont képének helyét /I/ és ezen keresztül húzunk egy vízszintes egyenest, az u.n. alapvonalat. Az alapvonal magasságát úgy választjuk meg, hogy valamennyi tereppont fölötte helyezkedjék el. Ezután az alapponttól kiindulva felhordjuk az alapvonalra az egyes tereptöréspontok és a kereszt-szelvények kezdőpontjának vízszintes távolságát az alapponttól valamely kis méretarányban /1:1000, 1:2000, 1:5000/, majd az egyes pontokban állított merőlegesre felhordjuk az alapvonal és az illető pont magassága közti különbséget. Hogy a hajlás jobban legyen érzékelhető és a szerkesztéseket pontosabban lehessen elkészíteni, a magasságokat nem a vízszintes hosszak felrakására választott lépték szerint, hanem annak tízszeresében /1:100, stb./ hordjuk fel.

A szomszédos pontokat összekötve kapjuk a felmért terep hossz-szelvényét tízszeres torzításban.

A kereszt-szelvényeket ugyanígy szerkesztjük meg és azokat vagy a helyszinrajzban forgatjuk be a rajzlap síkjába, vagy a hossz-szelvénybe rajzoljuk be, beforgatva a hossz-szelvény síkjába.

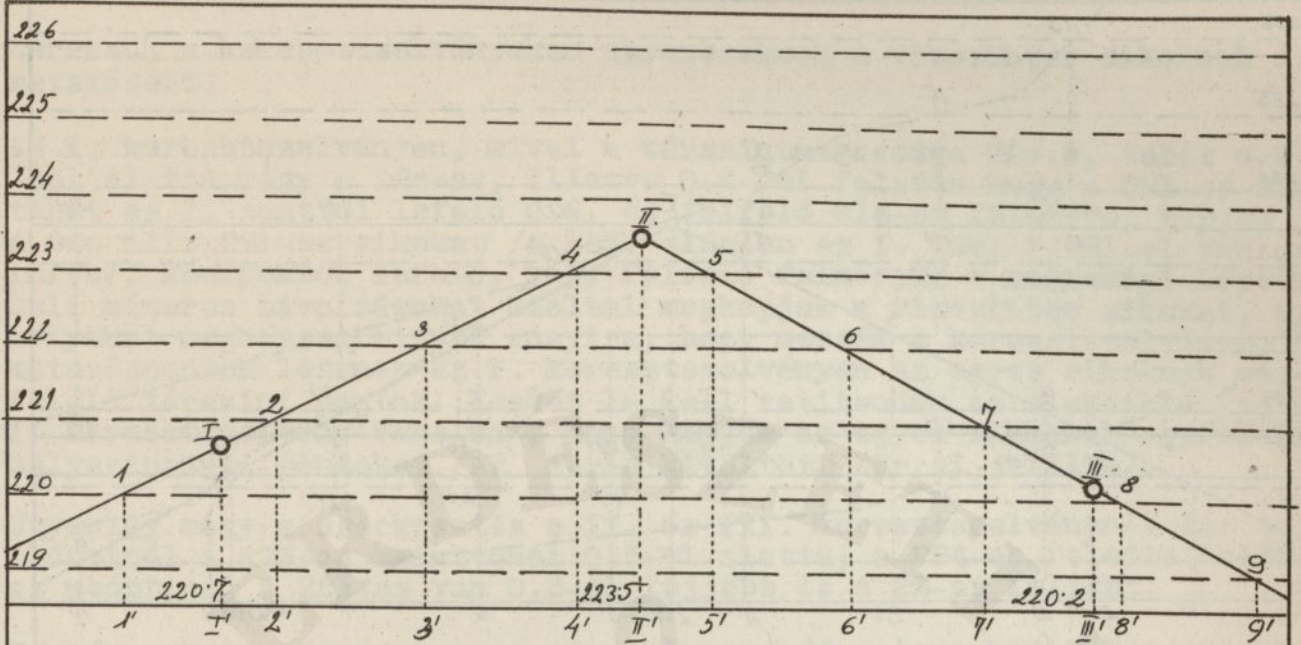
Ha a hossz-szelvényt, a helyszinrajzot és a kereszt-szelvényeket megrajzoltuk, ezek segítségével megszerkeszthetjük a rétegvonalakat. A rétegvonalak, vagy isohypsák nem mások, mint az egyenlő szintmagasságú pontokat összekötő vonalak. Céljuk az, hogy a térképen a terep domborzati viszonyairól áttekinthető képünk legyen. A terep domborzati viszonyait szerint sűrűbben, vagy ritkábban vesszük fel a rétegvonalakat, éspedig dombos és hegyvidéken 5-10 m-kint sík területen 1, ritkábban 1/2 méterenként.

A rétegvonalak szerkesztése a következő:

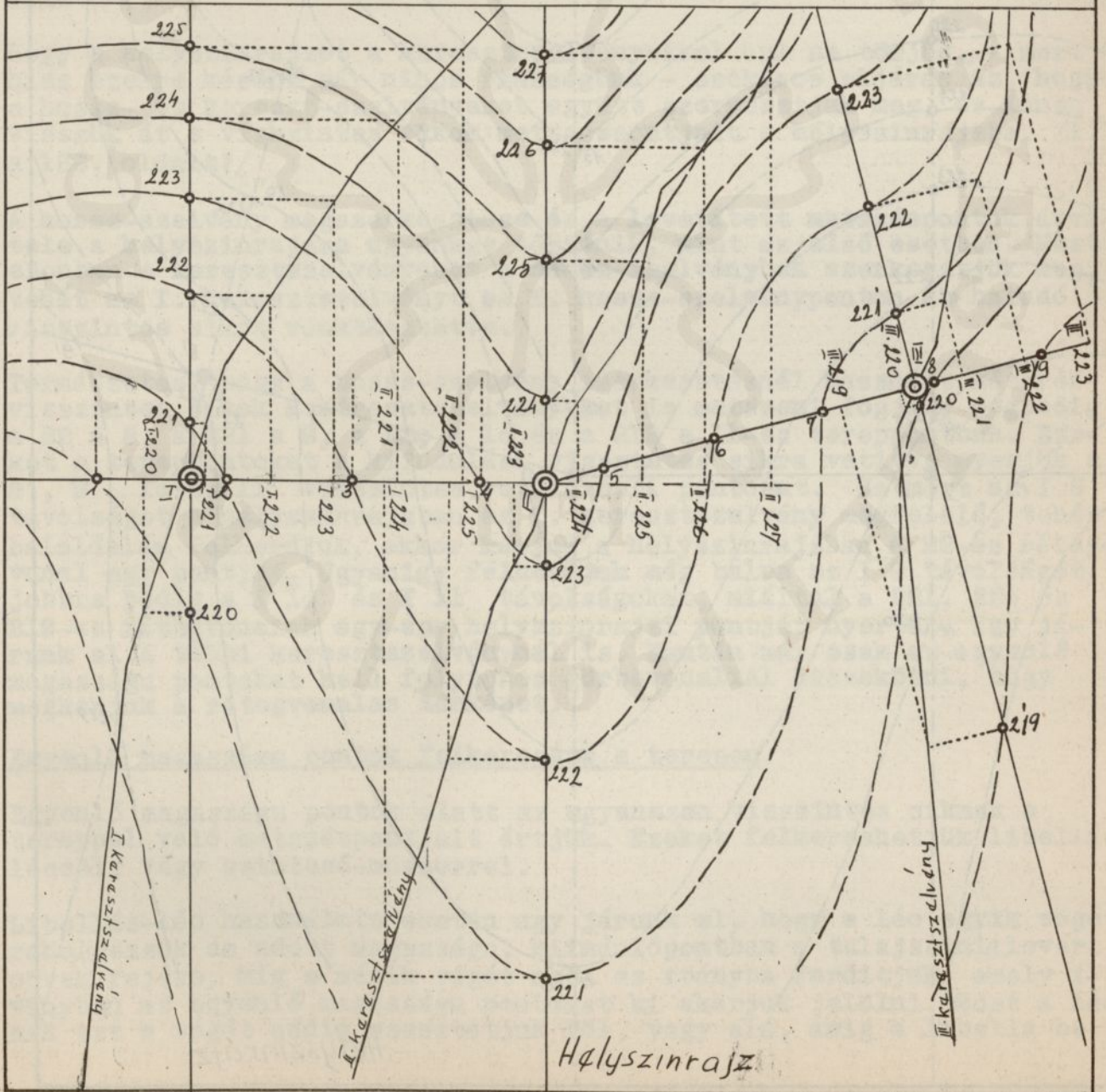
A hossz-szelvény, a helyszinrajz és a kereszt-szelvények megszerkesztése után először felkeressük a hossz-szelvény helyszinrajzi képén a méteres rétegvonal-pontokat, tehát azokat a pontokat, amelyekben a méteres vízszintes síkok metszik a hossz-szelvényt /Lásd az ábrákat./ Ezért a hossz-szelvényen magassági léptékben megrajzoljuk az 1 méteres távolságokat: 219, 220, 221, 222, 223...; Ezekből a pontokból meghúzzuk /az ábrákhoz szaggatott vonallal/ a méteres síkok nyomvonalát a hossz-szelvény síkján:

A 220-as sík metszi a hossz-szelvényt a 8. pontban, a 221-es sík az 1, 2 és 7. pontokban, a 222-es sík a 3, 6 pontokban, a 223-as sík a 4, 5 pontokban. A 224-es sík már nem metszi a hossz-szelvényt.

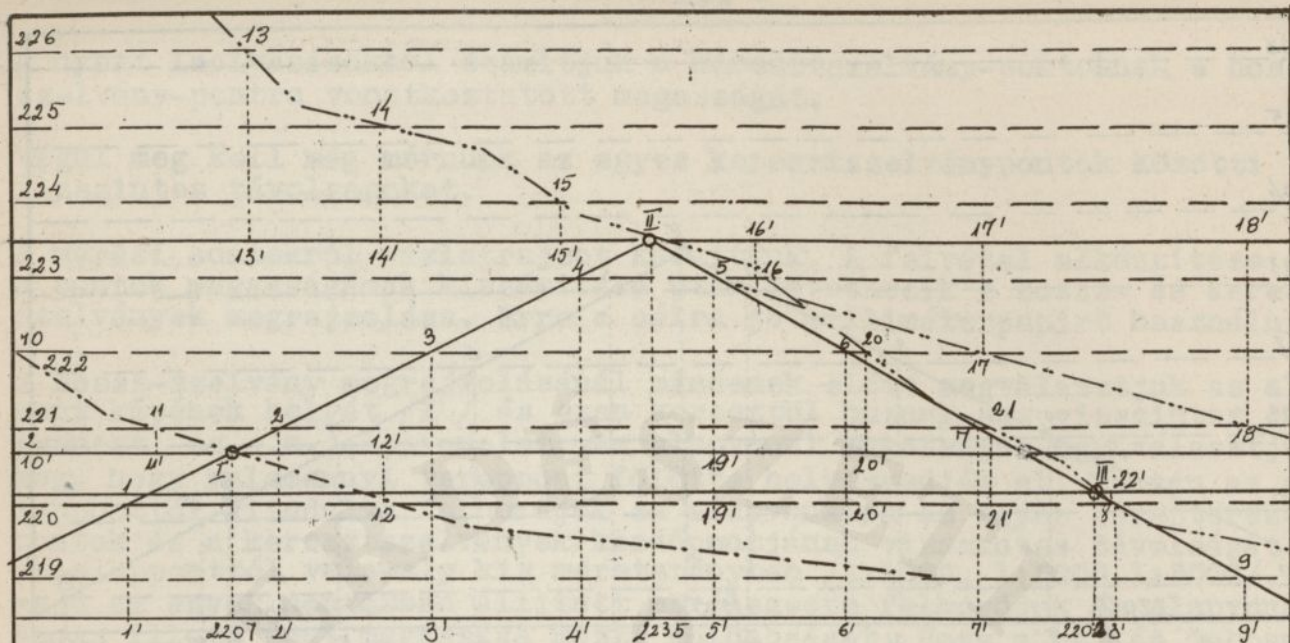
Most ezeket a térbeli pontokat levetítjük az alapsíkra, miáltal az 1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', és 8' pontokat nyerjük. A I 1' távolságot körzőbe vesszük és a helyszinrajzra felmérjük az I II hossz-szelvény helyszinrajzi vonalra: kapunk egy pontot, amelyen átmegy a 221-es rétegvonal a hossz-szelvényvonalon. Ugyanígy felmérve az I 2', I 3' és I 4' távolságokat, kapjuk a 221, 222, és 223-as rétegvonalaknak egy-egy pontját a hossz-szelvényvonalon. Ezután a II pontból mérjük fel a II 5', II 6', II 7' és II 8' távolságokat, miáltal a 223, 222, 221 és 220-as rétegvonalak egy-egy pontját nyerjük. Ezután fel-



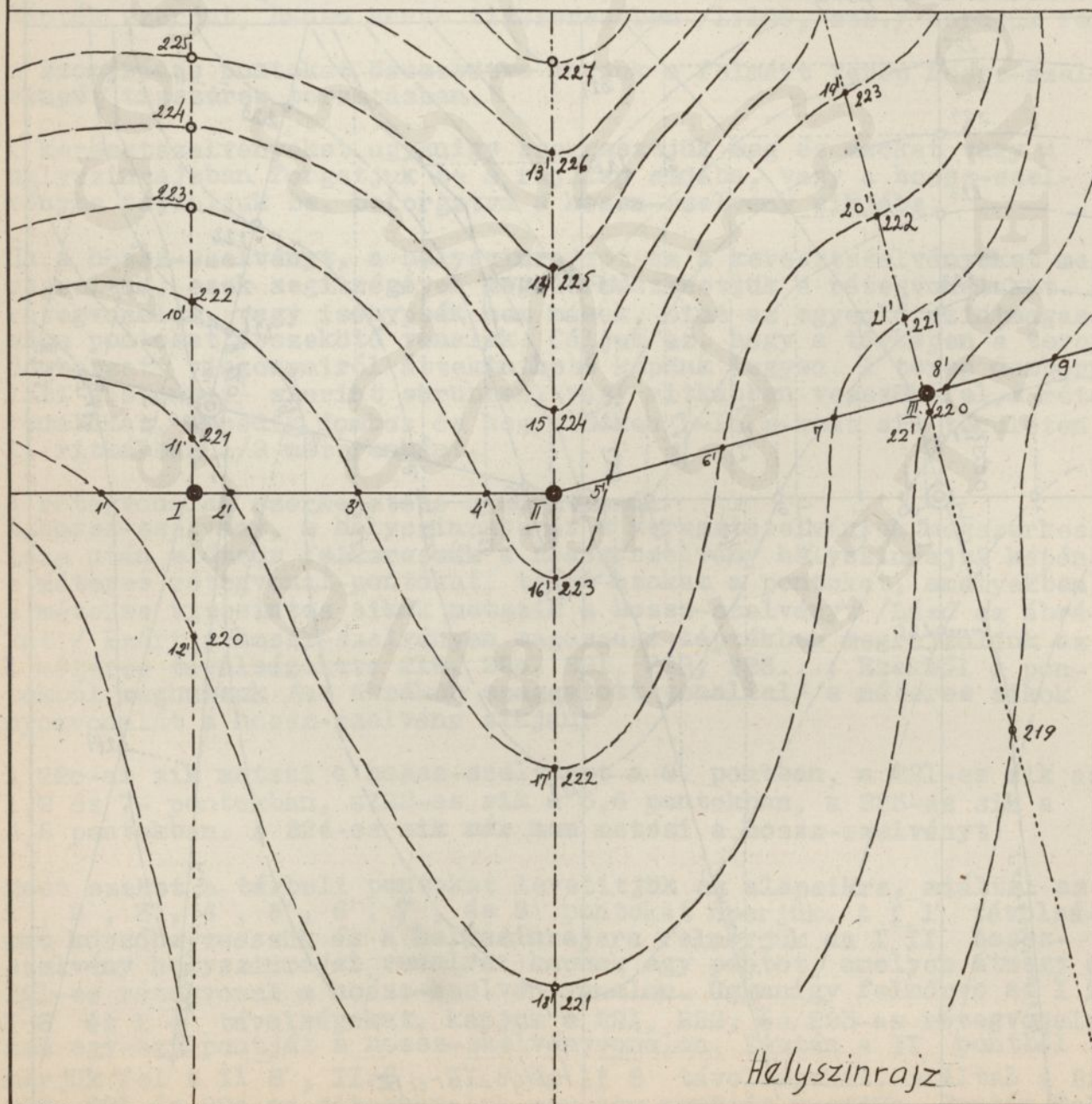
Hossz-szalvány



Helyszínrajz



Hossz- és keresztmetszvények



Helyszínrajz

keressük a keresztshelvényeken ugyanezeknek a vízshintes síkoknak a metszéseit.

Az I. keresztshelvényen, mivel a térszintmagassága 220.6, tehát 0.6 -del alatta megy a 220-as, illetve 0.4-del felette megy a 221-es sík, tehát az I. ponttól lefelé 0.6, és fölfelé 0.4-et fölmérve, kapjuk a 220 ill. 221-es síkokat /a 155. oldalon ez I. 220, I.221-el van jelölve/, amelyektől lefelé, vagy felfelé felmérjük a magassági-léptékbeli méteres távolságokat miáltal megkapjuk a vízshintes síkokat, amelyeket meghosszabbítunk annyira, hogy messék a keresztshelvényt. A metszéspontok lesznek az I. keresztshelvényen az egyes síkoknak megfelelő térszíni pontok. Ezeket le kell vetítenünk az alapsíkra /az I. keresztshelvény-vonalra/, hogy kapjuk az egyes síkoknak megfelelő helyszínrajzi pontokat /az ábrán kitöltött körrel jelölve/.

Ugyanígy megy a szerkesztés a II. és III. keresztshelvénynél is: az előbbinél a 223-as szintvonal 0.5-el alatta, a 224-es felette halad, az utóbbinál a 221-es van 0.5-el lejjebb és a 22-es feljebb.

Ezután a helyszínrajzban az egyenlő magasságu pontokat folytonos görbevonalakkal kötjük össze, és így megszerkesztettük a rétegvonalakat.

Hogy a helyszínrajzot a keresztshelvényekkel túl ne tömjük, - mert hisz ezekre később már nincs szükségünk - szokásos eljárás az, hogy a hossz- és kereszt-shelvényeket együtt szerkesztjük meg, és innen visszük át a vízshintes síkok metszéspontjait a helyszínrajzba. /1. a 156. oldalt!/

A hossz-shelvény megszerkesztése és a levetített metszéspontok átvitele a helyszínrajzra ugyanúgy történik, mint az első esetben. Most azonban a keresztshelvényeket a hossz-shelvényben szerkesztjük meg, tehát az I. keresztshelvényt az I. hossz-shelvénypontra át haladó vízshintes síkra vonatkoztatva.

Természetes, hogy a hossz-shelvény szerkesztésnél használt méteres vízshintes síkok a keresztshelvényeket is metszeni fogják, mégpedig a 22 a 8, a 221 a 9, a 220 a 10 és a 219 a 11-es tereppontban. Ezeket a tereppontokat a kiindulási vízshintes síkra vetítve nyerjük a 8', 9', 10' és 11' vízshintes vetületbeli pontokat. Ha most az I 8' távolságot a helyszínrajzban az I. keresztshelvény megfelelő, tehát baloldalán felhordjuk, akkor kapjuk a helyszínrajzban a 22-es rétegvonal egy pontját. Ugyanígy felhordjuk még balra az I 9' távolságot, jobbra pedig a I 10' és I 11' távolságokat, miáltal a 221, 220 és 219-es rétegvonalak egy-egy helyszínrajzi pontját nyertük. Így járunk el a többi keresztshelvénynél is. Ezután már csak az egyenlő magasságu pontokat kell folytonos görbevonallal összekötni, hogy megkapjuk a rétegvonalas térképet.

Egyenlő magasságu pontok felkeresése a terepen.

Egyenlő magasságu pontok alatt az ugyanazon vízshintes síknak a tereppel való metszéspontjait értjük. Ezeket felkereshetjük libellás léccel, vagy szintező-műszerrel.

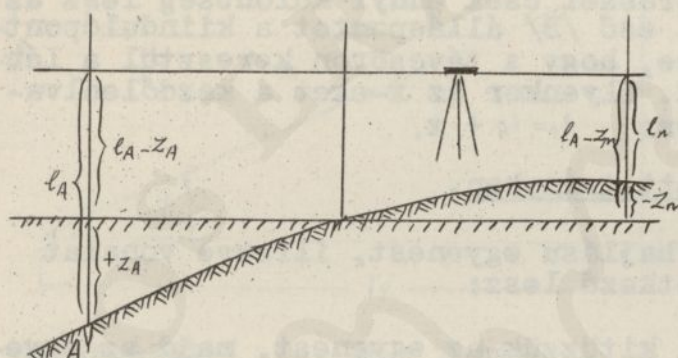
Libellás-léc használata esetén úgy járunk el, hogy a léc egyik végét ráhelyezzük az adott magasságu, kiindulópontban a talajsziniglevert cövek fejére, míg a másik végét abba az irányba fordítjuk, amely irányban az egyenlő magasságu pontokat ki akarjuk jelölni. Most a lécnek ezt a végét addig csusztatjuk föl, vagy alá, amíg a libella be

rint, amint a pont magasabban, vagy alacsonyabban van, mint a kiinduló pontunk. Így pl. az ábrán az 1. pont z_1 -el alacsonyabban a 2. pont pedig z_2 -vel magasabban van, mint az A pont. A magasságkülönbségeket számíthatjuk:

$$z_1 = l_1 - l_A$$

$$z_2 = l_2 - l_A$$

Az első esetben a z_1 pozitív az 1. pont mélyebben van, mint az A, itt tehát a térszint emelnünk kell, a második esetben a z_2 negatív tehát a 2. pont magasabban van, mint az A, tehát a térszint süllyeszteni kell. A kiszámított z értéket előjelével együtt az illető pontba vert karóra írják, amiről mindjárt tudja az előmunkás, hogy bevágásról, vagy töltésről van-e szó.

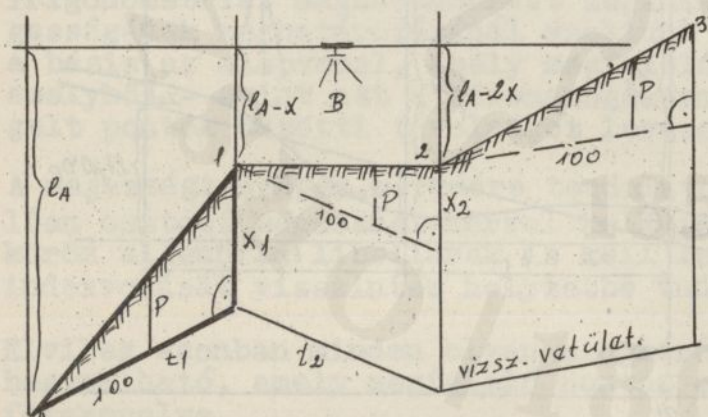


Előadódhatik az az eset is, amikor az adott A pontban is van bizonyos + vagy z érték, tehát már itt is van töltés, vagy bevágás. Ilyenkor nem l_A hanem $|l_A - z_A|$ értékkel kell tovább mennünk, tehát olyan lécleolvasással, mintha azt a töltésre illetve a bevágásba állítottuk volna fel. Ebben az esetben a karókra írandó z -érték:

$$z_n = l_n - |l_A - z_A|$$

Adott hajlásu vonalak felkeresése:

A feladat ebben az esetben olyan talajfelszíni pontok felkeresése, amelyek között az összekötő vonal a talaj színén bizonyos adott p százalékkal emelkedik, vagy süllyed.



Erre a célra nagyon jól alkalmazható a Bose-féle függő-műszer - ha azonban pontos eredményre van szükségünk, akkor szintező-műszert használunk.

Legyen A a kitűzendő vonal kiindulópontja, megadott hajlása pedig $p = 5\%$. Műszerünkkel a kitűzendő vonalon kívül, az A pontnál 2-3 méterrel magasabban fekvő B pontban állunk fel. Ezután leolvasást végzünk a műszerrel az A pontban felállított lécről.

Majd megál apítjuk azt a távolságot, amelyre az egyes pontokat ki akarjuk jelölni /10-20 méter/, s kiszámítjuk az ezen távolságnak és az adott p esésnek megfelelő x értéket:

$$x = t \cdot 0.0p$$

a tuloldali rajzon vastagon kihuzott háromszög alapján.

Ha tehát $t = 20$ m és $p = 5\%$, akkor

$$x = 20 \times 0.05 = 1 \text{ m.}$$

Most erős zsinórt kötünk az "A" pont karójára, majd attól "t" távolságban rákötjük a lécz aljára is.

Abban az esetben, ha "t" hosszúságú zsinórt használunk, az A pont karójára "x" magasságban kell azt megerősítenünk és vigyáznunk kell arra, hogy mérés közben vízszintes helyzetben legyen; ha viszont ferde

távolsággal dolgozunk, akkor az A pontban a föld színén erősítjük meg, és

$$t_l = \sqrt{x^2 + t_v^2} = \sqrt{t_v \cdot \text{o.op} / 2 + t_v^2} = t_v \sqrt{1 + \text{o.op}^2}$$

távolságban erősítjük rá a léceket.

Ezután a léceket a kifeszített zsinórral, mint sugárral elforgatjuk az A pont, mint középpont körül mindaddig, meg nem találjuk azt a tereppontot, amelyben a lécleolvasás: $l_1 = l_A - x$

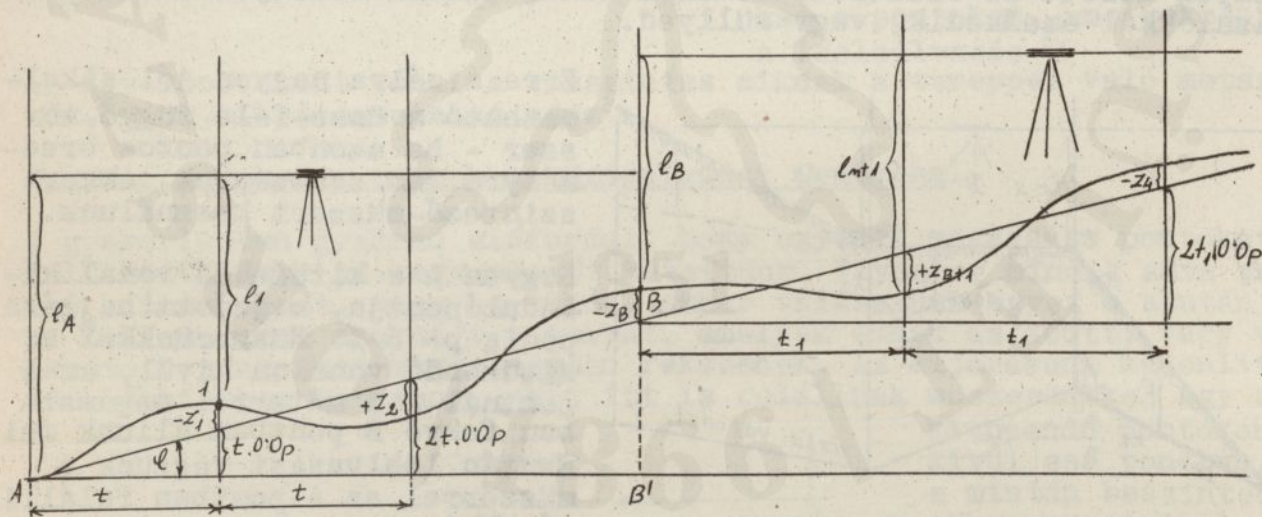
Ugyanígy határozzuk meg a következő /2./ pont helyét is, csak hogy itt a lécleolvasás a 2 t-nek megfelelően: $l_2 = l_A - 2x$ lesz. Így haladunk végig a terepen, s ezáltal kitűzünk egy p emelkedésű térbeli sokszög-vonalat.

Ha felülről lefelé haladunk a méréssel csak annyi különbség lesz az eljárásban, hogy a vonalon kívül eső /B/ álláspontot a kiindulópontnál annnyival választjuk mélyebbre, hogy a távcsövön keresztül a lécről még leolvasást végezhessünk. Ilyenkor az x-eket a kezdőleolvasáshoz hozzá kell adni, tehát lesz $l_1 = l_A + x_1$

Adott hajlású vonal kitűzése adott irányban.

Ha adott irányban kell az adott hajlású egyenest, illetve vonalat kitűzni, akkor eljárásunk a következő lesz:

Az adott irányban kitűzőrudakkal kitűzzük az egyenest, majd az egyenesben a kezdőponttól és egymástól is t távolságra covekeket verünk a földbe. Ezután felállunk a műszerrel az egyenesen kívül és leolvassuk a kiinduló-pontban állított lécről /A-ban l_A /, majd minden pontba felállítjuk a léceket és leolvassuk az $l_1, l_2, l_3 \dots l_n$ értékeket.



Akkor pl. az első pontra nézve:

$$l_A = l_1 - z_1 + t \cdot \text{o.op}$$

ahonnan $z_1 = l_1 + t \cdot \text{o.op} - l_A$

Ha z előjele: /-/, akkor abban a pontban z értéknek megfelelő mélységig ki kell ásni a földet, míg ha /+/- az előjel, akkor fel kell tölteni. Képletünk általános alakja lesz:

$$z_n = l_n + n \cdot t \cdot \text{o.op} - l_A$$

Ha a következő álláspontban /B/ kiindulási B pontnál már számolnunk kell egy adott z_B értékkel, akkor a következő pontokra vonatkozólag előbbi képletünk módosul, és pedig:

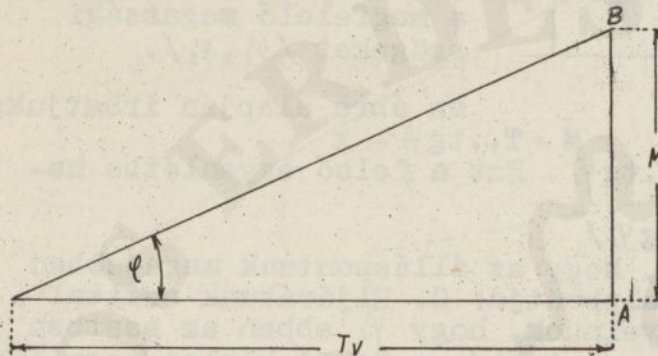
$$z_{n+1} = t \cdot \text{o.op} + z_B + l_{n+1} - l_B$$

alakra, amelyet mindaddig használunk, amíg más állásba nem vesszük a műszert.

Adott hajlású sík kitűzése.

Adott tereprészen adott ponton át adott hajlású síkot úgy tűzünk ki, hogy a ponton át kitűzzük a sík esésvonalát /lásd adott hajlású egyenes kitűzését adott irányban/ és erre merőleges irányban egyenlő magasságu pontokat tűzünk ki. E pontokat karóval rögzítjük, amely karóra ráírjuk a megfelelő z értéket előjelükkel.

A trigonometriai magasságmérés.



A magasságmérésnek ennél a módjánál egy olyan függőleges síkbeli háromszöggel dolgozunk, amelynek egyik befogója vízszintes, a másik pedig függőleges.

Ebben a háromszögben megmérjük az egyik oldalt, vagyis a vízszintes távolságot és a rajta fekvő hegyesszöget, s ezek alapján számíthatjuk

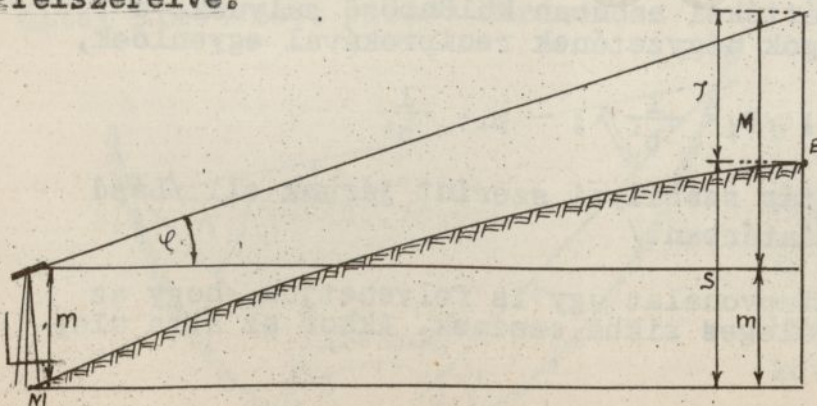
a magasságot: $M = T \operatorname{tg} \varphi$

Ezt az eljárást főként akkor alkalmazzuk, ha valamely távoli pont magasságát az előbbinél gyorsabban akarjuk meghatározni. A megmérendő vonalat alapvonalnak nevezzük, miután a további oldalak hosszának számítására kiinduló-alapul szolgál. Az eredmény pontossága függ az alapvonal hosszától, a hossz mérés pontosságától és a magassági-szög φ nagyságától.

Trigonometriai magasságmérést leginkább háromszögelési pontok magasságának meghatározásánál szoktunk alkalmazni, s ebben az esetben a bázis az alapvonal, amely megfelelő pontossággal van megmérve és amelyből - amint azt a háromszögelésnél láttuk - az egyes háromszögelte pontok közötti távolságot levezetjük.

A magassági-szögek mérésére teodolitot használunk, amelynek megfelelően osztott magassági-körrel kell felszerelve lennie. A magassági-körön ellenőrző libellának is kell lennie, hogy az osztás $0-180^\circ$ -os indexvonalását vízszintes helyzetbe tudjuk hozni.

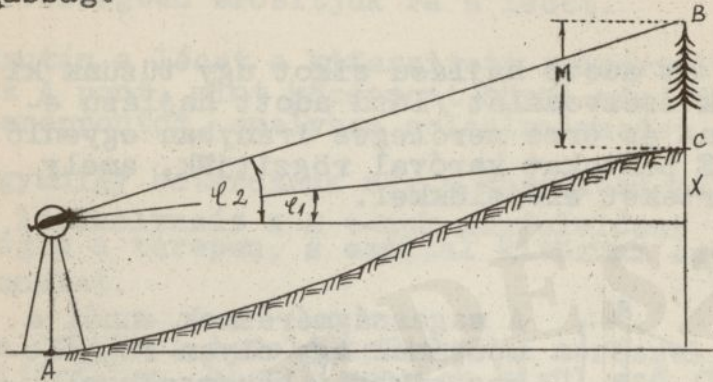
Elvileg azonban minden olyan szögmérő műszer /tehát busszola is/ használható, amely megfelelő pontos osztású magassági-körrel van felszerelve.



A trigonometriai magasságmérés a legkülönbözőbb viszonyok között jöhet alkalmazásba. Nézzünk egy-két gyakoribb esetet!

Meghatározandó A és B pont szintkülönbsége. Az ábra alapján felírható: $S + I = m + M$
 $S = m + M - I$

de $M = T_v \cdot \operatorname{tg} \varphi$, s így: $S = T_v \cdot \operatorname{tg} \varphi + m - I$
 ahol S a szintkülönbség, T_v a két pont közötti vízszintes távolság,
 φ a mért hajlásszög, m a műszermagasság, I pedig az irányzási ma-
 gasság.



Egy függőleges tárgy /fa, vagy torony, stb./ magasságát a következőképpen határozhatjuk meg, ha a T_v közvetlenül mérhető: Felállunk a műszerrel A pontban és megirányozva B és C pontokat megmérjük a megfelelő magassági szögeket φ_1, φ_2 .

Az ábra alapján írhatjuk:

$M + x = T_v \cdot \operatorname{tg} \varphi_2$ s innen $M = T_v \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 - x$
 De ugyancsak az ábrából: $x = T_v \cdot \operatorname{tg} \varphi_1$. Ezt a felső egyenletbe helyettesítve:

$$M = T_v / \operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1 /$$

Ennél a feladatnál előfordulhat, hogy az álláspontunk magasabban van, mint a keresett magasság talppontja: C. Eljárásunk ezáltal nem változik, csak arra kell ügyelnünk, hogy φ_1 ebben az esetben $/-/$ előjelű, s miután $\operatorname{tg} /-\varphi / = -\operatorname{tg} \varphi$, a fenti képlet megváltozik, s lesz:

$$M = T_v / \operatorname{tg} \varphi_2 + \operatorname{tg} \varphi_1 /$$

Az eddig tárgyalt méréseket akkor végezhetjük gazdaságosan, ha a háromszögelési háló már ki van egyenlítve s így a T_v ismeretes.

