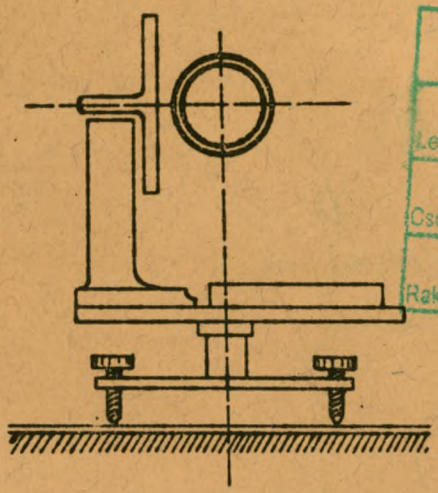
ERDÉSZETI FÖLDMÉRÉSTAN

I. rész.

OEE Könyvtár
Áll.Ell. 2020

Országos Erdészeti Egyesület
Wagner Károly Erdészeti Szakkönyvtár
Leltári szám: 174/2008.
Csoport szám: I
Raktári jelzet: S III 2.



SÉBOR JÁNOS

egy. ny. r. tanár úr

előadásai alapján összeállitották

Pethö Andor, Sali Emil, Tóth Béla és Völgyi László

III. éves erdömérnökhallgatók

Sopron,
1942.

ERDÉSZETI EGYESÜLET
1851
1861

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

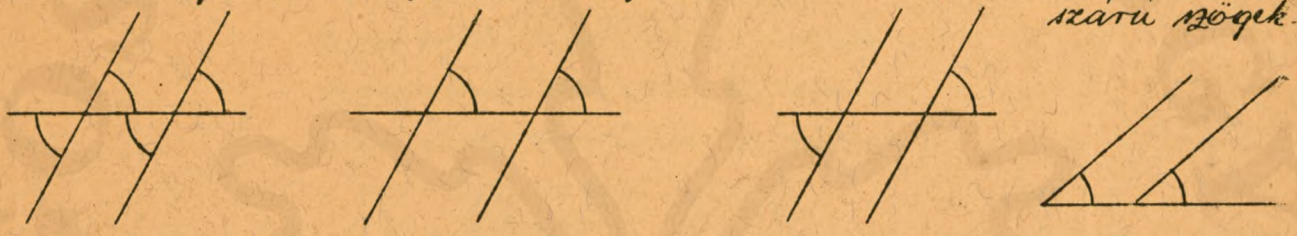
Bevezetés.

A földméréstan, más néven geodézia az a mérnöki tudomány, mely a Föld felszínén lévő természetes tárgyak (hegyek, folyók stb.) és mesterséges létesítmények (utak, építmények, birtokhatárok stb.) vízszintes és magassági felmérésével, valamint azok térképezésével foglalkozik.

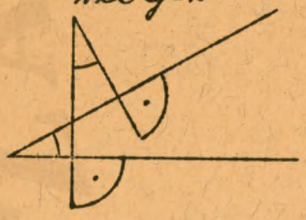
A mérőműszerek elmélete, a mérési eljárások és a mért adatok kidolgozása egyaránt a matematika szabályain alapszik, ezért bevezetőben a geodéziában alkalmazott matematikai tételeket fogom röviden összefoglalni.

Két szög egyenlő, ha

1., csúcsszögek; 2., megfelelő szögek; 3., váltószögek; 4., Párhuzamos szárú szögek.



5., Merőlegesszárú szögek.



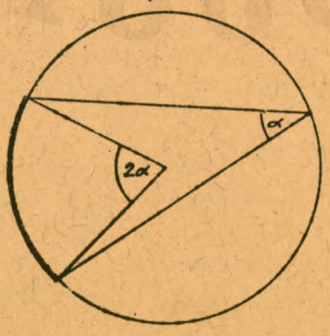
6., Ugyanazon köríven nyugvó kerületi szögek.



90°-ra ill. 180°-ra egészítik ki egymást a pót- ill. kiegészítő szögek.



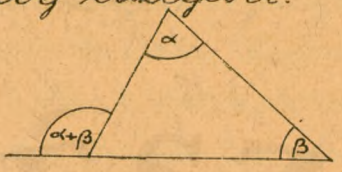
Bármely körívhez tartozó középponti szög kétszerese az ugyanazon köríven nyugvó kerületi szögnek.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Sokszögek belső szögeinek összege: $(n-2)180°$, külső szögeinek összege pedig $(n+2)180°$, hol n a sokszög szögeinek a számát jelenti.

A háromszög bármely külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő két belső szög összegével:



A trigonometria alapképletei:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$tg(\alpha+\beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha\, tg\beta}$$

$$tg(\alpha-\beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha\, tg\beta}$$

$$tg(\alpha+45°) = \frac{1+tg\alpha}{1-tg\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2\,tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$$

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

Kiszámíthatjuk a háromszög többi alkotórészét, ha ismerünk:

1) egy oldalát és a rajta fekvő két szöget;

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

2., Két oldalt és az egyikkel szemben fekvő szöget.
a sinus-tétel segítségével:

$$\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma = a : b : c$$

Kiszámíthatjuk a háromszög harmadik oldalát, ha ismerjük két oldalát és a közbezárt szöget a cosinus-tétel alapján:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

Bármely szög főfüggvénye egyenlő pótszögének pótfüggvényével:

sin. pótfüggvénye cos. és viszont,

tg —"— ctg —"—

A szögfüggvények előjeleinek változása a negyedek szerint:

negyed	I	II	III	IV.
sinus	+	+	−	−
cosinus	+	−	−	+
tangens	+	−	+	−
cotangens	+	−	+	−

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

Kéttagúak hatványai a Newton féle binomiális tétel alapján:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-2}a^2b^{n-2} + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

hol pl. $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2}$

Pl. $\sqrt{a+b} = (a+b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} + \binom{1/2}{1}a^{\frac{1}{2}-1}b + \dots^{*} = \sqrt{a} + \frac{1}{2}\frac{b}{\sqrt{a}} + \dots$

* ha a sor erősen konvergál, a többi tag elhanyagolható.

Kétváltozós függvények hatványai Taylor-sor szerint sorbafejtve:

$$f(x+\Delta x, y+\Delta y) = f(x,y) + \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta y + \dots^{*}$$

* ha Δx és Δy kis értékek, akkor a többi tag elhanyagolható

Pl. $h_1' = \sqrt{(y_0+\Delta y - y_A)^2 + (x_0+\Delta x - x_A)^2} = \sqrt{(y_0-y_A)^2 + (x_0-x_A)^2} + \frac{2(y_0-y_A)\cdot\Delta y}{2\sqrt{(y_0-y_A)^2+(x_0-x_A)^2}} +$

$$+ \frac{2(x_0-x_A)\cdot\Delta x}{2\sqrt{(y_0-y_A)^2+(x_0-x_A)^2}}$$

A Gauss: legkisebb négyzetek elve az, hogy a javítások négyzeteinek összege egy minimum kell legyen ahhoz, hogy a keresett függvény a legjobban megfeleljen a feltételeknek.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Pl. n ponton át egyenes fektetendő. Az egyes pontok azonban nem feküsznek egy egyenesben, s így a megoldás az az egyenes lesz, mely az összes pontot legjobban megközelíti, vagyis a pontokat javítanunk kell egy-egy δ értékkel akkor, hogy egy egyenesbe kerüljenek. Erre az egyenesre nézve áll, hogy:

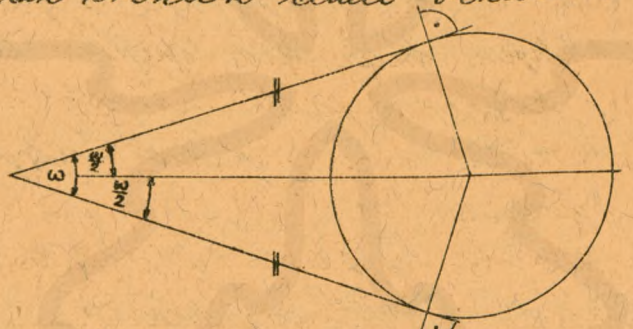
$$S_{min.} = (\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_n^2)_{min.}$$

A δ értékek ebben az esetben az egyenes egyenletében szereplő m és n értékétől függ az $y = mx + n$ egyenlet alapján. A legmegfelelőbb egyenesre áll:

$$\frac{\partial S}{\partial m} = 0 \quad \text{és} \quad \frac{\partial S}{\partial n} = 0$$

Ebből a két egyenletből m és n értéke kiszámítható.

