Kövessi, A fák térfogati növekedésének törvénye.

2

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

OEE Könyvtár
ÁII.EII. 2018

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

A fák térfogati növekedésének törvénye

Irta

DR. KÖVESSI FERENCZ
a növénytan tanára az erdészeti főiskolán

—o—

Különlenyomat
az Erdészeti Lapok 1906. évi VI. füzetéből

A. k. 2557.

BUDAPEST
"PÁTRIA" IRODALMI VÁLLALAT ÉS NYOMDAI RÉSZVÉNY-TÁRSASÁG
1906

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

A fák térfogati növekedésének törvénye.*)

Irta: Dr. *Kövessi Ferencz*, a növénytan tanára az erdészeti főiskolán.

Több év óta foglalkozom a fák és általában a növények növekedési szabályainak kutatásával. Legutóbb tanulmányoztam egy *Robinia Pseudoacacia L.* törzset. Tanulmányom czéljára kiválasztottam egy mesterséges akáczfatelepitésből eredő typikus növésü fát, melynek fejlődéséről ültetésétől (1890) kezdve az összes fontosabb biologiai megfigyelések megvannak.

Adatnyerés szempontjából a fát tőből kiásattam és a földszinttől kezdve a törzs minden métermagasságában korongokat készitettem. Ezek a metszetek szolgáltak a fa térfogati növekedésének megállapítására oly módon, hogy az egyes 1, 2... *m* magassági metszetnek megfelelő korongon

*) Az „Erdészeti kisérletek" czimü folyóirat 1906. évi 1., 2. számából.
Egyidejüleg megjelenik a franczia tudományos Akadémiánál: *François Kövessi:* Loi de l'accroissement en volume daus les Arbres. Comptes rendus des sèances de l'Academie des sciences. Paris 1906 Tome CXLII.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

minden egyes évhez tartozó 1, 2 . . . n évgyürü külső határa által bezárt területet planiméter segélyével meghatároztam.

Ha az igy nyert területi adatokat $S_{1\,m}$, $S_{2\,m}$, $S_{3\,m}$ . . . $S_{n\,m}$ az idő függvényeként fejezzük ki, a törzs vastagsági növekedésére másodrendü görbének megfelelő értékeket kapunk, mely értékek gyöke az évgyürük sugár irányu vastagodását jelenti, vagyis a térfogat lineáris irányban való szaporodását tünteti fel az idő függvényeként.

Legyen az m magasságban n évig keletkezett évgyürük területe $S_{n\,m}$; mivel az évgyürük körgyürü területek, az évgyürü külső határa által befoglalt terület sugarának középértékét $R_{m\,n}$ kiszámithatjuk, mert

$$R_{m\,n} = \sqrt{\frac{S_{m\,n}}{\pi}} \qquad (1.)$$

A méréseim alapján nyert adatok azt bizonyitják, hogy a sugár egy-egy évnek megfelelő részei ($R_{m\,1} - R_{m\,2}$) nem teljesen egyenlők és az $R_{m\,1}$, $R_{m\,2}$, $R_{m\,3}$ . . . értékek sem mutatnak az idő szerint lineáris növekedést, hanem az értékek az évek szerint ingadoznak. Mindazonáltal *a sugár növekedés fóiránya lineáris.*

Ha a sejtek biológiai viszonyai mindig egyenletesek volnának és ha a sugár irányában elhelyezett sejtek legfiatalabbika pl. a cambium, minden egységnyi időben egy uj sejttel szaporitaná a törzset, akkor a sejtek száma sugár irányban *a priori* lineárisan növekednék és ha a sejtek az előzőhöz hasonló nagyságot érnének el, a törzs sugár irányban lineárisan vastagodnék. De mivel a növénynek és az egyes alkotó sejteknek, valamint az osztódó szöveteknek biológiai viszonyai folyton változnak, a sejtek szaporodásának lineáris menete és az egyes sejtek egyen-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

letes növekedése, tehát a törzs sugár irányú lineáris térfogat nagyobbodása is többé-kevésbbé eltorzul.

Minthogy R értékének növekedése *elvileg* lineáris pályán mozog, értéke kifejezhető a t idő függvényeként

$$R = M't + c \qquad (2.)$$

Ahol az M' a biológiai viszonyok, c a coordinátarendszer megválasztása szerint változik.