Más lesz a megoldás abban az esetben, ha nincs háromszögelési hálónk, s így a T_v -t nem ismerjük.

Ilyenkor választunk egy alapvonalat /b/, megmérjük annak hosszát, majd mindkét végpontjában felállunk a műszerrel, megmérjük az ω_1 és ω_2 szögeket, továbbá a magassági körről leolvassuk a φ_1, φ_2 és φ_3 szögeket.

Az ABC' háromszögből a mért b távolság, valamint ω_1 és ω_2 szögek segítségével számíthatjuk az "a" és "c" távolságokat. Ezután a c és φ_1 segítségével S_{AB} szintkülönbséget, b és φ_2 segítségével S_{AC} szintkülönbséget végül a és φ_3 segítségével S_{CB} szintkülönbséget számíthatjuk. Az S_{AB} , S_{AC} és S_{CB} egy zárt menetet alkot, tehát ki lehet egyenlíteni. Felírjuk a feltételi egyenletet:

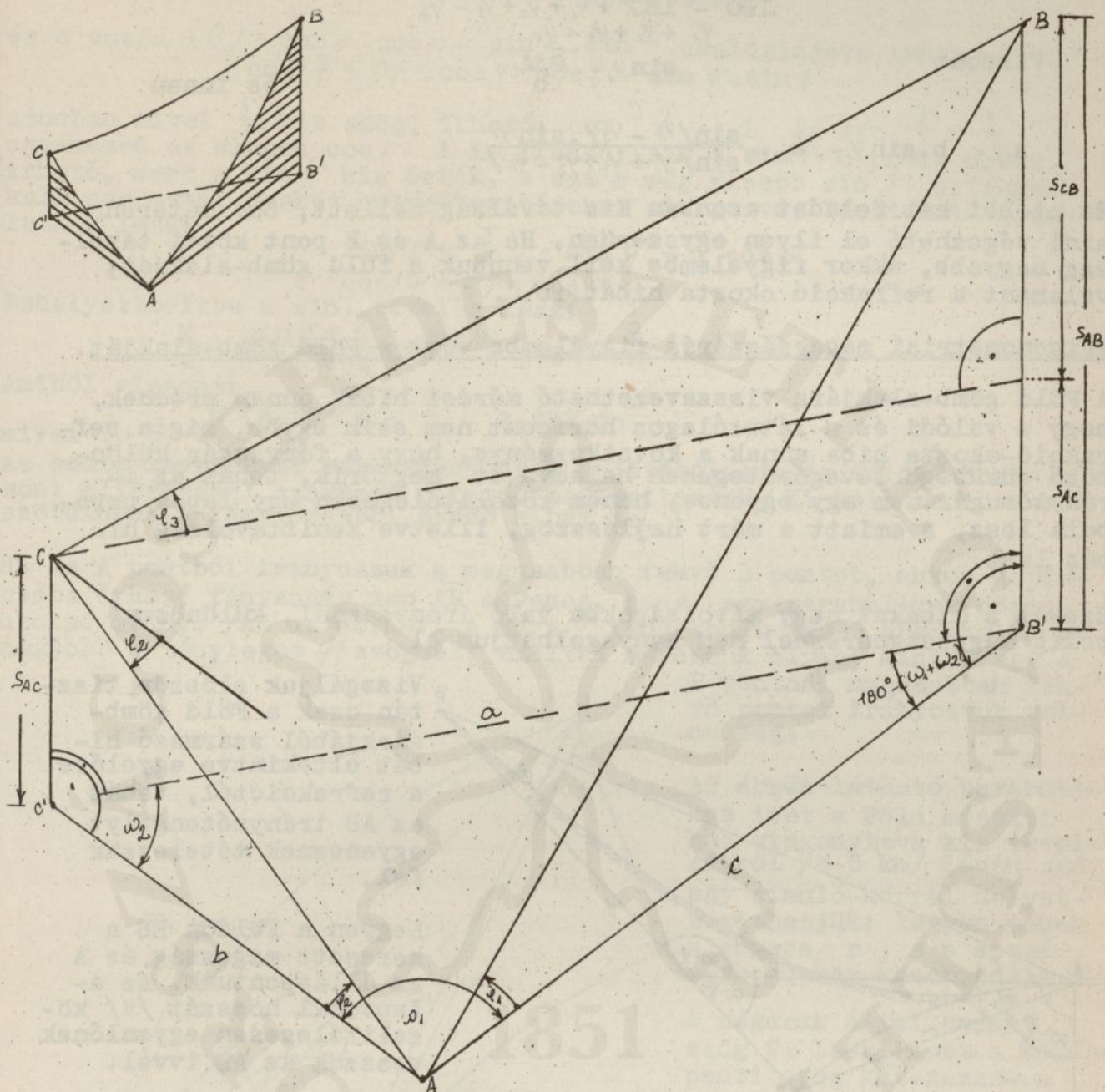
$$S_{CA} + S_{AB} + S_{BC} = 0 = l$$

Az egyes szintkülönbségek értékei azonban különböző súlyúak: a súlyok a megfelelő távolságok négyzetének reciprokával egyenlők, tehát:

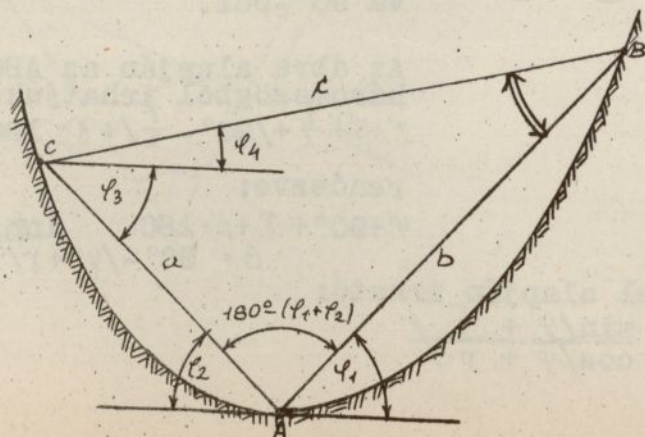
$$p_a = \frac{1}{a^2} ; p_b = \frac{1}{b^2} ; p_c = \frac{1}{c^2}$$

A továbbiakban a hibaszámítás szabályai szerint járunk el. /Lásd a kidolgozott példát a példatárban./

Erősen lejtős terepen az alapvonalat úgy is felvehetjük, hogy az A, B és C pontok egy függőleges síkba essenek. Akkor az ábra alapján felírhatjuk:



Megjegyzés: a bal felső sarokban elhelyezett rajz a terepnek az ABC' vízszintes, továbbá az AB'B, AC'C és a CC'B'B függőleges síkok által kimetszett részét ábrázolja./



$$b = a \cdot \frac{\sin / \varphi_4 - \varphi_3 /}{\sin / \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 - \varphi_4 /}$$

Vigyázni kell a φ előjelére: a φ_3 negatív előjelű, tehát tulajdonképpen: $-/-\varphi_3/$, a nevezőben pedig $+/-\varphi_3/$. Ugyanis a B-nél lévő szöveget a következőképpen kapjuk:

De $\sin / \alpha + \beta / = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$ analógiájára írhatjuk:

$$\sin / \varphi' + \frac{\tilde{r}}{2} / = \sin \varphi' \cdot \cos \frac{\tilde{r}}{2} + \cos \varphi' \cdot \sin \frac{\tilde{r}}{2}$$

és a $\cos / \alpha + \beta / = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$ analógiájára írhatjuk:

$$\cos / \varphi' + \tilde{r} / = \cos \varphi' \cdot \cos \tilde{r} - \sin \varphi' \cdot \sin \tilde{r}$$

azonban mivel $\frac{\tilde{r}}{2}$ kis szög, írható: $\cos \frac{\tilde{r}}{2} = 1$ és $\sin \frac{\tilde{r}}{2} = \frac{\tilde{r}}{2}$
ugyanezen az alapon $\cos \tilde{r} = 1$ is írható; $\sin \varphi' \cdot \sin \tilde{r} = 0$ pedig azért írható, mert a $\sin \varphi'$ kis érték, s ezt a még kisebb $\sin \tilde{r}$ értékkel kell szorozni. Ezeket helyettesítések elvégezve, fenti két egyenletünk lesz:

$$\sin / \varphi' + \frac{\tilde{r}}{2} / = \sin \varphi' + \frac{\tilde{r}}{2} \cos \varphi'$$

$$\cos / \varphi' + \tilde{r} / = \cos \varphi'$$

Behelyettesítve a $\sin$ -tételbe lesz:

$$\frac{M}{a} = \frac{\sin \varphi' + \frac{\tilde{r}}{2} \cdot \cos \varphi'}{\cos \varphi'} = \operatorname{tg} \varphi' + \frac{\tilde{r}}{2}$$

Amiből viszont:

$$M = a \cdot \operatorname{tg} \varphi' + a \cdot \frac{\tilde{r}}{2} = a \cdot \operatorname{tg} \varphi' + \frac{a^2}{2\tilde{r}}$$

mivel $\tilde{r} = \frac{a^2}{r}$

Az eddig levezetett magasságot csak a látszólagos és valódi horizont eltéréséből származó hibától mentesítettük. Ki kell azonban küszöbölnünk a fénytörésből eredő hibát is.

Ha az A pontból irányozzuk a magasabban fekvő B pontot, akkor a távcsőbe érkező fénysugár nem $\overline{AB}$ egyenes, hanem egy parabolikus görbe utolsó iránya $\overline{AB'}$ az ábrán/. A mért φ szög tehát egy σ értékkel lesz nagyobb a tényleges φ' szögnél; ezáltal mérésünk olyan, mintha egy a

B pontnál magasabban fekvő pontot irányoztuk volna meg.

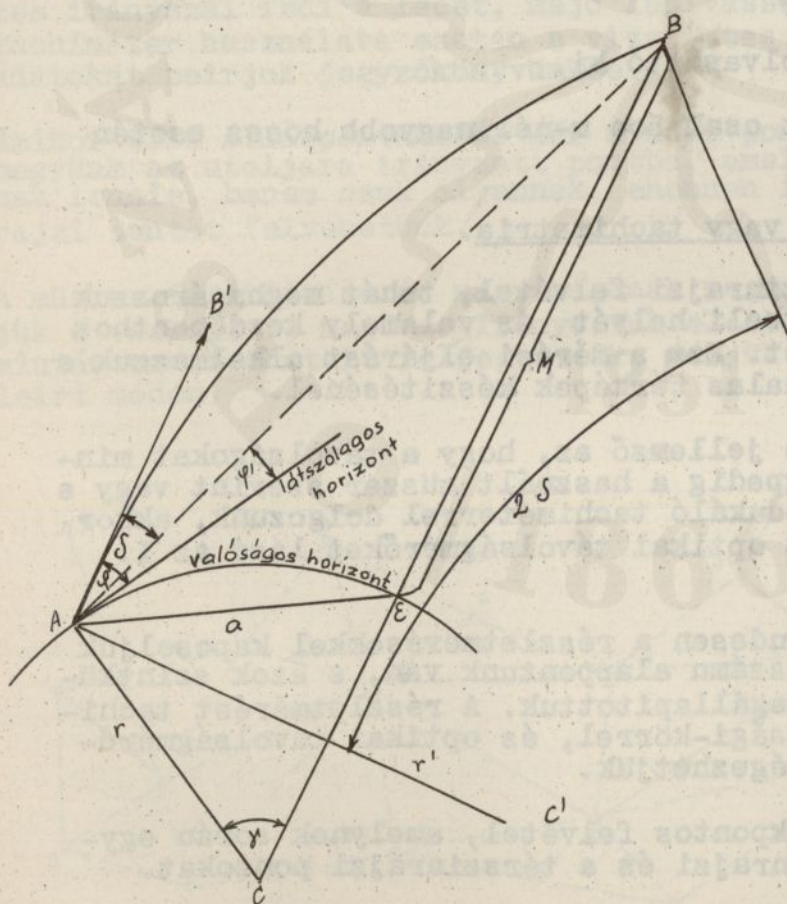
Az ábrán látható parabolikus ívet a Föld méreteihez viszonyítva kis távolságról /4-5 km/ lévén szó, egy simuló-körrel helyettesíthetjük; legyen ennek a sugara $= r'$, s a hozzá tartozó kör-középpontja C' .

A sugarak által bezárt szög 2σ lesz, mert a középponti szög kétszerese a húr és érintő közötti szögnek.

A Föld sugara $/r/$, valamint az irányzást helyettesítő ív sugara $/r'/$ között a következő összefüggés áll fenn:

$$r = k r'$$

hol "k" egy állandó, melynek Gauss által meghatározott értéke: 0.1306, s a fénytörés együtthatójának nevezzük. A "k" értéke függ a szélességi foktól,



a magassági fekvéstől, a légnyomástól, a levegő hőmérsékletétől, a levegő páratartalmától és főképen a levegőben lévő porszemcskék mennyiségétől. A Gauss által meghatározott érték egy átlagos érték, amely a mi viszonyainknak is megfelel. Pontosabb méréseknél, vagy nagyobb távolságok esetén a "k" értékét külön kell meghatároznunk. A fenti egyenlet így is írható:

$$\frac{1}{r'} = k \cdot \frac{1}{r}$$

De nagy távolság esetén vehetjük azt, hogy

$$\overline{AB} \approx \overline{AE} \approx a$$

Ezután σ -t kifejezve, mivel $2\sigma \cdot \frac{a}{r'}$, lesz:

$$\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{r'} = \frac{k}{2} \cdot \frac{a}{r}$$

Viszont

$$\varphi' = \varphi - \sigma = \varphi - \frac{k}{2} \cdot \frac{a}{r}$$

s így

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \varphi - \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot k}{r}$$

vagy mivel az $\frac{a \cdot k}{2r}$ kis érték, írható ilyen alakban is:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \operatorname{tg} \varphi - \frac{a \cdot k}{2r}$$

$\operatorname{tg} \varphi'$ -nek ezt az értékét behelyettesítve az előzőekben levezetett

$M = a \cdot \operatorname{tg} \varphi' + \frac{a^2}{2r}$ egyenletébe lesz:

$$M = a \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{a^2 k}{2r} + \frac{a^2}{2r}$$

másképen: $M = a \cdot \operatorname{tg} \varphi + \frac{1-k}{2} \cdot \frac{a^2}{r}$

Avagy

Az $\frac{1-k}{2r}$ tényező táblázatból olvasható ki.

A most tárgyalt korrekciókat csak 500 m-nél nagyobb hossz esetén kell alkalmazni.

A vegyes felvételi eljárás, vagy tachimetria.

A tachimetria tér- és helyszinrajzi felvétel, tehát meghatározzuk a pontos vízszintes vetületbeli helyét és valamely kezdőponthoz viszonyított szintkülönbségét. Ezt a mérési eljárást alkalmazzuk a topográfiai illetve rétegvonalas térképek készítésénél.

A tachimetrikus felvételekre jellemző az, hogy a távolságokat mindig optikai úton mérjük, mégpedig a használt műszer szerint vagy a ferde távolságot, vagy ha redukáló tachiméterrel dolgozunk, akkor a vízszintes távolságot. /Az optikai távolságmérőket lásd az I. részben./

A tachimetrikus felvételt rendszeren a részletmérésekkel kapcsoljuk össze, amikor már megfelelő-számu alappontunk van, s azok szintkülönbségét már szintezéssel megállapítottuk. A részletmérést tachiméterrel, vagy bármely magassági-körrel, és optikai távolságmérővel felszerelt műszerrel elvégezhetjük.

A tachimetrikus felvétel sarkpontos felvétel, amelynek során egyszerre vesszük fel a helyszinrajzi és a térszinrajzi pontokat.

Helyszinrajzi pontok a tereptárgyak, épületek sarkpontjai, patakok, határvonalak töréspontjai, míg térszinrajzi pontok a terepalakulatok jellemző pontjai, amelyeknek segítségével a rétegvonalakat meg

tudjuk szerkeszteni. Számukat a megkívánt pontosság határozza meg: egyenletes terepen kevesebb, míg hullámos, erősen tagolt terepen több pontot kell felvennünk.

Igen nagy gondot kell fordítanunk a felvételi vázrajznak pontos és áttekinthető elkészítésére, mert a jó vázrajz nagyon megkönnyíti a térkép megszerkesztését. Célszerű már a vázrajzot is nagyjából egy bizonyos méretarány szerint készíteni, s az egyes pontokat megszámozni.

A mért adatok feljegyzésére szolgáló jegyzőkönyv mintáját az I. részben, a tachimétereknél már bemutattuk.

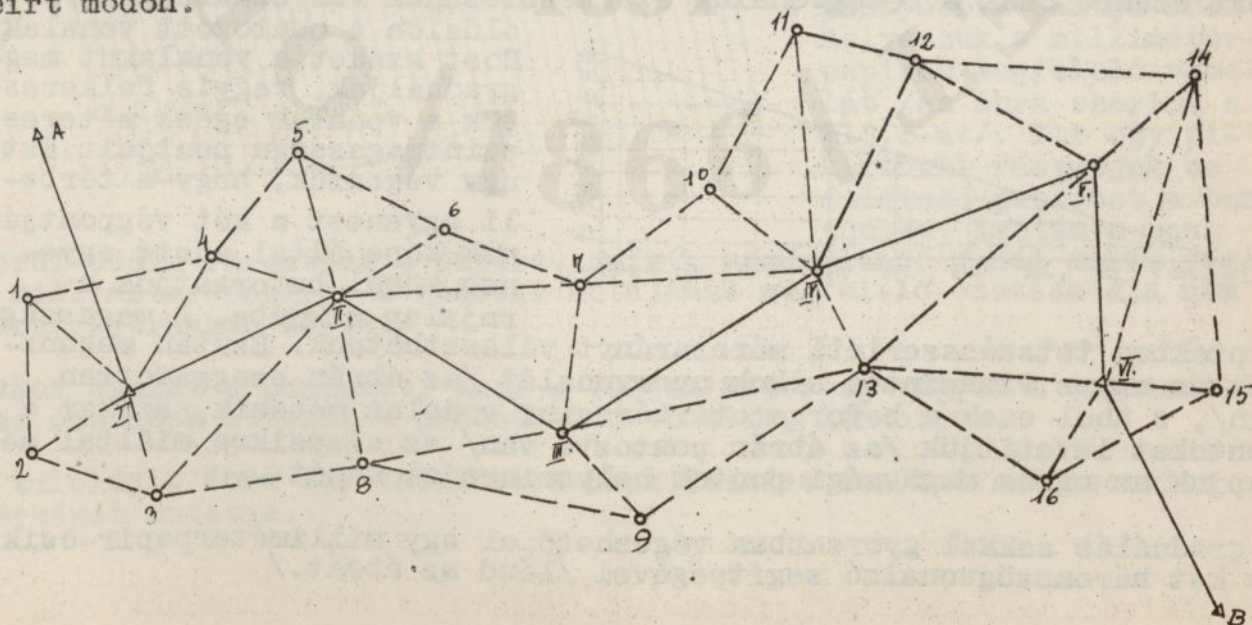
A felvétel eljárása a következő: műszerünkkel felállunk az előre megállapított és már ismert alappontban és elkészítjük a felveendő pontokról a vázrajzot. Ezután megmérjük a műszer vízszintes tengelyének magasságát a talaj felszíne felett /a műszermagasság/ és feljegyezzük azt a jegyzőkönyv megfelelő rovatába. /A műszermagasságot minden álláspontban meg kell mérni./

Ezután meghatározzuk egy ismert irányértékét az I. leolvasóberendezésen végzett teljes leolvasással: ez lesz a felhordásnál a tájékozási irányunk.

Most a léceket elküldjük sorba a vázrajzon felvett pontokba, s mérjük az egyes pontok felé menő irányértékeket. A leolvasást elég csak egy leolvasókészüléken /nóniuszon/ elvégezni. Ezután a lécről leolvaszuk az I irányzási magasságot, vagyis azt az értéket, ahol a vízszintes irányszál fedi a léceket, majd leolvassuk a ferde, vagy redukáló tachiméter használata esetén a vízszintes távolságot. Mindezeket az adatokat beírjuk jegyzőkönyvünkbe.

Amikor első álláspontunkból már minden pontot felvettünk, akkor átmegyünk az utoljára irányzott pontba, amelynek már nem kell alappontnak lennie, hanem csak olyannak, ahonnan ismét több hely- és térszínrajzi pontot felvehetünk.

A műszer felállítása és magasságának megmérése után ismét elkészítjük a vázrajzot, majd megirányozzuk előbbi álláspontunkat, s csak miután ennek adatait feljegyeztük, mérjük a többi pontot az előbb leírt módon.



A mérés tehát egy sokszög vezetéséből áll, amelynek egyes pontjaiból a részletpontokat sarkpontos felvétellel határozzuk meg. Így haladunk végig az egész terepen, és utoljára a sokszögünket ismét egy alappont-hoz kapcsoljuk.

Ezzel a külső munkánk befejezést is nyert, következik az adatok feldolgozása, vagyis a rétegvonalas térkép megszerkesztése.

Először is a jegyzőkönyv hiányzó adatait kell kitöltenünk. Így ha a hosszakat Reichenbach-féle távolságmérővel mértük, vagy prizmás távolságmérőt használtunk, akkor a ferde hosszakat vízszintesre kell redukálnunk az I. részben tárgyaltak szerint. /Reichenbachnál:
 $T_r = T_f \cdot \cos \varphi + a \cdot \cos \varphi$ / A redukálást táblázat, vagy redukálóléc segítségével végezzük.

/A jegyzőkönyvben mindig fel kell tüntetnünk a lejtyszöget és annak előjelét, hogy a szintkülönbségeket számíthassuk./

A szintkülönbség lesz: /Reichenbach féle távolságmérő alkalmazásánál/

$$S = \frac{1}{2} T_f \cdot \sin 2\varphi + a \cdot \sin \varphi + /m - I/ \div$$

$$\div /T_f + a/ \cdot \frac{\sin 2\varphi}{2} + /m - I/,$$

vagy /párhuzamos távolságmérőknél/

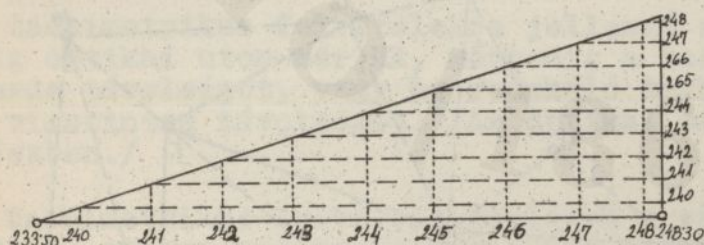
$$S = T_r \cdot \operatorname{tg} \varphi + /m - I/$$

A számítást itt is táblázatok segítségével végezzük.

A kiszámított adatok alapján kitöltve a jegyzőkönyv üres rovatait, a számítást befejeztük, s most következik a mért adatok alapján a térkép megszerkesztése.

A felhordást az alaptérképen már meglévő alappontokból kiindulólág végezzük a vázrajz alapján úgy, hogy megrajzoljuk az egyes irányértékeket és ezekre felmérjük a vízszintes távolságokat, tehát teljesen a mérési adatok megszerkesztésénél tanultak szerint járunk el.

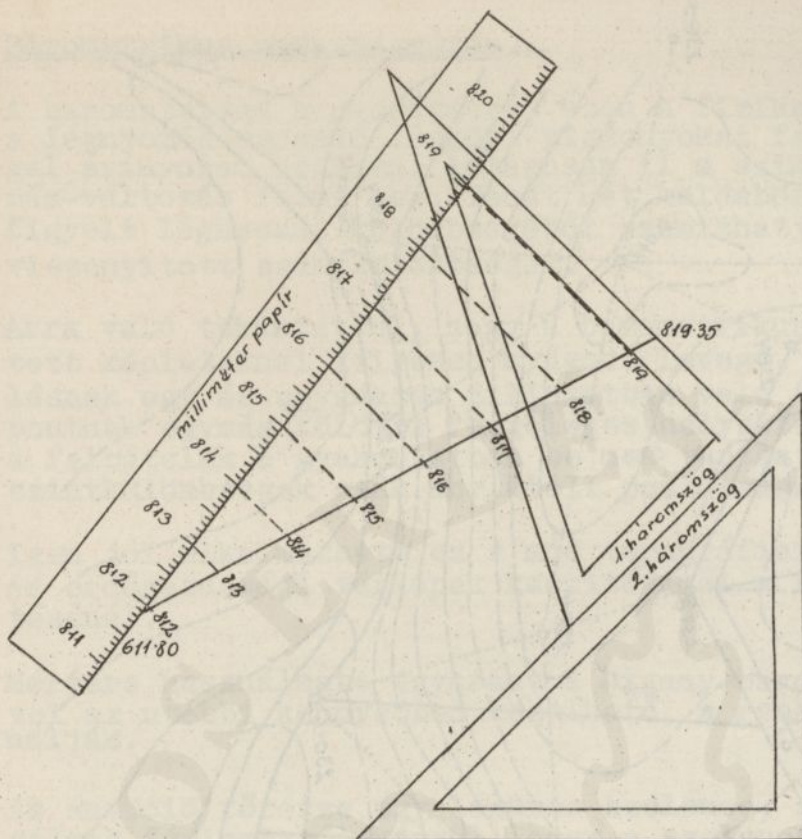
Ezután kihúzzuk a helyszinrajzi vonalakat, s egyben minden ponthoz odairjuk a megfelelő magassági kótát is. Majd a térszinrajzi pontok közül az egyenlő lejtésű síkban lévő pontokat összekötjük írónnal, mert ezekre csak a rétegvonalak szerkesztésénél van szükségünk /l7o.



oldalán a pontozott vonalak. Most ezeket a vonalakat megrgraduáljuk, vagyis felkeressük a vonalak egész méteres szintmagasságu pontjait. Ezt úgy végezzük, hogy a térbeli egyenest a két végpontjának képe által adott egyenes körül beforgatjuk a rajzlap síkjába. A magassági

léptékben tetszésszerinti méretarányt választhatunk. Ezután meghúzzuk az egyes vízszintes síkok nyomvonalát /az ábrán szaggatottan van/, s ahol ezek a beforgatott térszíni vonalat metszik, azokat a pontokat levetítjük /az ábrán pontozva van/ az alapsíkra miáltal megkapjuk az egyes magassági pontok helyszinrajzi képét.

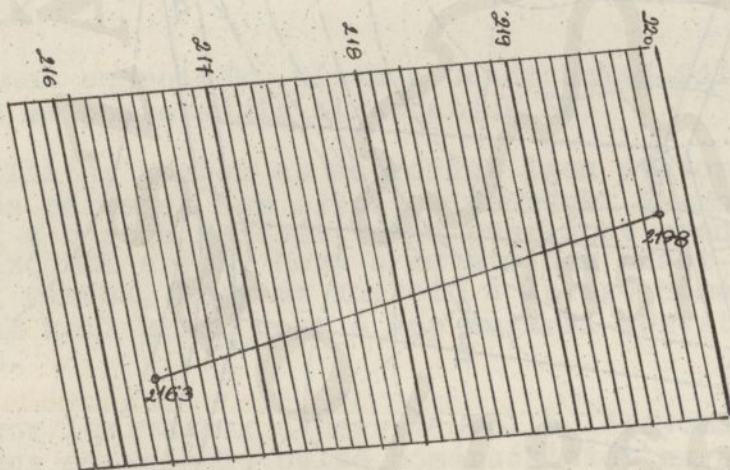
A graduálás sokkal gyorsabban végezhető el egy milliméterpapir-csik és két háromszögvonalzó segítségével /lásd az ábrát./



Ezáltal ugyanis kiküszöböljük a rajzolást és az osztogatást.

Az eljárás a következő: a milliméterpapír-csikra a centimétereket megszámozzuk a magassági kótáknak megfelelő számokkal. Ezután a kisebb magasságú pont mellé helyezzük a pont magasságának megfelelő milliméterosztást, úgy, hogy a papírcsik a graduálandó vonaltól egy tetszőszerinti szög alatt elhajoljon. Ezután egy háromszög-vonalzót úgy helyezünk el, hogy annak éle a graduálandó vonal másik végét és a milliméter-papírosnak azt az osztását, amely ezen végpont magasságának megfelelő, összekösse. Hogy ezt a háromszög-vonalzót párhuzamosan eltolhassuk,

egy másik háromszöget helyezünk melléje. Ezután a kerekesszámú métereknek megfelelő osztásokból huzott párhuzamosokkal metsszük a graduálandó vonalat.

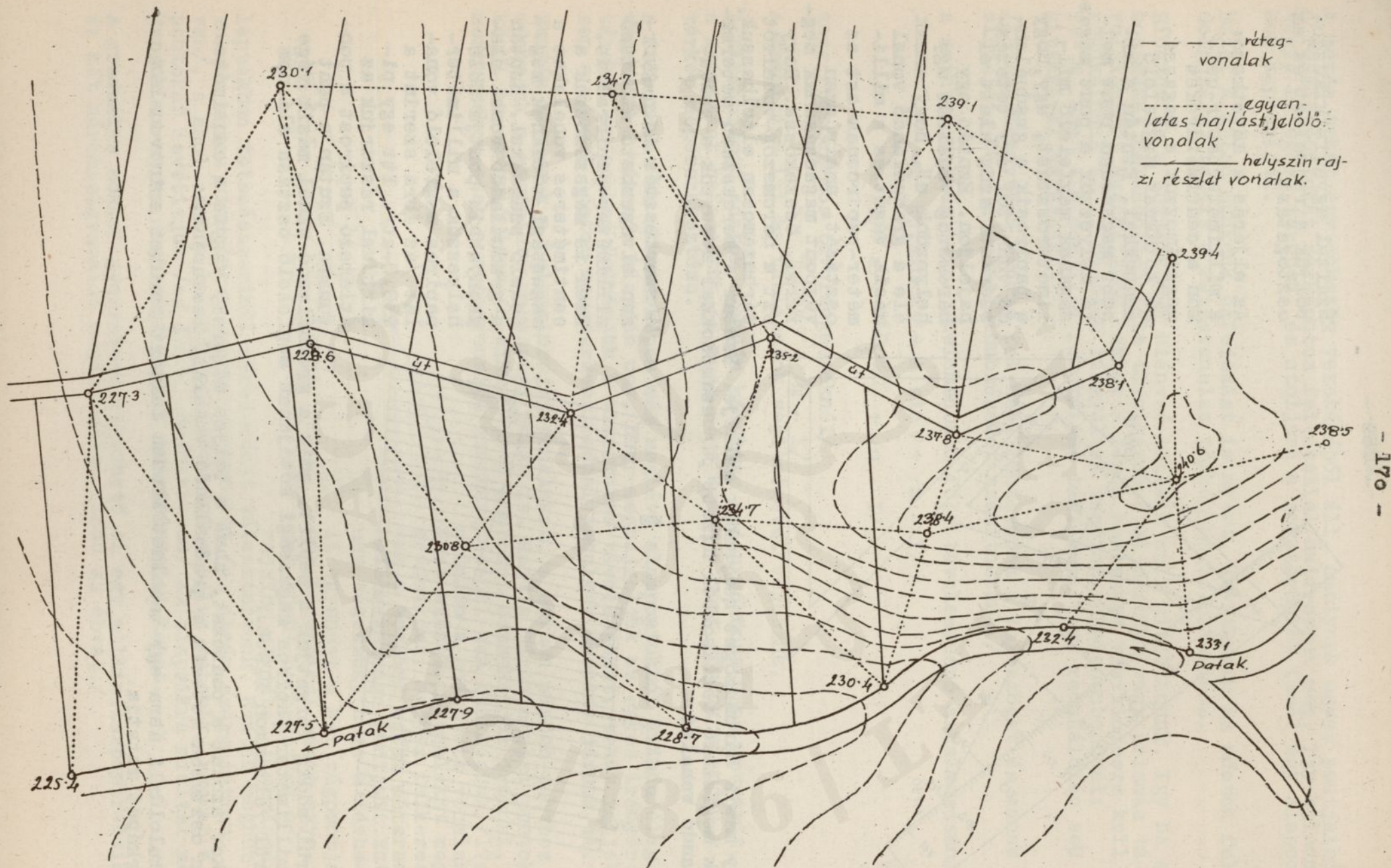


A szerkesztés igen gyorsan elvégezhető átlátszó milliméter-papírral is. Ezen is megszámozzuk a centiméteres vonalakat a magassági kótáknak megfelelő számokkal. Ezután a graduálandó vonal alacsonyabbik pontja fölé helyezzük a milliméter-papíros megfelelő vonalát /az ábra szerint a 216.3-at/. Itt egy pikirtüvel rászurjuk az átlátszó papírost a pontunkba. Ezután a pont

körül addig forgatjuk a papírt, amíg a graduálandó vonal másik vége a milliméter-papíros magassági kótájának megfelelő osztása alá nem kerül /ábránkon 219.8./

Ekkor azokat a pontokat, ahol a teljes méteres, vagyis a centiméteres osztások metszik a graduálandó vonalat, leszurjuk.

A tuloldali ábra egy tachimetrikusan felmért terület szintvonalas térképét mutatja.



Barometrikus magasságmérés.

A barometrikus magasságmérés azon a fizikai törvényen alapszik, hogy a légnyomás-egyenlő légköri viszonyokat feltételezve - a magassággal arányosan csökken. Átlagosan 11 m szintkülönbségnek 1 mm légnyomás-változás felel meg. Tehát két különböző helyen egyidejűleg megfigyelt légnyomás különbségéből számíthatjuk a két pont egymáshoz viszonyított szintkülönbségét.

Arra való tekintettel, hogy a barometrikus magasságméréshez levezetett képleteknél teljesen nyugodt levegő, a két ponton a megfigyelésnek egy és ugyanazon pillanatban való foganatosítása, és a két pontnak egymás fölötti függőleges helyzete lévén föltételezve, ezek a feltételek a gyakorlatban be nem tarthatók, tehát a levezetett szintkülönbségek csak korlátozott pontosságúak lesznek.

Igen jól alkalmazható ez a mód topográfiai felvételeknél, katonai és erdőgazdasági térképek készítésénél a rétegvonalak megszerkesztésénél.

Mérésre használható egyaránt a higany-barométer, vagy aneroid. Mivel az utóbbi könnyebben kezelhető, a gyakorlatban inkább ezt használják.

Az aneroid főrésze egy légüres szelence, amely igen vékony és rugalmas fémlemezről készül, hogy a szelencén a külső levegő legkisebb nyomásváltozása is észrevehető alakváltozást idézzon elő. Az alakváltozással járó mozgást emelők viszik át a mutatóra, úgy, hogy aránylag csekély mozgás is érzékelhető és a kellően alkalmazott skáláról leolvasható. Az aneroid skáláját tapasztalati úton készítik, s használatbavétel előtt mindig higanybarométerrel ellenőrzik.

Vannak aneroidok, ilyen a Goldschmied-féle, amelyről a légnyomást 0,2 mm pontossáig olvashatjuk le.

Szállítás közben az aneroidot igen óvatosan kell kezelni: ütésnek, erős rázásnak nem szabad kiténnünk. Használatbavétel előtt kinyitjuk a bőrtok fedelét, s az üveglapot gyengéden megkopogtatva meggyőződünk arról, hogy a mutató nem akadt-e meg. Ezután néhány percig várunk, hogy az aneroid a levegő hőmérsékletét átvegye. Vigyáznunk kell arra, hogy a Nap sugarai közvetlenül ne ériék az aneroidot.