A körön kívülfekvő pontból húzható két érintőre nézve fennáll, hogy a két érintő hosszra egyenlő és az érintési pontba húzható sugár merőleges az érintőre. A kívülfekvő ponton és a kör középpontján átmenő egyenes felezi az érintők által bezárt ω szöget:

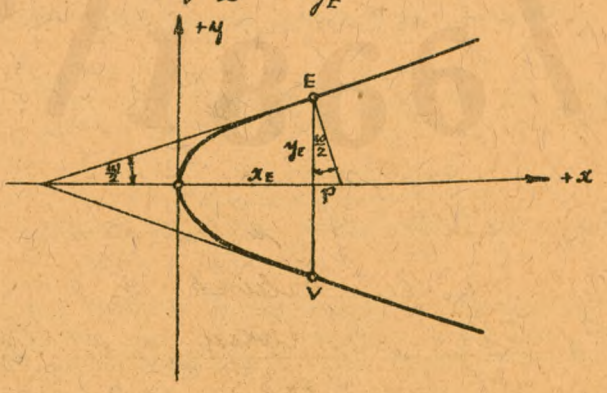


A parabola érintőjének hajlásszöge:

$$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2} = \frac{y_E}{2x_E}$$

Az érintési pontban állított normálisra pedig áll, hogy

$$\operatorname{tg}\frac{\omega}{2} = \frac{p}{y_E}$$



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Hibaszámítás.

A földmérésben szereplő hossz és szögméréseket az ember végzi műszer segítségével.

Az ember a műszer beállítását, leolvasását végzi: mindkettőt a szeme segítségével. Azonban a szem csalhat, miáltal hiba származik. De hibát okozhat az ember figyelmetlensége, gondatlansága is. Hogy a műszer sem méri a valódi hosszakat, szögeket. Minden műszer u.i. egy bizonyos pontosságig képes csak az értékeket megadni, azon túl legfeljebb becsülhetünk, kis értékeknél: (0·01 m/m, 1") pedig már azt sem tehetjük.

Rögzítsünk pl. egy hosszat két lepikírozott pont segítségével. A távolságot nóniuszos vonalzóval, vagy lebotló-háromszögekkel (l. felhordó műszerek: II. rész) mérjük. Végezzük első méréseinket szabadszemmel: ekkor a két pontot közel matematikai pontnak látjuk. Ha a következő beállítást kézinagyító (lupe) segítségével végezzük, a pontok helyén már kis lyukat látunk, melynek látszólagos középpontjától mérjük a hosszúságot. Még pontosabb lesz a mérésünk, ha nagyító helyett mikroszkópot alkalmazunk.

Az eddig elmondottakból látszik, hogy méréseink pontosságát bizonyos határok között növelni tudjuk. Ha ezeket a határokat a végtelenig ki tudnánk tolni, vagyis végtelen pontosságú műszereket tudnánk készíteni, akkor abszolut pontosan tudnánk mérni. Ezt azonban sohasem fogjuk elérni, s így sohasem fogunk abszolut helyesen mérni tudni. Ha pedig nem az abszolut helyes értéket mérjük, akkor hibát követünk el, méréseink hibás. Nagyon ritkán fordul elő, hogy két mérés alatt ugyanazt a hibát kövessük el, s ezáltal egyenlő – bár hibás – értéket mérjünk. Rendszerint minden mérésre egymástól kis értékekben különböző eredményt kapunk. A mi feladatunk mármost az, hogy a mért hibás értékekből egy olyan értéket számítsunk ki, amely legjobban megközelíti az abszolut helyes értéket, s ezt nevezzük valószínű helyes értéknek.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A valószínű helyes értéket azonban csak úgy tudjuk számítani, ha ismerjük a hibák keletkezésének okait, vagy is magukat a hibákat.

Láttuk már, hogy minden mérés hibákkal van terhelve. Ezek a műszer hibáiból, a megfigyelő egyéni hibáiból és számos más, ki nem kerülhető körülményből származnak. A hibák lehetnek:

1., Durva hibák: a megfigyelő hibájától származnak. Ezek elkerülhetők, sőt elkerülendők: elfogadható mérés ilyet nem tartalmazhat. Durva hibát követünk el pl. szalag-méréснél a szalaghosszak számának rossz bejegyzésével (10° vagy 20 m. a hiba 1 szalaghossz-tévedés esetén!), a szalaghossz tört részének hibás leolvasásával (kétoldalt osztott szalagnál könnyen előfordul, hogy a szalag közepén 4° helyett 6°-et olvasunk le és viszont.) Szögmérésnél durva hibát ad az osztott-körről hibás irányban leolvasott szögérték stb.

2., Szabályszerű vagy szisztematikus hibákra jellemző, hogy állandóan vagy (+), vagy (-) jellel lépnek fel. A szisztematikus hibák műszer-hibákból származnak. Ilyen eset pl. az, amikor más a szalag névleges és tényleges hossza. Ez előállhat a szalag hőokozta kitágulása folytán, vagy szakadt szalag rossz összekötéséből stb. A szisztematikus hibák előjele mindig megállapítható és így a belőlük származó hibák kiküszöbölhetők.

3., Vannak végül szabálytalan hibák. Előjelük változó. Ezek ki nem küszöbölhetők, nagyságuk a műszer pontosságától, az egyén megfigyelőképességétől és számtalan, számításba be nem vonható mellékkörülménytől függenek. Értékük pontos műszerrel, gondos munkával csökkenthető.

Egyszeri mérés után a pontosság bizonytalan: durva hiba még lehetséges. Ennek elkerülésére minden mérést legalább kétszer kell végezni. A két mérés eredménye közti eltérés nem lépheti túl egy bizonyos maximumot, melynek nagysága a mérés céljától, pontosságától függ. Ez a maximum rendszerint adva van (pl. hosszmérésnél: $^1/_{2000}$).

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Azt a számítási eljárást, amellyel ugyanazon mérésnek ismétléséből származó több hibás értékből kiszámítjuk a legvalószínűbb helyes értéket, kiegyenlítő-számításnak hívjuk. Kiegyenlítő számításról csak akkor lehet szó, ha u.a. az értéket többször határoztuk meg.

Ha pl. egy távolságra „n" értéket határoztunk meg, mivel elméletileg a távolságnak csak egy érték felelhet meg, (n-1) fölös megfigyelésünk van. Az „n" megfigyelésből később tárgyalandó módon kiszámíthatjuk a valószínű helyes értéket. A megfigyelt értékek eltérése a valószínű helyes értéktől a megfigyelések hibája. Ha a megfigyeléseket a valószínű helyes érték szerint korrigálni akarjuk, javításokat kell azokon eszközölnünk. A javítások értéke megfigyeléseinkint változik, mindig a hibával egyenlő nagyságú, de ellentétes előjelű. Ennek megértésére szolgáljon a következő meggondolás: méter-rúdunk névleges hossza 1 m., tényleges hossza azonban csak 98 cm. - hibája tehát -2 cm. A javítás, mellyel 1 m.-re egészítjük ki +2 cm.