A fa magassági növekedését ugy állapitottam meg, hogy a fát hosszában ketté fürészeltem, s az év végével lezárult kupok tetejének az alaptól való távolságát lemértem. Ezen adatok értékei, mivel a hossznövekedés biológiai viszonyai változnak az évek szerint, valamint a fa különféle magasságának megfelelően, többé-kevésbbé görbe pályán ingadoznak, de *a priori szintén lineárisan növekedőknek kellene lenniök.*

A kutatás tárgyát képező fának alap és magassági növekedési adataiból, a törzs évenkénti térfogatnövekedését könnyen kiszámithattam. A részletadatok bizonyitják, hogy az egyes évek alatt keletkezett palástok többé-kevésbbé kupidomuak. Térfogatuk V tehát a kup képletével kiszámithatók

$$V_n = \frac{1}{3} S_n h_n \qquad (3.)$$

Az 1. és 2-ik képlet alapján S és R értékeit helyettesitve

$$V = \frac{\pi}{3} (M't + c)^2 . h \qquad (4.)$$

Minthogy pedig h értéke kifejezhető, mint R többszöröse

$$h = \alpha . R = \alpha (M't + c) \qquad (5.)$$

azért

$$V = \frac{\alpha \pi}{3} . (M't + c)^3 \qquad (6.)$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

A törzs térfogati növekedése tehát az idő függvényeként kifejezve harmadrendü görbe pályán mozog. A képletben c értéke az ordináta-rendszer megválasztásától függ, az α és M' a növény egyéni tulajdonsága és biológiai viszonyai szerint változó faktorok, melyek között princzipális szerepet játszik az M' faktor.

Mivel én a térfogati növekedést minden egyes esetben $t=0$ időtől és $V=0$ térfogattól akarom számitani a fenti (6.) egyenletben $c=0$ értékü lesz, ugy, hogy az egyenlet végalakja

$$V=M.t^3 \qquad (7.)$$

Kimondhatom tehát a törvényt, hogy: *Állandóan egyforma biologiai viszonyok között a fák törzsének térfogati növekedése arányos az idő köbével.*

Kutatási adataim a törvényt igazolják.

Teljesen ugyanazon végeredményre jutunk a következő megfontolás alapján is: Minthogy a kisérleti adatok és az elméleti megfontolás azt mutatják, hogy elvileg a növény térfogati növekedése a tér *minden irányában linearisan arányos* az idővel, azért a végtelen kicsiny dt időnek, a tér három irányában megfelelő növekedést kifejezhetjük úgy, hogy:

$$\frac{d^3 V}{dt^3}=m$$

ahonnan V térfogat értéke

$$V=\int_0^t\int_0^t\int_0^t m.dt^3$$

Ha az integrálást most ugy hajtjuk végre, hogy minden egyes esetben $t=0$ alsó határt veszszük kiindulási alapul, midőn $V=0$, akkor c_1, c_2, c_3 integrálási állandók is nullával lesznek egyenlők, miáltal az integrálás végrehajtása után az

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

eredmény összes alacsonyabb tagjai 0-val szoroztatván, mind eltünnek, s az eredmény felette egyszerüsödve lesz

$$V = M . t^3 \qquad (7.)$$

Ha most feltételezzük, amint ez a valóságban tényleg előfordul, hogy a biológiai viszonyok az időben változnak, akkor a 7-ik képletben szereplő arányossági faktor M maga szintén az idő függvényének tekintendő, s igy a fa növekedését kifejező legáltalánosabb képletünk:

$$V = M(t) . t^3 \qquad (8.)$$

A fogalmak tisztázása kedvéért tanulmányom végeredményéből közlök itt egy táblázatot.

Évek	t	V cm^3	$V' = M_{15} . t^3$ cm^3	$M_{15} = \frac{V_{15}}{t_{15}^3}$	$M_{(t)} = \frac{V_t}{t^3}$	$A_{(t)} = \frac{M_{(t)}}{M_{15}}$
1904	15	82399·342	82399·34200	24·41462	24·41462	1·000000
1903	14	70102·038	66993·71728	„ „	25·54739	1·046397
1902	13	53604·402	53638·92014	„ „	24·39891	0·999357
1901	12	41292·916	42188·46336	„ „	23·89636	0·978773
1900	11	30581·098	32495·85922	„ „	22·97603	0·941077
1899	10	23083·449	24414·62000	„ „	23·08344	0·945476
1898	9	16547·264	17798·25798	„ „	22·69858	0·929713
1897	8	11090·207	12500·28544	„ „	21·66056	0·887196
1896	7	7388·775	8374·21466	„ „	21·54162	0·882325
1895	6	3888·923	5273·55792	„ „	18·00428	0·737439
1894	5	1863·381	3051·82750	„ „	14·90705	0·610579
1893	4	909·242	1562·53568	„ „	14·20690	0·581902
1892	3	343·980	659·19474	„ „	12·74000	0·521820
1891	2	105·432	195·31696	„ „	13·17900	0·539800
1890	1	12·894	24·41462	„ „	12·89400	0·528127