Ekkor leolvassuk a beosztásról a légnyomás értékét, s közvetlenül utána az aneroid belső hőmérsékletét az aneroidba szerelt hőmérőről, és végül a levegő hőmérsékletét egy külső hőmérőről. Ez utóbbi hőmérő egy zsinórra van fűzve, ennél fogva pár percig forgatjuk a levegőben a leolvasás előtt, hogy a levegő hőmérsékletét mérjük és ne a sugárzó hőt.

Az aneroid-leolvasást 0°C-hőmérsékletre és barométerállásra kell redukálni. Ezt a célt szolgálja a belső hőmérséklet leolvasása. A redukálást az aneroidhoz adott képlet segítségével végezzük.

Ezután a lehető legrövidebb úton elmegyünk az aneroiddal arra a pontra, amelynek a kiindulópontra vonatkozó magasságát tudni akarjuk, s ott ismét leolvassuk a légnyomást a külső és belső hőmérséklettel együtt. A magasságot a következő képlettel számíthatjuk:

$$M_1 = 18469 / 1 + 0.003665 \frac{t_1 + t_2}{2} / \log \frac{762}{b_1}$$

Ez a képlet a tengerszintre vonatkoztatott magasságot adja. Pontossága azonban csak igen kicsi, mivel nem tudjuk figyelembe venni a levegő sűrűségét, páratartalmát, a levegőben lévő áramlásokat, stb.

Két pont relatív magasságkülönbségének meghatározása esetén az előbbi képlet a következő alakban használható:

$$M_{AB} = 18469 / 1 + 0.003665 \frac{t_1 + t_2}{2} / \log \frac{b_1}{b_2}$$

amely képlet Rodantól származik, végül az

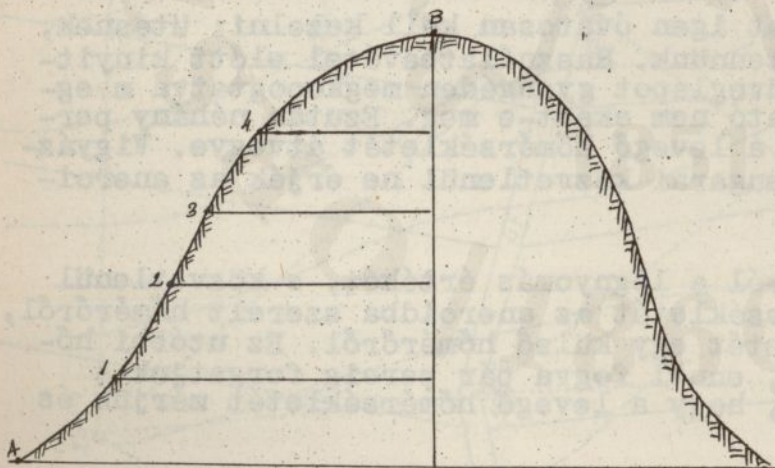
$$M_{AB} = 16038 / 1 + 0.00367 \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} \cdot \frac{b_1 - b_2}{b_1 + b_2}$$

képlettel is számíthatjuk a relatív szintkülönbségeket.

A mérés az aneroiddal kétféleképpen történhetik: két, vagy egy műszerrel mérhetünk.

Két aneroiddal való magasságmérésnél úgy járunk el, hogy az egyik aneroid a kiindulási pontban marad, s itt indulás előtt a másik aneroiddal összehasonlítjuk s az esetleges eltérést feljegyezzük. Ezután az egyik aneroiddal elindulunk a megfelelő pontba; míg a kiindulási pontban maradóról egy másik megfigyelő előre meghatározott időközökben /10 - 15 - 30 percenként/ leolvasásokat végez, s ezeket a leolvasásokat redukálva a 0°C- melletti barométer-leolvasásra, egy grafikonra hordja fel, így bármely közbenső időre is leolvasható a barométer-állás és a hőmérséklet. A másik megfigyelő a terepen járva leolvasásokat végez az aneroidjáról, méri a hőmérsékletet és a leolvasás időpontját s az adatokat feljegyzi. Az irodában azután ezeket az adatokat is redukálni kell 0°C-ra és barométerleolvasásra. A két megfigyelésből azután számítjuk a magasságokat.

Az egy aneroiddal való mérési eljárást már tárgyaltuk. Ellenőrzéskül visszafelé menet is meg kell ismételni a leolvasásokat. Ennek az eljárásnak a pontossága nem valami nagy, mert közben lehetnek légnyomásváltozások.



Nagy gyakorlati jelentőséggel bír a magasság megállapításának az eddigieknél sokkal egyszerűbb módja, az u.n. közbesítő magasságmérés. Ez a módszer csak akkor használható, ha egymástól 1-2 km távolságban vannak már megbízható magasságméréssel meghatározott pontjaink /háromszögelési pont/. Tegyük fel, hogy az ábrabeli A és B pont tengerszint feletti magassága

ismert. Feladatunk az A és B közé eső 1, 2, 3, 4 ... pontok magasságát megállapítani.

Az eljárás az, hogy feljegyezzük az aneroidon észlelt leolvasásokat az A, 1, 2, 3, 4, B pontokban. Hőmérsékletet nem mérünk. Ezután meghatározzuk az egy mm barométer-emelkedésnek megfelelő természetbeni emelkedést /k/ méterben, a következő képlettel:

$$k = \frac{M_B - M_A}{b_B - b_A}$$

ahol M_B , M_A a B és A pontok tengerszint feletti magassága, b_B és b_A pedig az illető pontokban nyert barométerleolvasás.

Az így kiszámított szorzótényezővel szorozzuk az egyes pontokban nyert aneroid-leolvasások különbségeit, miáltal kapjuk az illető pontok magasságkülönbségeit.

/L. kidolgozott példát a példatárban!/



F Ü G G E L É K.

A számológép és használata.

Az alábbiakban csak vázlatos ismertetését adjuk a geodéziai gyakorlatban legelterjedtebben alkalmazott "Brunsviga" rendszerű számológépnek, azzal az utasítással, hogy az összes számológép-rendszer szerkezeti leírását, valamint annak alkalmazási lehetőségét részletesen tárgyalja az:

Ács - Zelcsényi:

A számológép és alkalmazása

című mű, ahonnan ezt a fejezetet idézzük.

A számológépen három főrészt különböztetünk meg:

- 1./ a fixen szerelt beállító-szerkezetet
- 2./ a vízszintes irányban elmozditható szánra /kocsira/ szerelt eredménysort és
- 3./ az ugyancsak fixen szerelt fordulatmérőt.

A legelső feladat a szám beállítása. Ez a beállítókarok elmozdításával történik, éspedig úgy, a beállítókart a nyílása mellett lévő számok közül a beállítandó szám mellé állítjuk. A beállítást ellenőrző számsoron a beállított szám látható.

A forgatókar egyszeri, pozitív irányban való átforgatásával az eredmény sor számmutató tárcsáit forgatjuk el pozitív értelemben. Az eredmény sor számmutató tárcsáin tehát megjelennek a beállított számjegyek, a beállítás sorrendjében, vagyis maga a beállított szám.

Negatív irányú forgatás esetén az egyes szerkezetek működése ellentétes lesz ami által a beállított számot az eredmény sorban levőből kivonjuk. Ha a kivonás negatív számot eredményez, úgy az eredmény soron a negatív szám dekadikus kiegészítése, vagyis az a szám jelenik meg, amely az illető számot lo-re egészíti ki.

Az eredmény sor vízszintes irányú elmozdítását a szán-mozgató fogantyúval végezzük. A mozgatás történhetik lépésenként, azaz részlegesen, vagy a gép teljes hosszában egyszerre, ill. szabadon.

A fordulatmérő általában a forgatókar teljes fordulatainak számát mutatja, azaz számlálja. Negatív értelmű forgatás esetén - az eredmény sorhoz hasonlóan a negatív számoknak, dekadikusán kellene megjeleníteniük. Miután azonban számításaink során gyakran kell egy meghatározott negatív számot a fordulatmérőbe beforgatni, s a munka gyorsaságának rovására menne, ha előbb a szám dekadikus értékét kellene képezni a legtöbb gép úgy van építve, hogy ha alapállásból negatív irányba forgatjuk a forgatókart, egy automatikus szerkezet a fordulatszámológépet úgy állítja be, hogy abszolút értékek mutatkozzanak. Így a számítás könnyebb és gyorsabb lesz. Annak elkerülésére, hogy a pozitív és negatív számokat összecseréljük, a Brunsviga rendszerű gépeken a fordulatmérőben kétféle számozás van: egy fehér /+/ és egy piros /-/. A pozitív irányú forgatásokat fehér számokkal abszolút, piros számokkal dekadikus, a negatív irányú forgatásokat pedig fehér számokkal dekadikus, piros számokkal abszolút értékben nyerhetjük. Alapállásban egy rács takarja el a piros számsort, s ez a rács negatív forgatás esetén automatikusan a fehér számsor elé csuszlik, láthatóvá téve ezáltal a piros számot.

A fordulatmérőn még van egy mozgó index, mely a szán mindenkori helyzetét, és ezzel összefüggően a beállító szerkezet és az eredmény sor viszonyát mutatja. Az index mozgása ellentétes a szánéval.

A Brunsviga rendszerű számológépen még a következő szerkezeti részeket találjuk meg:

Tizedespont-jelölő tolokák. Kézzel eltolható, sinre szerelt jelek, melyek a mutató-tárcsák alatt, vagy felett vannak elhelyezve. Szerpüket és kezelésüket az egyes műveletek elvégzésénél tárgyaljuk.

Csengő. Ezzel jelzi a gép, ha kapacitását túlhaladták, vagyis ha az eredmény már nem fér el az eredmény sorban, továbbá, ha az eredmény sor pozitívból negatívba fordul át és viszont.

Törölők. A beállítószerkezet, az eredmény sor és a fordulاتمérő egyaránt el van látva törölszerkezettel. A törölőkarnak cca. 90°-os elfordításával a számmutató tárcsák 0-ra fordulnak vissza, vagyis az alapállást foglalják el. A legtöbb gép úgy van szerkesztve, hogy egy törölőkarral mind a három számsor egyszerre is alapállásban hozható.

Zárószerkezet. Hatása abban nyilvánul, hogy amint a forgatókar a rugós rögzítőt felszabadítja, semmiféle kézzel állítható alkatrészt nem mozdíthatunk el addig, amíg a forgatókar a forgatókar mozgásrögzítőjét újból be nem nyomja. Ennek a célja a gép pontosságának biztosítása mellett főképpen az, hogy az alkatrészek törését, vagyis a gép romlását elkerüljük.

Az előbbieken láttuk, hogy a Brunsviga gyártmányú számológép a mozgó-indexű számológépek csoportjába tartozik, vagyis jellemző tulajdonsága, hogy az eredmény sor és a fordulاتمérő külön van építve oly módon, hogy a fordulاتمérő a beállítószerkezet fölött van. A szerkezeti leírásban említett zárószerkezet egy elforduló tárcsával van összefüggésben. Ez a fordulاتمérő, a beállítást ellenőrző számsor és az eredmény sor baloldalán lévő kis nyílason piros színnel jelzi a hibás törlést, azaz a zárlat akát. A számsor helytelen állását az eredmény sor fölött a burkolat kivágásánál piros vonás jelzi. Ez az elmés megoldás lehetővé teszi a helytelen kezelés folytán előállott zárlat gyors feloldását, a piros színnel jelzett szerkezeti rész törlésének megismétlésével, vagy a számsor elmozdításával.

Az újabb gépek háromtagú számok szorzásának megkönnyítésére számfeldobó szerkezettel is el vannak látva. Ezáltal az eredmény sorban lévő számot felvihetjük a beállítószerkezetbe.

Meg kell még említenünk a fordulاتمérő baloldalán lévő nyílásban látható zöld szín szerepét is. A forgatókar első forgási értelme adja meg a fordulاتمérőben lévő szám pozitív, vagy negatív értelmét. A forgatókar egyszeri körülforratása után a zöld szín eltűnik, jelezve azt, hogy a fordulاتمérőben lévő szám értelmét megadtuk. Ellenkező értelemeire csakis úgy térhetünk át, ha a zöld színt a fordulاتمérő törlésével újra láthatóvá tesszük.

Kimondottan geodéziai számítások elvégzésére ikergépeket is szerkesztettek, melyeknek beállítószerkezete külön működik, csak forgatószerkezetük tengelye közös. Ez a megoldás az összkalkulációszámításnál jelent nagy könnyebbséget. Ezeknél a gépeknél a forgás irányát alkalmas fogaskerék áttétel segítségével a két gépben ellentétesre is állíthatjuk, aminek ugyancsak az összkalkulációszámításnál vehetjük hasznát.

Az alapműveletek elvégzése a Brunsviga rendszerű számológépeken.

1./ Az összeadás.

Az $a + b = x$ összeadást a következőképpen végezzük:

- 1./ a számológépet alapállásba hozzuk,
- 2./ a beállító-szerkezet jobb szélső számhelyein beállítjuk az "a" értéket. Vigyáznunk kell arra, hogy a tizedesek érték szerint mindig ugyanazon helyre kerüljenek, tehát a tizedespont helye ne változzék.
- 3./ a számkorongot a forgatókarral egyszer pozitív irányban körülforgatjuk, miáltal a beállított számot átvisszük az eredményisorba, ahol a szám jobb szélső helyzetben jelenik meg. Itt is kijelöljük a tizedespont helyét. Ugyanakkor a fordulاتمérőn 1-es szám áll.
- 4./ a beállító-szerkezetet a törlőkarral töröljük.
- 5./ beállítjuk a "b" értéket a beállító-szerkezeten /ugyancsak jobb szélső helyzetben/
- 6./ a számkorongot a forgatókarral egyszer pozitív értelemben körülforgatjuk.

Az eredménysoron jelentkező szám az "a" és a "b" összegével, vagyis a keresett x -el egyenlő. A fordulاتمérőn ugyanakkor az összeadandó tagok száma, jelen esetben: 2, jelenik meg.

Ha több tagot kell összegeznünk, akkor az előbbihez hasonló módon járunk el.

2./ A kivonás.

A kivonást, vagyis az $a - b = \pm x$ műveletet a következőképpen végezzük el:

- 1./ a számológépet alapállásba hozzuk.
- 2./ beállítjuk a beállító-szerkezet jobb szélső számhelyein a kisebbítendő "a" értéket.
- 3./ mivel az "a" előjele pozitív, a számkorongot a forgatókarral pozitív irányban egyszer körülforgatjuk; ezzel a beállított számot átvittük az eredményisorba. A fordulاتمérőn 1-es szám jelenik meg.
- 4./ a beállító-szerkezetet törlőkarral segítségével töröljük.
- 5./ beállítjuk a kivonandó "b" értéket a beállító-szerkezeten jobb szélső helyzetben,
- b./ mivel a "b"-t az "a"-ból ki kell vonnunk, a számkorongot a forgatókarral egyszer negatív irányban körülforgatjuk; az eredményisorban jelentkezik az $a-b$ különbség, vagyis a keresett x ; A fordulاتمérőn 0 áll, mert $+1-1 = 0$

A kivonás eredményének, x -nek előjele lehet pozitív, vagy negatív a szerint, hogy a kisebbítendő "a", vagy a kivonandó "b" a nagyobb. Ha a kisebbítendő a nagyobb, akkor az eredménysoron x értékét közvetlenül kapjuk meg. Ha azonban a kivonandó a nagyobb akkor az eredménysoron x értékének dekadikus kiegészítése jelentkezik, amelyből x értékét tízes kiegészítés útján kapjuk. Ha az eredménysoron dekadikus kiegészítésű érték jelentkezik, a gép csenget, jelezve azt, hogy az eredmény az "a" előjelével ellentétes, jelen esetben negatív.

A fordulاتمérőn jelentkező szám a pozitív és negatív tagok számának különbségével egyenlő. A tizedespont helyének megállapítása a kivonásnál ugyanugy történik, mint az összeadásnál.

3./ A szorzás.

A szorzás nem egyéb, mint többszörösen ismétlődő, azonos számok összeadása. Az $a \cdot b = x$ művelet elvégzése úgy történik, hogy a szorzandót beállítjuk a beállítószerkezet jobb szélső számhelyein és ezután a szorzót a forgatókar pozitív irányu forgatásával beforgatjuk a fordulاتمérő jobbszélső számhelyeire.

Az eredménysor vízszintes irányu elmozdítása elehetővé teszi a több számjegyű számmal való szorzás gyors végrehajtását. A fordulاتمérő indexe mindig azt a helyet mutatja, ahol a forgatókar fordulatait a fordulاتمérő számlálja.

Több számjegyű szorzóval való szorzás esetén az eredménysor elmozdításával az indexet a szorzó legmagasabb számjegyének /baloldai leg-szélső/ helyére visszük. A legmagasabb számhelyen álló szám beforgatása után az eredménysor mozgatasával az indexet egy számhellyel jobbra visszük és beforgatjuk a fordulاتمérőbe a szorzó következő számjegyét. Ezt a műveletet folytatjuk addig, amig a szorzó utolsó számjegyével is elvégeztük a szorzást. A beforgatást a számjegyek ellenkező sorrendjében is végezhetjük. Célszerű lehetőleg mindig a kisebb számot választani szorzónak, mert ezzel a forgatások számát csökkentjük.

A szorzás műveletét meggyorsíthatjuk a tizes áttételű gépeknél oly módon, hogy a 6-nál nagyobb számokat nem közvetlenül forgatjuk be, hanem az eredménysort egy számmal jobbra visszük és a forgatókarral egy pozitív forgatást végzünk. Azután az eredménysort egy számmal balra visszük és a forgatókart negatív irányu forgatással addig forgatjuk, amig a fordulاتمérőn az a szám jelentkezik, amellyel szoroznunk kell.

Például legyen a szorzó 18799.

- 1./ Az indexet a fordulاتمérő 5-ös számához visszük.
- 2./ A forgatókart pozitív irányban kétszer körülforogatjuk.
- 3./ Az eredménysort eggyel balra visszük.
- 4./ A forgatókart negatív irányban egyszer körülforogatjuk.
- 5./ Az eredménysort eggyel balra visszük.
- 6./ A forgatókart negatív irányban kétszer körülforogatjuk.
- 7./ Az eredménysort kettővel balra visszük.
- 8./ A forgatókart negatív irányban egyszer körülforogatjuk.

Shematikusan ábrázolva az egyes lépéseket:

a fordulاتمérő számmutatósora:		forgatások száma	↓ kocsi eltolása	
2./	20.000	+ 2	1	1
4./	19.000	- 1	1	1
6./	18.800	- 2	1	
-	18.800	0	1	2
8./	18.799	- 1		

A szorzásnál az eredménysorton a tizedespont helyének meghatározása úgy történik, hogy a tolókéval megjelöljük a tizedespont helyét a beállító-szerkezeten és a fordulاتمérőn egyaránt. A szorzandó tizedes számjegyeihez hozzáadjuk a szorzó tizedeseinek számát és a kettő összegének megfelelően állítjuk be a tizedespontot jelölő tolókat az eredménysorton.

Ha az egyes szorzatok eredményeit folytatólagosan össze is akarjuk adni, akkor az első szorzat eredményét az eredménysoron hagyjuk, a beállítószerkezetet és a fordulاتمérőt pedig töröljük. A következő szorzat szorzandójának beállítása után a szorzót a fordulاتمérőbe beforgatjuk, ekkor az eredménysoron a két szorzat összege jelentkezik.

4. Az osztás.

Számológéppel az osztást kétféleképpen végezhetjük el:

a./ osztás, kivonás útján. Ebben az esetben az osztandóból annyiszor vonjuk le az osztót, ahányszor abból levonható. Az eljárás a következő:

- 1./ Az osztandót beállítjuk az eredménysor bal szélső számhelyeire.
- 2./ A beállítószerkezetet és a fordulاتمérőt töröljük.
- 3./ Beállítjuk az osztót a beállítószerkezetben úgy, hogy az osztó legmagasabb számjegye az osztandónak avval a számjegyével kerüljön egyvonalba, amelyikből még legalább egyszer, de legfeljebb kilencszer levonható. Abban az esetben, ha az osztó olyan nagy szám, hogy azt a jobb szélső helyzetbe beállítva feltételt nem elégíti ki, akkor az eredménysort kell olyan helyzetbe hozni, hogy ennek a követelménynek megfeleljen.
- 4./ A tizedespontot jelölő tolokát elhelyezzük az eredménysoron, a beállítószerkezetben és a fordulاتمérőn is. A fordulاتمérőn a tizedesek száma egyenlő az eredménysor és a beállítószerkezet tizedes számjegyeinek különbségével.

A forgatókart addig forgatjuk balra, amíg a gép csenget, csengetés után egy pozitív értelmű forgatást végzünk és az eredménysort egy számhellyel balra toljuk. Ezt az eljárást ismételjük mindaddig, amíg az eredménysoron a legkisebb maradékot kapjuk. A hányados értéke a fordulاتمérőn jelentkezik piros számokkal.

b./ osztás szorzás útján. Ugy végezzük, hogy az osztót annyiszor adjuk össze, amíg eredményképpen az osztandót, vagy ahhoz legközelebb álló értéket megkapjuk.

Az osztásnak ezt a műveletét a következőképpen hajtjuk végre:

- 1./ Elhelyezzük az eredménysoron a tizedespontot oly módon, hogy a tizedespontot jelölő tolokával az eredménysor baloldalán anynyi számhelyet vágunk le, ahány egészszámból áll az osztandó.
- 2./ Az eredménysort jobb szélső helyzetbe hozzuk.
- 3./ A beállítószerkezetben beállítjuk az osztót. Az osztó beállításának helye attól függ, hogy annak első számjegye nagyobb, vagy kisebb, mint az osztandó első számjegye.

Ha kisebb, vagy vele egyenlő, akkor az osztó első számjegyét az eredménysor balfelöli első /legmagasabb/, ha pedig nagyobb, akkor a balfelöli második szám helyével állítjuk egyvonalba azért, hogy a gép legnagyobb teljesítőképességét kihasználhassuk. Ha az osztó, melyet a beállítószerkezet jobbszélső helyére állítottuk be oly nagy szám, hogy annak első vagy több számjegye a forgatás után az eredményorról leesne, akkor az eredménysort kell olyan helyzetbe hozni, hogy az előbbi feltétel kielégítést nyerjen.

- 4./ A beállítószerkezetben az osztó tizedespontjának megfelelően elhelyezzük a tizedespontot jelölő tolokát.

5./ A fordulاتمérőn megállapítjuk a hányados tizedespontjának a helyét oly módon, hogy az eredmény sor tizedeseinek számából levonjuk a beállítószerkezet tizedeseinek számát.

6./ A forgatókar egy pozitív értelmű forgatása után a szükség szerint pozitív, vagy negatív forgatásokkal beforgatjuk az osztandó értékét az eredmény sorba.

7./ A hányados értéke a fordulاتمérőn jelentkezik.

Abban az esetben, ha több számot ugyanazon osztóval kell elosztani, ajánlatos az osztónak reciprokok értékét képezni, és ezt, mint közös szorzót a beállítószerkezetbe beállítani és azután az osztandókkal beszorozni.

5. A négyzetgyökvonás.

A gyökvonás azon az elven alapszik, hogy a páratlan számok számsorának összege egyenlő a tagok számának négyzetével:

$$S = \frac{2n + 1}{2} \cdot n = n^2$$

Ha tehát a gyök-alatti mennyiségből 1, 3, 5, 7 ... stb. páratlan számokat egymásután levonjuk, akkor a fordulاتمérőn a kivonások száma n , azaz a gyök értéke jelentkezik.

A négyzetgyökvonás gépi megoldását a következő lépésekben végezzük:

A gyök-alatti mennyiséget átvisszük az eredmény sor bal szélső szám-helyeire. Kijelöljük az első kettes csoport határát és a fordulاتمérőn tetszős szerint kiteszük a tizedespontot. Az eredmény sort olyan helyzetbe hozzuk, hogy az index a fordulاتمérőn lévő tizedesponttól balra, a kettős csoportok számával egyező számhelyre mutasson. /I. = a kettős csoportok száma + a fordulاتمérő tizedeseinek száma./ Az első csoport egyes számhelye fölé beállítjuk a számtani sor első tagját. Ezután sorra levonjuk az egymásután következő páratlan számokat mindaddig, amíg a gép csenget. /Dekadikus számok jelentkeznek/. Egy pozitív fordulattal visszatérünk a tényleges számokra, az eredmény sort eggyel balra visszük és a beállítószerkezeten lévő érték utolsó számát eggyel csökkentjük, s a következő számhelyre beállítjuk az 1-et. A műveletet addig folytatjuk, amíg a gép teljesítményét teljesen kihasználjuk. Az eredmény mindig a fordulاتمérőn jelentkezik.

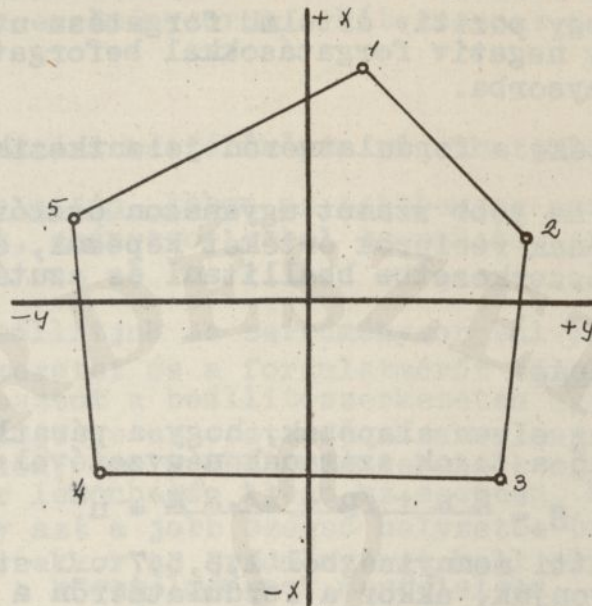
Az újrendszerű Brunsviga számológépeknél megtaláljuk az eredményfeldobó szerkezetet, amelynek segítségével az eredmény sorban lévő számokat a beállítószerkezetbe vihetjük át. A feldobás eljárása a következő:

- 1./ a beállítószerkezet törlőkarját elforgatjuk /a beállítószerkezetet töröljük/, majd még mielőtt a kart eredeti helyére visszaengednénk,
- 2./ elfordítjuk az egész gépet letörlő kart és végül
- 3./ a két kart együttesen engedjük vissza az eredeti helyzetbe.

Ekkor az eredmény sor és a fordulatszámoló törlő van, csak a beállítószerkezeten van meg az a szám, amely előzőleg az eredmény soron volt.

Példatár.

Sokszög területének meghatározása.



1./ Összrendezővel.

$x_k (y_{k-1} - y_{k+1})$		$y_{k-1} - y_{k+1}$		x	A pont jelq.	y	$x_{k-1} - x_{k-1}$		$y_k (x_{k-1} - x_{k-1})$	
+	-	+	-				+	-	+	-
				+ 92.3	5	-253.2				
121404.14		486.2		+ 249.7	1	+ 56.7	27.2		1542.24	
9680.37		148.7		+ 65.1	2	+ 233.0	436.8		101774.40	
85186.63	455.3			- 187.1	3	+ 205.4	252.0		61760.80	
85712.34	458.6			- 186.9	4	- 222.3		279.4	62110.62	
25751.70		279.0		+ 92.3	5	- 253.2		436.6	110547.12	
				+ 249.7	1	+ 56.7				
327735.18	913.9	913.9					716.0	716.0	327735.18	

$$2 T = 327735.18 \square^{\circ} ; \quad T = 163867.59 \square^{\circ}$$

$$T = 102 \text{ kat.hold } 667.59 \square^{\circ}$$

2./ Számológéppel:

x	A pont jelq.	y
+ 92.3	5	-253.2
+ 249.7	1	+ 56.7
+ 65.1	2	+ 233.0
- 187.1	3	+ 205.4
- 186.9	4	- 222.3
+ 92.3	5	- 253.2
+ 249.7	1	+ 56.7

$$2 T = /x_k \cdot y_{k-1} - x_k \cdot y_{k+1} / = /y_k \cdot x_{k-1} - y_k \cdot x_{k+1} /$$

$$2 T = 327735.18 \square^{\circ}$$

$$T = 163867.59 \square^{\circ}$$

$$T = 102 \text{ k.hold, } 667.59 \square^{\circ}$$

3./ Planiméterrel.

Feltesszük, hogy a megméréndő terület 1":155°-es méretarányban hordtuk fel.

Először a planiméter állandóját határozzuk meg egy 4 cm sugaru próbakörrel. 4 cm-nek a természetben megfelelő hossza:

$$1":2.634 = x:4$$

$$x = 1.5186$$

vagyis 4 cm = 1.5186" a térképen, és

$$1":155^\circ = 1.5186":x^\circ$$

$$x = 235.383^\circ$$

tehát 4 cm-nek 1":155° méretarány esetén a természetben 235.383° felel meg. A próbakör területe a természetben:

$$T = x^2 \cdot \pi = 173972.19200346 \square^\circ$$

A planiméterről leolvasott értékek háromszor körüljárva a próbatertületet:

2642 n	5637	7324	10814
-0954	-3949	-5637	-9131
1689	1688	1687	1688

az egyes megfigyelések középértéke: 1688. Egyszeri körüljárásnak megfelelő leolvasás:

$$1688:3 = 562.667$$

A planiméter állandója tehát lesz:

$$173972.19200346:562.662 = 309.1921$$

$$c = 309.1921$$

A planiméterről leolvasott értékek egyszer körüljárva a meghatározandó területet:

2000	2000	2001
1471	1470	1470
529	530	531

s ezeknek középértéke: 530, s így a keresett terület:

$$T = 309.1921 \times 530 = 163871.813 \square^\circ$$

$$T = 102 \text{ k.hold } 671 \square^\circ$$

Egy másik planiméterrel is megmértük ugyanazt a területet. Ezen planiméter állandóját próbanégyszöggel határoztuk meg. A próbanégyszög oldalhossza 1", aminek 155° felel meg, s így a próbatertület nagysága a természetben: $T_{\text{próba}} = 1" = 155^\circ = 24025 \square^\circ$

Leolvasások a planiméterről a próbatertület háromszoros körüljárása esetén:

1457	1793	2185	1656
1224	1560	1950	1423
233	233	235	233

A leolvasások egyszeri körüljárásnak megfelelő középértéke:

233
233
235
233
934

$$934:12 = 77.8533$$

a innen az állandó:

$$24025:77.8533 = 308.592$$

$$c = 308.592$$

Leolvasások a megméréndő terület egyszeri körüljárása esetén:

8640	2485	1672
8109	1951	1143
531	534	529

A leolvasások középértéke:

$$1596:3 = 532$$

s így a keresett terület:

$$T = 308.592 \times 532 = 164170.944$$

$$T = 102 \text{ k.hold } 971 \square^\circ$$

4./ Hárfával.

A teljes körzőnyílások száma: 27. Ennek megfelelő természetbeni hossz, ha egy nyitás 2.5", lesz: $2.5 \times 155 \times 27 = 10462.50$

$$65.0^\circ$$

A teljes nyitás pedig: 10527.5° Ennek megfelelő természetbeni terület 15.5° trapézmagasság esetén /két hur távolsága: $0.1''$ /

$$10527.5 \times 15.5 = 163176.25 \square^\circ$$

A maradékháromszögek természetbeni területe:

$$\frac{126 \times 6.8}{2} = 428.4 \square^\circ ; \quad \frac{121.8 \times 51.6}{2} = 311.04 \square^\circ$$

Tehát az összes terület:

$$163176.25 \square^\circ$$

$$428.40 \square^\circ$$

$$311.04 \square^\circ$$

$$163915.69 \square^\circ$$

$$T = 102 \text{ k.hold, } 746 \square^\circ$$

5./ Egy háromszöggé alakítással:

$$a = 748^\circ ; \quad m = 438^\circ$$

$$T = \frac{748 \times 438}{2} = 163812$$

$$T = 102 \text{ k.hold, } 612 \square^\circ$$

6./ Üvegplaniméterrel:

	Teljes kockák		Rész - kockák	
	száma	területe	száma	területe
Bent	642	154234.5 $\square^\circ$	41.2	9898.3 $\square^\circ$
Kint	793	198310.0 $\square^\circ$	92.4	22199.1 $\square^\circ$
Összesen:	1435	352544.5 $\square^\circ$	133.6	32097.4 $\square^\circ$

Mért teljes terület: $384641.9 \square^\circ$. Ezt a területet az üvegplanimétert tizenhatszor egymásmellé helyezve tudtuk megmérni. Az üvegplaniméter tizenhatszoros területe a valóságban:

$$16 \times 155 = 384400 \square^\circ$$

A mérés teljes hibája tehát: $\Delta = T_{\text{valódi}} - T_{\text{mért}}$

$$\Delta = - 241.9 \square^\circ$$

A belső terület hibája:

$$\delta_{\text{belső}} = - \frac{241.9}{384641.9} \cdot 164132.8 = - 103.229$$

A külső terület hibája

$$\delta_{\text{külső}} = - \frac{241.9}{384641.9} \cdot 220509.1 = - 138.686$$

$$T_{\text{belső, valódi}} = T_{\text{belső, mért}} + \delta_{\text{belső}}$$

$$164132.80$$

$$- 103.23$$

$$164029.57$$

$$220509.10$$

$$- 138.69$$

$$220370.41$$

$$T_{\text{külső, valódi}} = T_{\text{külső, mért}} + \delta_{\text{külső}}$$

$$T = 102 \text{ k.hold } 830 \square^\circ$$

7./ Trapézekre bontással:

$a_1 = 461.5^\circ$	;	$m_1 = 157.0^\circ$	$a_1 \cdot m_1$	"	72455.5
$a_2 = 483.5^\circ$	;	$m_2 = 24.5^\circ$	$/a_1 + a_2 / m_2$	"	23152.5
$a_3 = 428.5^\circ$	;	$m_3 = 254.5^\circ$	$/a_1 + a_3 / m_3$	"	232104.0
				2 T	327711.0
$a_1' = 346.5^\circ$	;	$m_1' = 246^\circ$	$/a_1' + a_2' / m_1'$	"	212667.0
$a_2' = 518.0^\circ$	;	$m_2' = 14^\circ$	$/a_2' + a_3' / m_2'$	"	14434.0
$a_3' = 513.0^\circ$	;	$m_3' = 196.5^\circ$	$a_3' \cdot m_3'$	"	100804.5
				2 T	327905.5

A két irányban való trapézokra-bontással nyert négyszeres terület:

2 T = 327711.0
2 T = 327905.5
 4 T = 655616.5
 T = 163904.125
 T = 102 k.hold 704 °

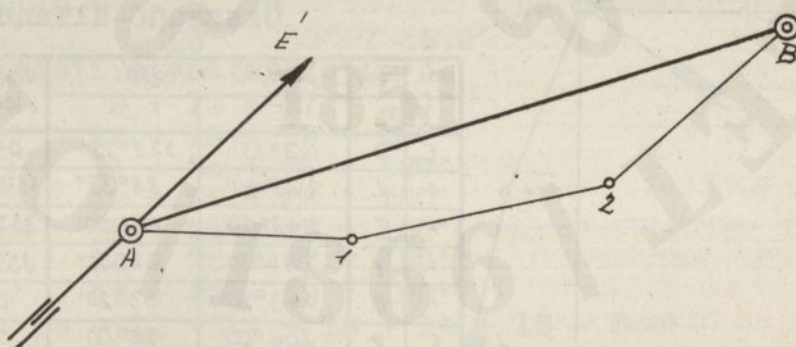
8./ Háromszögekre bontással:

$$a_1 = 520^\circ \quad m_1 + m_2 = 538^\circ \quad \frac{520 \times 538}{2} + \frac{458 \times 104}{2} = 163696.0 \text{ } \square^\circ$$

$$\begin{aligned} a'_1 &= 486^\circ & m'_1 + m'_2 &= 450^\circ & \frac{486 \times 450}{2} + \frac{522 \times 208}{2} &= 163638.0 \text{ } \square^\circ \\ a'_2 &= 522^\circ & m'_1 &= 208^\circ \end{aligned}$$

163696.0
163638.0
 2 T = 327334.0
 T = 163667.0
 T = 102 k.hold 467 □°

Egyenes kitűzése busszolásával.