A javítás tehát az az érték, melyet a megfigyelt értékhez kell adni, hogy a valószínű helyes értéket kapjuk. Jelöljük „x"-el a valószínű helyes értéket,
„l"-el a megfigyelt értéket és
„v"-vel a javítást (korrekciót),
akkor írhatjuk, hogy

$$x = l + v$$

„n" számú megfigyelés esetén pedig

$$x = l_1 + v_1 \quad \text{innen} \quad v_1 = x - l_1$$
$$x = l_2 + v_2 \quad \text{-"-} \quad v_2 = x - l_2$$
$$x = l_3 + v_3 \quad \text{-"-} \quad v_3 = x - l_3$$
$$\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots$$
$$x = l_n + v_n \quad \text{-"-} \quad v_n = x - l_n$$

„v" értéke, ha „x"-et ismerem, könnyen meghatározható, és

$$v \gtrless 0$$

lehet, tehát akár (+), akár (-) előjelű. A javítás egyébként mindig egy különbséggel egyenlő, melyben a kisebbítendő a valószínű helyes érték, a kivonandó pedig a megfigyelt érték.

A kiegyenlítő-számítás feladata tehát a valószínű helyes értéknek, a valószínű helyes érték középhibájának

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

végül az egyes megfigyelések középhibájának meghatározása.

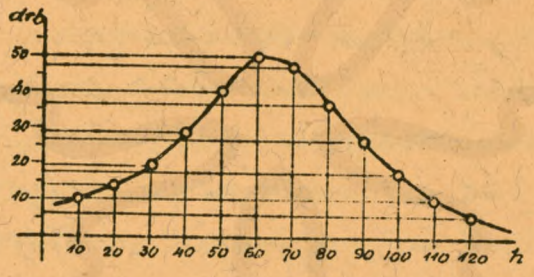
A valószínű helyes érték számítása a valószínűségi számításon alapszik és a Gauss: legkisebb négyzetek elvének alapján történik. Ennek előnye az, hogy a hibák (ill. javítások) előjelben való különbözőségét kiküszöböljük. Egyenlete:

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_n^2 = \mathcal{S}_{min.} = [v\,v]$$

A fenti egyenletben „n" a megfigyelések számát jelenti. Minél nagyobb érték az „n", annál közelebb lesz a valószínű helyes érték az abszolút helyes értékhez. – Ha most „n" megfigyelésünkből az egyenlő eredményeket összeszámoljuk és az adatok alapján grafikont készítünk, valószínűségi-, vagy haranggörbét kapunk.

Pl. mért értékeink a következőképen voltak csoportosíthatók:

h = 1·4271 m. ... 10 db.	1·4275 m. ... 40 db.	1·4279 m. ... 26 db.
= 1·4272 -»- ... 14 -»-	1·4276 -»- ... 50 db.	1·4280 -»- ... 17 -»-
= 1·4273 -»- ... 19 -»-	1·4277 -»- ... 46 -»-	1·4281 -»- ... 10 -»-
= 1·4274 -»- ... 28 -»-	1·4278 -»- ... 36 -»-	1·4282 -»- ... 6 -»-



Ha ezt végtelen sok megfigyelés alapján szerkesztettük volna meg, akkor a haranggörbe kulminációs pontja az abszolút helyes értéket adná. Mivel azonban végtelen sok megfigyelést nem végezhetünk, azért görbénk sem adhatja az abszolút helyes értéket.

Magát a kiegyenlítő számítást felosztjuk aszerint, hogy a mért értékek milyen összefüggésben vannak egymással, ill: a keresett értékkel. Eszerint megkülönböztetünk:

1, közvetlenül mért értékek kiegyenlítését (pl. szalaggal mért hossz)

2, közvetve mért értékek – közvetett megfigyelések – kiegyenlítését (pl. optikai úton mért hossz.).

3, egymástól függő értékek kiegyenlítését (pl. háromszög, vagy sokszög belső szögei).

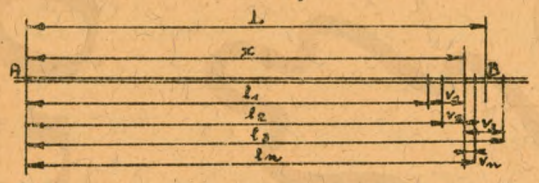
Világos, hogy kedvezőbb körülmények között, gondosabb munkával pontosabb mérést tudunk végezni, mint ellen-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kező esetben. A kiegyenlítő számításban erre is figyelemmel kell lenni, mégpedig azáltal, hogy a pontosabb mérés eredményét értékesebbnek, nagyobb súlyúnak tekintjük, mint a kevésbbé pontos mérését. A mérések súlyát viszonyszámmal fejezzük ki, amikor is a legkisebb pontosságú mérés súlyát 1-nek vesszük. Az eredményeket pedig súlyaik arányában vesszük figyelembe.

Az előbb tárgyalt három kiegyenlítési mód eszerint megoszlik, amint egyenlő vagy különböző súlyú megfigyelésekről van szó.

Közvetlen, egyenlő súlyú megfigyelések kiegyenlítése.



$\overline{AB}$ távolságot „n"-szer mértük és kaptuk az $l_1, l_2, l_3 \ldots l_n$ megfigyeléseket. A távolság abszolút pontos hossza: „L", valószínű helyes hossza pedig: „x". Megfigyeléseink $v_1, v_2, v_3, \ldots v_n$ javításokkal adják a valószínű helyes hossz-értéket.

Az ábrából látható, hogy:

$$\begin{aligned} x &= l_1 + v_1 \quad \text{innen} \quad v_1 = x - l_1 \\ x &= l_2 + v_2 \qquad\qquad v_2 = x - l_2 \\ x &= l_3 + v_3 \qquad\qquad v_3 = x - l_3 \\ &\cdots\cdots\cdots \qquad\qquad \cdots\cdots\cdots \\ x &= l_n + v_n \qquad\qquad v_n = x - l_n \end{aligned} \qquad \ldots\ldots 1.)$$

Tudjuk, hogy a valószínű helyes értékre nézve fennáll a következő:

$$v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_n^2 = S_{min} \qquad \ldots\ldots 2.)$$

A képletben S_{min} = summa minimum azt jelenti, hogy az összeg minimumát keressük. A minimumot úgy számítjuk, hogy az első differenciálhányadost nullával tesszük egyenlővé. Az 1.) alatti „v" értékeket a 2.)-vel jelölt egyenletbe helyettesítve:

$$(x - l_1)^2 + (x - l_2)^2 + (x - l_3)^2 + \cdots + (x - l_n)^2 = S_{min}. \qquad \ldots\ldots 3.)$$

egyenletet kapjuk. Ezt „x" szerint differenciálva:

$$2(x - l_1) + 2(x - l_2) + 2(x - l_3) + \cdots + 2(x - l_n) = 0 \qquad \ldots\ldots 4.)$$

Innen kifejezve „x"-et kapjuk, hogy

$$n\,x = l_1 + l_2 + l_3 + \cdots + l_n = [l]$$

továbbá

$$x = \frac{[l]}{n} \qquad \ldots\ldots I.$$

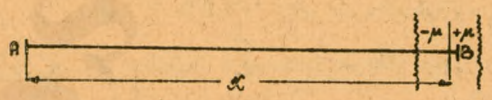
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Lássuk tehát, hogy a valószínű helyes érték egyenlő a megfigyelések számtani közepével. – Ha a 4.) es egyenletbe újra a „v"-k értékeit helyettesítjük, kapjuk az első ellenőrző-egyenletet:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n = 0$$

$$[v] = 0$$

A valószínű helyes érték is hibával van terhelve, ez azonban nagyon kis érték. Meghatározni – éppen mert az abszolút helyes értéket nem ismerjük – nem tudjuk. Így a valószínű helyes érték hibájáról nem is beszélünk, hanem csak középhibájáról, melyen azt a két határt értjük, amelyek között a hiba van. A két határ a valószínű helyes értéktől egyenlő távolságra van: abszolút értékük egyenlő, csak előjelben különböznek egymástól. Ezekután, ha a valószínű helyes érték hibáját egyenlettel akarjuk kifejezni, a hiba helyett azokat a határokat kell fölírnunk, amelyek között a hiba van. Vagyis:



$$L - x = \pm\mu \qquad \dots 5.)$$

A javítási egyenletekhez hasonlóan kifejezhetjük a megfigyelések eltérését az abszolút helyes értéktől is (w.).