Ennek első V jelzésü oszlopában fel vannak tüntetve a kisérletezésre szolgáló akáczfa törzsnövekedésének éven-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

kénti térfogati adatai, ugy, amint azt a mérések után találtam. Ezen adatokból kiszámitottam M_{15} értékét, azaz a 15 évre vonatkozó biológiai viszonyok átlagos értékét, és pedig:

$$M_{15} = \frac{V_{15}}{t_{15}^3} = \frac{82399\cdot_{342}}{3375} = 24\cdot_{41462}\ cm^3/\text{év}^3 \qquad (9.)$$

Ezen $M_{15} = 24\cdot_{41462}$ állandó szorzóval kiszámítottam a 8-ik képlet értelmében az 1, 2, 3 . . . 15 éveknek megfelelő térfogatokat, amennyit az egyenletes növekedés esetében találnom kellett volna. Ezek a számitott értékek a V' jelzésü negyedik oszlopban találhatók. Az eltérések, melyek a tényleg talált és a számitott értékek között észrevehetők, azt jelentik, hogy a növény fejlődésének biológiai viszonyai a lefolyt 15 év alatt nem voltak állandók. Tényleg, ha a fa egyes éveiben fejlődött V_1, V_2, V_3 . . . értékekből kiszámitjuk a nekik megfelelő $M_{t=1}$, $M_{t=2}$, $M_{t=3}$ . . . biológiai faktorokat a 8-ik képletből levezethető módon:

$$M_1 = \frac{V_1}{t_1^3 = 1^3},\ M_2 = \frac{V_2}{t_2^3 = 2^3},\ M_3 = \frac{V_3}{t_3^3 = 3^3}, \ldots (10.)$$

akkor a térfogati ingadozásnak megfelelő arányban álló változásokat találunk az M_1, M_2, $M_3 \ldots M_t$ egyes értékeire is, mely biológiai faktorok az egyes évek végéig lejátszódott biológia viszonyokra jellemzők, vagyis M_1 értéke jellemző az első év végéig lejátszódó biológiai viszonyokra, M_2 értéke a második év végéig, tehát az első és második év folyamata alatti biológiai viszonyokra ... M_t értéke a t^{ik} év végéig, tehát az $1+2+3+\ldots+t$ év alatt lejátszódó biológiai viszonyokra.

Ha most az egyes $t=1$, $t=2$, $t=3 \ldots t$ évek végéig lejátszódó biológiai viszonyok értékét összehasonlitjuk az M_{15} értékével, mint átlagos értékkel, akkor bizonyos különbséget találunk. Az ingadozás nagyságát az adatokból ki is számithatjuk, mert ha az egyes évek végéig fellépő

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

biológiai faktorok ingadozásának értékét A_1, A_2, $A_3 \ldots A(t)$-nek nevezzük, ahol $A_1 =$ az első év végéig, $A_2 =$ az $(1+2)$ év végéig, $A_3 =$ az $(1+2+3)$ év végéig, $\ldots A(t) =$ az $(1+2+$ $+3+\ldots+t)$ év végéig fellépett ingadozások értékét jelenti akkor:

$$A_1 = \frac{M_1}{M_{15}},\ A_2 = \frac{M_2}{M_{15}}, \ldots,\ A(t) = \frac{M_{(t)}}{M_{15}} \qquad (11.)$$

Az $A(t)$ biológiai tényezők változását kifejező faktor segélyével azután a növény növekedését egészen pontosan kiszámithatjuk, ha a 7-ik és 8-ik jelzésü képleteket ezen értelemben kiegészithetjük, vagyis:

$$V = A(t) M . t^3. \qquad (12.)$$

Az $A(t)$ értékre a fa növekedésében lejátszódó *biológiai viszonyok ingadozása* jellegzetes. A tanulmány tárgyát képező akáczfára vonatkozó $A(t)_{t=1}$, $A(t)_{t=2}$, $A(t)_{t=3}$, ... értékek az itt adott táblázat 7-ik oszlopában vannak feltüntetve, melyből látható, hogy A értékei az egység körül ingadoznak.

Az M és az $M(t)$ értékek magukban foglalják az élet folyamata alatt lejátszódó összes biológiai faktorokat. Az összes külső és belső fizikai és kémiai tényezők hatását, a növény egyéni sajátságát stb. stb.; valamint azt a térfogati redukcziót is, melyet a belső évgyürük a külső évgyürük állandó nyomása folytán szenvednek. Az $A(t)$ érték pedig az $M(t)$ változó biológiai faktornak M átlagos biológiai viszony körüli ingadozását adja meg, ha az M_{15} értékét, mint átlagos biológiai értéket, egységül veszszük fel.