Szorzóállandó: 100
Összeadóállandó: 30 cm

Állás	Írány	Delejtől leolvasása		Hajlás	Ferdé	vízs.
pont		E	D	szög	hossz.	
1	A	190° 30'	10° 30'	2° 44'	11.7	11.86
1	2	13° 50'	143° 45'	358° 56'	8.6	8.78
B	2	208° 30'	18° 30'	2° 49'	9.5	9.56

Kezdő	Vég	csapás- szög.	h_v	$\log \Delta y$	Rész -		Fő -		A pont jele
pont	Heqes- szög	$\log \sin$		összerendező					
		$\log h_v$		$\pm \Delta y$	$\pm \Delta x$	y	x		
		$\log \cos$							
		$\log \Delta x$							
A	1	$10^{\circ}30'$ I $10^{\circ}30'$	11.86	0.334718	+ 2.16	+ 11.66	+ 2.16	+ 11.66	A
				9.260633 - 10					
				1.074085					
				9.992666 - 10					
				1.066751					
1	2	$13^{\circ}47'$ I $13^{\circ}47'$	8.78	0.320530	+ 2.09	+ 8.53	+ 4.25	+ 20.19	2
				9.377035 - 10					
				0.943495					
				9.987310 - 10					
				0.903805					
2	B	$28^{\circ}30'$ I $28^{\circ}30'$	9.66	0.663640	+ 4.61	+ 8.49	+ 8.86	+ 28.68	B
				9.678663 - 10					
				0.984977					
				9.943899 - 10					
				0.928876					

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_B}{x_B}$$

$$\angle_{AB} = 17^{\circ}12'$$

$$\overline{AB} = \sqrt{y_B^2 + x_B^2}$$

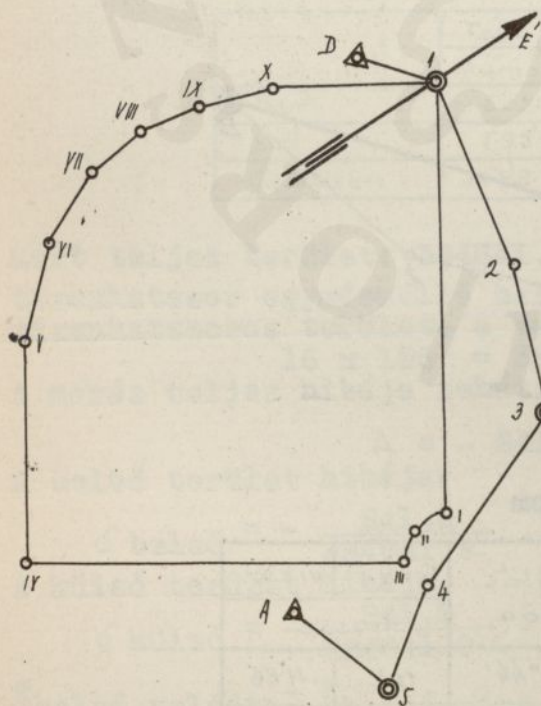
$$\overline{AB} = 30.01 \text{ m}$$

Területfelvétel busszolásával.

Busszola-mérési jegyzőkönyv.

4491.sz. Süss busszola. ↻

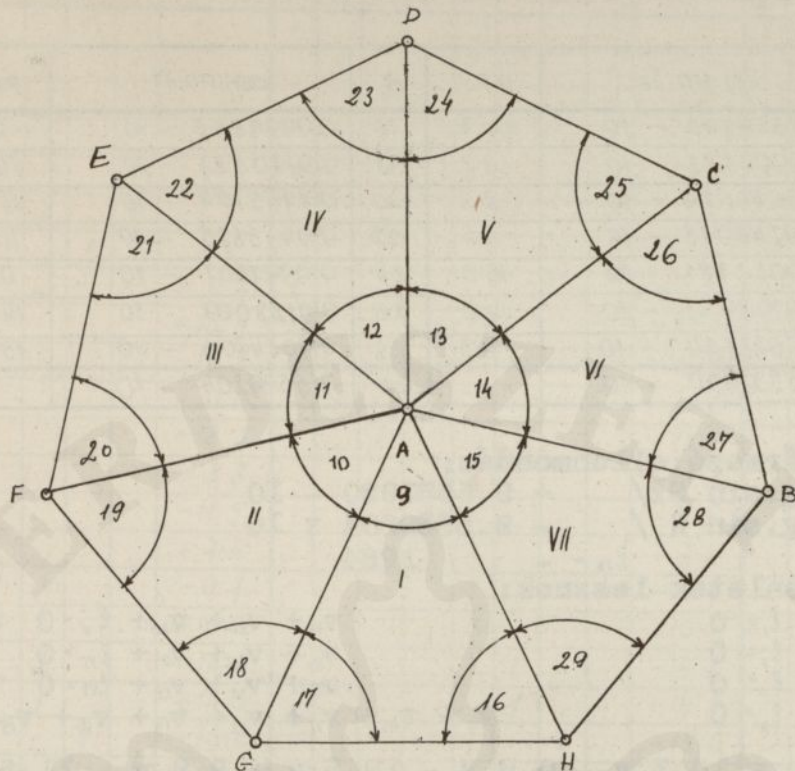
Összeadó-állandó: 30 cm.



#las.	lány	Délrajti leolvások		Mag. kör. leolv.	h _f	h _v
pont		E	D			
1	D	148° 15'	328° 15'	0° 53'	9.4	9.698
"	2	268° 40'	88° 35°	359° 53'	27.3	27.600
"	I	247° 50'	67° 50'	357° 53'	57.1	57.319
"	II	244° 30'	64° 30'	359° 12'	58.0	58.288
"	III	243° 20'	63° 20'	0° 23'	63.0	63.300
"	IV	206° 00'	26° 00'	0° 49'	83.0	83.279
"	V	188° 40'	8° 40'	0° 36'	63.0	64.190
"	VI	178° 30'	358° 30'	0° 31'	55.1	55.400
"	VII	170° 50'	350° 50'	0° 29'	46.6	46.900
"	VIII	165° 40'	345° 40'	0° 25'	39.5	39.799
"	IX	161° 30'	341° 30'	0° 24'	31.1	31.400
"	X	158° 00'	338° 00'	0° 21'	21.0	21.300
3	2	107° 10'	287° 15'	359° 42'	22.5	22.800
"	4	205° 35'	25° 35'	0° 00'	35.0	35.300
5	4	66° 20'	246° 20'	0° 10'	13.2	13.500
"	A	120° 10'	300° 15'	0° 47'	17.3	17.600

Felvétel: sarkpontos.
Felhordás: transpor-
teurrel történt.

Háromszögelési háló szigorú kiegyenlítése.



A mért szögértékek:

9	46°44'07.5"	19	91°33'47.5"
10	32°44'25.0"	20	48°39'27.5"
11	64°12'07.5"	21	67°08'10.0"
12	47°59'57.5"	22	61°22'35.0"
13	39°19'20.0"	23	70°37'53.8"
14	68°50'15.0"	24	87°52'22.5"
15	60°09'52.5"	25	52°48'10.0"
16	90°28'55.0"	26	54°53'42.5"
17	42°46'40.0"	27	56°15'32.5"
18	55°42'18.8"	28	53°33'07.5"
		29	66°17'35.0"

Felírjuk a feltételi egyenleteket:

$$\begin{aligned}
 9 + 16 + 17 &= 180^\circ \\
 10 + 18 + 19 &= 180^\circ \\
 11 + 20 + 21 &= 180^\circ \\
 12 + 22 + 23 &= 180^\circ \\
 13 + 24 + 25 &= 180^\circ \\
 14 + 26 + 27 &= 180^\circ \\
 15 + 28 + 29 &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

$$9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 360^\circ$$

Az ellenmondási egyenletek lesznek:

$$\begin{aligned}
 \ell &= 9 + 16 + 17 - 180^\circ = -17.5'' \\
 \ell &= 10 + 18 + 19 - 180^\circ = +31.3'' \\
 \ell &= 11 + 20 + 21 - 180^\circ = -15.0'' \\
 \ell &= 12 + 22 + 23 - 180^\circ = +26.3'' \\
 \ell &= 13 + 24 + 25 - 180^\circ = -7.5'' \\
 \ell &= 14 + 26 + 27 - 180^\circ = -30.0'' \\
 \ell &= 15 + 28 + 29 - 180^\circ = +35.0''
 \end{aligned}$$

$$\ell_{\text{m}} = 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 - 360^\circ = 5.0''$$

Az oldalegyenletek:

$\pm$	$\log. \sin Sz.$	pp	$\pm$	$\log. \sin N$	pp
17	9.8319700 - 10	22.7	16	9.9999846 - 10	- 0.2
19	9.9998383 - 10	- 0.6	18	9.9170587 - 10	14.3
21	9.9644626 - 10	8.8	20	9.8755104 - 10	18.5
23	9.9746985 - 10	7.4	22	9.9433885 - 10	11.5
25	9.9012181 - 10	16.0	24	9.9947007 - 10	0.7
27	9.9198921 - 10	14.0	26	9.9128069 - 10	14.8
29	9.9617124 - 10	9.3	28	9.9054706 - 10	15.6
	9.5537920 - 10			9.5539204 - 10	

s a belőlük származó ellenmondás:

$$\begin{aligned} & / \log. \sin Sz / + 9.5537920 - 10 \\ & / \log. \sin N / - 9.5539204 \mp 10 \\ & l_{IX} = - 1284 \end{aligned}$$

A javítási egyenletek lesznek:

$$\begin{aligned} v_9 + v_{16} + v_{17} + l_I &= 0 & v_{13} + v_{24} + v_{25} + l_V &= 0 \\ v_{10} + v_{18} + v_{19} + l_{II} &= 0 & v_{14} + v_{26} + v_{27} + l_{VI} &= 0 \\ v_{11} + v_{20} + v_{21} + l_{III} &= 0 & v_{15} + v_{28} + v_{29} + l_{VII} &= 0 \\ v_{12} + v_{22} + v_{23} + l_{IV} &= 0 & v_9 + v_{10} + v_{11} + v_{12} + v_{13} + v_{14} + v_{15} + l_{VIII} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0.2 v_{16} + 22.7 v_{17} - 14.3 v_{18} - 0.6 v_{19} - 18.5 v_{20} + 8.8 v_{21} - 11.5 v_{22} + 7.4 v_{23} - \\ - 0.7 v_{24} + 16.0 v_{25} - 14.8 v_{26} + 14.0 v_{27} - 15.6 v_{28} + 9.3 v_{29} + l_{IX} = 0 \end{aligned}$$

A javítások számítására felírjuk a korreláns-egyenleteket:

$$\begin{aligned} 3 k_1 + 0 k_2 + 0 k_3 + 0 k_4 + 0 k_5 + 0 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 + 22.9 k_9 - 17.5 &= 0 \\ 0 k_1 + 3 k_2 + 0 k_3 + 0 k_4 + 0 k_5 + 0 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 - 14.9 k_9 + 31.3 &= 0 \\ 0 k_1 + 0 k_2 + 3 k_3 + 0 k_4 + 0 k_5 + 0 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 - 9.7 k_9 - 15.0 &= 0 \\ 0 k_1 + 0 k_2 + 0 k_3 + 3 k_4 + 0 k_5 + 0 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 - 4.1 k_9 + 26.3 &= 0 \\ 0 k_1 + 0 k_2 + 0 k_3 + 0 k_4 + 3 k_5 + 0 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 + 15.3 k_9 - 7.5 &= 0 \\ 0 k_1 + 0 k_2 + 0 k_3 + 0 k_4 + 0 k_5 + 3 k_6 + 0 k_7 + 1 k_8 - 0.8 k_9 - 30.0 &= 0 \\ 0 k_1 + 0 k_2 + 0 k_3 + 0 k_4 + 0 k_5 + 0 k_6 + 3 k_7 + 1 k_8 - 6.3 k_9 + 35.0 &= 0 \\ 1 k_1 + 1 k_2 + 1 k_3 + 1 k_4 + 1 k_5 + 1 k_6 + 1 k_7 + 1 k_8 + 0 k_9 + 5.0 &= 0 \\ 22.9 k_1 - 14.9 k_2 - 9.7 k_3 - 4.1 k_4 + 15.3 k_5 - 0.8 k_6 - 6.3 k_7 + 0 k_8 + \\ + 2328.26 k_9 - 1284 &= 0 \end{aligned}$$

#szög jelle	a	b	c	d	e	f	g	h	i	$\frac{a}{p}$	$\frac{b}{p}$	$\frac{c}{p}$	$\frac{d}{p}$	$\frac{e}{p}$	$\frac{f}{p}$	$\frac{g}{p}$	$\frac{h}{p}$	$\frac{i}{p}$	$\frac{aa}{p}$	$\frac{ab}{p}$	$\frac{ac}{p}$	$\frac{ad}{p}$	$\frac{ae}{p}$	$\frac{af}{p}$	$\frac{ag}{p}$	$\frac{ah}{p}$
9.	1							1		1							1		1							1
10.		1						1			1						1									
11.			1					1				1					1									
12.				1				1					1				1									
13.					1			1						1			1									
14.						1		1							1		1									
15.							1	1								1	1									
16.	1								+ 0.2	1								+ 0.2	1							
17.	1								+ 22.7	1								+ 22.7	1							
18.		1							- 14.3		1							- 14.3								
19.		1							- 0.6		1							- 0.6								
20.			1						- 18.5			1						- 18.5								
21.			1						+ 8.8			1						+ 8.8								
22.				1					- 11.5				1					- 11.5								
23.				1					+ 7.4				1					+ 7.4								
24.					1				- 0.7					1				- 0.7								
25.					1				+ 16.0					1				+ 16.0								
26.						1			- 14.8						1			- 14.8								
27.						1			+ 14.0						1			+ 14.0								
28.							1		- 15.6							1		- 15.6								
29.							1		+ 9.3							1		+ 9.3								

$\frac{eh}{p}$	$\frac{ei}{p}$	$\frac{ff}{p}$	$\frac{fg}{p}$	$\frac{fh}{p}$	$\frac{fi}{p}$	$\frac{gg}{p}$	$\frac{gh}{p}$	$\frac{gi}{p}$	$\frac{hh}{p}$	$\frac{hi}{p}$	$\frac{ii}{p}$	$\frac{a}{p} k_1$	$\frac{b}{p} k_2$
									1			+ 2.0880	
									1				- 8.3388
									1				
									1				
1									1				
		1		1					1				
						1	1		1				
											0.04	+ 2.0880	
											515.29	+ 2.0880	-
											204.49		- 8.3388
											0.36		- 8.3388
											342.25		
											77.44		
											132.25		
											54.76		
											0.49		
	- 0.7										256.00		
	+ 16.0										219.04		
		1			- 14.8						196.00		
		1			+ 14.0						243.36		
						1	- 15.6				86.49		
						1	+ 9.3				2328.26		
1	+ 15.3	3		1	- 0.8	3	1	- 6.3	7				

[illegible]

$\frac{c}{p} k_3$	$\frac{d}{p} k_4$	$\frac{e}{p} k_5$	$\frac{f}{p} k_6$	$\frac{g}{p} k_7$	$\frac{h}{p} k_8$	$\frac{i}{p} k_9$	v
					+ 0.6223		+ 2.7103
					+ 0.6223		- 7.7165
+ 6.2912					+ 0.6223		+ 6.9135
	- 8.3407				+ 0.6223		- 7.7184
		- 0.0712			+ 0.6223		+ 0.5511
			+ 9.9162		+ 0.6223		+ 10.5385
				- 10.9008	+ 0.6223		- 10.2785
						+ 0.0927	+ 2.1807
						+ 10.5211	+ 12.6091
						- 6.6278	- 14.9666
						- 0.2781	- 8.6169
+ 6.2912						- 8.5745	- 2.2833
+ 6.2912						+ 4.0787	+ 10.3699
	- 8.3407					- 5.3301	- 13.6708
	- 8.3407					+ 3.4298	- 4.9109
		- 0.0712				- 0.3244	- 0.3956
		- 0.0712				+ 7.4157	+ 7.3445
			+ 9.9162			- 6.8596	+ 3.0566
			+ 9.9162			+ 6.4888	+ 16.4050
				- 10.9008		- 7.2304	- 18.1312
				- 10.9008		+ 4.3104	- 6.5904

$\frac{aa}{p}$	$\frac{ab}{p}$	$\frac{ac}{p}$	$\frac{ad}{p}$	$\frac{ae}{p}$	$\frac{af}{p}$	$\frac{ag}{p}$	$\frac{ah}{p}$	$\frac{ai}{p}$	l_i	$\frac{bb}{p}$	$\frac{bc}{p}$	$\frac{bd}{p}$	$\frac{be}{p}$	$\frac{bf}{p}$	$\frac{bg}{p}$	$\frac{bh}{p}$	$\frac{bi}{p}$	l_i	$\frac{cc}{p}$	$\frac{ca}{p}$	$\frac{ce}{p}$	$\frac{cf}{p}$	$\frac{cg}{p}$	$\frac{ch}{p}$	$\frac{ci}{p}$	
+3							+1	+228	-175	+3						+1	-149	+313	+3						+1	-97
							+0.3	+763																		
										+3						+1	-149	+313	+3						+1	-97
																+0.3	-496									
																			+3						+1	-97
																								+0.3	-323	

$\frac{hh}{p}$	$\frac{hi}{p}$	l_{III}	$\frac{ii}{p}$	l_{IX}
+7	0	+5	+2328.2600	-1284.0000
± 0.3	± 7.63	± 5.83	± 174.8033	± 133.5833
+6.6	-7.63	+10.83	+2153.4567	-1150.4167
± 0.3	± 4.96	± 10.43	± 74.0034	± 155.4568
+6.3	-2.66	+0.40	+2079.4534	-944.9600
± 0.3	± 3.23	± 4.99	± 31.3633	± 48.5000
+6.0	+0.56	+5.40	+2048.0901	-1043.4600
± 0.3	± 1.36	± 8.76	± 5.6033	± 35.9434
+5.6	+1.93	-3.36	+2042.4867	-1007.5165
± 0.3	± 5.09	± 2.49	± 78.0300	± 38.2500
+5.3	-3.16	-0.86	+1964.4567	-969.2665
± 0.3	± 0.26	± 10.00	± 0.2133	± 8.0000
+5.0	-2.89	+9.13	+1954.2434	-977.2665
± 0.3	± 2.09	± 11.66	± 13.2300	± 73.5000
+4.6	-0.79	-2.53	+1951.0134	-903.7665
	-0.17		± 0.1371	± 0.4343
			+1950.8762	-904.2008

$$\begin{aligned}
 k_1 &= + 2.0880 \\
 k_2 &= - 8.3388 \\
 k_3 &= + 6.2918 \\
 k_4 &= - 8.3407 \\
 k_5 &= - 0.0712 \\
 k_6 &= + 9.9162 \\
 k_7 &= -10.9008 \\
 k_8 &= + 0.6223 \\
 k_9 &= + 0.4635
 \end{aligned}$$

$$p = 1.$$

Ellenőrzés-képen számítjuk a $[p \ v \ v] = -[k \ w]$ értékeket.

$p \ v \ v$	$p \ v \ v$	$k \cdot w$
7.346	853.289	- 36.540
59.544	5.213	+261.004
47.796	107.533	- 94.368
59.573	186.889	-219.360
0.304	24.117	-297.485
111.059	0.157	-381.527
105.674	53.942	-595.113
4.755	9.343	-1885.397
158.988	269.122	+ 0.534
223.999	328.738	+ 3.088
74.251	43.433	-1881.775
853.289	1881.776	

$$[p \ v \ v] = 1881.776 \quad [k \ w] = - 1881.775$$

Eddigi eljárásunk a következő volt:
felírtuk a korreláns-egyenletek általános alakját, amint azt az I. részben láttuk. Ezután a 189-190. oldalon látható táblázatokban kiszámítottuk az együtthatók értékét, s a 188. oldalon ezeket a behelyettesítve írtuk fel a korreláns egyenleteket, melyeket Gauss kiküszöbölési eljárása szerint oldottunk meg a 191. oldalon. A nyert "k" értékek segítségével a 189-190 oldal táblázatában kiszámítottuk a "v" javításokat.

l_n	$\frac{dd}{p}$	$\frac{de}{p}$	$\frac{df}{p}$	$\frac{dg}{p}$	$\frac{dh}{p}$	$\frac{di}{p}$	l_{11}	$\frac{ee}{p}$	$\frac{ef}{p}$	$\frac{eg}{p}$	$\frac{eh}{p}$	$\frac{ei}{p}$	l_{12}	$\frac{ff}{p}$	$\frac{fg}{p}$	$\frac{fh}{p}$	$\frac{fi}{p}$	l_{13}	$\frac{gg}{p}$	$\frac{gh}{p}$	$\frac{gi}{p}$	l_{14}
+150	+3				+1	-4.1	+26.3	+3			+1	+15.3	-7.5	+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
+150					+1	-4.1	+26.3	+3			+1	+15.3	-7.5	+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
-150	+3				+1	-4.1	+26.3	+3			+1	+15.3	-7.5	+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
	+3				+1	-4.1	+26.3	+3			+1	+15.3	-7.5	+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
					+0.3	-1.36																
								+3			+1	+15.3	-7.5	+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
														+3		+1	-0.8	-30.0	+3	+1	-6.3	+35.0
																+0.3	-0.26					
																			+3	+1	-6.3	+35.0
																			+0.3	-2.1		

Az oldalhosszak számítása:

$$BH = AB \cdot \frac{\sin 15}{\sin 29}$$

$$EF = AF \cdot \frac{\sin 11}{\sin 21}$$

$$AH = AB \cdot \frac{\sin 28}{\sin 29}$$

$$AE = AF \cdot \frac{\sin 20}{\sin 21}$$

$$GH = AH \cdot \frac{\sin 9}{\sin 17}$$

$$ED = AE \cdot \frac{\sin 12}{\sin 23}$$

$$AG = AH \cdot \frac{\sin 16}{\sin 17}$$

$$DA = AE \cdot \frac{\sin 22}{\sin 23}$$

$$GF = AG \cdot \frac{\sin 10}{\sin 19}$$

$$DC = AD \cdot \frac{\sin 13}{\sin 25}$$

$$AF = AG \cdot \frac{\sin 18}{\sin 19}$$

$$AC = AD \cdot \frac{\sin 24}{\sin 25}$$

$$BC = AB \cdot \frac{\sin 14}{\sin 26}$$

Az oldalhosszak számítását szintén táblázatosan végezzük el, a számításban már a javított szögértékekkel dolgozunk.

A csapásszögek képzése.

$$\begin{aligned} \alpha_{AB} &: 43 \ 17 \ 41.9 \\ &+180 \\ \alpha_{BA} &: 223 \ 17 \ 41.9 \\ 15 &+ 60 \ 09 \ 42.22 \\ &283 \ 27 \ 24.12 \\ &-180 \\ \alpha_{AH} &: 103 \ 27 \ 24.12 \\ 29 &+ 66 \ 17 \ 28.41 \\ &169 \ 44 \ 52.53 \\ &+180 \\ \alpha_{HB} &: 349 \ 44 \ 52.53 \\ 28 &+ 53 \ 32 \ 49.37 \\ &403 \ 17 \ 41.9P \\ &-180 \\ \alpha_{BA} &: 223 \ 17 \ 41.90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{AH} &: 103 \ 27 \ 24.12 \\ &+180 \\ \alpha_{HA} &: 283 \ 27 \ 24.12 \\ 9 &+ 46 \ 44 \ 10.21 \\ &330 \ 11 \ 34.33 \\ &-180 \\ \alpha_{AG} &: 150 \ 11 \ 34.33 \\ 17 &+ 42 \ 46 \ 52.61 \\ &192 \ 58 \ 26.94 \\ &-180 \\ \alpha_{GH} &: 12 \ 58 \ 26.94 \\ 16 &+ 90 \ 28 \ 57.18 \\ &103 \ 27 \ 24.12 \\ &+180 \\ \alpha_{HA} &: 283 \ 27 \ 24.12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{AG} &: 150 \ 11 \ 34.33 \\ &+180 \\ \alpha_{GA} &: 330 \ 11 \ 34.33 \\ 10 &+ 32 \ 44 \ 17.29 \\ &362 \ 55 \ 51.72 \\ &-180 \\ \alpha_{AF} &: 182 \ 55 \ 51.72 \\ 19 &+ 91 \ 33 \ 38.88 \\ &274 \ 29 \ 30.50 \\ &-180 \\ \alpha_{FG} &: 94 \ 29 \ 30.50 \\ 18 &+ 55 \ 42 \ 03.83 \\ &150 \ 11 \ 34.33 \\ &+180 \\ \alpha_{GA} &: 330 \ 11 \ 34.33 \end{aligned}$$

A szög	Jarított érték	log. sin	Kiinduló oldal log.-a	Számított oldal log.-a	Oldal- hossz.	A oldal
15	60°09'42.22"	9.9382361 - 10	19602995	19368294	86.463	BZ
29	66°17'28.41"	9.9617062 - 10		19040357	80.174	AZ
28	53°32'49.37"	9.9054424 - 10				
9	46°44'10.21"	9.8622540 - 10	19040357	19342910	85.959	GF
17	42°46'52.61"	9.8319987 - 10		20720216	118.038	AG
16	90°28'57.18"	9.9999846 - 10				
10	32°44'17.29"	9.7330369 - 10	20720216	18052146	63.859	GF
19	91°33'38.88"	9.9998389 - 10		19892199	97.548	AF
18	55°42'03.83"	9.9170372 - 10				
11	64°12'14.41"	9.9544114 - 10	19892199	19791596	95.315	EF
21	67°08'20.37"	9.9644717 - 10		19002544	79.479	AE
20	48°39'25.22"	9.8755062 - 10				
12	47°59'49.78"	9.8710541 - 10	19002544	17968137	62.606	EA
23	70°37'48.89"	9.9746949 - 10		18689325	73.949	AB
22	61°22'21.33"	9.9433727 - 10				
13	39°19'20.55"	9.8018721 - 10	18689325	17695748	58.827	AC
25	52°48'17.35"	9.9012298 - 10		19674033	92.769	EC
24	87°52'22.10"	9.9997006 - 10				
14	68°50'25.54"	9.9696855 - 10	19674033	20171736	104.033	BC
27	56°15'48.90"	9.9199152 - 10		19602995	91.264	AB
26	54°53'45.56"	9.9128114 - 10				

Megjegyzés: az AB oldal hosszát bázisfejlesztéssel határoztuk meg, csapáásszöge: α_{AB} pedig adott.

$$\alpha_{AB}: 182 \ 55 \ 51.62$$

$$-180$$

$$\alpha_{FA}: 2 \ 55 \ 51.62$$

$$11 + 64 \ 12 \ 14.41$$

$$67 \ 08 \ 06.03$$

$$+180$$

$$\alpha_{AE}: 247 \ 08 \ 06.03$$

$$21 + 67 \ 08 \ 20.37$$

$$314 \ 16 \ 26.40$$

$$-180$$

$$\alpha_{EF}: 134 \ 16 \ 26.40$$

$$20 + 48 \ 39 \ 25.22$$

$$182 \ 55 \ 51.62$$

$$-180$$

$$\alpha_{FA}: 2 \ 55 \ 51.62$$

$$\alpha_{AD}: 295 \ 07 \ 55.81$$

$$-180$$

$$\alpha_{DA}: 115 \ 07 \ 55.81$$

$$13 + 39 \ 19 \ 20.55$$

$$154 \ 27 \ 16.36$$

$$+180$$

$$\alpha_{AC}: 334 \ 27 \ 16.36$$

$$25 + 52 \ 48 \ 17.35$$

$$\alpha_{AE}: 247 \ 08 \ 06.03$$

$$-180$$

$$\alpha_{EA}: 67 \ 08 \ 06.03$$

$$12 + 47 \ 59 \ 49.78$$

$$115 \ 07 \ 55.81$$

$$+180$$

$$\alpha_{AD}: 295 \ 07 \ 55.81$$

$$23 + 70 \ 37 \ 48.89$$

$$365 \ 45 \ 44.70$$

$$-180$$

$$\alpha_{DE}: 185 \ 45 \ 44.70$$

$$22 + 61 \ 22 \ 21.33$$

$$247 \ 08 \ 06.03$$

$$-180$$

$$\alpha_{EA}: 67 \ 08.06.03$$

$$\alpha_{AC}: 334 \ 27 \ 16.36$$

$$-180$$

$$\alpha_{CA}: 154 \ 27 \ 16.36$$

$$14 + 68 \ 50 \ 25.54$$

$$223 \ 17 \ 41.90$$

$$-180$$

$$\alpha_{AB}: 43 \ 17 \ 41.90$$

$$27 + 56 \ 15 \ 48.90$$

$$\begin{array}{r}
 387 \ 15 \ 33.71 \\
 -180 \\
 \hline
 \alpha_{CD}: 207 \ 15 \ 33.71 \\
 24 + 87 \ 52 \ 22.10 \\
 \hline
 295 \ 07 \ 55.81 \\
 -180 \\
 \hline
 \alpha_{DA}: 115 \ 07 \ 55.81
 \end{array}$$

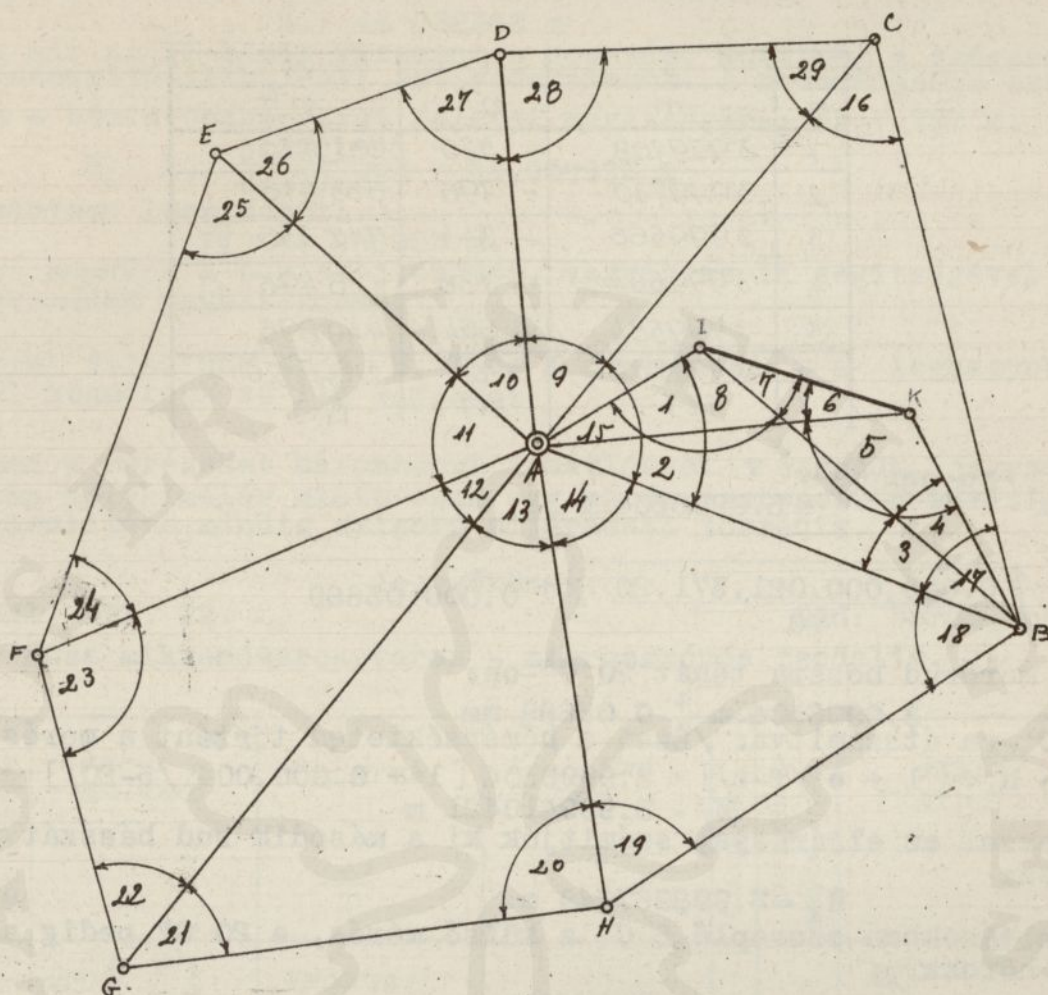
$$\begin{array}{r}
 99 \ 33 \ 30.80 \\
 +180 \\
 \hline
 \alpha_{BC}: 279 \ 33 \ 30.80 \\
 26 + 54 \ 53 \ 45.56 \\
 \hline
 334 \ 27 \ 16.36 \\
 -180 \\
 \hline
 \alpha_{CA}: 154 \ 27 \ 16.36
 \end{array}$$

Az eddigiekben kiszámított oldalhosszak és csapásszögek, valamint B adott összrendezői és az adott α_{BA} csapásszög alapján számítjuk az egyes pontok összrendezőit.

Az összrendezők számítása:

Kezdőpont	Vélpont	Csapás-szög Negyed Hegyes-szög	h_v	$\log \Delta y$	Rész		Fő		Pont jel
				$\log \sin \alpha$	összrendező				
				$\log h_v$	Δy	Δx	y	x	
				$\log \cos \alpha$					
				$\log \Delta x$					
B	d	223°17'41"90"	91'264	1'7964682	-62'585	-66'425	+62'585	+66'425	B
		"		9'8361687-10					
		43°17'41"90"		1'9602995			0'000	0'000	d
		"		9'8620317-10					
		"		1'8223312					
d	c	334°27'16"36"	92'769	1'6021093	-40'005	+83'700	0'000	0'000	d
		"		9'6347060-10					
		25°32'43"64"		1'9674033			-40'005	+83'700	c
		"		9'9553238-10					
		"		1'9227271					
d	b	295°07'55"81"	73'949	1'8257396	-66'948	+31'407	0'000	0'000	d
		"		9'9568071-10					
		64°52'04"19"		1'8689325			-66'948	+31'407	b
		"		9'6280902-10					
		"		1'4970227					
d	e	247°08'06"03"	79'479	1'8647135	-73'234	-30'883	0'000	0'000	d
		"		9'9644591-10					
		67°08'06"03"		1'9002544			-73'234	-30'883	e
		"		9'5894592-10					
		"		1'4897136					
d	f	182°55'51"62"	97'548	0'6979245	-4'988	-97'420	0'000	0'000	d
		"		8'7087046-10					
		2°55'51"62"		1'9892199			-4'988	-97'420	f
		"		9'9494299-10					
		"		1'9886498					
d	g	150°11'34"33"	118'038	1'7684496	+58'675	-102'422	0'000	0'000	d
		"		9'6964280-10					
		29°48'25"67"		2'0720216			+58'675	-102'422	g
		"		9'9383714-10					
		"		2'0103930					
d	e	103°27'24"12"	80'174	1'8919459	+77'973	-18'657	0'000	0'000	d
		"		9'9879102-10					
		76°32'35"88"		1'9040367			+77'973	-18'657	e
		"		9'3668159-10					
		"		1'2708516					

Háromszögelési háló mérése és kiegyenlitése közelítő eljárással.



A bázismérés a hálómérés első munkája. A mérési adatokat jegyzőkönyvbe foglaljuk:

Bázismérési jegyzőkönyv.