$$\begin{aligned} L - l_1 &= w_1 \\ L - l_2 &= w_2 \\ L - l_3 &= w_3 \\ &\dots\dots\dots \\ L - l_n &= w_n \end{aligned} \qquad \dots 6.)$$

Összegezve: $nL - [l] = [w]$, innen $L - \frac{[l]}{n} = \frac{[w]}{n}$ de a I.-es egyenlet alapján $\frac{[l]}{n} - x$ értéket behelyettesítve:

$$L - x = \frac{[w]}{n}$$

Az 5.)-ös egyenlet szerint viszont $L - x = \pm\mu$, vagyis végeredményben

$$\pm\mu = \frac{[w]}{n} \qquad \dots 7.)$$

Kifejtve:

$$\mu = \frac{\pm w_1 \pm w_2 \pm w_3 \pm \dots \pm w_n}{n}$$

Az előjelből származó bizonytalanságot négyzetreemeléssel tüntethetjük el:

$$\mu^2 = \frac{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + \dots + w_n^2}{n^2} + \frac{2(w_1 w_2 + w_1 w_3 + \dots + w_1 w_n + \dots + w_{n-1} w_n)}{n^2}$$

Ha $n = \infty$ a megfigyelések száma, akkor – mivel a „w"-k a haranggörbe által adott értékek, a görbére nézve pe-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

dig jellemző, hogy az inflexiós ponttól jobbra és balra eső terület – és ezáltal a „v" értékek is – egyenlő, csak előjelben különbözik s ezért kell, hogy a kéttagú szorzatok (+) előjelű része ugyanakkora legyen, mint a (–) előjelű rész, s így összegük 0. Vagyis:

$$2(v_1v_2 + v_1v_3 + \cdots + v_1v_n + v_2v_3 + v_2v_4 + \cdots + v_2v_n + \cdots + v_{n-2}v_{n-1} + v_{n-2}v_n + v_{n-1}v_n) = 0$$

Ezerint a négyzetes egyenlet így alakul:

$$\mu^2 = \frac{[vv]}{n^2} \qquad \ldots\ldots 8.,$$

$$\mu = \frac{\pm\sqrt{[vv]}}{n} \qquad \ldots\ldots 8/a.,$$

A 8/a„ képletben „μ"-t egy olyan értékkel ([vv]) fejeztük ki, melyet nem ismerhetünk. Mindazonáltal ki tudjuk „μ"-t számítani, mert a [vv] helyébe tehetünk egy olyan értéket, mely azt nagyon kis hibával megközelíti. Ezt az értéket a következő elgondolás alapján kapjuk: „x" a megfigyelt értékek számtani közepe, következésképp kell, hogy „x" középhibája is számtani középértéke legyen az egyes megfigyelések középhibáinak ($m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$)

Az egyes megfigyelések középhibáján (m) – a valószínű helyes érték középhibájának (μ) analógiájára – azokat az egyenlő abszolút-értékű, de ellentétes előjelű határokat értjük, melyek között a megfigyeléseknek az abszolút helyes értéktől való hibája van. Írhatjuk tehát, hogy

$$\mu^2 = \frac{m^2}{n}$$

De a 8.,-as egyenletből tudjuk, hogy $\mu^2 = \frac{[vv]}{n^2} = \frac{m^2}{n}$, innen

$$m^2 = \frac{[vv]}{n} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \cdots + v_n^2}{n}$$

Továbbá:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n}} \qquad \ldots\ldots 9.,$$

8.,-ból: $$\mu^2 = \frac{1}{n} \cdot \frac{[vv]}{n}$$

9.,-ből: $$m^2 = \frac{[vv]}{n}$$, ezt behelyettesítve:

$$\mu^2 = \frac{1}{n} \cdot m^2 = \frac{m^2}{n}$$

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{n}} \qquad \ldots\ldots 10.,$$

A „μ" és „m" meghatározásából csakúgy, mint a 10.,-es kép-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

letből világosan kitűnik, hogy szükségképpen $\mu < m$. Az 5.-ös képlet így szólt: $L - x = \mu$; az 1.-es alapján viszont $x = l + v$; Ha most ezt az x értéket behelyettesítjük, lesz:

$$L - (l+v) = L - l - v = \mu$$

$$L - l = \mu + v$$

De a 6.-os képletből tudjuk, hogy $L - l = w$, vagyis:

$$w = \mu + v \qquad \ldots\ldots 11.$$

„n" megfigyelés esetén:

$w_1 = \mu + v_1$ négyzetreemelve: $w_1^2 = \mu^2 + 2\mu v_1 + v_1^2$

$w_2 = \mu + v_2$ $w_2^2 = \mu^2 + 2\mu v_2 + v_2^2$

$w_3 = \mu + v_3$ $w_3^2 = \mu^2 + 2\mu v_3 + v_3^2$

$\ldots\ldots\ldots$ $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$w_n = \mu + v_n$ $w_n^2 = \mu^2 + 2\mu v_n + v_n^2$

összegezve pedig: $[ww] = n\mu^2 + 2\mu[v] + [vv] \quad \ldots 12.$

Tudjuk azonban az első ellenőrző-képletből, hogy $[v] = 0$, vagyis a 12. képlet valódi alakja:

$$[ww] = n\mu^2 + [vv] \qquad \ldots\ldots 13.$$

Másrészt pedig a 9. alapján:

$$m^2 = \frac{[ww]}{n} - n\mu^2$$

$$[ww] = m^2 n$$

13.-ból:

$$[ww] = \frac{[ww]}{n} + [vv]$$

$$n[ww] - [ww] = n[vv] \qquad (n-1)[ww] = n[vv]$$

$$[ww] = \frac{n}{n-1}[vv]$$

8. szerint: $\mu^2 = \frac{[ww]}{n^2}$ a $[ww]$ értékét ebbe behelyettesítve

$$\mu^2 = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot [vv] = \frac{[vv]}{n(n-1)}$$

Végül innen

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \qquad \ldots\ldots \underline{\text{II.}}$$

Ebben a képletben már minden tag ismert, tehát „μ" ennek alapján számítható. Ha pedig a 9.-es képletbe helyettesítjük a $[ww]$ értékét, akkor az egyes megfigyelések középhibáját kapjuk:

$$m^2 = \frac{[ww]}{n} = \frac{1}{n} \cdot \frac{n}{n-1}[vv] = \frac{[vv]}{n-1}$$

Végül innen:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} \qquad \ldots\ldots \underline{\text{III.}}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A középhibák (μ és m) alapján a mérések, ill. a valószínű helyes érték megbízhatóságát is meghatározhatjuk. A megbízhatóság annál nagyobb, minél kisebb a középhiba, más szóval minél közelebb van egymáshoz az a két határ, melyek között a hiba mozog.

A valószínű helyes érték megbízhatósága:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\mu} \qquad \dots \text{IV.}$$

Az egyes megfigyelések megbízhatósága pedig:

$$h = \frac{1}{m} \qquad \dots \text{V.}$$

De a 10„-es képlet alapján

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{n}}, \text{ más alakban } \frac{1}{\mu} = \sqrt{n} \cdot \frac{1}{m}$$

honnan:

$$\mathcal{H} = \sqrt{n}\, h \qquad \dots \text{VI.}$$

A valószínű helyes érték megbízhatósága tehát egyenesen arányos a megfigyelések számából vont négyzetgyökkel.

A megfigyelések középhibájának változása a megfigyelések számának változása mellett.