Az $A(t)$ érték változásában felfedezhető tényezők kétféle jellegüeknek tekintendők; egyiknek a menete az A értékét folyton hullámzóvá teszi; ez a faktor a növény szorosan vett biológiai, főleg a fizikai és kémiai viszonyainak évente való változását jelenti, mig az értékek 1903. évtől vissza-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

felé 1890. évig való folytonos kisebbedése, az évgyürük térfogati redukciójának tulajdonitandó. Ez a redukczió az itteni adatokból nem fedezhető jól fel, de a részletes adatok még a redukczió nagyságának körülbelüli számszerinti adatait is világosan mutatják, sőt megfelelő müveletekkel a redukczió értéke is pontosan kiszámitható.

Meg óhajtom itt jegyezni, hogy ezen redukczió, mint tanulmányom részletes adataiból látható, rendkivül nagy hatással van a különféle faju és koru fák fajsulyának kialakulására, miért is ezen tényező részletes ismertetésére tanulmányom *in extenso* közlésénél bővebben óhajtok szólani.

Ha különféle koru, főleg többszázéves fákat az itt adott módon analizálunk, akkor azt tapasztaljuk, hogy az $A(t)$ értéke egy ideig növekszik, de egy bizonyos maximumon tul folytonos hullámzás közben hanyatlásnak indul, mely hanyatlás addig tart, mig értéke oly kicsiny lesz, hogy a továbbnövekedés természetes uton megáll, ugy hogy dacára az idő köbével arányos *a priori* térfogati növekedésnek, a fa valóságos növekedése éppen a biológiai viszonyok megváltozása következtében véges határok közt marad, $t = \infty$ idő esetén is.

Tisztán állhat ezek után mindenki előtt, hogy ha az $M(t)$ változó biológiai faktor ismeretes, vagy valamely egységül választott átlagos M biológiai faktornak $A(t)$ változási menetét megoldhatjuk, akkor a növények térfogati növekedése bármely viszonyok között mechanikai uton mathematikai pontossággal tárgyalható lesz és bármely növényre előre kiszámitható lesz, hogy az adott biológiai tényezőket, talaj és klimatikus viszonyokat, hogyan képes értékesiteni. Ezen ismeretek után aztán ki lehet majd számitani, hogy bizonyos talaj és klimatikus viszonyok

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

mellett, melyik növényfajta vagy változat lesz az, mely a rendelkezésre álló viszonyokat a legjobban használja ki s hogyan kezelendő a növény növekedési ideje alatt, hogy az adott fizikai és kémiai viszonyokat maximálisan értékesitse, vagyis a gyakorlati czélnak megfelelően a legjobban fejlődjék.

Minthogy azonban az $M(t)$ függvény, vagy annak másik alakja $M.A(t)$, rendkivül komplikált, mert tartalmazza a növény életében fellépő összes biológiai faktorokat, azért annak a pontos megoldásától igen messze vagyunk; megvan azonban minden valószinüség arra, hogy a fontosabb tényezők által létrehozott változások hatásainak összefüggését viszonylag rövid idő alatt ugy megoldhatjuk, hogy a számitásokat megközelitő pontossággal végre lehet hajtanunk. Ha csak ez sikerül is, ez a gyakorlati növénytenyésztésre elsőrendü fontosságu eredmény lesz, mely a mai empirikusan tapogatódzó növénytermelési tudományokat szilárd bázisra állítja s a további tudományos és gyakorlati kutatásokat megkönnyiti.

*

Mindezek a megfontolások, kisérletek és számitások, melyeket eddig láttunk, a fának csak a törzsére vonatkoztak, de világosan látható, hogy ugyanezek a törvényszerüségek az egész fára is érvényben állanak, mert mint a megfigyelések és megfontolások mutatják, jogunkban áll az egész fát ugy elképzelni, mint egymáson keletkezett törzsekből álló rendszert, mely törzsek mindenikére érvényben áll az itt vázolt törvényszerüség. *Az elágasodás menetét kifejező biológiai faktorok beállitása után a törvény tehát az egész növényre érvényben áll.*

Jelentse $N(t)$ képlet bármely t időben létező ágak számát, melynek értéke t folyó időnek képezi függvényét,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

akkor az egész fa térfogata W kifejezhető a 8-ik, illetve a 12. képlet segélyével, valamint az elágosodási faktor bevezetésével, mert

$$W = \sum_{t=0}^{N(t)} M(t) . t^3 \qquad (13.)$$

vagy ami ugyanaz

$$W = \sum_{t=0}^{N(t)} A(t) . M . t^3 \qquad (14.)$$

Az $M(t)$ függvény részletes alakjának, valamint az elágasodási törvényszerüséget kifejező $N(t)$ függvény alakjának meghatározása most folyamatban lévő vizsgálódásaim tárgyát képezik s ezekről későbbi közleményekben óhajtok szólani, hasonlóan egy legközelebb megjelenő közleményben fogom a jelen eredményekre vezető kutatások részletadatait *in extenso* közzé tenni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2019. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/245-1/2019.

1