I. rúd.	II. rúd.	Maradék - hossz
## 1 6	## 5	0'0631 m
## 1 6	## 5	0'0612 "
## 1 6	## 5	0'0617 "
## 1 6	## 5	0'0633 "
## 1 6	## 5	0'0594 "
## 1 6	## 5	0'0621 "

A rudakat, amelyekkel a bázis hosszát meghatároztuk, komparálnunk kell. A komparálást az első kötetben tárgyalt vizsgálóbakon két normál-méterrel és egy üvegékkal végeztük. A normál-méterek hossza 20 C°-ra átszámítva:

I. normál méter: 0.999987 m
 II. " " 0.999997 m

Az I. rud hosszának számítása:

Sor sz.	l m	v 10^{-7}	vv 10^{-14}
1.	3.999708	- 576	331.776
2.	3.999730	- 796	633.616
3.	3.999566	+ 844	712.336
4.	3.999664	- 136	18.496
5.	3.999584	+ 664	440.896
	19.998252 [l]	Σ [v]	2.137.120 [vv]

$$x = \frac{19.998252}{5} = 3.9996504 \text{ m}$$

$$\mu_I = \sqrt{\frac{0.000.000.021.371.20}{20}} = \pm 0.000.03689$$

Az I. mérőrud hossza tehát 20 C°-on:

3.9996504 m + 0.03689 mm
és 5 C°-ra átszámítva: /Ezen a hőmérsékleten történt a mérés./

$$H_I = h_t \cdot [1 + e / T - t /] = 3.9996504 [1 + 0.000.004 / 5 - 20 /]$$

$$H_I = 3.999410421 \text{ m}$$

Ugyanezzel az eljárással számítjuk ki a második rud hásszát is, s ez lesz:

$$H_{II} = 3.998967648 \text{ m.}$$

A számításokban szereplő 5 C° a külső mérés, a 20 C° pedig a komparálás hőfoka.

Ezután számíthatjuk a bázis hosszát: a teljes rudhosszaknak megfelelő bázishossz:

$$6 \times 3.999410421 + 5 \times 3.998967648 =$$

$$= 23.996462526 + 19.994838240 = 43.991300766$$

Most még a "maradék"-nak jelzett hossz valószínű helyes értékét kell meghatároznunk. Eljárásunk most is teljesen azonos a fentebb alkalmazottal, s ennek eredményeképpen kapjuk a maradék valószínű helyes értékét:

$$M = 0.0618 \text{ m} \pm 0.05819 \text{ mm}$$

s így a bázis teljes ferde hossza:

$$43.996300766$$

$$+ 0.061800000$$

$$44.058100766 \text{ m}$$

s a teljes hossz relatív hibája:

$$\frac{0.0005819}{44.058100766} = \frac{1}{75,700}$$

Ki kell számítanunk a bázis vízszintes hosszát, ehhez szükségünk van az A és B pontok szintkülönbségére, S-re, melyet szintezőműszerrel határozzunk meg:

$$l_k = 0.896$$

$$l_e = 2.241$$

$$l_k - l_e = -1.345 = S$$

A vízszintes hossz pedig lesz:

$$H_v = H_f^2 - S^2 = \sqrt{1940^2 - 675707716201 - 1^2 \cdot 809025}$$

$$H_v = 44.032563 \text{ m}$$

Ismernünk már az IK bázis vízszintes hosszát, most még a tengerszintbe, a viszonyító-síkba kell ezt redukálnunk. A redukáláshoz szükségünk van a bázis tengerszint feletti magasságára; ez + 227 m.

$$H_T = H_v \cdot \frac{6.3701000}{6.370.227} = 44.030993 \text{ m}$$

Végeredményben lesz tehát:

$$IK = 44.030993 \text{ m.}$$

Következő munkánk a bázisfejlesztés, vagyis az IK segítségével az AB oldal hosszának meghatározása.

Teodolittal felállunk az A, B, I és K pontokban, s a legnagyobb pontossággal megmérjük az 1-8 szögeket.

Példánkban a méréseket háromszori ismétléssel végeztük, jegyzőkönyv mintánkban helykimélés miatt csak egy mérés szerepel. A bázisfejlesztés kiegyenlítése mindig szigorú eljárással történik.

Jegyzőkönyv.

Kelt: 1941. III. 22.

Idő: boros, hűvös.

4666.sz. Süss mikrométercsavaros - mikroszkópos teodolit.

Álláspont	Irányított pont	Magassági kör felvétele	Limbus leolvasás	Középerték	Közbezdrt. szög	A szög jele	Valószínű helyes érték	Jegyzet (Vázrajz)
			I. II.	$\frac{I+II}{2}$				
A	γ	bal	38° 0' 4" 38.4 40.3	38° 09' 18.7"	23° 22' 03.8"	1	23° 22' 19.00" 30° 51' 34.25"	
	K		61° 3' 0" 35.5 47.0	61° 31' 22.5"				
	B		92° 2' 1" 38.8 39.5	92° 23' 18.3"	30° 51' 55.8"	2		
	B	jobb	272° 2' 2" 50.0 03.0	272° 23' 53.0"	30° 51' 12.7"	2		
	K		241° 3' 1" 13.2 27.1	241° 32' 40.3"				
	γ		218° 0' 10" 01.2 04.9	218° 10' 06.1"	23° 22' 34.2"	1		

/A második jegyzőkönyv a következő oldalon/

A mérési adatok alapján számítjuk a szögek valószínű helyes értékét, majd ezekkel az értékekkel írjuk fel a feltételi egyenleteket.

Sorszám	0	0'	v	v.v
1.	23° 22' 19.0"	19.0"	+ 11.267	126 945 289
2.	23° 22' 33.0"	33.0"	- 2.733	7 469 289
3.	23° 22' 38.8"	38.8"	- 8.533	72 812 089
		[0'] = 90.8"	[v] = 0	[v.v] = 207 226 667

Jegyzőkönyv.

Kelt: 1941. III. 22.

Idő: barus, hűvös.

4447. sz. Süss becslőmikroszkópos teodolit.

Aláspont	Irányított pont	Magassági kör felvése	Limbus-leolvasás	Középérték	Közbezárt szög	A szög jele	Valószínű helyes érték	Jegyzet (Vázrajz)		
			I. II.	$\frac{I+II}{2}$						
K	B	bal	88°09'6'	88°09'33"	101°28'45"	5	101°28'52.5" 14°57'57.0"			
			268°09'5'							
			189°38'3'	189°38'18"	14°57'57"	6				
			9°38'3'							
	J	jobb	204°36'3'	204°36'15"	14°57'57"	6				
			24°36'2'							
	J		24°37'0'	24°37'00"	14°57'57"	6				
			204°37'0'							
	A		9°39'1'	9°39'03"	101°29'00"	5				
			189°39'0'							
	B		268°10'1'	268°10'03"	101°29'00"	5				
			88°10'0'							

$$x = \frac{[0]}{n} = \frac{90.8}{3} = 30.267 \quad \mu_1 = \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{n / (n-1)}} = \sqrt{\frac{207 \cdot 226667}{6}} = \pm 5.8768$$

$$1 \pm = 23^\circ 22' 30.27'' \pm 5.8768''$$

Ugyanígy számítjuk a háromszor ismételt megfigyelés adataiból a többi szög valószínű helyes értékét is. Eredményeink lesznek:

#	Valószínű helyes szögérték	$\pm \mu$	μ^2
1.	23°22'30.27"	5.8768	34.81
2.	30°51'36.73"	1.628	2.56
3.	17°19'38"	3.5	12.25
4.	30°19'45.5"	1.8	3.24
5.	101°28'57"	2.598	6.76
6.	14°57'49"	4.3589	19.36
7.	33°13'17.6"	4.29	18.49
8.	108°26'00.033"	5.242	27.04

A megfigyelések középhibája segítségével számítjuk a szögértékek súlyát:

$$p = \frac{\mu_{\max}^2}{\mu^2}$$

$$p_1 = \frac{34.81}{34.81} = 1; \quad p_2 = \frac{34.81}{2.56} = 13; \quad p_3 = \frac{34.81}{12.25} = 3; \quad p_4 = \frac{34.81}{3.24} = 11$$

$$p_5 = \frac{34.81}{6.76} = 5; \quad p_6 = \frac{34.81}{19.36} = 2; \quad p_7 = \frac{34.81}{18.49} = 2; \quad p_8 = \frac{34.81}{27.04} = 1$$

felírjuk a feltételi egyenleteket:

$$1 + 6 + 7 + 8 = 180^\circ$$

$$4 + 5 + 6 + 7 = 180^\circ$$

$$1 + 2 + 3 + 8 = 180^\circ$$

$$\begin{array}{r} 23^\circ 22' 30.27'' \\ 14^\circ 57' 49.00'' \\ 33^\circ 13' 17.63'' \\ 108^\circ 26' 00.33'' \\ \hline 179^\circ 59' 36.93'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30^\circ 19' 45.50'' \\ 101^\circ 28' 57.00'' \\ 14^\circ 57' 49.00'' \\ 33^\circ 13' 17.63'' \\ \hline 179^\circ 59' 49.13'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23^\circ 22' 30.27'' \\ 30^\circ 51' 36.73'' \\ 17^\circ 19' 38.00'' \\ 108^\circ 26' 00.03'' \\ \hline 179^\circ 59' 45.03'' \end{array}$$

Az ellenmondások tehát lesznek:

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ 179^\circ 59' 36.93'' \\ \hline l_1 = -23.07 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ 179^\circ 59' 49.13'' \\ \hline l_2 = -10.87 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 59' 60'' \\ 179^\circ 59' 45.03'' \\ \hline l_3 = -14.97 \end{array}$$

Felírjuk az oldalegyenletet:

$$\frac{\sin 1. \sin 3. \sin 5. \sin 7.}{\sin 2. \sin 4. \sin 6. \sin 8} = 1$$

#	log. sin S	pp	#	log. sin N	pp
1.	9.598515 - 10	+ 4.87	2	9.710071 - 10	+ 3.52
3	9.473966 - 10	+ 6.75	4	9.703265 - 10	+ 3.60
5	9.991220 - 10	- 0.43	6	9.411966 - 10	+ 7.88
7	9.738684 - 10	+ 3.22	8	9.977125 - 10	- 0.70
	8.802385 - 10	.		8.802427 - 10	

$$[\log \sin S] = 8.802385 - 10$$

$$[\log \sin N] = 8.802427 - 10$$

$$[\log \sin S] - [\log \sin N] = l_4 = -42$$

A javítási egyenletek lesznek:

$$v_1 + v_6 + v_7 + v_8 - 23.07 = 0$$

$$v_4 + v_5 + v_6 + v_7 - 10.87 = 0$$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_8 - 14.97 = 0$$

$$4.87 v_1 - 3.52 v_2 + 6.75 v_3 - 3.60 v_4 - 0.43 v_5 - 7.88 v_6 + 3.22 v_7 + 0.70 v_8 - 42 = 0$$

Most a tuloldali 1./ táblázat segítségével meghatározzuk a korreláns-egyenletek együtthatóit, s ezekkel felírjuk a korreláns egyenleteket:

$$3 k_1 + k_2 + 2 k_3 + 3.24 k_4 - 23.07 = 0$$

$$k_1 + 1.29 k_2 - 2.75 k_4 - 10.87 = 0$$

$$2 k_1 + 2.41 k_3 + 7.55 k_4 - 14.97 = 0$$

$$3.24 k_1 - 2.75 k_2 + 7.55 k_3 + 77.79 k_4 - 42 = 0$$

Ezeket az egyenleteket a tuloldali második táblázatban, a Gauss-féle kiküszöbölési eljárás szerint megoldjuk, s eredményképpen a következő értékeket kapjuk:

$$k_1 = + 4.657$$

$$k_2 = + 5.805$$

$$k_3 = + 0.895$$

$$k_4 = + 0.464$$

Sor sz.	a	b	c	d	p	$\frac{a}{p}$	$\frac{b}{p}$	$\frac{c}{p}$	$\frac{d}{p}$	$\frac{aa}{p}$	$\frac{ab}{p}$	$\frac{ac}{p}$	$\frac{ad}{p}$	$\frac{bb}{p}$	$\frac{bc}{p}$	$\frac{bd}{p}$	$\frac{cc}{p}$	$\frac{cd}{p}$	$\frac{dd}{p}$
1	1		1	+4.87	1	10		1.00	+4.87	10		10	+4.87				1.00	+4.87	23.7169
2			1	-3.52	13			0.08	-0.27								0.08	-0.27	0.9531
3			1	+6.75	3			0.33	+2.25								0.33	+2.25	15.1875
4		1		-3.60	11		0.09		-0.33					0.09		-0.33			1.1782
5		1		-0.43	5		0.20		-0.09					0.20		-0.09			0.0370
6	1	1		-7.88	2	0.5	0.50		-3.94	0.5	0.5		-3.94	0.50		-3.94			31.0472
7	1	1		+3.22	2	0.5	0.50		+1.61	0.5	0.5		+1.61	0.50		+1.61			5.1842
8	1			+0.70	1	10		1.00	+0.70	10		10	+0.70				1.00	+0.70	0.4900
									+	30	10	20	7.18	1.29		1.61	2.41	7.82	77.7941
									-				3.94			4.36		0.27	
										+30	+10	+20	+3.24	+1.29		-2.75	+2.41	+7.55	+77.7941

$[\frac{aa}{p}]$	$[\frac{ab}{p}]$	$[\frac{ac}{p}]$	$[\frac{ad}{p}]$	l_I	$[\frac{bb}{p}]$	$[\frac{bc}{p}]$	$[\frac{bd}{p}]$	l_{II}	$[\frac{cc}{p}]$	$[\frac{cd}{p}]$	l_{III}	$[\frac{dd}{p}]$	l_{IV}
3	1	2	3.24	-23.07	1.29	0	-2.75	-10.87	2.41	7.55	-14.97	77.7941	-42
	0.333	0.667	1.08		-0.333	-0.667	-1.080	7.7689	-1.334	-2.160	7.15378	-3.4992	7.24416
					+0.957	-0.667	-3.830	-3.181	+1.076	+5.390	+0.408	+74.2949	-17.084
						-0.697	-4.002		±0.465	±2.670	±2.217	±15.3277	±12.730
									+0.611	+2.720	-1.809	+58.9672	-29.814
										±4.452		±12.1094	7.8054
												+46.8578	-21.760

korrelációs segítségével számítjuk a szögek javítását:

Sor sz.	$\frac{a}{p} k_1$	$\frac{b}{p} k_2$	$\frac{c}{p} k_3$	$\frac{d}{p} k_4$	v
1	+ 4'6573		+ 0'8950	+ 2'2597	+ 7'81"
2			+ 0'0716	- 0'1253	- 0'05"
3			+ 0'2954	+ 1'0440	+ 1'34"
4		+ 0'5225		- 0'1531	+ 0'37"
5		+ 1'1610		- 0'0418	+ 1'12"
6	+ 2'3285	+ 2'9025		- 1'8282	+ 3'40"
7	+ 2'3285	+ 2'9025		+ 0'7470	+ 5'98"
8	+ 4'6573		+ 0'8950	+ 0'3248	+ 5'88"

Ellenőrzésül számítjuk a sinus-szögzárást:

Szög jele	Javított szögérték	log. sin	Szög jele	Javított szögérték	log. sin
1	23°22'38.1"	9.598654 - 10	2	30°51'36.7"	9.710070 - 10
3	17°19'39.3"	9.473875 - 10	4	30°19'45.9"	9.703266 - 10
5	101°28'58.1"	9.991219 - 10	6	14°57'52.4"	9.411992 - 10
7	33°13'23.6"	9.738701 - 10	8	108°26'05.9"	9.977121 - 10
		8.802449 - 10			8.802449 - 10

Az oldalhosszak számítása:

$$\begin{aligned}
 IA &= IK \cdot \frac{\sin 6}{\sin 1} & IB &= IK \cdot \frac{\sin 5/6}{\sin 4} & KA &= IK \cdot \frac{\sin 7/8}{\sin 1} \\
 AB &= IA \cdot \frac{\sin 8}{\sin 3} & AB &= IB \cdot \frac{\sin 9}{\sin 1+2/} & AB &= KA \cdot \frac{\sin 5}{\sin 3+4/} \\
 KB &= IK \cdot \frac{\sin 7}{\sin 4} & AB &= KB \cdot \frac{\sin 5}{\sin 2}
 \end{aligned}$$

$$IK = 44.030993 \text{ m}$$

Szög jele	Javított szögérték	log. sin.	A kiinduló			A számított		
			o l d a l					
			jele	hossza	log.	log	hossza	jele
6	14°57'52.4"	9.411992 - 10	JK	44.0310	1.643759	1.457197	28.6548	JL
1	23°22'38.1"	9.598554 - 10	JK	44.0310	1.643759	1.837843	68.8403	KL
7+8	141°39'29.5"	9.792638 - 10						
7	33°13'23.6"	9.738701 - 10	JK	44.0310	1.643759	1.679194	47.7743	KL
4	30°19'45.9"	9.703266 - 10	JK	44.0310	1.643759	1.892483	78.0698	JB
5+6	116°28'50.5"	9.951990 - 10						
3	17°19'39.3"	9.473975 - 10	JL	28.6548	1.457197	1.960343	91.2733	LB
8	108°26'05.9"	9.977121 - 10	JB	78.0698	1.892483	1.960345		LB
1+2	54°14'44.8"	9.909259 - 10						LB
2	30°51'36.7"	9.710070 - 10	KL	47.7743	1.679194	1.960344		LB
5	101°28'58.1"	9.991219 - 10	KL	68.8403	1.837843	1.960343		LB
3+4	47°39'25.2"	9.868718 - 10						

Számítjuk a csapáásszögeket:

Adva:

$$\alpha_{IK} = 27^\circ 24' 00.0''$$

$$\alpha_{IK} = 27^\circ 24' 00.0''$$

$$+180^\circ$$

$$\alpha_{KI} = 207^\circ 24' 00.0''$$

$$7+8 \quad 141^\circ 39' 29.5''$$

$$349^\circ 03' 29.5''$$

$$-180^\circ$$

$$\alpha_{IA} = 169^\circ 03' 29.5''$$

$$\alpha_{IA} = 169^\circ 03' 29.5''$$

$$54^\circ 14' 14.8''$$

$$223^\circ 17' 44.3''$$

$$-180^\circ$$

$$\alpha_{AB} = 43^\circ 17' 44.3''$$

$$\alpha_{AB} = 43^\circ 17' 44.3''$$

$$3+4 \quad 47^\circ 39' 25.2''$$

$$90^\circ 57' 09.5''$$

$$+180^\circ$$

$$\alpha_{BK} = 270^\circ 57' 09.5''$$

$$5+6 \quad 116^\circ 26' 50.5''$$

$$387^\circ 24' 00.0''$$

$$-180^\circ$$

$$\alpha_{KI} = 207^\circ 24' 00.0''$$

Az összrendezők számítása:

Kezdőpont	Végpont	Csapátszög Negyed Hegyeszög	Távolság $\bar{r}$ (méter)	log Δy	Rész		Fő		A pont jele	
				log. sin						
				log $\bar{r}_v$	összrendező					
				log. cos	Δy	Δx	y	x		
				log Δx						
A	B	43°17'44.3" I 43°17'44.3"	91.2733	1.796518	62.592	66.431	0.000	0.000	A	
				9.836174-10			62.592	66.431	B	
				1.960344						
				9.862027-10						
				1.822371						
B	K	270°57'09.5" IV 89°02'50.5"	47.7743	1.679135	47.768	0.794	14.824	67.225	K	
				9.999940-10						
				1.679195						
				8.220772-10						
				0.899967-1						
K	J	207°24'00.0" III 27°24'00.0"	44.0310	1.306705	20.263	39.091	5.439	28.134	J	
				9.662946-10						
				1.643759						
				9.948323-10						
				1.592082						
J	A	169°03'29.5" II 10°56'30.5"	10.56305	0.735522	5.439	28.134	0.000	0.000	A	
				9.278324-10						
				1.457198						
				9.992032-10						
				1.449230						

Ezután megmértük az összes szöget, szintén háromszor ismételve a méréseket. A nyert értékek voltak:

9	39°19'45.5"	16	54°53'45.0"	23	91°33'32.5"
10	48°00'00.0"	17	56°15'47.5"	24	48°38'37.5"
11	64°11'55.0"	18	53°32'45.0"	25	67°08'57.5"
12	32°44'35.0"	19	66°17'57.5"	26	61°22'42.5"
13	46°43'50.0"	20	90°29'12.5"	27	70°37'15.0"
14	60°09'55.0"	21	42°46'23.7"	28	87°52'25.0"
15	68°50'00.0"	22	55°42'21.3"	29	52°47'52.3"

A feltételi-egyenletek lesznek:

$$\begin{aligned}
 15 + 16 + 17 + \ell_1 &= 180^\circ \\
 14 + 18 + 19 + \ell_{II} &= 180^\circ \\
 13 + 20 + 21 + \ell_{III} &= 180^\circ \\
 12 + 22 + 23 + \ell_{IV} &= 180^\circ \\
 11 + 24 + 25 + \ell_V &= 180^\circ \\
 10 + 26 + 27 + \ell_{VI} &= 180^\circ \\
 9 + 28 + 29 + \ell_{VII} &= 180^\circ \\
 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + \ell_{VIII} &= 180^\circ
 \end{aligned}$$

Az ellenmondási értékek:

$$\begin{aligned}
 \ell_1 &= -27.5'' ; & \ell_{II} &= +37.5'' ; & \ell_{III} &= -33.8'' ; & \ell_{IV} &= +28.8'' \\
 \ell_V &= -30.0'' ; & \ell_{VI} &= -02.5'' ; & \ell_{VII} &= +02.3'' ; & \ell_{VIII} &= 0
 \end{aligned}$$

A javítási egyenletek:

$$\begin{aligned}
 3 v_1 + v_8 + \ell_1 &= 0 \\
 3 v_2 + v_8 + \ell_{II} &= 0 \\
 3 v_3 + v_8 + \ell_{III} &= 0 \\
 3 v_4 + v_8 + \ell_{IV} &= 0 \\
 3 v_5 + v_8 + \ell_V &= 0 \\
 3 v_6 + v_8 + \ell_{VI} &= 0 \\
 3 v_7 + v_8 + \ell_{VII} &= 0 \\
 v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + 7 v_8 + \ell_{VIII} &= 0
 \end{aligned}$$

s innen a javítások:

$$v_8 = \frac{\ell_I + \ell_{II} + \ell_{III} + \ell_{IV} + \ell_V + \ell_{VI} + \ell_{VII} - 3 \ell_{VIII}}{2n}$$

$$v_8 = \frac{25.2}{14} = -1.8$$

$$\begin{aligned}
 v_7 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_{VII}}{3} = 0.6 - 0.77 = -0.17'' & v_3 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_{III}}{3} = 0.6 + 11.27 = +11.87'' \\
 v_6 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_{VI}}{3} = 0.6 + 0.83 = +1.43'' & v_2 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_{II}}{3} = 0.6 - 12.50 = -11.90'' \\
 v_5 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_V}{3} = 0.6 + 10.00 = +10.60'' & v_1 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_I}{3} = 0.6 + 9.17 = +9.77'' \\
 v_4 &= -\frac{v_8}{3} - \frac{\ell_{IV}}{3} = 0.6 - 9.60 = -9.00''
 \end{aligned}$$

#	Javítás	Mért szög	Javítás	Javított szög
9	$v_7 + v_8$	39°19'45.0"	-1.97	39°19'43.03"
10	$v_6 + v_8$	48°00'00.0"	-0.37	47°59'59.63"
11	$v_5 + v_8$	64°11'55.0"	+8.80	64°12'03.80"
12	$v_4 + v_8$	32°44'35.0"	-10.80	32°44'24.20"
13	$v_3 + v_8$	46°43'50.0"	+10.07	46°44'00.07"
14	$v_2 + v_8$	60°09'55.0"	-13.70	60°09'41.30"
15	$v_1 + v_8$	68°50'00.0"	+7.97	68°50'07.97"
16	v_1	54°53'45.0"	+9.77	54°53'54.765"
17	v_1	56°15'47.5"	+9.77	56°15'57.265"
18	v_2	53°32'45.0"	-11.90	53°32'33.10"
19	v_2	66°17'57.5"	-11.90	66°17'45.60"
20	v_3	90°29'12.5"	+11.87	90°29'24.365"
21	v_3	42°46'23.7"	+11.87	42°46'35.565"
22	v_4	55°42'21.3"	-9.00	55°42'12.30"
23	v_4	91°33'32.5"	-9.00	91°33'23.50"
24	v_5	48°38'37.5"	+10.60	48°38'48.10"
25	v_5	67°08'57.5"	+10.60	67°09'08.10"
26	v_6	61°22'42.5"	+1.43	61°22'43.935"
27	v_6	70°37'15.0"	+1.43	70°37'16.435"
28	v_7	87°52'25.0"	-0.17	87°52'24.835"
29	v_7	52°47'52.3"	-0.17	52°47'52.135"

Ezután a javított szögeket behelyettesítjük az alábbi oldalegyenletbe:

$$\frac{\sin 16 \cdot \sin 18 \cdot \sin 20 \cdot \sin 22 \cdot \sin 24 \cdot \sin 26 \cdot \sin 28}{\sin 17 \sin 19 \sin 21 \sin 23 \sin 25 \sin 27 \sin 29} = 1$$

$\angle$	log. sin S	pp	$\angle$	log. sin N	pp
16	9.912825 - 10	1.48	17	9.919927 - 10	1.41
18	9.905418 - 10	1.56	19	9.961722 - 10	0.93
20	9.999984 - 10	0	21	9.831960 - 10	2.28
22	9.917050 - 10	1.44	23	9.999839 - 10	0
24	9.875437 - 10	1.85	25	9.964514 - 10	0.89
26	9.943399 - 10	1.15	27	9.974671 - 10	0.74
28	9.999700 - 10	0	29	9.901189 - 10	1.60
	9.553813 - 10	7.48		9.553822 - 10	7.85

$$\begin{array}{r} 9.553813 - 10 \\ - 9.553822 + 10 \\ \hline \end{array}$$

$$l = -9$$

$$7.48$$

$$7.85$$

$$15.33 = [p \ p]$$

$$v = \frac{9}{15.33} = 0.587''$$

A végleges szögértékek tehát:

$\angle$	Szögérték	$\angle$	Szögérték	$\angle$	Szögérték
9	39°19'43.03"	16	54°53'55.35"	23	91°33'22.91"
10	47°59'59.63"	17	56°15'56.68"	24	48°38'48.69"
11	64°12'03.80"	18	53°32'33.69"	25	67°09'07.51"
12	32°44'24.20"	19	66°17'45.01"	26	61°22'44.52"
13	46°44'00.07"	20	90°29'24.95"	27	70°37'15.85"
14	60°09'41.30"	21	42°46'34.98"	28	87°52'25.42"
15	68°50'07.97"	22	55°42'12.89"	29	52°47'51.55"

Az oldalhosszak számítása:

$$BH = AB \cdot \frac{\sin 14}{\sin 19} = 86.475 \text{ m}$$

$$BC = AB \cdot \frac{\sin 15}{\sin 16} = 104.037 \text{ m}$$

$$AH = AB \cdot \frac{\sin 18}{\sin 19} = 80.173 \text{ m}$$

$$AC = AB \cdot \frac{\sin 17}{\sin 16} = 92.777 \text{ m}$$

$$DC = AC \cdot \frac{\sin 9}{\sin 28} = 58.840 \text{ m}$$

$$AD = AC \cdot \frac{\sin 29}{\sin 28} = 73.949 \text{ m}$$

$$FG = AG \cdot \frac{\sin 12}{\sin 23} = 63.867 \text{ m}$$

$$AF = AG \cdot \frac{\sin 22}{\sin 23} = 97.560 \text{ m}$$

$$HG = AH \cdot \frac{\sin 13}{\sin 21} = 85.962 \text{ m}$$

$$ED = AD \cdot \frac{\sin 10}{\sin 26} = 62.604 \text{ m}$$

$$AG = AH \cdot \frac{\sin 20}{\sin 21} = 118.047 \text{ m}$$

$$AE = AD \cdot \frac{\sin 27}{\sin 26} = 79.470 \text{ m}$$

$$EF = AE \cdot \frac{\sin 11}{\sin 24} = 95.316 \text{ m}$$

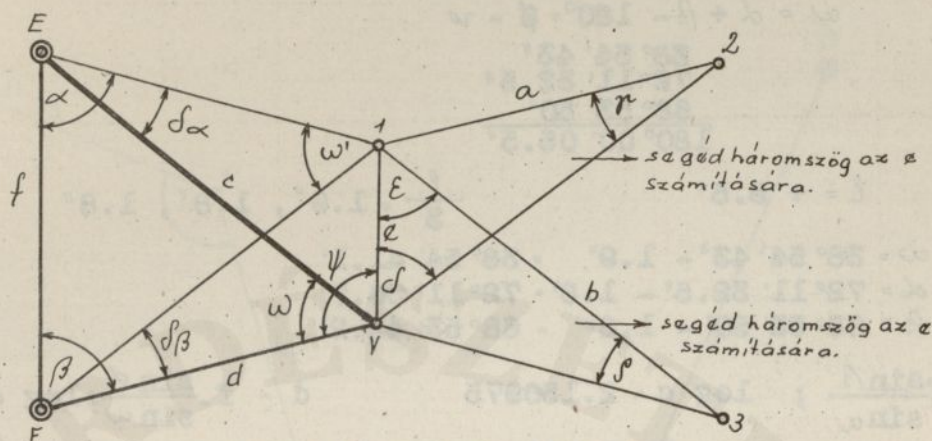
A csapásszögek képzése:

α_{AB}	43	17	44.30
+	180		
α_{BA}	223	17	44.30
14	60	09	41.30
	283	27	25.60
-	180		
α_{AH}	103	27	25.60
19	66	17	45.01
	169	45	10.61
+	180		
α_{HB}	349	45	10.61
18	53	32	33.69
17	56	15	56.68
	459	33	40.98
-	180		
α_{BC}	279	33	40.98
16	54	53	55.35
29	52	47	51.55
	387	15	27.88
-	180		
α_{CD}	207	15	27.88
28	87	52	25.42
27	70	37	15.85
	365	45	09.15
-	180		
α_{DE}	185	45	09.15
26	61	22	44.52
25	67	09	07.51
	314	17	01.18
-	180		
α_{EF}	134	17	01.18
24	48	38	48.69
23	91	33	22.91
	274	29	12.78
-	180		
α_{FG}	94	29	12.78
22	55	42	12.89
21	42	46	34.98
	192	58	00.65
-	180		
α_{GH}	12	58	00.65

α_{GH}	12	58	00.65
20	90	29	24.95
19	66	17	45.01
	169	45	10.61
+	180		
α_{HB}	349	45	10.61
18	53	32	33.69
	403	17	44.30
-	180		
α_{BA}	223	17	44.30
α_{BC}	279	33	40.98
16	54	53	55.35
	334	27	36.33
-	180		
α_{CA}	154	27	36.33
α_{CD}	207	15	27.88
28	87	52	25.42
	295	07	53.30
-	180		
α_{DA}	115	07	53.30
α_{DE}	185	45	09.15
26	61	22	44.52
	247	07	53.67
-	180		
α_{EA}	67	07	53.67
α_{EF}	134	17	01.18
24	48	38	48.69
	182	55	49.87
-	180		
α_{FA}	2	55	49.87
α_{FG}	94	29	12.78
22	55	42	12.89
	150	11	25.67
+	180		
α_{GA}	330	11	25.67
α_{GH}	12	58	00.65
20	90	29	24.95
	103	27	25.60
+	180		
α_{HA}	283	27	25.60

Kezdőpont	Végpont	Csapósszög Negyed Hegeyesszög	h_v	$\log \Delta y$	Rész		Fő		A pont jelle	
				$\log \sin \alpha$	összrendező					
				$\log h_v$	Δy	Δx	y	x		
				$\log \cos \alpha$						
				$\log \Delta x$						
J	B	43°17'44"30" I 43°17'44"30"	91.273	1.796518	+	62.592	66.431	0	0	J
				9.836174 - 10				62.592	66.431	B
				1.960344						
				9.862027 - 10						
				1.822371						
B	C	279°33'40"98 IV 80°26'19"02	104.037	2.011115	-	102.592	17.281	40.000	83.712	C
				9.993925 - 10						
				2.017190						
				9.220380 - 10						
				1.237570						
C	D	207°15'27"88 III 27°15'26"88	58.840	1.430534	-	26.948	52.706	66.948	31.406	D
				9.660860 - 10						
				1.769674						
				9.948880 - 10						
				1.718854						
D	E	185°45'09"15" III 5°45'09"15"	62.604	0.797613	-	6.275	62.289	73.223	30.883	E
				9.001007 - 10						
				1.796606						
				9.997807 - 10						
				1.794413						
E	F	134°17'01"18" I 45°42'58"82"	95.316	1.834014	+	68.236	66.550	4.987	97.433	F
				9.854848 - 10						
				1.979166						
				9.843987 - 10						
				1.823153						
F	G	94°29'12"78" II 85°30'47"22"	63.867	1.803946	+	63.672	4.996	58.685	102.429	G
				9.998667 - 10						
				1.805279						
				8.893377 - 10						
				0.698656						
G	H	12°58'00"65" I 12°58'00"65"	85.962	1.285306	+	19.290	83.772	77.975	18.658	H
				9.351000 - 10						
				1.934306						
				9.988782 - 10						
				1.923088						
H	B	349°45'10"61" IV 10°14'49"39"	86.475	1.187054	-	15.383	85.383	62.592	66.431	B
				9.250159 - 10						
				1.936895						
				9.993017 - 10						
				1.929912						
B	J	223°17'44"30" III 43°17'44"30"	91.273	1.796518	-	62.592	66.431	0	0	J
				9.836174 - 10						
				1.960344						
				9.862027 - 10						
				1.822371						

Pont bekapcsolása külpontos szögméréssel.