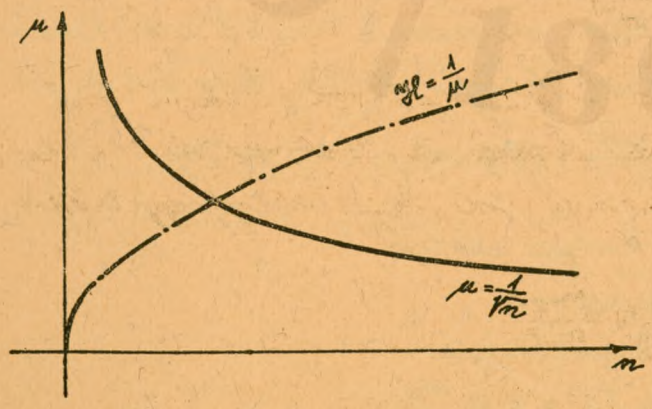
$$\mu = \frac{m}{\sqrt{n}}$$

ha most $m = 1$-et veszünk fel és az így kapott

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

képletben „n" helyébe értékeket helyettesítek, akkor egy oly görbét szerkeszthetek a kapott „μ" értékek alapján, melyről az összefüggéseket le lehet olvasni.

n	1	2	3	4	5	6	8	10	12	20	24
$\mu = \frac{1}{\sqrt{n}}$	1·00	0·71	0·58	0·50	0·45	0·41	0·35	0·32	0·28	0·22	0·20



A fenti adatokból megszerkesztett görbéből látható, hogy a megbízhatóság a megfigyelések számával együtt nől, a hibahatárok pedig előbb rohamosan, utóbb mind lassabban összeszorulnak.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A gyakorlatban végzett megfigyelések száma:

közönséges méresnél	$n = 2$
pontosabb -"-	$n = 4$
alsórendű háromszögelésnél	$n = 6$
középrendű -"-	$n = 12$
felsőrendű -"-	$n = 24$

24-nél több megfigyelést csak tudományos vizsgálatoknál végzünk.

A kiegyenlítő számítás műveleteit mindig táblázatokba foglaljuk, ugyanígy az eredményeket is táblázatokban tüntetjük fel.

Példa az egyenlő-súlyú, közvetlen megfigyelések kiegyenlítésére.

Egy távolságot $n = 5$-ször mértünk meg. Kérdés, mi lesz a távolság valószínű helyes hosszértéke, a valószínű helyes érték és az egyes megfigyelések középhibája és megbízhatósága, végül mekkora a valószínű helyes érték egységreeső vagyis relatio hibája?

n	l_m	l'	l''	$x-1 = v$ $\Delta x-1'$	vv	jegyzet
1	493·673	0·003	3	+0·001	0·000.001	
2	493·676	0·006	6	-0·002	0·000.004	
3	493·671	0·001	1	+0·003	0·000.009	
4	493·674	0·004	4	0·000	0·000.000	
5	493·676	0·006	6	-0·002	0·000.004	
		$[l']$ 0·020		$[v]$ 0·000	$[vv]$ 0·000.018	

A számítás egyszerűsítése céljából a megfigyelt értékeket egy állandó (l_0) és egy változó (l') részre bontjuk.

$l = l_0 + l'$; $l_0 = 493·670$ $l'' = 10^{-3} l'$: a változó rész más

$x = l_0 + \Delta x$; $\Delta x = \frac{[l']}{n} = \frac{0·020}{5} = 0·004$ jelölése.

$x = 493·670 + 0·004 = 493·674$ m.

A $[v] = 0$ értékben néha a $\frac{[l]}{n}$ osztás kikerekítési folytán 1-2 tizedesnyi hiba lehetséges. Ennek csökkentésére az osztást egy tizedessel pontosabban végezzük, mint amilyenre x-t számítjuk. — A valószínű helyes érték középhibája:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{0·000.018}{5 \times 4}} = \pm 0·00094 \text{ m} = \pm 0·94 \text{ m/m}$$

Ezekszerint a valószínű helyes érték:

$$x = 493·674 \pm 0·00094 \text{ m}$$

Az egyes megfigyelések középhibája:

$$m = \mu\sqrt{n} = 0·94 \cdot \sqrt{5} = 2·0 \text{ m/m}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A valószínű helyes érték megbízhatósága:

$$H = \frac{1}{\mu} = 1^{m}/_{m}$$

Az egyes megfigyelések megbízhatósága pedig:

$$h = \frac{1}{m} = 0{\cdot}5\ ^{m}/_{m}$$

A hosszegységre eső vagy relatív hibát kapjuk, ha az egész hibát az egész hosszra elosztjuk, vagyis:

$$\frac{\mu}{x} = \pm\frac{0{\cdot}00094}{493{\cdot}674} = \pm\frac{1}{\frac{493{\cdot}674}{0{\cdot}00094}} \doteq \frac{1}{500.000}$$

A relatív hibát mindig arányalakban írjuk fel.

Különböző súlyú, közvetlen megfigyelések kiegyenlítése.

Egy távolságot megmértünk mérőrudakkal, acélszalaggal, precíziós optikai távolságmérővel stb. eredményül $l_1, l_2, l_3, \ldots l_n$ megfigyeléseket kaptuk. Ezek közül természetesen a mérőrudakkal végzett l_1 megfigyelés a legpontosabb, tehát l_1 súlya lesz a legnagyobb. A bevezetésből már tudjuk, hogy minél nagyobb egy mérés pontossága, ezzel együtt minél nagyobb a megbízhatósága – röviden minél kisebb a középhibája, annál nagyobb a mérés súlya.

A különböző súlyú megfigyeléseket visszavezetjük egyenlő-súlyúakra, vagyis olyanokra, melyekre nézve a különböző súlyú megfigyelések valószínű helyes értéke egyenlő az egyenlősúlyú megfigyelések középértékével, vagyis a „μ" mindkét esetben ugyanaz – ekkor pedig kell, hogy a javítások és a megfelelő középhibák között egyenes arány álljon fent:

$$v_1 : v_2 : v_3 : \ldots : v_n = m_1 : m_2 : m_3 : \ldots m_n \ldots 1,$$

A javításokat ugyanúgy írhatjuk föl, mint egyenlősúlyú megfigyelések esetén:

$$v_1 = x - l_1$$
$$v_2 = x - l_2$$
$$v_3 = x - l_3$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$v_n = x - l_n$$

Ha most különböző súlyú megfigyeléseinket egyenlő

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

súlyúakká

Vátalakítottaknak tekintjük, más lesz azoknak javítása (jelöljük: V) és más lesz az egyes megfigyelések középhibája: m_0. Éspedig:

$$\begin{aligned} V_1 : v_1 &= m_0 : m_1 \quad \text{s innen} \quad V_1 = \frac{m_0}{m_1} v_1 \\ V_2 : v_2 &= m_0 : m_2 \qquad\qquad V_2 = \frac{m_0}{m_2} v_2 \\ V_3 : v_3 &= m_0 : m_3 \qquad\qquad V_3 = \frac{m_0}{m_3} v_3 \quad \ldots\ldots 3., \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad\qquad \ldots\ldots\ldots \\ V_n : v_n &= m_0 : m_n \qquad\qquad V_n = \frac{m_0}{m_n} v_n \end{aligned}$$

Az így kapott „V" értékek most már egyenlősúlyú megfigyelésekre vonatkoznak, s mint ilyenekre áll, hogy

$$[VV] = S_{min} \qquad \ldots\ldots 4.,$$

Kifejtve a 3., alatti értékek alapján:

$$\left(\frac{m_0}{m_1}\right)^2 v_1^2 + \left(\frac{m_0}{m_2}\right)^2 v_2^2 + \left(\frac{m_0}{m_3}\right)^2 v_3^2 + \ldots + \left(\frac{m_0}{m_n}\right)^2 v_n^2 = S_{min}.$$

A súlyok fogalmából következik, hogy

$$\frac{m_0^2}{m_1^2} = p_1 \; ; \; \frac{m_0^2}{m_2^2} = p_2 \; ; \; \frac{m_0^2}{m_3^2} = p_3 \; ; \; \ldots\ldots \; \frac{m_0^2}{m_n^2} = p_n \qquad \ldots 5.,$$

Vagyis $p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + \ldots\ldots + p_n v_n^2 = S_{min}.$

$$[pvv] = S_{min} \qquad \ldots\ldots 6.,$$

A súly tehát egy törttel egyenlő, melynek számlálója az elképzelt egyenlősúlyú megfigyelések középhibájának négyzete, a nevező pedig ugyanazon mérésnek megfelelő különböző-súlyú megfigyelések középhibájának négyzete.