Adva van előzőekben számított háromszögelési háló E és F pontja
összrendezői által, bekapcsolandó a megközelíthetetlen V pont.
Mégmértük a következő szögeket és oldalakat:

$$\begin{aligned} \alpha &= 72^\circ 11' 32.5'' & \beta &= 68^\circ 53' 50'' & \gamma &= 63^\circ 11' 45'' \\ \rho &= 39^\circ 12' 00'' & \epsilon &= 106^\circ 45' 52.5'' & \delta &= 64^\circ 22' 37.5'' \\ \omega' &= 42^\circ 04' 25'' & \varphi &= 108^\circ 33' 45'' \\ a &= 15.74.5 \text{ m} & b &= 15.720 \text{ m} \end{aligned}$$

Az E és F összrendezőiből számítva: $f = EF = 95.316 \text{ m}$

/A vázrajzot az áttekinthetőség emelésére erős torzítással rajzol-
tuk meg./

Az 1,2,V háromszögből:

$$e = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin / \gamma + \delta /} = 17.731$$

Az 1,3,V "

$$e = b \cdot \frac{\sin \rho}{\sin / \epsilon + \rho /} = 17.751$$

s innen: $e = 17.741 \text{ m}$
 $\omega = 180^\circ - / \alpha + \beta / = 38^\circ 54' 37.5''$

$$c = f \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \omega}; \quad \log c = 2.150983 \quad c = 141.574 \text{ m}$$

$$d = f \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \omega}; \quad \log d = 2.159809 \quad d = 144.480 \text{ m}$$

Ez utóbbi két értéket egy elsődleges ω -val számítottuk. Az ω
valódi értékét a $\delta\alpha$ -és $\delta\beta$ segítségével határozzuk meg:

$$\sin \delta\beta = \sin \psi \cdot \frac{e}{d}; \quad \log \sin \delta\beta = 9.065967 - 10$$

$$\delta\beta = 6^\circ 41' 04''$$

$$\sin \delta\alpha = \sin [360 - / \psi + \omega /] \cdot \frac{e}{c}; \quad \log \sin \delta\alpha = 8.788505 - 10$$

$$\delta\alpha = 3^\circ 31' 22''$$

Ebben a feladatban, mivel kis oldalhosszakkal dolgoztunk, a közpon-
tosításhoz a sin. értékeket használtuk. A gyakorlatban, amikor az
oldalak 5-20 km hosszúak, arcus-értékekkel dolgozunk, amint azt a
szögmegközpontosítás tárgyalásánál, az első részben láttuk volt:

$$\sin \delta\beta = \delta\beta = \frac{\delta\beta''}{\rho''}$$

$$\delta\beta'' = \beta'' \dots$$

$$\omega = \omega' + \delta\alpha - \delta\beta = 38^\circ 54' 43''$$

$$\omega = \alpha + \beta - 180^\circ = \emptyset = \omega$$

$$\begin{array}{r} 38^\circ 54' 43'' \\ 72^\circ 11' 32.5'' \\ 68^\circ 53' 50'' \\ \hline 180^\circ 00' 05.5'' \end{array}$$

$$\ell = + 5.5''$$

$$\frac{\ell}{3} = 1.9'', 1.8'', 1.8''$$

$$\omega = 38^\circ 54' 43'' - 1.9'' = 38^\circ 54' 41.1''$$

$$\alpha = 72^\circ 11' 32.5'' - 1.8'' = 72^\circ 11' 30.7''$$

$$\beta = 68^\circ 53' 50'' - 1.8'' = 68^\circ 53' 48.2''$$

$$c = f \frac{\sin \beta}{\sin \omega}; \quad \log c = 2.150975$$

$$d = f \frac{\sin \alpha}{\sin \omega}; \quad \log d = 2.159799$$

$$c = 141.571; \quad d = 144.477$$

A csapásszögek képzése:

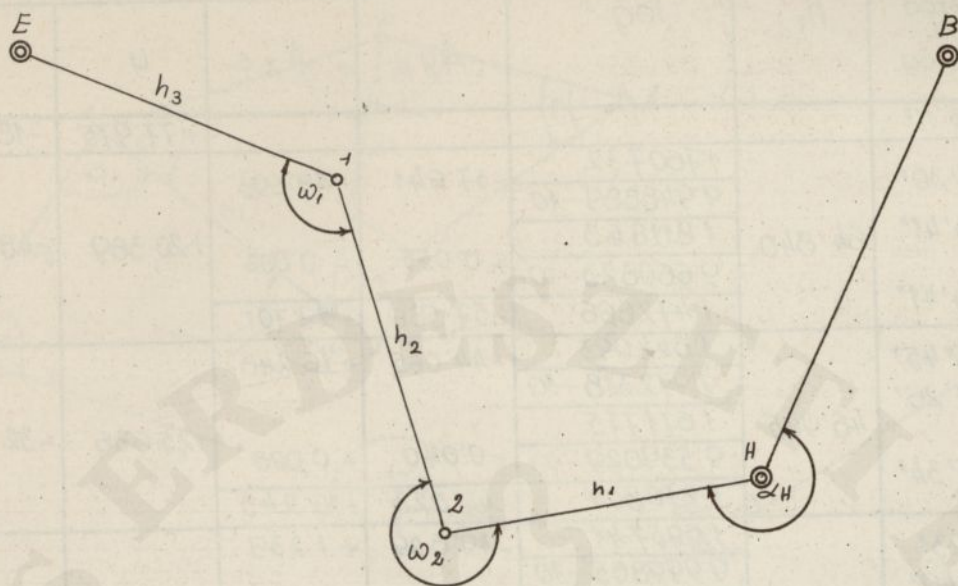
$$\begin{array}{r} \alpha_{EF} = 134^\circ 17' 00.91'' \\ \beta \quad 68^\circ 53' 48.20'' \\ \hline 203^\circ 10' 49.11'' \\ -180^\circ \\ \hline \alpha_{FV} = 23^\circ 10' 49.11'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{FV} = 23^\circ 10' 49.11'' \\ \omega = 38^\circ 54' 41.10'' \\ \hline 62^\circ 05' 30.21'' \\ +180^\circ \\ \hline \alpha_{VE} = 242^\circ 05' 30.21'' \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{VE} = 242^\circ 05' 30.21'' \\ \alpha = 72^\circ 11' 30.70'' \\ \hline 314^\circ 17' 00.91'' \\ -180^\circ \\ \hline \alpha_{EF} = 134^\circ 17' 00.91'' \end{array}$$

Kezdpont	Végpont	Csapdisszög. Negyed Hegyesszög	h_v	$\log \Delta y$	Rész-		F8		A pont jele	
				$\log \sin \alpha$	összrendező					
				$\log h_v$	Δy	Δx	y	x		
				$\log \cos \alpha$						
				$\log \Delta x$						
E	E	62°05'30.21" 62°05'30.21"	141.571	2.097279	125 ⁺ 106	66 ⁺ 263	-73.223	-30.883	E	
				9.946304 -10						
				2.150975						
				9.670277 -10						
				1.821274						
F	F	23°10'49.11" 23°10'49.11"	144.477	1.754885	56 ⁺ 870	132 ⁺ 814	-4.987	-97.433	F	
				9.595084 -10						
				2.159801						
				9.963443 -10						
				2.123244						

Egyszer tájékozott sokszögmenet.



Teodolittal megmértük az , és szögeket, a távolságokat pedig szalaggal mértük. Eredményeink voltak:

$$\alpha_H = 252^\circ 59' 30'' - 252^\circ 59' 30''; \quad \omega_1 = \frac{227^\circ 29' 30''}{228^\circ 30' 00''} = 227^\circ 29' 45''$$

$$\omega_2 = \frac{161^\circ 11' 15''}{161^\circ 11' 30''} = 161^\circ 11' 22.5''$$

$$h_1 = \frac{64.850}{64.830} = 64.840 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{46.960}{46.970} = 46.965 \text{ m}$$

$$h_3 = \frac{49.640}{49.650} = 49.645 \text{ m}$$

/Táblázat a tuloldalon/

Az egységre eső hiba: A számítás menete részletezve következik, a gyakorlatban logarléccel szokták végezni.

$$y\text{-nál: } \frac{+0.137}{161.450} = +0.000849; \quad x\text{ nál: } \frac{-0.019}{161.450} = -0.000124$$

$$\begin{aligned} +0.000849 \times 64.840 &= +0.055 & -0.000124 \times 64.840 &= -0.008 \\ +0.000849 \times 46.965 &= +0.040 & -0.000124 \times 46.965 &= -0.005 \\ +0.000849 \times 49.645 &= +0.042 & -0.000124 \times 49.645 &= -0.006 \end{aligned}$$

Az előforduló hiba:

$$\delta = \sqrt{0.137^2 + 0.019^2} = \pm 0.138$$

A megengedett hiba:

$$\delta = \sqrt{0.0005 h_v^2 + 0.00015625 h_v} = \pm 0.159$$

A szög jele	Közbezdrt + Csapdsszög Nagyed Hagyesszög	h_v	log	Rész -		Fő		A pont jele
				összrendező				
				Δy	Δx	y	x	
α_{BU}	169° 45' 11"					+ 77.975	-18.658	H
α_H	252° 59' 30"	64.840	1.760732	-57.641	-29.693	+20.389	-48.359	2
	9.948889 -10							
α_{H2}	242° 44' 41"		1.811843					
III			9.660823 -10					
	62° 44' 41"		1.472666	-57.586	-29.701			
ω_2	227° 29' 45"	46.965	1.644093	-44.065	+16.248	-23.636	-32.116	1
	9.972318 -10							
α_{21}	290° 14' 26"		1.671775					
IV			9.539029 -10					
	69° 45' 34"		1.210804	-44.023	+16.243			
ω_1	161° 11' 23"	49.645	1.695741	-49.629	+1.239	-73.223	-30.883	E
	9.999865 -10							
α_{1E}	271° 25' 49"		1.695876					
IV			8.397253 -10					
	88° 34' 11"		0.093129	-49.587	+1.233			
			+		+17.487	-151.198	-12.225	E-H
			-	-151.335	-29.693			
			var:	$\mp$ 151.335	$\mp$ 12.206			
			kell:	-151.198	-12.225			
		161.450	Ellenmondás (L)	+ 0.137	-0.019			

Szokták számítani a hibát az elfordulás és a hosszváltozás nagyságától is. Számítják a csapáásszöget a két megadott összrendezővel és számítjuk a mérési adatokból nyert összrendezőkkel a kettő különbsége adja a szög elfordulás értékét.

$$\operatorname{tg} \alpha_{HE} = \frac{-151.198}{-12.225} = +12.3679346 ; \quad \alpha_{HE} = 180^\circ + 85^\circ 22' 34'' = 265^\circ 22' 39''$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{HE}' = \frac{-151.335}{-12.206} = +12.3984106 ; \quad \alpha_{HE}' = 180^\circ + 85^\circ 23' 19'' = 265^\circ 23' 19''$$

elfordulás $\alpha = 40''$

a megengedett hiba $50\sqrt{n} = 50\sqrt{3} = 50.1.7 = 85''$, tehát a megengedett hibán belül van.

Ugyanígy számítjuk a hosszhibát

$$H_{HE} = \sqrt{151.198^2 + 12.225^2} - 151.691$$

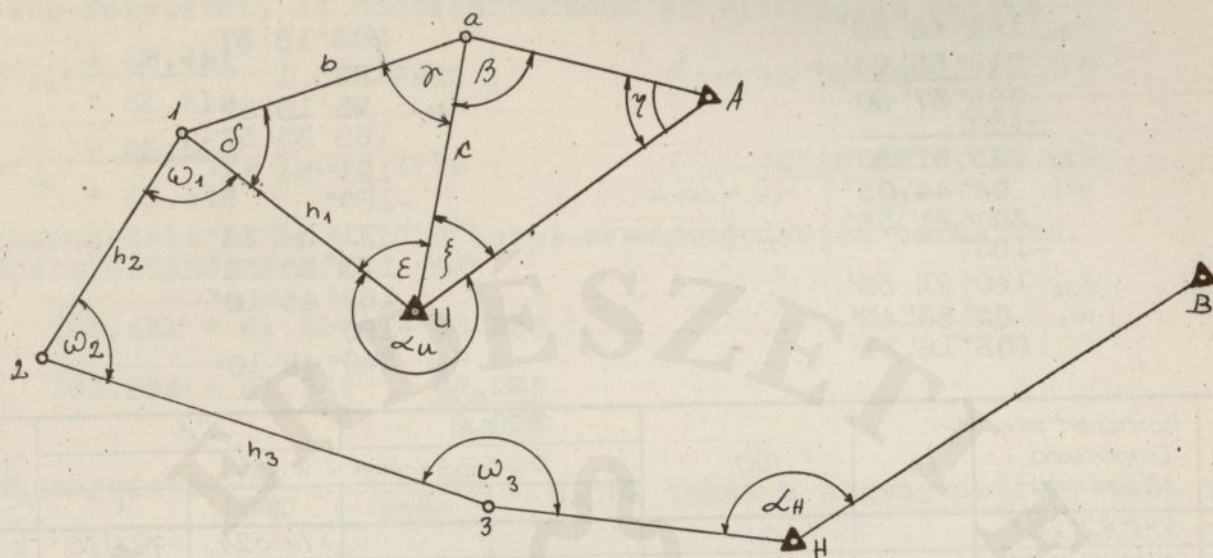
$$H_{HE} = \sqrt{151.335^2 + 12.206^2} - 151.826$$

hosszváltozás $\sigma = 0.135$

$$\text{a megengedett } \frac{[h]}{2000} = \frac{161.450}{2000} = 0.081 \text{ tehát a hiba nagyobb a megengedettnél, a hosszakat újból kellene mérni.}$$

Az összrendezők számításánál a Blokk-irással írt adatok a javítások, illetve a javított értékek, amelyeket a valóságban piros tintával kell beírunk. Összrendezők számítását a gyakorlatban csak centiméterig szokták végezni.

Kettősen tájékozott sokszögmenet, az egyik végpontban csatlakozás egy magasan fekvő ponthoz.



Megmértük a következő adatokat:

$$\begin{aligned}\alpha_H &= 157^\circ 49' 37.5'' \\ \beta &= 119^\circ 37' 30.0'' \\ \gamma &= 36^\circ 58' 07.5''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\omega_1 &= 94^\circ 43' 07.5'' \\ \omega_2 &= 82^\circ 55' 45.0'' \\ \omega_3 &= 168^\circ 35' 00.0''\end{aligned}$$

$$\delta = 43^\circ 04' 52.5''$$

$$\begin{aligned}b &= 37.6925 \text{ m} \\ h_2 &= 45.5050 \text{ m}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h_3 &= 59.5475 \text{ m} \\ h_4 &= 51.5200 \text{ m}\end{aligned}$$

Megadott érték: $y_u = +14.5235$ és $y_A = 0.0000$
 $x_u = -79.9755$ és $x_A = 0.0000$

$$AU = \sqrt{y_u^2 + x_u^2} = \sqrt{6607.01265250} = 81.2835$$

$$\epsilon = 180^\circ - / \gamma + \delta / = 99^\circ 57' 00''$$

$$c = b \cdot \frac{\sin \delta}{\sin \epsilon}$$

$$h_1 = b \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \epsilon}$$

$$\sin \delta = \sin 43^\circ 04' 52.5'' = 0.683034 ;$$

$$\sin \gamma = \sin 36^\circ 58' 07.5'' = 0.601379$$

$$\sin \epsilon = \sin 99^\circ 57' 00'' = 0.984959 ;$$

$$\sin \epsilon = \sin 99^\circ 57' 00'' = 0.984959$$

$$c = 26.138$$

$$h_1 = 23.014$$

$$\frac{\sin \chi}{\sin \beta} = \frac{c}{AU}$$

$$\sin \beta = \sin 60^\circ 22' 30'' = 0.869279 ;$$

$$\sin \chi = 0.279530$$

$$\chi = 16^\circ 13' 56''$$

$$\xi = 180^\circ - / \beta + \gamma / = 44^\circ 08' 34''$$

$$\alpha_u = 360^\circ - / \xi + \epsilon / = 215^\circ 54' 26''$$

Most már ismerjük mindkét tájékozási szöget, számítjuk a táblázatban az ellentmondást. Ha egymás alá írjuk a táblázatban levő értékeket, - amit a gyakorlatban közvetlenül a táblázatban adunk össze! - s itt csupán csak magyarázatképpen irtuk ki külön is -, lesz:

$$\begin{aligned}\alpha_{AU} & 169^\circ 42' 26'' \\ \alpha_u & 215^\circ 54' 26'' \\ \omega_1 & 94^\circ 43' 08'' \\ \omega_2 & 82^\circ 55' 45'' \\ \omega_3 & 168^\circ 36' 00'' \\ \alpha_H & 157^\circ 49' 38'' \\ [\alpha, \omega] & 889^\circ 40' 23''\end{aligned}$$

Javítjuk a táblázatban a megmért szögeket, kapjuk a kiegyenlített közbezárt szögeket. Ezekkel számítjuk, - szintén a táblázatban /1/, s itt külön csak magyarázatképpen, - a csapásszögeket; lesz:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{Au} & 169^\circ 42' 26'' & 203^\circ 18' 37'' \\
 \alpha_u & 215^\circ 55' 24'' & -180^\circ \\
 & 385^\circ 37' 50'' & \alpha_{23} \quad 23^\circ 18' 37'' \\
 & -180^\circ & 168^\circ 35' 57'' \\
 \alpha_{u1} & 205^\circ 37' 50'' & 191^\circ 54' 34'' \\
 \omega_1 & 94^\circ 44' 05'' & -180^\circ \\
 & 300^\circ 21' 55'' & \alpha_{3H} \quad 11^\circ 54' 34'' \\
 & -180^\circ & \alpha_H \quad 157^\circ 50' 36'' \\
 \alpha_{12} & 120^\circ 21' 55'' & 169^\circ 45' 10'' \\
 \omega_2 & 82^\circ 56' 42'' & +180^\circ \\
 & 203^\circ 18' 37'' & \alpha_{H8} \quad 349^\circ 45' 10''
 \end{aligned}$$

$\kappa = h \cos \alpha$
 $\log \kappa = \log h + \log \cos \alpha$

A szög jele	Közbezárt szög Csapósszög Hegyeszög	h _v	log.	Rész		Fő		Pont
				összerendezett				
				Δy	Δx	y	x	
α _{Au}	169° 42' 26"					+14.524	-79.976	u
α _u	215° 54' 26" + 58"	23.014	0.998045 Δ _y					1
	log _u 9.636053 -10		-9.955	-20.749				
α _u	215° 55' 24"		1.361992	-0.007*	-0.004*			
α _{u1}	205° 37' 50" 25° 37' 50"		log _u 9.955015 -10	-9.962	-20.753	+4.562	-100.729	
		Δx 1.317007						
ω ₁	94° 43' 08" + 57"	45.505	1.593979					2
			9.935920 -10	+39.263	-23.003			
ω ₁	94° 44' 05"		1.658059	-0.013	-0.007			
α ₁₂	120° 21' 55" 59° 38' 05"		9.703731 -10	+39.250	-23.010	+43.812	-123.739	
			1.361790					
ω ₂	82° 55' 45" + 57"	59.548	1.372244					3
			9.597377 -10	+23.564	+54.687			
ω ₂	82° 56' 42"		1.774867	-0.018	-0.009			
α ₂₃	23° 18' 37" 23° 18' 37"		9.963020 -10	+23.546	+54.678	+67.358	-69.061	
			1.737887					
ω ₃	168° 35' 00" + 57"	51.520	1.026613					H
			9.314637 -10	+10.632	+50.411			
ω ₃	168° 35' 57"		1.711976	-0.015	-0.008			
α _{3H}	11° 54' 34" 11° 54' 34"		9.990550 -10	+10.617	+50.403	+77.975	-18.658	
			1.702526					
α _H	157° 49' 38" + 58"	179.587		+73.459	+105.098	+63.451	+61.318	H.u
α _H	157° 59' 36"			-9.955	-43.752			
α _{H8}	349° 45' 10"		var:	+63.504	+61.346			
[α, ω]	889° 40' 23"		kell:	+63.451	+61.318			
$\frac{r}{180^\circ}$	-540°		l:	-0.053	-0.028			
kor:	-349° 40' 23"							
kell:	349° 45' 10'							
l:	4' 47" + 287° : 5 = 57" 58" 57" 57" 58" 287"			* A javításokat a gyakorlatban piros tintával írjuk be és a számításokat csak em. szögig, tehát két tízezer-sig végzük.				tízdeval pontos-

A megengedett szögzárlati hiba $50''/\sqrt{n} = 50''/\sqrt{5} = 50'' \cdot 2.2 = 110''$, tehát a mérésnél a megengedett hibánál nagyobb a szögzárlati hibánk így a szög-mérést meg kellett volna ismételni, a számítást nem lett volna szabad tovább folytatni. Az összrendezőknél az elfordulás értéke

$$\operatorname{tg} \alpha_{Hu} = \frac{+ 63.451}{+ 61.318} = 1.034 \ 7859 ;$$

$$\alpha_{Hu} = 45^\circ 58' 46''$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{Hu'} = \frac{+ 63.504}{+ 61.346} = 1.035 \ 1775 ;$$

$$\alpha_{Hu'} = \frac{45^\circ 59' 25''}{l = 39''}$$

a megengedett $50''/\sqrt{n} \approx 110''$, tehát a megengedetten belül van.
A hosszváltozás értéke:

$$H_{Hu} = \sqrt{63.451^2 + 61.318^2} = 88.238$$

$$H_{Hu'} = \sqrt{63.504^2 + 61.346^2} = \underline{88.295}$$

$$l = 0.057$$

$$\text{A megengedett } \frac{[h]}{2000} = \frac{179.587}{2000} = 0.089 \text{ tehát a megengedetten belül van.}$$

A következő számításokat a gyakorlatban logarléccel szokták végezni.
Az egységre eső hiba:

$$0.053 : 179.587 = 0.00030$$

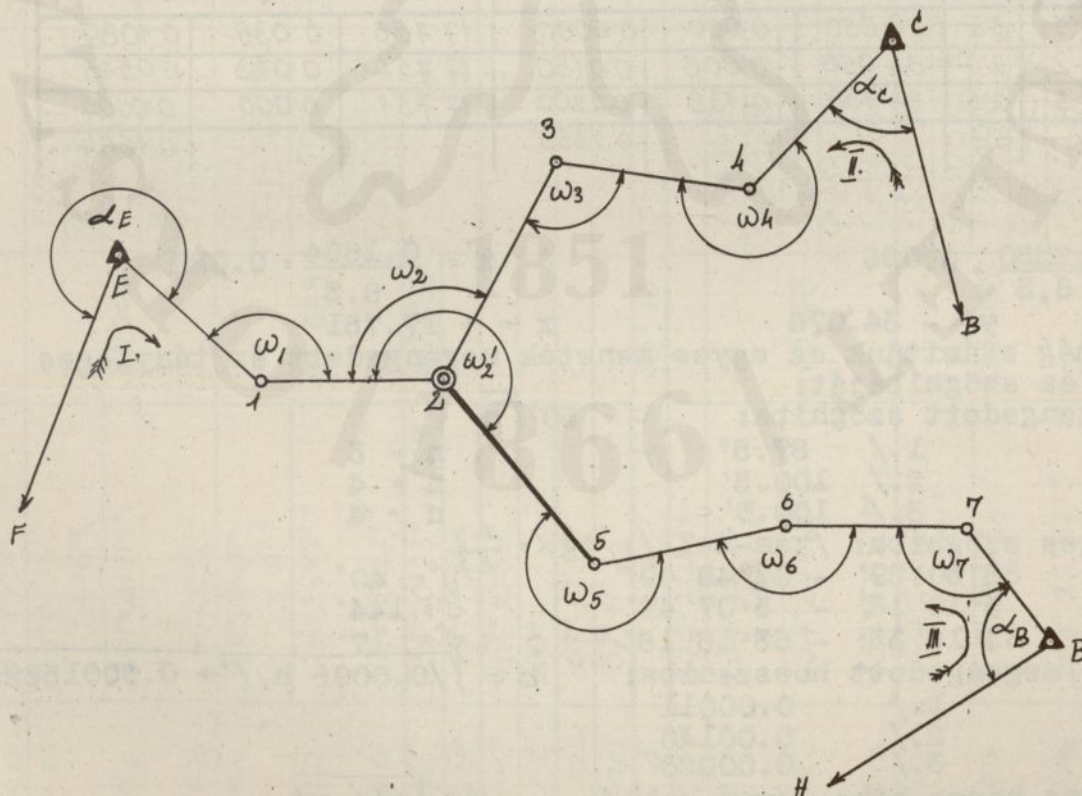
$$0.023 : 179.587 = 0.00016$$

A részösszrendzők javítása pedig lesz:

$$\begin{array}{l} \Delta y \\ 0.00030 \times 23.014 \div 0.007 \\ 0.00030 \times 45.505 \div 0.013 \\ 0.00030 \times 59.548 \div 0.018 \\ 0.00030 \times 51.520 \div 0.015 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \Delta x \\ 0.00016 \times 23.014 \div 0.004 \\ 0.00016 \times 45.505 \div 0.007 \\ 0.00016 \times 59.548 \div 0.009 \\ 0.00016 \times 51.520 \div 0.008 \end{array}$$

Kettősen tájékozott sokszögmenet csomóponttal.



Méréseink eredményeként ismerjük a következő szögeket és oldalhosszakat:

$$\alpha_E = 291^\circ 04' 15''$$

$$\omega_1 = 126^\circ 29' 00''$$

$$\omega_2 = 142^\circ 21' 38''$$

$$\omega_2' = 235^\circ 20' 23''$$

$$\bar{c}_1 = 35.265 \text{ m}$$

$$\bar{c}_2 = 34.685 \text{ "}$$

$$\alpha_c = 54^\circ 23' 53''$$

$$\omega_3 = 110^\circ 49' 55''$$

$$\omega_4 = 249^\circ 24' 45''$$

$$\bar{c}_4 = 25.178 \text{ m}$$

$$\bar{c}_3 = 25.095 \text{ "}$$

$$\bar{c}_2 = 27.873 \text{ "}$$

$$\alpha_B = 97^\circ 23' 38''$$

$$\omega_5 = 195^\circ 06' 15''$$

$$\omega_6 = 177^\circ 36' 30''$$

$$\bar{b}_7 = 15.588 \text{ m}$$

$$\bar{b}_6 = 25.543 \text{ "}$$

$$\bar{b}_5 = 27.300 \text{ "}$$

$$\bar{b}_2 = 42.125 \text{ "}$$

Mindhárom menetből kiszámítjuk az α_{25} csapásszöget és a 2. pont összerendezőit.

A tuloldali táblázatban három különböző "van" értéket kaptunk az -re és a 2. pont összerendezőire. Ezekből kiszámítjuk a valószínű helyes "kell" értéket.

Sor szám	$p = \frac{10}{n}$	σ	σ'	σ'_p	l	v
1	3.3	$67^\circ 10' 39''$	$39''$	128.7	$+46''$	$16, 15, 15$
2	2.5	$67^\circ 10' 49''$	$49''$	122.5	$+36''$	$9, 9, 9, 9$
3	2.5	$67^\circ 13' 03''$	$183''$	457.5	$-98''$	$25, 24, 24$
	8.3			708.7		

$$x = \frac{708.7}{8.3} = 85'' = 1' 25''$$

$$\alpha_{25} = 67^\circ 11' 25''$$

Sor szám	$p = \frac{10}{n}$	σ	σ'	$p\sigma'$	σ	σ'	$p\sigma'$
		y			x		
1	3.3	34.050	0.000	0.0000	17.766	0.035	0.1089
2	2.5	34.056	0.006	0.0150	17.754	0.023	0.0575
3	2.5	34.138	0.138	0.2200	17.731	0.000	0.0000
	8.3			0.2350			0.1664

$$y' = \frac{0.2350}{8.3} = 0.028$$

$$x' = \frac{0.1664}{8.3} = 0.020$$

$$y = -34.078$$

$$x = +17.751$$

Végül még számítjuk az egyes menetek megengedett és tényleges hossz- és szöghibáját:

megengedett szöghiba: $\sigma = 50'' \sqrt{n}$

$$1./ \quad 87.5''$$

$$2./ \quad 100.5''$$

$$3./ \quad 100.0''$$

$$n = 3$$

$$n = 4$$

$$n = 4$$

tényleges szöghiba: /van-kell/: $\text{tg } \alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$$1./ \quad 38^\circ 50' 29'' - 37^\circ 49' 49''$$

$$2./ \quad 5^\circ 10' 13'' - 5^\circ 07' 49''$$

$$3./ \quad 63^\circ 16' 35'' - 63^\circ 16' 18''$$

$$\Delta x \quad \sigma = 40''$$

$$\sigma = 144''$$

$$\sigma = 17''$$

megengedett hosszhiba:

$$1./ \quad 0.00011$$

$$2./ \quad 0.00140$$

$$3./ \quad 0.00020$$

$$\sigma = \sqrt{0.0005 h_v / 2 + 0.00015625 h_v}$$

tényleges hossz-hiba- /van-kell/:

$$\Delta = \sqrt{x^2 + y^2}$$

A szög jele	Közbezárt-szög Csopás-szög	h_v	log.	Részösszrendező				Főösszrendező		A pont jele.
				Δy		Δx		y	x	
				+	-	+	-			
α_{FE}	314° 17' 01"							-73.223	-30.883	E
α_E	291° 04' 15"	35.265	1.505878	32.053 -0.014*	14.703 -0.008*	-41.184	-16.188	1		
	+ 16"		9.958534 -10							
α_E	291° 04' 31" *		1.547344							
			9.620066 -10							
α_{E1}	65° 21' 32" *		1.167410	32.039*	14.695*					
ω_1	126° 29' 00"	34.685	0.852507	7.120 -0.014*	33.946 -0.007*	-34.078	+ 17.751	2		
	+ 15"		9.312365 -10							
ω_1	126° 29' 15" *		1.540142							
			9.990650 -10							
α_{12}	11° 50' 47" *		1.530792	7.106*	33.939*					
ω_2	235° 20' 23" + 15"	69.950	van:	39.173	48.649	+ 39.145	+ 48.634	2-E		
α_{25}	67° 11' 25"		rell:	39.145	48.634					
$[\alpha, \omega]$	967° 10' 39"		δ :	-0.028	-0.015					
-k-188°	900°									
van:	67° 10' 39"									
rell:	67° 11' 25"									
δ	+ 46" : 3 = 16°, 15', 15"									
α_{BC}	279° 33' 41"					-40.000	+ 83.712	C		
α_C	54° 23' 53"	25.178	1.043454	11.052 -0.007*	22.622 -0.001*	-28.955	+ 61.089	4		
	+ 9"		9.642433 -10							
α_C	54° 24' 02" *		1.401021							
			9.953519 -10							
α_{C4}	153° 57' 43" *		1.354540	11.045	22.623					
ω_4	249° 24' 45"	25.095	1.236416	17.235 -0.007*	18.240 -0.001*	-46.197	+ 42.848	3		
	+ 9"		9.836828 -10							
ω_4	249° 24' 54" *		1.399588							
			9.861445 -10							
α_{43}	223° 22' 37" *		1.261033	17.242*	18.241*					
ω_3	110° 49' 45"	27.873	1.083768	12.127 -0.008*	25.096 -0.001*	-34.078	+ 17.751	2		
	+ 9"		9.638584 -10							
ω_3	110° 49' 54" *		1.445184							
			9.954427 -10							
α_{32}	154° 12' 31" *		1.399611	12.119*	25.097*					

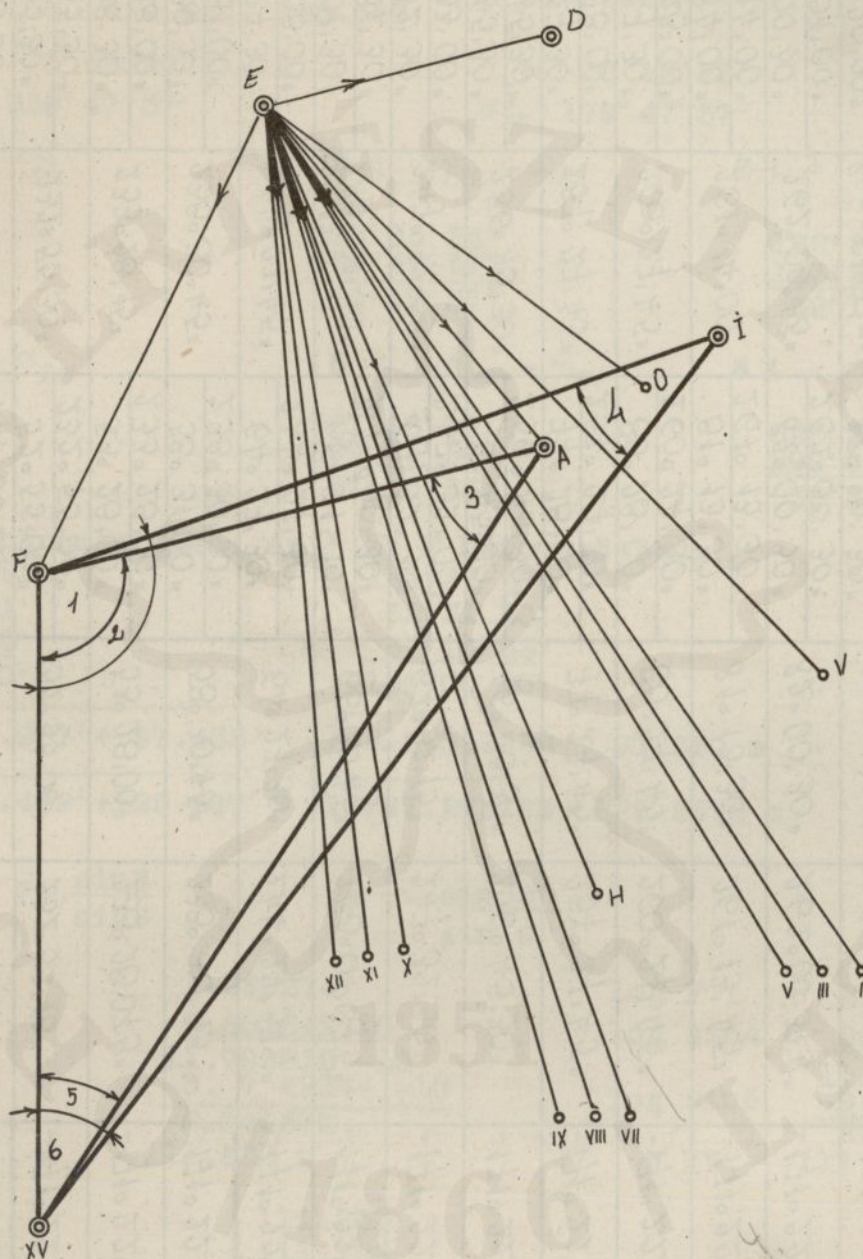
ω_2	235° 20' 23" + 9"*	78.146		23.179				+ 5.922	- 65.961	2-B
ω_2	142° 21' 38"			-17.235						
α_{25}	67° 11' 25"			var: 5.944			65.958			
$[\alpha, \omega]$	787° 10' 49"			bell: 5.922			65.961			
-k. 18°	720°			δ -0.022			0.003			
var:	67° 10' 49"									
bell:	67° 11' 25"									
δ	+ 36" : 4 = 9", 9", 9", 9"									
α_{HB}	349° 45' 10"							+ 62.592	+ 66.431	B
α_B	97° 23' 38"		1.192248							
	- 25"*		9.999458-10							
α_B	97° 23' 13"*	15.588	1.192790		15.568		0.765	+ 47.032	+ 65.669	7
			8.691104-10		+0.008*		+0.003*			
α_{B7}	267° 08' 23"		0.883894-1		15.560*		0.762*			
ω_7	147° 21' 30"		1.317911							
	- 24"*		9.910639-10		20.792		14.836			
ω_7	147° 21' 06"*	25.543	1.407272		+0.014*		+0.005*	+ 26.254	+ 50.838	6
			9.764045-10		20.778*		14.831*			
α_{76}	234° 29' 29"*		1.171317							
ω_6	177° 36' 30"		1.333245							
	- 24"*		9.890782-10		21.540		16.772			
ω_6	177° 36' 06"*	27.300	1.436163		+0.015*		+0.005*	+ 4.729	+ 34.071	5
			9.788438-10		21.525*		16.767*			
α_{65}	232° 05' 35"*		1.224601							
ω_6	195° 06' 15"		1.589175							
	- 25"*		9.964635-10		38.830		16.327			
ω_5	195° 05' 50"*	42.125	1.624540		+0.023*		-0.007*	- 34.078	+ 17.751	2
			9.588364-10		38.807*		16.320*			
α_{52}	247° 11' 25"*		1.212904							
α_{25}	67° 11' 25"	110.556		var: 96.730			48.700	- 96.670	- 48.680	2-B
$[\alpha, \omega]$	967° 13' 03"			bell: 96.670			48.680			
-k. 180	900°			δ -0.060			-0.020			
var:	67° 13' 03"									
bell:	67° 11' 25"									
δ	- 98" : 4 = 25", 24", 24", 25"									

Megjegyzés: * javításokat és javított értékeket piros tintával kell írni!

1./ 62.459983 - 62.436737
2./ 66.225 - 66.223
3./ 108.298 - 108.235

$\Delta = 0.023246$
 $\Delta = 0.002$
 $\Delta = 0.043$

Pont bekapcsolása előremetszéssel.



A mérést az E pontban felállva végeztük, s adatainkat, valamint a belőlük számítható értékekét a tuloldali jegyzőkönyv tartalmazza. Az E ponthoz hasonlóan más ismert /összrendező/ adott/ pontokban is felálltunk a műszerünkkel, és végeztük irányméréseket, s ezekből az adatokból is kiszámítottuk a számításainkhoz szükséges adatokat. Ezeket mérési jegyzőkönyvünk után tüntettük fel, s ezeknek segítségével történt a XV. pont összrendezőinek számítása.

Állaspont	Irányzolt- pont	Limbus - leolv.	1+ (± 180°)	Limbus - leolv.	1+ (± 180°)	Irányérték középe	Tájékozási szög	Csapásszög
		1 - II	2	1 - II	2			
		Magassági	kör	fékvése				
		bal		jobb				
6	D	177° 08' 00"	177° 08' 00"	357° 08' 00"	357° 08' 00"	177° 08' 00"	-171° 22' 50' 85"	5° 45' 09' 15"
		367° 08' 00"		177° 08' 00"				
	P	232° 55' 30"	232° 55' 30"	52° 55' 00"	52° 55' 00"	232° 55' 15"	-171° 22' 51' 17"	61° 32' 23' 83"
		52° 55' 30"		232° 55' 00"				
	H	233° 28' 30"	233° 28' 15"	53° 28' 00"	53° 28' 00"	233° 28' 07' 5"	-171° 22' 51' 17"	62° 05' 16' 33"
		53° 28' 00"		233° 28' 00"				
	J	238° 30' 30"	238° 30' 45"	58° 31' 00"	58° 30' 45"	238° 30' 45"	-171° 22' 51' 33"	67° 07' 53' 67"
		58° 31' 00"		238° 30' 30"				
	I	244° 27' 30"	244° 27' 45"	64° 27' 30"	64° 27' 30"	244° 27' 37' 5"	-171° 22' 51' 17"	73° 04' 46' 33"
		64° 28' 00"		244° 27' 30"				
	III	246° 01' 30"	246° 01' 30"	66° 01' 00"	66° 00' 45"	246° 01' 07' 5"	-171° 22' 51' 17"	74° 38' 16' 33"
		66° 01' 30"		246° 00' 30"				
	V	247° 32' 30"	247° 32' 45"	67° 32' 30"	67° 32' 15"	247° 32' 30"	-171° 22' 51' 17"	76° 09' 38' 83"
		67° 33' 00"		247° 32' 00"				
	X	256° 45' 30"	256° 45' 30"	76° 45' 30"	76° 45' 30"	256° 45' 30"	-171° 22' 51' 17"	85° 22' 38' 83"
		76° 45' 30"		256° 45' 30"				
	X	257° 27' 30"	257° 27' 45"	77° 28' 00"	77° 27' 45"	257° 27' 45"	-171° 22' 51' 17"	86° 04' 53' 83"
		77° 28' 00"		257° 27' 30"				
	VII	260° 27' 30"	260° 27' 45"	80° 28' 00"	80° 27' 45"	260° 27' 45"	-171° 22' 51' 17"	89° 04' 53' 83"
		80° 28' 00"		260° 27' 30"				
	VIII	261° 14' 00"	261° 14' 00"	81° 13' 30"	81° 13' 30"	261° 13' 45"	-171° 22' 51' 17"	89° 50' 53' 83"
		81° 14' 00"		261° 13' 30"				
	IX	262° 00' 30"	262° 00' 45"	82° 00' 30"	82° 00' 30"	262° 00' 37' 5"	-171° 22' 51' 17"	90° 37' 46' 33"
		82° 01' 00"		262° 00' 30"				
	XI	268° 20' 00"	268° 20' 15"	88° 20' 30"	88° 20' 130"	268° 20' 22' 5"	-171° 22' 51' 17"	96° 57' 31' 33"
		88° 20' 30"		268° 20' 30"				
	XII	270° 34' 00"	270° 34' 15"	90° 34' 30"	90° 34' 30"	270° 34' 22' 5"	-171° 22' 51' 17"	99° 11' 31' 33"
		90° 34' 30"		270° 34' 30"				
	Z	305° 40' 00"	305° 40' 00"	125° 39' 30"	125° 39' 45"	305° 39' 52' 5"	-171° 22' 51' 32"	134° 17' 01' 18"
		125° 40' 00"		305° 40' 00"				

A XV. pont bekapcsolásához szükséges adatok:

$$\alpha_{AXV} = 143^{\circ} 37' 57''$$

$$\alpha_{JXV} = 147^{\circ} 16' 07''$$

$$\alpha_{FXV} = 110^{\circ} 05' 34''$$

$$\alpha_{FA} = 2^{\circ} 55' 48''$$

$$\alpha_{XVA} = 323^{\circ} 37' 57''$$

$$\alpha_{XVJ} = 327^{\circ} 16' 07''$$

$$\alpha_{XVF} = 290^{\circ} 05' 34''$$

$$\alpha_{AF} = 182^{\circ} 55' 48''$$

A háromszögelési hálóból ismert összrendezők alapján:

$$\operatorname{tg} \alpha_{FJ} = \frac{y_J - y_F}{x_J - x_F} = \frac{-0.452}{125.567} \dots \text{IV. negyed.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{FJ} = 0.5562625 - 3$$

$$\alpha_{FJ} = 359^{\circ} 47' 37''$$

$$\alpha' = 0^{\circ} 12' 23''$$

$$\alpha_{FJ} = 179^{\circ} 47' 37''$$

$$1 \angle = \alpha_{FXV} - \alpha_{FA}$$

$$\begin{array}{r} 110^{\circ} 05' 34'' \\ - 2^{\circ} 55' 48'' \\ \hline 107^{\circ} 09' 46'' \end{array}$$

$$2 \angle = \alpha_{FXV} - \alpha_{FJ}$$

$$\begin{array}{r} 470^{\circ} 05' 34'' \\ 359^{\circ} 47' 37'' \\ \hline 110^{\circ} 17' 57'' \end{array}$$

$$3 \angle = \alpha_{AF} - \alpha_{XVJ}$$

$$\begin{array}{r} 182^{\circ} 55' 48'' \\ 143^{\circ} 37' 57'' \\ \hline 39^{\circ} 17' 51'' \end{array}$$

$$4 \angle = \alpha_{FJ} - \alpha_{FXV}$$

$$\begin{array}{r} 179^{\circ} 47' 37'' \\ 147^{\circ} 16' 07'' \\ \hline 32^{\circ} 31' 30'' \end{array}$$

$$5 \angle = \alpha_{XVI} - \alpha_{XVF}$$

$$\begin{array}{r} 327^{\circ} 16' 07'' \\ 290^{\circ} 05' 34'' \\ \hline 37^{\circ} 10' 33'' \end{array}$$

$$6 \angle = \alpha_{XVA} - \alpha_{XVF}$$

$$\begin{array}{r} 323^{\circ} 37' 57'' \\ 290^{\circ} 05' 34'' \\ \hline 33^{\circ} 32' 23'' \end{array}$$

Az A XV F háromszögben: Az I XV F háromszögben:

$$107^{\circ} 09' 46''$$

$$39^{\circ} 17' 51''$$

$$33^{\circ} 32' 23''$$

$$180^{\circ} 00' 00''$$

$$110^{\circ} 17' 57''$$

$$32^{\circ} 31' 30''$$

$$37^{\circ} 10' 33''$$

$$180^{\circ} 00' 00''$$

$$\overline{AF} = \sqrt{4.987^2 + 97.433^2} = \sqrt{9518.059858} = 97.560 \text{ m}$$

$$\overline{IF} = \sqrt{0.452^2 + 125.567^2} = \sqrt{15767.275793} = 125.5678 \text{ m}$$

$$\overline{F XV} = \overline{FA} \cdot \frac{\sin 3}{\sin 6} = \overline{FI} \cdot \frac{\sin 4}{\sin 5}$$

$$\begin{array}{rcl} \log F A & = & 1.989274 \\ \log \sin 3 & = & 9.801642-10 \\ & & 11.790916-10 \\ \log \sin 6 & = & -9.742344+10 \\ \log F \overline{XV} & = & 2.048572 \\ F \overline{XV} & = & 111.833 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \log F I & = & 2.098876 \\ \log \sin 4 & = & 9.730514-10 \\ & & 11.829390-10 \\ \log \sin 5 & = & -9.781226+10 \\ & & 2.048164 \\ F \overline{XV} & = & 111.728 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111.833 \\ 111.728 \\ \hline 223.561:2 = 111.7805 \end{array}$$

$$\overline{A XV} = \overline{FA} \cdot \frac{\sin 1}{\sin 6}$$

$$\overline{I XV} = \overline{FI} \cdot \frac{\sin 2}{\sin 5}$$

$$\begin{array}{rcl} \log F A & = & 1.989274 \\ \log \sin 1 & = & 9.980217-10 \\ & & 11.979491-10 \\ \log \sin 6 & = & -9.742344+10 \\ \log A \overline{XV} & = & 2.227147 \\ A \overline{XV} & = & 168.710 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} \log F I & = & 2.0988763 \\ \log \sin 2 & = & 9.972153-10 \\ & & 12.071029-10 \\ \log \sin 5 & = & -9.781226+10 \\ \log I \overline{XV} & = & 2.289803 \\ I \overline{XV} & = & 194.891 \end{array}$$

Az összkendők számítása:

Állasp.	Végp.	Csapósszög Negyed Hegyeszög	h_v	log.	Rész		Fő		A pont jel
					összrendező				
					Δy	Δx	y	x	
A	XV	143°37'57" " 36°22'03"	168.710	2.00174	100.040	135.852	0.000	0.000	XV
				9.773027-10					
				2.227147					
				9.905920-10					
				2.133067					
F	XV	110°05'34" " 69°54'26"	111.7805	2.021097	104.978	38.401	-4.987	-97.433	XV
				9.972729-10					
				2.048368					
				9.535979-10					
				1.584347					
J	XV	147°16'07" " 32°43'53"	194.891	2.022761	105.381	163.949	-5.439	+28.134	J
				9.732958-10					
				2.289803					
				9.924907-10					
				2.214710					

100.040

99.991

99.942

299.973 : 3 = 99.991

100.040

99.991

0.049

99.991

99.942

0.049

135.852

135.834

135.815

407.501 : 3 = 135.834

135.852

135.834

0.018

135.834

135.815

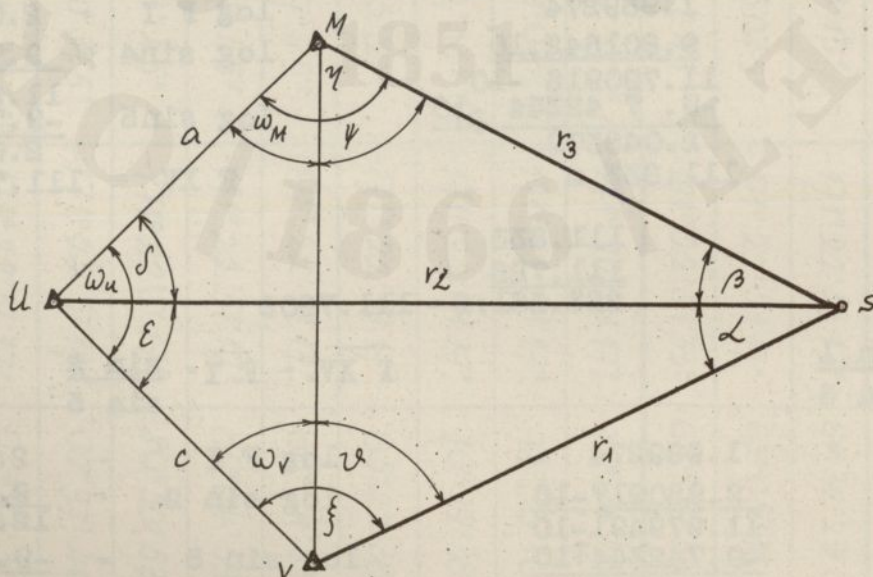
0.019

Az eredmény a két háromszögből számított x és y-ra cm-en belül egyezik, tehát a végleges összkendők lesznek:

$y_{XV} = + 99.991$;

$x_{XV} = - 135.834$

Pont bekapcsolása hátrametszéssel: Pothenot - feladat.



Adott: M: - 84.679 U: + 14.524 V: + 103.636
+ 49.439 - 79.976 + 12.705

Mérték: $\alpha = 54^\circ 48' 45''$ $\beta = 117^\circ 15' 47.5''$

$\text{tg } \alpha_{Mu} = \frac{y_u - y_u}{x_u - x_u} = \frac{+ 99.203}{-129.415} \dots \text{II. negyed}$ $\frac{2.9965248 - 1}{2.1119846}$
 $\alpha' = 37^\circ 28' 19''$ $\frac{0.8845402}{\alpha_{Mu} = 142^\circ 31' 41''}$
 $\text{tg } \alpha_{uv} = \frac{y_v - y_u}{x_v - x_u} = \frac{+ 89.112}{+ 92.681} \dots \text{I. negyed}$ $\frac{2.9499362 - 1}{1.9669907}$
 $\alpha' = 43^\circ 52' 31''$ $\frac{0.9829455}{\alpha_{uv} = 43^\circ 52' 31''}$
 $\text{tg } \alpha_{vm} = \frac{y_m - y_v}{x_m - x_v} = \frac{-188.315}{+ 36.734} \dots \text{IV. negyed}$ $\frac{2.2748849}{1.5650682}$
 $\alpha' = 78^\circ 57' 44''$ $\frac{0.7098167}{\alpha_{vm} = 281^\circ 02' 16''}$

$\omega_M = \alpha_{Mu} - \alpha_{Mv} = 41^\circ 29' 25''$ $\omega_u = \alpha_{uv} - \alpha_{uM} = 81^\circ 20' 50''$
 $\omega_v = \alpha_{vm} - \alpha_{vM} = 57^\circ 09' 45''$

$a = \sqrt{y_u - y_m / 2 + x_u - x_m / 2} = 163.063 \text{ m}$
 $b = \sqrt{y_m - y_v / 2 + x_m - x_v / 2} = 191.864 \text{ ''}$
 $c = \sqrt{y_v - y_u / 2 + x_v - x_u / 2} = 128.572 \text{ ''}$
 $\text{tg } \varphi = \frac{c \cdot \sin \beta}{d \cdot \sin \alpha} = 0.9332832 - 1$

$\log c = 2.1091464$ $\log a = 2.2123554$
 $\log \sin \beta = \frac{9.9488581 - 10}{12.0580045 - 10}$ $\log \sin \alpha = \frac{9.9123659 - 10}{12.1247213 - 10}$

$\frac{12.0580045 - 10}{12.1247213 - 10}$
 $0.9332832 - 1$

$\varphi = 40^\circ 36' 59''$ $45^\circ - \varphi = 4^\circ 23' 01''$

$\gamma + \delta = 360^\circ - \omega_u + \alpha + \beta = 106^\circ 34' 37''$ $\frac{\gamma + \delta}{2} = 53^\circ 17' 18.5''$

$\log \text{tg } \frac{\delta - \gamma}{2} = \log \text{tg } 45^\circ - \varphi + \log \text{tg } \frac{\delta + \gamma}{2} = 9.0119995 - 10$

$\frac{\delta - \gamma}{2} = 5^\circ 52' 10''$; $\delta - \gamma = 11^\circ 44' 20''$
 $\delta = 59^\circ 09' 28.5''$; $\gamma = 47^\circ 25' 08.5''$

$\varphi = \gamma - \omega_M = 5^\circ 55' 43.5''$ $\delta = \delta - \omega_v = 1^\circ 59' 43.5''$
 $\delta = 180^\circ - \gamma + \beta = 15^\circ 19' 03.5''$; $\epsilon = 180^\circ - \delta + \alpha = 66^\circ 01' 46.5''$

Számítjuk az r értékeket különböző háromszögekből:

$r_1 = 143.7508 \text{ m}$		$r_2 = 135.0716 \text{ m}$		$r_3 = 48.4597 \text{ m}$	
$\log c$	2.1091464	$\log c$	2.1091464	$\log a$	2.2123554
$\log \sin \epsilon$	9.9608299-10	$\log \sin \delta$	9.9337826-10	$\log \sin \delta$	9.4218835-10
	12.0699763-10		12.0429290-10		11.6342389-10
$\log \sin \alpha$	9.9123659-10	$\log \sin \alpha$	9.9123659-10	$\log \sin \delta$	9.9488581-10
$\log r_1$	2.1576104	$\log r_2$	2.1305631	$\log r_3$	1.6853808

$$r_1'' = 143.7517 \text{ m}$$

log b	2.2829935
log sin φ	9.0140652-10
	11.2970587-10
log sin $\alpha + \beta$	9.1394456-10
log r_1'	2.1576116

$$r_2'' = 135.0719 \text{ m}$$

log a	2.2123554
log sin γ	9.8670677-10
	12.0794231-10
log sin β	9.9488581-10
log r_2'	2.1305650

$$r_3'' = 48.4586 \text{ m}$$

log b	2.2829935
log sin ν	8.5418231-10
	10.8248166-10
log sin $\alpha + \beta$	9.1394456-10
log r_3'	1.6853710

$$r_1 = 143.7517$$

$$\log r_1 = 2.1576117$$

$$r_2 = 135.0718$$

$$\log r_2 = 2.1305640$$

$$r_3 = 48.4591$$

$$\log r_3 = 1.6853759$$

Ezután a szokásos módon kiszámítjuk az S pont összrendezőt mindhárom ismert pontból kiindulva, a három értéknek egyeznie kell.

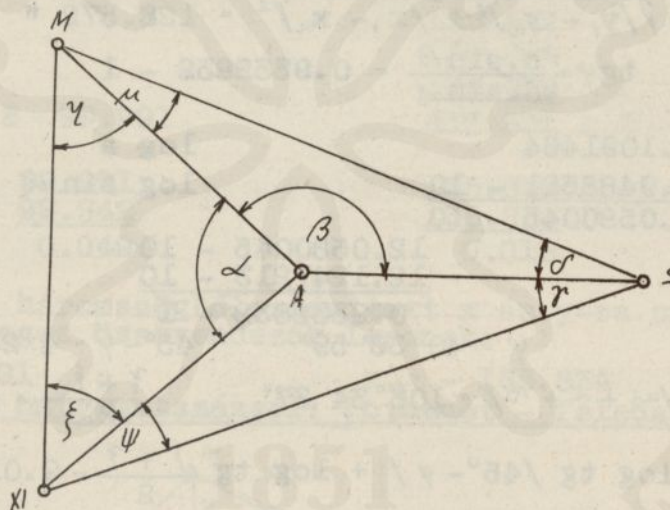
$$y : - 36.4123$$

$$x : + 45.1236$$

az S pont végleges

összrendezőjének.

Pont bekapcsolása hátrametszéssel:
Hansen - feladat.



Adott:

$$M: - 84.679$$

$$+ 49.439$$

$$XI: + 80.127$$

$$- 49.624$$

Mértük:

$$\alpha = 155^\circ 52' 25''$$

$$\beta = 10^\circ 39' 31''$$

$$r = 6^\circ 51' 20''$$

$$\sigma = 146^\circ 00' 40''$$

$$M \text{ XI} = \sqrt{(y_M - y_{XI})^2 + (x_M - x_{XI})^2} = 192.288 = a$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{XIM} = \frac{y_M - y_{XI}}{x_M - x_{XI}} = \frac{- 164.806}{+ 99.063} = 1.6636484 \dots \text{ IV. negyed.}$$

$$\alpha' = 58^\circ 59' 25.46''$$

$$\alpha_{XIM} = 301^\circ 00' 34.54''$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha \cdot \sin r \cdot \sin \sigma}{\sin \beta \cdot \sin \sigma \cdot \sin \gamma} = \operatorname{tg} \varphi$$

$$\begin{aligned}\sin 155^\circ 52' 25'' &= 0.4087509; & \sin 173^\circ 23' 16'' &= 0.1151490 \\ \sin 6^\circ 51' 20'' &= 0.1193667; & \sin 146^\circ 00' 40'' &= 0.5590321 \\ \sin 163^\circ 31' 31'' &= 0.2835923; & \sin 10^\circ 39' 31'' &= 0.1849568\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{0.179368216886033765}{0.119060367775858787} = 1.1621686$$

$$\varphi = 49^\circ 17' 21.5''$$

$$\operatorname{tg} /45^\circ - \varphi / = \operatorname{tg} 355^\circ 42' 38.5'' = \operatorname{tg} 4^\circ 17' 21.5'' = 0.0750027$$

/Az előjel /-/, mert a tg a negyedik negyedben /-/ /

$$\operatorname{tg} \frac{\xi + \gamma}{2} = \operatorname{tg} 8^\circ 45' 26'' = + 0.1540438$$

/A tg az első negyedben /+/ előjeli/

$$\operatorname{tg} \frac{\xi + \gamma}{2} = 0.0750027 \times 0.1540438 = 0.0115537$$

$$\frac{\xi - \gamma}{2} = -0^\circ 39' 43''; \quad \frac{\gamma - \xi}{2} = 0^\circ 39' 43''; \quad \frac{\gamma + \xi}{2} = 8^\circ 45' 26''$$

$$\gamma = 9^\circ 25' 09''$$

$$\xi = 8^\circ 05' 43''$$

$$c = a \cdot \frac{\sin / \xi + \gamma /}{\sin \alpha} = 192.288 \cdot \frac{0.2538845}{0.4087509} = 119.434$$

$$b = a \cdot \frac{\sin \xi}{\sin \sigma} = 192.288 \cdot \frac{0.1408196}{0.5590321} = 48.437$$

$$d = a \cdot \frac{\sin / \gamma + \mu /}{\sin \xi} = 192.288 \cdot \frac{0.4367015}{0.1408196} = 150.210$$

$$e = a \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = 192.288 \cdot \frac{0.1636177}{0.4087509} = 76.970$$

$$e = d \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin / \alpha + \beta /} = 150.210 \cdot \frac{0.1193667}{0.2328995} = 76.986$$

$$f = b \cdot \frac{\sin \mu}{\sin \beta} = 48.437 \cdot \frac{0.2835877}{0.1849568} = 74.266$$

$$f = e \cdot \frac{\sin \mu}{\sin \gamma} = 76.986 \cdot \frac{0.1151490}{0.1193667} = 74.250$$

A csapásszögek képzése:

$$\begin{aligned}\alpha_{MXI} & 121^\circ 00' 35'' \\ + \xi & 8^\circ 05' 43'' \\ + \varphi & 6^\circ 36' 44''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 135^\circ 43' 02'' \\ + 180^\circ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{XIR} & 315^\circ 43' 02'' \\ + \alpha & 155^\circ 52' 25'' \\ + \beta & 10^\circ 39' 31''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 482^\circ 14' 58'' \\ - 180^\circ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{RS} & 302^\circ 14' 58'' \\ + \gamma & 6^\circ 51' 20'' \\ + \sigma & 146^\circ 00' 40''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 455^\circ 06' 58'' \\ - 180^\circ & \end{aligned}$$

$$\alpha_{SM} 275^\circ 06' 58''$$

$$\begin{aligned}\alpha_{MXI} & 121^\circ 00' 35'' \\ + \xi & 8^\circ 05' 43''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 129^\circ 06' 18'' \\ + 180^\circ & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{XIS} & 309^\circ 06' 18'' \\ + \sigma & 146^\circ 00' 40''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 455^\circ 06' 58'' \\ - 180^\circ & \end{aligned}$$

$$\alpha_{SM} 275^\circ 06' 58''$$

$$\begin{aligned}\alpha_{SH} & 275^\circ 06' 58'' \\ + \mu & 16^\circ 28' 28''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& 291^\circ 35' 26'' \\ - 180^\circ & \end{aligned}$$

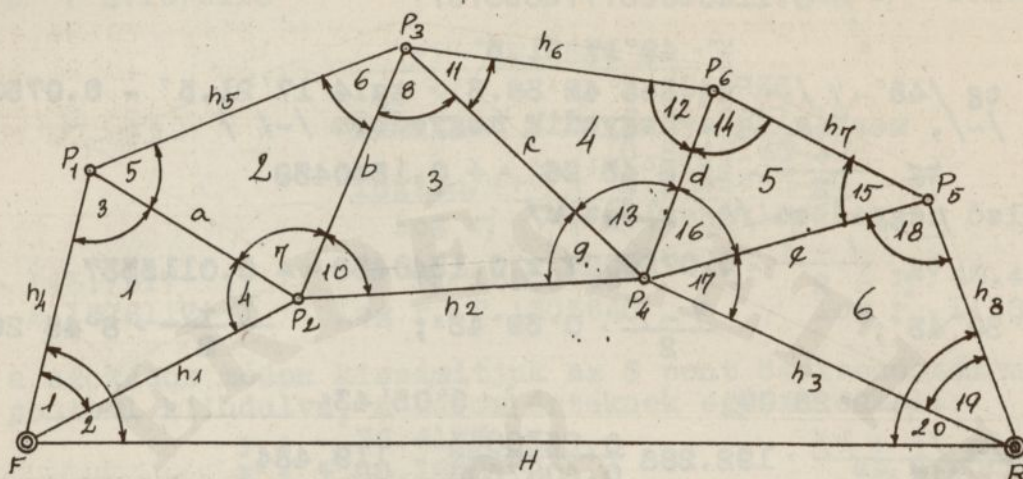
$$\alpha_{MR} 111^\circ 35' 26''$$

$$\alpha_{RM} 291^\circ 35' 26''$$

Ezután az ismert oldalhosszak és csapásszögek segítségével a már ismert módon mindegyik adott pontból kiindulva kiszámítjuk az R és S pontok összerendezőit:

R : y = + 26.378
x = + 5.488
S : y = - 36.510
x = + 45.120

Hálóbekapcsolás.



A háromszögekben:

A háromszög neve	A szög jelölése	Megmért szögek.	Javítás.	Kiegyenlített szögek
1.	1.	53° 56' 41.3"	+ 10.2"	53° 56' 51.5"
	3.	51° 15' 07.5"	+ 10.2" + 0.3"	51° 15' 18.0"
	4.	74° 47' 40.2"	+ 10.3"	74° 47' 50.5"
	[]	179° 59' 29.0"	+ 31.0"	180° 00' 00.0"
		-180°		
2.	L1	-31.0"		
	5.	50° 42' 26.3"	+ 3.7" + 0.3"	50° 42' 30.3"
	6.	81° 32' 56.3"	+ 3.7" + 0.3"	81° 33' 00.3"
	7.	47° 44' 25.8"	+ 3.6"	47° 44' 29.4"
	[]	179° 59' 48.4"	+ 11.6"	180° 00' 00.0"
3.		-180°		
	L2	-11.6"		
	8.	46° 47' 22.5"	- 5.3" + 0.3"	46° 47' 17.5"
	9.	69° 22' 06.5"	- 5.3"	69° 22' 01.2"
	10.	63° 50' 46.6"	- 5.3"	63° 50' 41.3"
4.	[]	180° 00' 15.6"	+ 0.3"	180° 00' 00.0"
		-180°		
	L3	+15.6"	- 15.6"	
	11.	66° 46' 41.3"	+ 7.3" + 0.3"	66° 46' 48.9"
	12.	49° 39' 11.3"	+ 7.3" + 0.3"	49° 39' 18.9"
5.	13.	63° 33' 45.0"	+ 7.2"	63° 33' 52.2"
	[]	179° 59' 37.6"	+ 22.4"	
		-180°		
	L4	-22.4"		

A háromszög neve	Az ög ja/q	Megmért szögek.	Javítás.	Kiegyenlített szögek
5.	14.	79° 35' 56.3"	- 7.7" + 0.3"	79° 35' 48.9"
	15.	44° 21' 52.5"	- 7.7" + 0.3"	44° 21' 45.1"
	16.	56° 02' 33.8"	- 7.8"	56° 02' 26.0"
	[]	180° 00' 22.6" -180°	+ 0.6" -23.2"	180° 00' 00.0"
	ℓ ₅	+22.6"	-22.6"	
6.	17.	57° 13' 18.8"	- 3.9"	57° 13' 14.9"
	18.	39° 10' 26.3"	- 3.9" + 0.3"	39° 10' 22.7"
	19.	83° 36' 26.3"	- 3.9"	83° 36' 22.4"
	[]	180° 00' 11.4" -180°	+ 0.3" -21.7"	180° 00' 00.0"
	ℓ ₆	+11.4"	-11.4"	

A sokszögben:

Az ög ja/q	Megmért szögek.	Javítás	Kiegyenlített szögek.
2.	78° 48' 00.0"	+ 0.3"	78° 48' 00.3"
3.	51° 15' 07.5"	+ 0.3" + 10.2"	51° 15' 18.0"
5.	50° 42' 26.3"	+ 0.3" + 3.7"	50° 42' 30.3"
6.	81° 32' 56.3"	+ 0.3" + 3.7"	81° 33' 00.3"
8.	46° 47' 22.5"	+ 0.3" - 5.3"	46° 47' 17.5"
11.	66° 46' 41.3"	+ 0.3" + 7.3"	66° 46' 48.9"
12.	49° 39' 11.3"	+ 0.3" + 7.3"	49° 39' 18.9"
14.	79° 35' 36.3"	+ 0.3" - 7.7"	79° 35' 48.9"
15.	44° 21' 52.5"	+ 0.3" - 7.7"	44° 21' 45.1"
18.	39° 10' 26.3"	+ 0.3" - 3.9"	39° 10' 22.7"
20.	131° 19' 48.8"	+ 0.3"	131° 19' 49.1"
[]	719° 59' 49.1" -720°	+35.5" -24.6"	720° 00' 00.0"
ℓ ₇	-10.9"	+10.9"	

Az ellenmondások segítségével felírjuk a javítási egyenleteket:

$$3 v_1 + v_7 + \ell_1 = 0 ; v_1 = -\frac{v_7}{3} - \frac{\ell_1}{3} = -0.11 + \frac{31.0}{3} = +10.2$$

$$3 v_2 + 2 v_7 + \ell_2 = 0 ; v_2 = -\frac{2v_7}{3} - \frac{\ell_2}{3} = -0.22 + \frac{11.6}{3} = +3.7$$

$$3 v_3 + v_7 + \ell_3 = 0 ; v_3 = -\frac{v_7}{3} - \frac{\ell_3}{3} = -0.11 - \frac{15.6}{3} = -5.3$$

$$3 v_4 + 2 v_7 + \ell_4 = 0 ; v_4 = -\frac{2v_7}{3} - \frac{\ell_4}{3} = -0.22 + \frac{22.4}{3} = +7.3$$

$$3 v_5 + 2 v_7 + \ell_5 = 0 ; v_5 = -\frac{2v_7}{3} - \frac{\ell_5}{3} = -0.22 - \frac{22.6}{3} = -7.8$$

$$3 v_6 + v_7 + \ell_6 = 0 ; v_6 = -\frac{v_7}{3} - \frac{\ell_6}{3} = -0.11 - \frac{11.4}{3} = -3.9$$

$$11 \ v_7 + v_1 + 2 \ v_2 + v_3 + 2 \ v_4 + 2 \ v_5 + v_6 + l_7 = 0$$

$$v_7 = \frac{1}{18} / l_1 + 2 \ l_2 + l_3 + 2 \ l_4 + 2 \ l_5 + l_6 - 3 \ l_7 / = \frac{1}{18} \cdot 5.9 = + 0.3$$

A kiegyenlített szögek segítségével számítjuk az összes oldalhosszat h_1 egységben.

$a = \frac{\sin 1}{\sin 3} \cdot h_1$	0.8084795 0.7799391	1.0000000	1.0365931	a.
$b = \frac{\sin 5}{\sin 6} \cdot a$	0.7739332 0.9891447	1.0365931	0.8110580	b.
$c = \frac{\sin 10}{\sin 9} \cdot b$	0.8976033 0.9358567	0.8110581	0.7779058	c.
$d = \frac{\sin 11}{\sin 12} \cdot c$	0.9189995 0.7621629	0.7779058	0.9379819	d.
$e = \frac{\sin 14}{\sin 15} \cdot d$	0.9835618 0.6991959	0.9379819	1.3194630	e.
$h_2 = \frac{\sin 8}{\sin 9} \cdot b$	0.7288276 0.9358567	0.8110580	0.6316366	h_2
$h_3 = \frac{\sin 18}{\sin 19} \cdot c$	0.6316636 0.9937800	1.3194630	0.8386732	h_3
$h_4 = \frac{\sin 4}{\sin 3} \cdot h_1$	0.9650044 0.7799391	1.0000000	1.2372817	h_4
$h_5 = \frac{\sin 7}{\sin 6} \cdot a$	0.7401183 0.9891447	1.0365931	0.7756211	h_5
$h_6 = \frac{\sin 13}{\sin 12} \cdot c$	0.8954360 0.7621629	0.7779058	0.9139316	h_6
$h_7 = \frac{\sin 16}{\sin 15} \cdot d$	0.8294332 0.6991959	0.9379819	1.1126972	h_7
$h_8 = \frac{\sin 17}{\sin 19} \cdot c$	0.8407633 0.9937800	1.3194630	1.1162993	h_8

Számítjuk az $\overline{FR}$ irány csapásszögét az adott összrendezőkből, ezután a kiegyenlített szögekkel számítjuk az összes irányok csapásszögét.

$$\text{tg } \alpha_{FR} = \frac{+ 79.698}{+104.760} = 0.7607674$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{FR} = 37^\circ 15' 45.7'' \\ 20 \quad 131^\circ 19' 49.1'' \\ \hline 168^\circ 35' 34.8'' \\ +180^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{RP} = 348^\circ 35' 34.8'' \\ 18 \quad 39^\circ 10' 22.7'' \\ 15 \quad 44^\circ 21' 45.1'' \\ \hline 432^\circ 07' 42.6'' \\ -180^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{P_5 P_6} = 252^\circ 07' 42.6'' \\ 14 \quad 79^\circ 35' 48.9'' \\ 12 \quad 49^\circ 39' 18.9'' \\ \hline 381^\circ 22' 50.4'' \\ -180^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{R_1 F} = 138^\circ 27' 45.4'' \\ 1 \quad 53^\circ 56' 51.5'' \\ \hline 192^\circ 24' 36.9'' \\ -180^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{FR} = 12^\circ 24' 36.9'' \\ 4 \quad 74^\circ 47' 50.5'' \\ 7 \quad 47^\circ 44' 29.4'' \\ 10 \quad 63^\circ 50' 41.8'' \\ \hline 198^\circ 47' 38.1'' \\ -180^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \alpha_{P_2 P_4} = 18^\circ 47' 38.1'' \\ 9 \quad 69^\circ 22' 01.2'' \\ 13 \quad 63^\circ 33' 52.2'' \\ 16 \quad 56^\circ 02' 26.0'' \\ 17 \quad 57^\circ 13' 14.9'' \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha_{P_6 P_3} &= 201^\circ 22' 50.4'' \\
 &\parallel 66^\circ 46' 48.9'' \\
 &8 \quad 46^\circ 47' 17.5'' \\
 &6 \quad 81^\circ 33' 00.3'' \\
 &\hline
 &396^\circ 29' 57.1'' \\
 &-180^\circ \\
 \alpha_{P_3 P_1} &= 216^\circ 29' 57.1'' \\
 &5 \quad 50^\circ 42' 30.3'' \\
 &3 \quad 51^\circ 15' 18.0'' \\
 &\hline
 &318^\circ 27' 45.4'' \\
 &-180^\circ \\
 \alpha_{P_1 F} &= 138^\circ 27' 45.4'' \\
 &2 \quad 78^\circ 48' 00.3'' \\
 &\hline
 &217^\circ 15' 45.7'' \\
 &-180^\circ \\
 \alpha_{FR} &= 37^\circ 15' 45.7''
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &264^\circ 59' 12.4'' \\
 &-180^\circ \\
 \alpha_{P_4 R} &= 84^\circ 59' 12.4'' \\
 &19 \quad 83^\circ 36' 22.4'' \\
 &\hline
 &168^\circ 35' 34.8'' \\
 &+180^\circ \\
 \alpha_{RP_5} &= 348^\circ 35' 34.8''
 \end{aligned}$$

Ezután számítjuk az $F_1, P_1, P_3, P_6, P_5, R$ sokszögmenetet, majd az F_1, P_1, P_4, R sokszögmenetet. A számítás alább következik táblázatban.