Az 5., alatti képletekből:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{p_1}} \; ; \; m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{p_2}} \; ; \; m_3 = \frac{m_0}{\sqrt{p_3}} \; ; \; \ldots \; m_n = \frac{m_0}{\sqrt{p_n}} \qquad \ldots\ldots 7.,$$

A képletben szereplő „m_0" a súlyegység hibája, ami azon képzelt egyenlősúlyú megfigyelések középhibája, melyekkel a különböző súlyú megfigyeléseket helyettesíthetjük. Vagyis

ha $p_1 = p_2 = p_3 = \ldots = p_n$, akkor $m_1 = m_2 = m_3 = \ldots = m_n = m_0 \ldots 8.,$

az 5.,- ös egyenletek alapján:

$$m_0^2 = p_1 m_1^2 = p_2 m_2^2 = p_3 m_3^2 = \ldots\ldots = p_n m_n^2$$

A fenti értékeket összegezve:

$$n m_0^2 = p_1 m_1^2 + p_2 m_2^2 + p_3 m_3^2 + \ldots + p_n m_n^2 = [pmm]$$

Az 5.,- ös egyenletek alapján:

$$p_1 : p_2 : p_3 : \ldots : p_n = \frac{m_0^2}{m_1^2} : \frac{m_0^2}{m_2^2} : \frac{m_0^2}{m_3^2} : \ldots : \frac{m_0^2}{m_n^2}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Vagy mert „m_0"-val rövidíthetünk:

$$p_1 : p_2 : p_3 : \cdots : p_n = \frac{1}{m_1^2} : \frac{1}{m_2^2} : \frac{1}{m_3^2} : \cdots : \frac{1}{m_n^2}$$

Látjuk, hogy „m_0" nem játszik szerepet a súlyok egymásközti viszonyában, ezért tetszőleges értéket adhatunk neki. Célszerű úgy megválasztani az értékét, hogy a súlyokra egész számokat kapjunk: rendszerint a legnagyobb „m" értékkel tesszük egyenlővé.

Az egyenlő súlyú megfigyelések kiegyenlítésénél V. jelzéssel levezettük a következő egyenleteket:

$$h_1 = \frac{1}{m_1} \; ; \; h_2 = \frac{1}{m_2} \; ; \; h_3 = \frac{1}{m_3} \cdots h_n = \frac{1}{m_n}$$

Négyzetreemelve és arány-alakban felírva:

$$h_1^2 : h_2^2 : h_3^2 : \cdots : h_n^2 = \frac{1}{m_1^2} : \frac{1}{m_2^2} : \frac{1}{m_3^2} : \cdots : \frac{1}{m_n^2}$$

S így a fentebbiek alapján

$$p_1 : p_2 : p_3 : \cdots : p_n = h_1^2 : h_2^2 : h_3^2 : \cdots : h_n^2$$

Szavakban kifejezve: a súlyok úgy aránylanak, mint a megfelelő megbízhatóságok négyzetei.

Ezekután áttérhetünk a valószínű helyes érték számítására:

A 6,5 ös egyenletből:

$$p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + \cdots + p_n v_n^2 = S_{min}.$$

de tudjuk, hogy $v = x - l$; ezt behelyettesítve:

$$p_1 (x - l_1)^2 + p_2 (x - l_2)^2 + p_3 (x - l_3)^2 + \cdots + p_n (x - l_n)^2 = S_{min}.$$

Az egyenletet „x" szerint differenciálva:

$$2p_1 (x - l_1) + 2p_2 (x - l_2) + 2p_3 (x - l_3) + \cdots + 2p_n (x - l_n) = 0$$

2-vel egyszerűsítve és a szorzást elvégezve:

$$p_1 x + p_2 x + p_3 x + \cdots + p_n x - (p_1 l_1 + p_2 l_2 + p_3 l_3 + \cdots + p_n l_n) = 0$$

$$x[p] - [pl] = 0$$

Innen:

$$x = \frac{[pl]}{[p]} \qquad \cdots\cdots \text{I.}$$

Más részről azonban:

$$p_1 v_1 + p_2 v_2 + p_3 v_3 + \cdots + p_n v_n = 0$$

$$[pv] = 0 \qquad \cdots\cdots \text{II.}$$

Számítsuk most a valószínű helyes érték középhibáját. Ha „r"-vel jelölöm a valószínű helyes érték eltérését az abszolút helyes értéktől, akkor ir-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hatom, hogy:

$$\begin{aligned} w_1 &= v_1 + \mu \doteq m_1 \\ w_2 &= v_2 + \mu \doteq m_2 \\ w_3 &= v_3 + \mu \doteq m_3 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ w_n &= v_n + \mu \doteq m_n \end{aligned} \qquad \ldots\ldots 12.)$$

hol $m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$ a különböző súlyú méréseknek megfelelő középhibák. Emeljük négyzetre, aztán szorozzuk meg az egyenletek mindkét oldalát $p_1, p_2 \ldots p_n$-nel. Lesz:

$$\begin{aligned} p_1 m_1^2 &= p_1 v_1^2 + 2p_1 v_1 \mu + p_1 \mu^2 \\ p_2 m_2^2 &= p_2 v_2^2 + 2p_2 v_2 \mu + p_2 \mu^2 \\ p_3 m_3^2 &= p_3 v_3^2 + 2p_3 v_3 \mu + p_3 \mu^2 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_n m_n^2 &= p_n v_n^2 + 2p_n v_n \mu + p_n \mu^2 \end{aligned}$$

Összegezve: $[pmm] = [pvv] + 2\mu[pv] + \mu^2[p]$ ..... 13.)

De mert $[pv] = 0$, azért a $2\mu[pv]$ tag kiesik. Egyenlősúlyú megfigyelések kiegyenlítésénél kaptuk, hogy

$$\mu = \frac{m}{\sqrt{n}}$$

Ennek, a különböző súlyúakra vonatkozó megfelelőjét kapjuk, ha „m" és „n" helyébe a megfelelő értéket tesszük:

„m" az egyenlő súlyú megfigyelések középhibája volt, ennek a különböző súlyú megfigyeléseknél a súlyegység középhibája: „m_0" felel meg.

„n" viszont a megfigyelések számát jelentette. Mi felel meg ennek? Ha az eddigi levezetéseket figyelemmel követtük, akkor láthattuk azt, hogy a megfigyelt értékeket súlyaik arányában vontuk be számításainkba. Vagyis pl. a $p_1 = 3$ mellett végzett l_1 leolvasást úgy tekintettük, mintha háromszor u.a. az értéket figyeltük volna meg, tehát megfigyeléseink között 3 db. „l_1" érték volna. Ugyanúgy „l_2"-t p_2-ször, „l_3"-at p_3-szor stb. megfigyelt értéknek tekintjük, összesen tehát van $p_1 + p_2 + p_3 + \cdots + p_n = [p]$ számú megfigyelésünk, vagyis $n \sim [p]$. Ezekután írhatjuk, hogy:

$$\mu = \frac{m_0}{\sqrt{[p]}}$$

továbbá $$m_0^2 = \mu^2 [p]$$

De 10.)-es képletünk szerint $n m_0^2 = [pmm]$, a 13.)-as képlet alapján pedig $[pmm] = [pvv] + \mu^2[p]$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ide a $[pmm]$ és a $\mu^2[p]$ értékeit behelyettesítve:

$$nm_o^2 = [pvv] + m_o^2$$

$$m_o^2(n-1) = [pvv]$$

$$m_o = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}} \quad \text{.... IV.}$$

A $\mu = \frac{m_o}{\sqrt{[p]}}$ képlet alapján:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{[p](n-1)}} \quad \text{.... V.}$$

Ellenőrzésül a 7,-es képlet alapján:

$$m_1 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_1(n-1)}} \; ; \; m_2 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_2(n-1)}} \; ; \; m_3 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_3(n-1)}} \; \ldots \; m_n = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_n(n-1)}} \quad \text{.... V.}$$

Példa a különböző súlyú, közvetlen megfigyelések kiegyenlítésére.

Egy területet különböző gyártmányú planiméterekkel mértünk meg. Az eredmények voltak:

1., $T = 72 \cdot 10 \; \square cm^2 \pm 0 \cdot 10 \; \square cm^2$

2., $T = 72 \cdot 30 \; \square cm^2 \pm 0 \cdot 25 \; \square cm^2$

3., $T = 71 \cdot 90 \; \square cm^2 \pm 0 \cdot 15 \; \square cm^2$

Tudjuk, hogy $p = \frac{m_o^2}{m^2}$, hol „m_o" értékét tetszésszerint választhatom meg. Példánkban „m_o"-át 10^{-2}-nak vesszük: $p_1 = \frac{0 \cdot 0001}{0 \cdot 102} = \frac{1}{100}$; $p_2 = \frac{0 \cdot 0001}{0 \cdot 25^2} = \frac{1}{625}$; $p_3 = \frac{0 \cdot 0001}{0 \cdot 15^2} = \frac{1}{225}$

A súlyok egymásközti aránya nem változik, ha mindhárom egyenlőség számlálóját megszorozzuk 25-el. Ekkor lesz: $p_1 = \frac{1}{4}$; $p_2 = \frac{1}{25}$; $p_3 = \frac{1}{9}$

Közös nevezőre hozva a törteket $(4 \times 25 \times 9 = 900)$

$$p_1 = \frac{225}{900} \; ; \; p_2 = \frac{36}{900} \; ; \; p_3 = \frac{100}{900}$$

Mindhárom törtet szorozva $\frac{900}{36}$-tal lesz:

$$p_1 = 6 \; ; \; p_2 = 1 \; ; \; p_3 = 3$$

A súlyok értékét rendszerint egész-számokra kerekítjük ki. Nagy pontosságú méréseknél is legfeljebb csak két (2) tizedesig számolunk.

$l_1 = 72 \cdot 10$	$l' = l - l_o$	$l_1' = + 0 \cdot 10$
$l_2 = 72 \cdot 30$	$l_o = 72 \cdot 0^*$	$l_2' = + 0 \cdot 30$
$l_3 = 71 \cdot 90$		$l_3' = - 0 \cdot 10$

* l_o egy felvett közelítő-érték, hogy ne kelljen nagy számmal dolgozni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

n	l'	p	pl'	v Δx-l'	pv	pvv	Jegyzet
1	+0·10	6	+0·60	-0·04	-0·24	0·0096	
2	+0·30	1	+0·30	-0·24	-0·24	0·0576	
3	-0·10	3	-0·30	+0·16	+0·48	0·0768	
		[p]	[pl']		[pv]	[pvv]	
			+0·90		0·48		
			-0·30		-0·48		
		10	+0·60		0	0·1440	

$$\Delta x = \frac{[pl']}{[p]} = \frac{0{\cdot}60}{10} = +0{\cdot}06$$

$$x = l_0 + \Delta x$$

$$x = 72{\cdot}06\ \text{Km}^2$$

$$v = x - l = \Delta x - l'$$

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}1440}{2}} = \pm 0{\cdot}27\ \text{Km}^2 \; ; \quad \mu = \frac{m_0}{\sqrt{[p]}} = \frac{0{\cdot}27}{\sqrt{10}} = \pm 0{\cdot}08\ \text{Km}^2$$

$$x = 72{\cdot}06\ \text{Km}^2 \pm 0{\cdot}08\ \text{Km}^2.$$

Ellenőrzésül:

$$m_1 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_1(n-1)}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}1440}{12}} = \frac{m_0}{\sqrt{p_1}} = \frac{0{\cdot}27}{\sqrt{6}} \doteqdot \pm 0{\cdot}10$$

$$m_2 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_2(n-1)}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}1440}{2}} = \frac{m_0}{\sqrt{p_2}} = \frac{0{\cdot}27}{\sqrt{1}} \doteqdot \pm 0{\cdot}25$$

$$m_3 = \sqrt{\frac{[pvv]}{p_3(n-1)}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}1440}{6}} = \frac{m_0}{\sqrt{p_3}} = \frac{0{\cdot}27}{\sqrt{3}} \doteqdot \pm 0{\cdot}15$$

Egymástól független, közvetett megfigyelések kiegyenlítése.

Közvetett megfigyelésekről akkor beszélünk, amikor a keresett értéket adott egyenletből kell kiszámítanunk. Ez az eset fordul elő pl. a Reichenbach féle távolságmérésnél, ahol $T = bl + a$ egyenletből kell számítanunk a T távolságot. Ebben az egyenletben „l" a megfigyelt, „T" az adott, míg „a" és „b" a keresett értékek. Előfordulhat azonban az az eset is, hogy egyenletünk több ismeretlentől függ. Az egyenleteket mindig oly alakban írjuk fel, hogy a megfigyelt érték legyen jobboldalt.

Jelöljük x, y, z - vel a keresett ismeretlenek abszolút helyes értékét „L" pedig a megfigyelések abszolút helyes értékét jelentse.

A valószínű helyes értékek legyenek: x, y, z, ill. v. Az alapegyenletek lesznek:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y + c_1z + \dots &= L_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z + \dots &= L_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z + \dots &= L_3 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ a_nx + b_ny + c_nz + \dots &= L_n \end{aligned} \qquad \dots\dots 1.)$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Van tehát „k" ismeretlenünk és ezek kiszámításához „n" egyenlet áll rendelkezésünkre, hol $k < n$, mert csak így vannak fölös megfigyeléseink, melyeknek száma: $(n-k)$. – Az abszolút helyes értékek helyett a valószínű helyes értékekkel számolunk, melyek egyenlet alakjában felírva:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z + \cdots &= o_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + \cdots &= o_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z + \cdots &= o_3 \\ \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad

Vagyis: $\frac{\partial [pvv]}{\partial x} = 2p_1v_1\frac{\partial v_1}{\partial x} + 2p_2v_2\frac{\partial v_2}{\partial x} + 2p_3v_3\frac{\partial v_3}{\partial x} + \cdots + 2p_nv_n\frac{\partial v_n}{\partial x} = 0$

$\frac{\partial [pvv]}{\partial y} = 2p_1v_1\frac{\partial v_1}{\partial y} + 2p_2v_2\frac{\partial v_2}{\partial y} + 2p_3v_3\frac{\partial v_3}{\partial y} + \cdots + 2p_nv_n\frac{\partial v_n}{\partial y} = 0$ ... 5.)

$\frac{\partial [pvv]}{\partial z} = 2p_1v_1\frac{\partial v_1}{\partial z} + 2p_2v_2\frac{\partial v_2}{\partial z} + 2p_3v_3\frac{\partial v_3}{\partial z} + \cdots + 2p_nv_n\frac{\partial v_n}{\partial z} = 0$

.....

Kérdés, hogy mi lesz az egyes partiális differenciálok értéke?

Pl. $\frac{\partial v_1}{\partial x} = ?$ A 3.)-as egyenlet alapján: $v_1 = a_1x + b_1y + \cdots - l_1$

Látjuk, hogy „x" csak az első tagban szerepel, ha tehát az egyenletet „x" szerint differenciáljuk, kapjuk, hogy

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = a_1\frac{\partial x}{\partial x} + 0 + 0 + \cdots - 0$$

de $\frac{\partial x}{\partial x} = \frac{dx}{dx} = 1$, s így:

$$\frac{\partial v_1}{\partial x} = a_1$$

Analógia alapján:

$\frac{\partial v_1}{\partial x} = a_1$; $\frac{\partial v_2}{\partial x} = a_2$; $\frac{\partial v_3}{\partial x} = a_3$ ....