Kezdőpont Végpont	Csapás- szög Negyed Hegyes- szög	h_v	sin.	Rész		Tó		Pont jele
				Összrendezők				
			cos.	Δy	Δx	y	x	
						0.0000000	0.0000000	F
FP_1	318°27'45.4" IV. 41°32'14.6"	1.2372817	0.6631087 0.7485232	⊕ 0.8204523	⊕ 0.9261341	⊕ 0.8204523	⊕ 0.9261341	P_1
PP_3	36°29'57.1" I. 36°29'57.1"	0.7756211	0.5948115 0.8038652	⊕ 0.4613483	⊕ 0.6234948	⊕ 0.3591040	⊕ 1.5496289	P_3
P_3P_6	21°22'50.4" I. 21°22'50.4"	0.9139316	0.3645626 0.9311789	⊕ 0.3331853	⊕ 0.8510338	⊕ 0.0259187	⊕ 2.4006627	P_6
P_6P_5	72°07'42.6" I. 72°07'42.6"	1.1126972	0.9517472 0.3068832	1.0590064 0.3414681	1.0330877 2.7421308			P_5

$P_3 R$	168°35'34.8" II. 11°24'25.2"	1.1162993 [] = 5.1558309	0.1977771 0.9802470	⊕ 0.2207784	⊖ 1.0942490	⊕ 1.2538661	⊕ 1.6478818	R_1
FR_2	12°24'36.9" I. 12°24'36.9"	1.0000000	0.2149101 0.9676339	⊕ 0.2149101	⊕ 0.9766339	⊕ 0.2149101	⊕ 0.9766339	P_2
$P_2 P_4$	18°47'38.1" I. 18°47'38.1"	0.6316366	0.3221652 0.9466834	⊕ 0.2034913	⊕ 0.5979599	⊕ 0.4184014	⊕ 1.5745938	P_4
$P_4 R$	84°59'12.4" I. 84°59'12.4"	0.8386732 [] = 2.4703098	0.9961746 0.0873856	⊕ 0.8354649	⊕ 0.0732880	⊕ 1.2538663	⊕ 1.6478818	R_2

Ezzel kiszámítottuk a hálópontok összurendezőit "h₁" mértékegységben. Mivel oldalegyenleteket nem irtunk fel, az R₁ és R₂ nem fog teljesen egyezni egymással, azért ki kell egyenlítettünk a két értéket.

$$R_x = \frac{p_1 \cdot R_1 + p_2 \cdot R_2}{p_1 + p_2} \quad \text{ahol } p_1 = \frac{1}{k_4 + k_5 + k_6 + k_7 + k_8} \quad \text{és}$$

$$p_2 = \frac{1}{k_1 + k_2 + k_3} \quad \text{vagyis } R_x = \frac{\frac{1}{k_1 + k_2 + k_3} \cdot R_1 + \frac{1}{k_4 + k_5 + k_6 + k_7 + k_8} \cdot R_2}{\frac{1}{k_1 + k_2 + k_3} + \frac{1}{k_4 + k_5 + k_6 + k_7 + k_8}}$$

$$= \frac{2.3703098 \cdot 1.6478818 + 5.1558309 \cdot 1.6478818}{2.4703098 + 5.1558309} = 1.6478818$$

a számítás ebben a példánkban egész fölösleges volt, mert R₁ és R₂ teljesen egyezett, mégis az eljárás ismertetése kedvéért felírtuk.

$$\text{Ugyanígy } R_y = \frac{2.4703098 \cdot 1.2538661 + 5.1558309 \cdot 1.2538663}{2.4703098 + 5.1558309} = 1.2538662$$

Tehát $R: \quad y = + 1.2538662$
 $\quad \quad \quad x = + 1.6478819$

Át kell térnünk "k₁" mértékegységből a rendes mértékegységbe. Az F R = H távolság ismeretes, illetve számítható a rendes mértékegységben.

$$H = \sqrt{\frac{y_R - y_F}{k_1}^2 + \frac{x_R - x_F}{k_2}^2} = \sqrt{79.698^2 + 104.760^2} = 131.62989 \quad \text{rendes mértékegységben.}$$

$$H_1 = \sqrt{R_y^2 + R_x^2} = \sqrt{1.2538662^2 + 1.6478818^2} = 2.0706749 \text{ k}_1 \text{ mértékegységben}$$

Az átszámítási tényező n lesz.

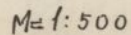
$$n = \frac{\bar{\sigma}H}{H_1} = \frac{131.62989}{2.0706749} = 63.5685930 \text{ ez egyuttal a } k_1 \text{ oldal}$$

hossza rendes mértékegységben.

Most már átszámíthatók az összes oldalhosszak és összrendezők k mértékegységből az eredeti mértékegységbe, úgy az egyes értékeket megszorozzuk sorra az n átszámítási tényezővel.

Nekünk a pontok összrendezőire van szükségünk, azokat számítjuk át az eredmények az alábbi táblázatban vannak összefoglalva.

P_1	F -re vonatkoztatott részösszrendezők		Főösszrendezők	
	Δy	Δx	y	x
1	- 52.15	+ 58.87	- 57.14	- 38.55
2	+ 13.66	+ 62.08	+ 8.67	- 35.34
3	- 22.83	+ 98.51	- 27.82	+ 1.09
4	+ 26.60	+ 100.09	+ 21.61	+ 2.67
5	+ 65.67	+ 174.31	+ 60.68	+ 76.89
6	- 1.65	+ 152.61	- 6.64	+ 55.19

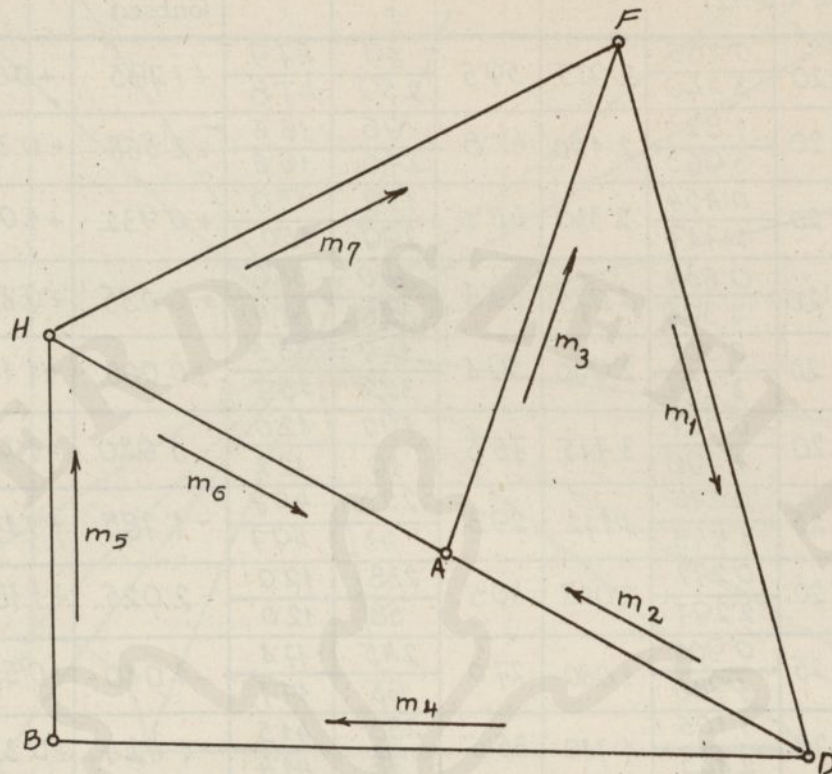


A'	i	m	d _q d _f	$\frac{100}{d_f - d_q}$	$\frac{l_1}{l_2}$	$h = l_2 l_1$	$t = k \cdot h$	Limbus leolv.		Nyers szintkülönbség	m - l ₁	Valódi szintkülönbség
								o	i			
V	IV		+3	20	0.765	2.975	59.5	79	47.9	+1.785	+0.690	+2.475
			+8		3.740			259	47.8			
	7		+6	20	1.823	2.140	42.8	96	16.6	+2.568	-0.368	+2.200
			+11		3.963			276	16.6			
	8		+2	20	0.454	2.330	46.6	119	15.0	+0.932	+1.001	+1.933
			+7		2.787			299	15.0			
	1		+1	20	0.634	2.675	53.3	140	38.6	+0.535	+0.821	+1.356
			+6		3.309			320	38.4			
	9		0	20	0.301	2.990	59.8	149	53.5	+0.000	+1.154	+1.154
			+5		3.291			329	53.7			
	VI		-4	20	0.021	3.775	75.5	190	12.0	-3.020	+1.434	-1.586
			+1		3.796			10	12.2			
	2		-6	25	0.276	1.172	29.3	223	49.7	-1.785	+1.179	-0.579
			2		1.448			43	49.7			
	17		-5	20	0.272	2.025	40.5	238	12.0	-2.025	+1.183	-0.842
			0		2.297			58	12.0			
	3		-4	25	0.900	1.080	27.0	245	17.8	-1.080	+0.555	-0.525
			0		1.980			65	17.7			
	18		-4	20	1.105	1.780	35.6	258	41.5	-1.424	+0.350	-1.074
			+1		2.885			78	41.4			
	19		-4	20	0.173	2.040	40.8	334	21.7	-1.632	+1.282	-0.350
			+1		2.213			154	21.7			
	4		-3	20	0.669	1.680	33.6	347	35.4	-1.008	+0.786	-0.222
			+2		2.349			67	35.4			
	5		+3	25	0.392	1.208	30.2	43	13.4	+0.906	+1.063	+1.969
			-1		1.600			223	13.5			
	6		+3	20	0.615	1.850	37.0	71	44.3	+1.110	+0.840	+1.950
			-2		2.465			251	44.4			

A'	i	m	Limbus				Mag. kör.		h _f	h _v	M	J	m-J	s
			leolvasás											
			o	i	o	i								
VI	v	1.336	318	396	2	06	75.30	75.5	+2.77	2.520	-1.184	+1.586		
"	9	"	14	347	3	48	48.33	48.4	+3.21	1.806	-0.470	+2.740		
"	10	"	36	303	3	05	35.50	35.7	+1.92	1.229	+0.107	+2.027		
"	11	"	65	296	0	10	27.15	27.4	+0.08	0.098	+1.238	+1.318		
"	12	"	96	418	0	28	20.15	20.4	+0.17	0.706	+0.630	+0.800		
"	13	"	161	445	359	02	18.85	19.1	-0.32	1.709	-0.373	-0.693		
"	VII	"	196	415	356	37	62.66	62.8	-3.71	1.740	-0.404	-4.114		
"	14	"	213	259	358	15	37.77	38.0	-1.39	1.627	-0.291	-1.681		
"	21	"	220	014	357	53	47.68	47.9	-1.77	1.309	+0.027	-1.743		
"	20	"	275	427	0	45	52.25	52.5	+0.69	1.328	+0.008	+0.698		
"	15	"	283	293	0	57	43.45	43.7	+0.73	1.346	-0.010	+0.720		
"	17	"	289	479	1	04	56.25	56.5	+1.05	1.642	-0.306	+0.747		
"	16	"	297	288	0	49	43.85	44.1	+0.63	1.131	+0.205	+0.835		

Az első táblázat egy Szepessy-tachiméterrel, a második egy Buss műszerrel végzett mérés jegyzőkönyve.

Szintezési háló kiegyenlítése.



Mérési adataink a következők:

$m_1 = -0.793$
 $m_2 = -2.3105$
 $m_3 = +3.117$
 $m_4 = -5.5225$
 $m_5 = +0.4015$
 $m_6 = +2.7865$
 $m_7 = +5.899$

$t_1 = 0.171$
 $t_2 = 0.085$
 $t_3 = 0.137$
 $t_4 = 0.168$
 $t_5 = 0.126$
 $t_6 = 0.082$
 $t_7 = 0.132$

$p_1 = \frac{1}{t_1} = 0.17$
 $p_2 = 1/0.09$
 $p_3 = 1/0.14$
 $p_4 = 1/0.17$
 $p_5 = 1/0.13$
 $p_6 = 1/0.08$
 $p_7 = 1/0.13$

A feltételi egyenletek:

$m_1 = -0.793$
 $m_2 = -2.3105$
 $m_3 = +3.117$

 $l_1 = +0.0135$

$-m_2 = +2.3105$
 $m_4 = -5.5225$
 $m_5 = +0.4015$
 $m_6 = +2.7865$

 $l_2 = -0.0240$

$-m_3 = -3.117$
 $-m_6 = -2.7865$
 $m_7 = +5.899$

 $l_3 = -0.0045$

A javítási egyenletek:

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + 0.0135 &= 0 \\ -v_2 + v_4 + v_5 + v_6 - 0.0240 &= 0 \\ -v_3 - v_6 + v_7 - 0.0045 &= 0 \end{aligned}$$

A kiegyenlítés szigorú eljárással történik, tehát számítanunk kell a korrelánsokat.

A korreláns-egyenletek:

$$\begin{aligned} 0.40 k_1 - 0.09 k_2 - 0.14 k_3 + l_1 &= 0 \\ -0.09 k_1 + 0.47 k_2 - 0.08 k_3 + l_2 &= 0 \\ 0.14 k_1 - 0.08 k_2 + 0.35 k_3 + l_3 &= 0 \end{aligned}$$

A korrelánsegyenletek együtthatóit az alábbi táblázatban számítottuk:

Sor szám	a	b	c	$\frac{1}{p}$	$\frac{aa}{p}$	$\frac{ab}{p}$	$\frac{ac}{p}$	$\frac{bb}{p}$	$\frac{bc}{p}$	$\frac{cc}{p}$
1	+1			0.17	0.17					
2	+1	-1		0.09	0.09	-0.09		0.09		
3	+1		-1	0.14	0.14		-0.14			-0.14
4		+1		0.17				0.17		
5		+1		0.13				0.13		
6		+1	-1	0.08				0.08	-0.08	+0.08
7			+1	0.13						+0.13
					+0.40	-0.09	-0.14	+0.47	-0.08	+0.35

$[\frac{aa}{p}]$	$[\frac{ab}{p}]$	$[\frac{ac}{p}]$	l_1	$[\frac{bb}{p}]$	$[\frac{bc}{p}]$	l_2	$[\frac{cc}{p}]$	l_3
+0.40	-0.09	-0.14	+0.0135	+0.47	-0.08	-0.024	+0.35	-0.0045
	-0.225	-0.35		+0.02025	+0.0315	+0.00304	+0.049	+0.00473
				+0.44975	-0.1115	-0.02096	+0.301	+0.00023
					-0.24791		+0.02764	+0.00520
							+0.27336	-0.00497

$$k_1 = -0.01588$$

$$k_2 = +0.05111$$

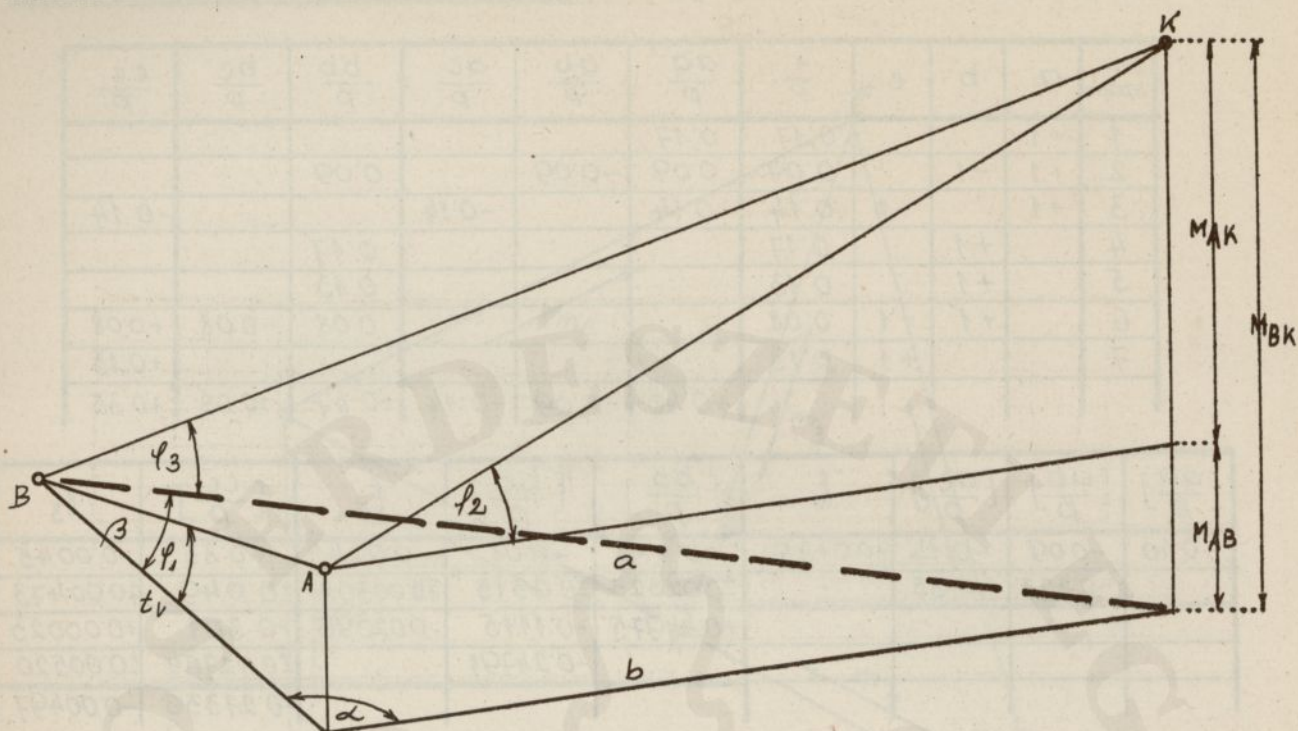
$$k_3 = +0.01818$$

$\frac{a}{p} \cdot k_1$	$\frac{b}{p} \cdot k_2$	$\frac{c}{p} \cdot k_3$	v	p	pvr	Középhiba m.
-0.00270			-0.00270	5.9	0.00004301	±0.009
-0.00143	-0.00460		-0.00603	11.1	0.00040361	±0.007
-0.00222		-0.00255	-0.00477	7.1	0.00016154	±0.008
	+0.00869		+0.00869	5.9	0.00044554	±0.009
	+0.00664		+0.00664	7.7	0.00033949	±0.008
	+0.00409	-0.00145	+0.00264	12.5	0.00008712	±0.006
		+0.00236	+0.00236	7.7	0.00004288	±0.008
					0.00152319	

A kiegyenlített szintkülönbségek:

$$\begin{aligned} m_1 &= -0.7957 \\ m_2 &= -2.3165 \\ m_3 &= +3.1122 \\ m_4 &= -5.5138 \\ m_5 &= +0.4082 \\ m_6 &= +2.7891 \\ m_7 &= +5.9013 \end{aligned}$$

Trigonometrial magasságmérés.



Mérési adataink a következők:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 0^\circ 31' 12.5'' \\ \varphi_2 &= 6^\circ 02' 40.0'' \\ \varphi_3 &= 6^\circ 24' 30.0''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha &= 68^\circ 20' 30'' \\ \beta &= 103^\circ 20' 40''\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}m_1 &= 1.486 \\ m_2 &= 1.408 \\ t_f &= 279.2735 \text{ m}\end{aligned}$$

$$t_v = t_f \cdot \cos \varphi_1 = 279.262 \text{ m}$$

$$\frac{1-k}{2r} = 0.000.000.068.289$$

$$\cos \varphi_1 = 0.999588$$

$$\sin \alpha = 0.929401$$

$$\sin \beta = 0.973001$$

$$\sin / \alpha + \beta / = 0.1445961$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = 0.0090784$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = 0.1058886$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = 0.1123152$$

$$a = \frac{t_v}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot \sin \alpha = 1794.975 \text{ m}$$

$$b = \frac{t_v}{\sin / \alpha + \beta /} \cdot \sin \beta = 1879.179 \text{ m}$$

$$M_{AB} = t_v \cdot \operatorname{tg} \varphi_1 + t_v^2 \cdot \frac{1-k}{2r} + /m-I/ = 2.513 + 0.000 = 2.513$$

$$M_{AX} = b \cdot \operatorname{tg} \varphi_2 + b^2 \cdot \frac{1-k}{2} + /m_2-I/ = 200.710 + 0.004 = +200.714$$

$$M_{BK} = a \cdot \operatorname{tg} \varphi_3 + a^2 \cdot \frac{1-k}{2} + /m_2-I/ = 203.231 - 0.004 = +203.227$$

$$M_{AB} + M_{AX} = 203.223$$

$$M_{BK} = 203.231$$

$$l = -0.008$$

Miután az oldalak hossza nagyobb 1500 m-nél, számítottunk a Föld gömbalakjával és a refrakcióval is.

A súly számításnál a távolságokat egy tizedesre kikerekítve kilométerekben számítjuk a középhibát kilométerenként kapjuk.

$$p_{AB} = \frac{1}{t_1^2} = \frac{1}{0.3^2} = \frac{1}{0.09} = 11.11$$

$$p_{AK} = \frac{1}{b^2} = \frac{1}{1.9^2} = \frac{1}{3.61} = 0.28$$

$$p_{BK} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{1.8^2} = \frac{1}{3.24} = 0.31$$

n	a	p	$\frac{1}{p}$	$\frac{ap}{p}$	$\frac{a}{p} k$	prv	$\pm \mu$
1	+1	0.28	3.61	+3.61	+0.004	0.000.004.48	0.006
2	-1	0.31	3.24	+3.24	+0.004	0.000.004.96	0.005
3	+1	11.11	0.09	+0.09	0.000	0.000.000.00	0.001
			+6.94	+6.94		+0.000.009.44	

A korreláns-egyenlet:

$$6.94 k_1 - 0.008 = 0$$

$$k_1 = \frac{0.008}{6.94} = + 0.00125$$

A középhiba pedig:

$$m_k = \sqrt{\left[\frac{p \cdot v \cdot v}{1} \right]} = \sqrt{\frac{0.000.00944}{1}} = 0.003 \text{ m/km}$$

Az aneroid képlete:

$$B_0 = B + 0.20 - 0.02 t_b$$

A barometrikus magasságmérés képlete:

$$M = 16038 / 1 + 0.00367 \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} / \frac{B_1 - B_2}{B_1 + B_2}$$

Barométerállomás:

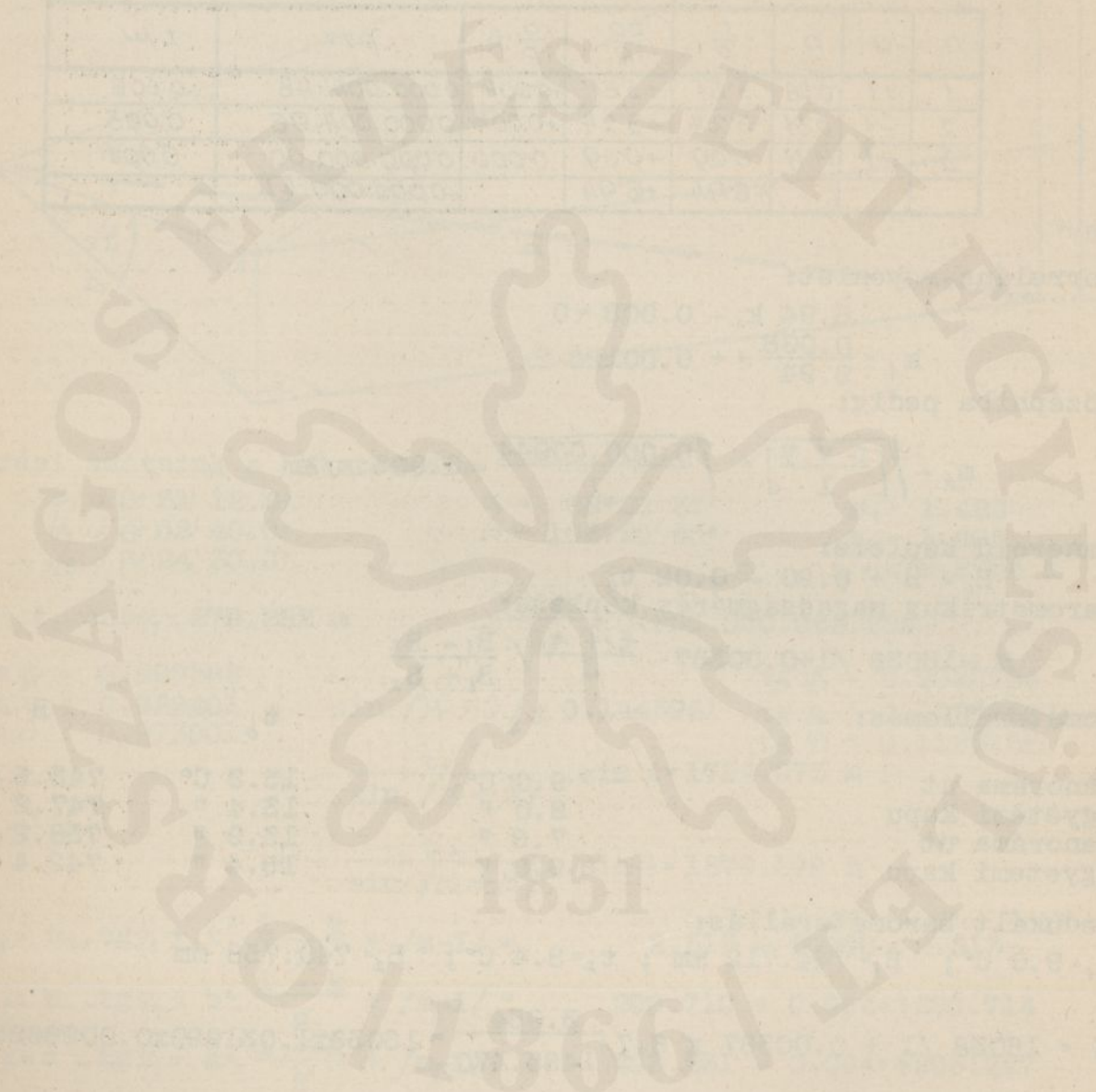
	t_k	t_b	B
Panoráma ut	9.0 C°	15.3 C°	743.5 mm
Egyetemi kapu	9.0 "	13.4 "	747.2 "
Panoráma ut	7.8 "	13.9 "	738.2 "
Egyetemi kapu	9.0 "	15.4 "	742.4 "

A redukált barométerállás:

$$t_1 = 9.0 \text{ C}^\circ; B_1 = 744.712 \text{ mm}; t_2 = 8.4 \text{ C}^\circ; B_2 = 740.758 \text{ mm}$$

$$M = 16038 / 1 + 0.00367 \times 8.7 / \frac{3.954}{1485.470} = 16038 \times 1.031929 \times 0.002662542$$

$$M = 44.065 \text{ m}$$



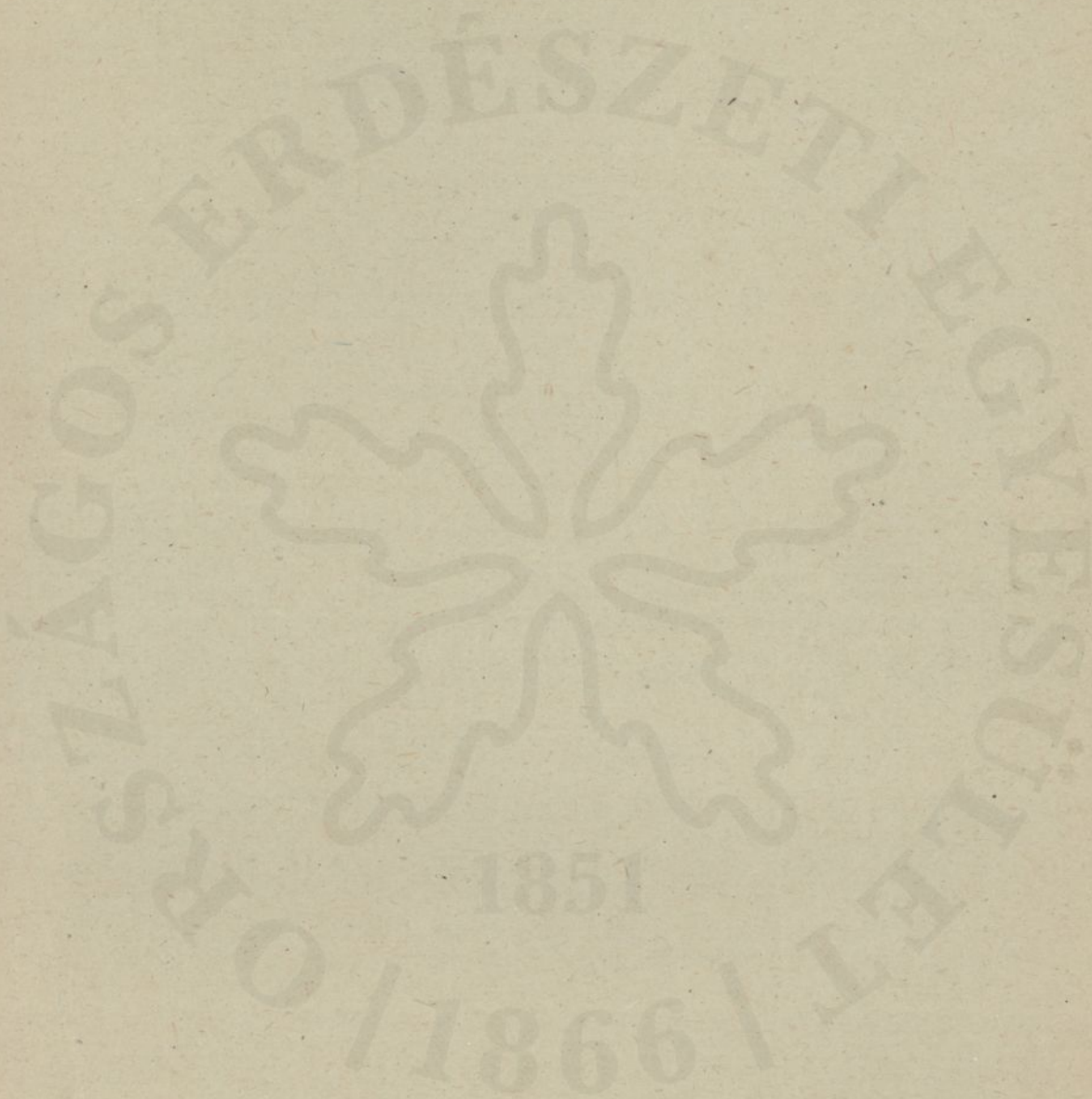
T a r t a l o m j e g y z é k.

A gyakorlati mérés	1
A vízszintes síkbeli mérések ..1.....	1
Kitűző - feladatok	1
Egyenesek kitűzése	1
Felhordások	12
Szögek kitűzése	24
Szögfelező irányok kitűzése	29
Görbe vonalak kitűzése	31
A tulajdonképpeni mérési eljárások	47
Önálló háromszögelés	48
Csatlakozó háromszögelés	61
Egy pont bekapcsolása	62
Előre - metszés	63
Oldal - metszés	67
Teljes háló kiegyenlítése irányértékek mérése esetén	67
Hálóbekapcsolás	68
Hátrametszés	71
Hansen - féle feladat	78
Elvesztett háromszögelési pontok felkeresése	80
Marek - féle feladat	79
Szervényhálózat, háromszögelt pontok térképe	81
A sokszögelés	84
Kettősen tájolt sokszögmenet	85
Kettősen tájékozott sokszögmenet csomóponttal	89
Egyszeresen tájékozott sokszögmenet	91
Tájékozatlan sokszögmenet	91
Csatlakozás magasan - fekvő ponthoz	93
Eljárások sokszögmenetek hibáinak csökkentésére	94
Busszola - sokszögmenetek	95
Sokszögmenetek durva hibáinak felkeresése	96
A részletpontok bemérése	97
A térkép megszerkesztése	103
Kisebbségi területek önálló felvétele	105
Körpljáró mérési mód, vagy sokszögelés	112
Régi térképek használata	115
A magyar állami földmérés által előírt hibahatárok	117
A térképek felírása, számozása és mellékletei	118
A területszámítás	120
A területosztás	125
Határvonalak kiegyenesítése	143
A térkép sokszorosítása	143
A magassági-, vagy szintmérés	146
Geometriai magasságmérés	146
Területszintezés	150
Trigonometriai magasságmérés	161
Tachimetria	166
Barometrikus magasságmérés	171
Függelék. A számológép és használata	176
Példatár	182

- . -

TARTALOMJEGYZÉK

1	A gyarmati erők	1
2	A gyarmati erők felépítése	2
3	A gyarmati erők felépítése	3
4	A gyarmati erők felépítése	4
5	A gyarmati erők felépítése	5
6	A gyarmati erők felépítése	6
7	A gyarmati erők felépítése	7
8	A gyarmati erők felépítése	8
9	A gyarmati erők felépítése	9
10	A gyarmati erők felépítése	10
11	A gyarmati erők felépítése	11
12	A gyarmati erők felépítése	12
13	A gyarmati erők felépítése	13
14	A gyarmati erők felépítése	14
15	A gyarmati erők felépítése	15
16	A gyarmati erők felépítése	16
17	A gyarmati erők felépítése	17
18	A gyarmati erők felépítése	18
19	A gyarmati erők felépítése	19
20	A gyarmati erők felépítése	20
21	A gyarmati erők felépítése	21
22	A gyarmati erők felépítése	22
23	A gyarmati erők felépítése	23
24	A gyarmati erők felépítése	24
25	A gyarmati erők felépítése	25
26	A gyarmati erők felépítése	26
27	A gyarmati erők felépítése	27
28	A gyarmati erők felépítése	28
29	A gyarmati erők felépítése	29
30	A gyarmati erők felépítése	30
31	A gyarmati erők felépítése	31
32	A gyarmati erők felépítése	32
33	A gyarmati erők felépítése	33
34	A gyarmati erők felépítése	34
35	A gyarmati erők felépítése	35
36	A gyarmati erők felépítése	36
37	A gyarmati erők felépítése	37
38	A gyarmati erők felépítése	38
39	A gyarmati erők felépítése	39
40	A gyarmati erők felépítése	40
41	A gyarmati erők felépítése	41
42	A gyarmati erők felépítése	42
43	A gyarmati erők felépítése	43
44	A gyarmati erők felépítése	44
45	A gyarmati erők felépítése	45
46	A gyarmati erők felépítése	46
47	A gyarmati erők felépítése	47
48	A gyarmati erők felépítése	48
49	A gyarmati erők felépítése	49
50	A gyarmati erők felépítése	50
51	A gyarmati erők felépítése	51
52	A gyarmati erők felépítése	52
53	A gyarmati erők felépítése	53
54	A gyarmati erők felépítése	54
55	A gyarmati erők felépítése	55
56	A gyarmati erők felépítése	56
57	A gyarmati erők felépítése	57
58	A gyarmati erők felépítése	58
59	A gyarmati erők felépítése	59
60	A gyarmati erők felépítése	60
61	A gyarmati erők felépítése	61
62	A gyarmati erők felépítése	62
63	A gyarmati erők felépítése	63
64	A gyarmati erők felépítése	64
65	A gyarmati erők felépítése	65
66	A gyarmati erők felépítése	66
67	A gyarmati erők felépítése	67
68	A gyarmati erők felépítése	68
69	A gyarmati erők felépítése	69
70	A gyarmati erők felépítése	70
71	A gyarmati erők felépítése	71
72	A gyarmati erők felépítése	72
73	A gyarmati erők felépítése	73
74	A gyarmati erők felépítése	74
75	A gyarmati erők felépítése	75
76	A gyarmati erők felépítése	76
77	A gyarmati erők felépítése	77
78	A gyarmati erők felépítése	78
79	A gyarmati erők felépítése	79
80	A gyarmati erők felépítése	80
81	A gyarmati erők felépítése	81
82	A gyarmati erők felépítése	82
83	A gyarmati erők felépítése	83
84	A gyarmati erők felépítése	84
85	A gyarmati erők felépítése	85
86	A gyarmati erők felépítése	86
87	A gyarmati erők felépítése	87
88	A gyarmati erők felépítése	88
89	A gyarmati erők felépítése	89
90	A gyarmati erők felépítése	90
91	A gyarmati erők felépítése	91
92	A gyarmati erők felépítése	92
93	A gyarmati erők felépítése	93
94	A gyarmati erők felépítése	94
95	A gyarmati erők felépítése	95
96	A gyarmati erők felépítése	96
97	A gyarmati erők felépítése	97
98	A gyarmati erők felépítése	98
99	A gyarmati erők felépítése	99
100	A gyarmati erők felépítése	100



MKa
1+11.400

Little more dead