$\frac{\partial v_1}{\partial y} = b_1$; $\frac{\partial v_2}{\partial y} = b_2$; $\frac{\partial v_3}{\partial y} = b_3$ .... 6.)

$\frac{\partial v_1}{\partial z} = c_1$; $\frac{\partial v_2}{\partial z} = c_2$; $\frac{\partial v_3}{\partial z} = c_3$ ....

....

A 6.) alatti értékeket az 5.)-ös egyenletekbe helyettesítve:

$p_1a_1v_1 + p_2a_2v_2 + p_3a_3v_3 + \cdots + p_na_nv_n = [pav] = 0$

$p_1b_1v_1 + p_2b_2v_2 + p_3b_3v_3 + \cdots + p_nb_nv_n = [pbv] = 0$ ... II.

$p_1c_1v_1 + p_2c_2v_2 + p_3c_3v_3 + \cdots + p_nc_nv_n = [pcv] = 0$

.....

Helyettesítsük a 3.) alatti egyenletekből a „v" értékeket a II.-es egyenletekbe! Lesz:

$p_1a_1v_1 = p_1a_1a_1x + p_1a_1b_1y + p_1a_1c_1z + \cdots - p_1a_1l_1$

$p_2a_2v_2 = p_2a_2a_2x + p_2a_2b_2y + p_2a_2c_2z + \cdots - p_2a_2l_2$

$p_3a_3v_3 = p_3a_3a_3x + p_3a_3b_3y + p_3a_3c_3z + \cdots - p_3a_3l_3$

$p_na_nv_n = p_na_na_nx + p_na_nb_ny + p_na_nc_nz + \cdots - p_na_nl_n$ összegezve:

$[pav] = [paa]x + [pab]y + [pac]z + \cdots - [pal]$

Mivel azonban tudjuk, hogy $[pav] = 0$, írhatjuk:

$$[paa]x + [pab]y + [pac]z + \cdots - [pal] = 0$$

Analógia alapján írhatjuk a többit is.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$[paa]x + [pab]y + [pac]z - [pal] = 0$$
$$[pab]x + [pbb]y + [pbc]z - [pbl] = 0$$
$$[pac]x + [pbc]y + [pcc]z - [pcl] = 0$$

Az „l"-es tagokat a jobboldalra vive kapjuk a „normál-egyenletek"-et:

$$\begin{aligned}
&[paa]x + [pab]y + [pac]z + [pad]t + \dots = [pal] \\
&[pab]x + [pbb]y + [pbc]z + [pbd]t + \dots = [pbl] \\
&[pac]x + [pbc]y + [pcc]z + [pcd]t + \dots = [pcl] \\
&[pad]x + [pbd]y + [pcd]z + [pdd]t + \dots = [pdl]
\end{aligned} \qquad \dots \text{III.}$$

A normálegyenleteket könnyű felírni, mert az együtthatók a diagonális tagtól jobbra és alatta szabályszerűen követik egymást. A normálegyenletekből kiszámíthatjuk az x, y, z, t stb. ismeretlenek értékeit, mert a normálegyenletek száma már megegyezik az ismeretlenek számával, „k"-val.

A megoldás a később tárgyalandó Gauss-féle kiküszöbölési séma alapján mechanikusan történik.

Ismerjük mármost az ismeretlenek valószínű helyes értékét: $\xi, \eta, z, t \dots$ ezeknek középhibái egyenlősúlyú megfigyelések esetén:

ha $p_x = p_y = p_z = p_t = p = 1$, akkor $m_x = m_y = m_z = m_t = m$

– Különböző súlyú megfigyelések esetén a súlyegység középhibáját: „m_0"-t számítjuk. –

Közvetlen megfigyeléseknél volt:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-1}}$$

Itt volt 1 ismeretlen, tehát $(n-1)$ a fölös megfigyelések számát jelentette. – Most „k" ismeretlenünk, eszerint $(n-k)$ fölös megfigyelésünk van. –

A képlet tehát következőképpen alakul:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} \qquad \dots \text{IV.}$$

Közvetlen megfigyeléseknél volt:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{p_1}} = m_0 \frac{1}{\sqrt{p_1}}$$

Legyen most a közvetett megfigyeléseknél

$$\frac{1}{\sqrt{p_x}} = \sqrt{Q_{11}} \; ; \; \frac{1}{\sqrt{p_y}} = \sqrt{Q_{22}} \; ; \; \frac{1}{\sqrt{p_z}} = \sqrt{Q_{33}}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hol Q_{11} az „x"; Q_{22} az „y"; Q_{33} a „z" stb. súlykoefficiense. Lesz tehát:

$$m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} \; ; \quad m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} \; ; \quad m_z = m_0\sqrt{Q_{33}} \quad \dots \text{stb.} \quad \dots \sqrt{}.$$

A Q értékeket másképen is kifejezhetjük:

$$p_x = \frac{1}{Q_{11}} \; ; \qquad p_y = \frac{1}{Q_{22}} \qquad p_z = \frac{1}{Q_{33}} \quad \dots \text{stb.} \quad \dots \sqrt{}/a.$$

Vagyis a súlyok reciprokai a súlykoefficiensek.

Ha a normálegyenletekbe az ismeretlenek helyébe a megfelelő súlykoefficienseket helyettesítjük, akkor a súlyegyenleteket kapjuk:

$$[paa]Q_{11} + [pab]Q_{12} + [pac]Q_{13} + \dots = 1$$
$$[pab]Q_{11} + [pbb]Q_{12} + [pbc]Q_{13} + \dots = 0$$
$$[pac]Q_{11} + [pbc]Q_{12} + [pcc]Q_{13} + \dots = 0$$

Ebből a három egyenletből kapjuk a három súlykoefficiens: Q_{11}, Q_{12}, Q_{13} értékét. Ezek közül Q_{11} az „x" súlykoefficiense, Q_{12} az „x"és „y", Q_{13} pedig az „x" és „z" közös súlykoefficiense.

A súly-egyenletek jobboldalának felírására az a szabály, hogy ahol a diagonális tag <u>egy</u> ismeretlen súlykoefficiense, ott a jobb oldal: 1, ahol pedig a diagonális tag <u>két</u> ismeretlen közös súlykoefficiense, ott a jobb oldal 0. Írhatjuk tehát, hogy

$$[paa]Q_{21} + [pab]Q_{22} + [pac]Q_{23} + \dots = 0$$
$$[pab]Q_{21} + [pbb]Q_{22} + [pbc]Q_{23} + \dots = 1$$
$$[pac]Q_{21} + [pbc]Q_{22} + [pcc]Q_{23} + \dots = 0$$

$$[paa]Q_{31} + [pab]Q_{32} + [pac]Q_{33} + \dots = 0$$
$$[pab]Q_{31} + [pbb]Q_{32} + [pbc]Q_{33} + \dots = 0$$
$$[pac]Q_{31} + [pbc]Q_{32} + [pcc]Q_{33} + \dots = 1$$

A súlykoefficiensekre jellemző, hogy az egy ismeretlenre vonatkozók (pl. Q_{11}, Q_{22} stb.) előjele mindig (+), a két ismeretlenre vonatkozó súlykoefficiensek (pl. Q_{12}, Q_{23} stb.) előjele (±) egyaránt lehet. Az utóbbiak ellenőrzésül szolgálnak, amennyiben

$$Q_{12} = Q_{21} \; ; \quad Q_{13} = Q_{31} \; ; \quad Q_{23} = Q_{32} \quad \text{stb.}$$

Számítás közben eszközölt kikerekítések folytán 1-2 egységnyi eltérés lehetséges a két érték között.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Példa a közvetett megfigyelések kiegyenlítésére.

Megfigyeléseinket a következő egyenletekkel fejezhettük ki:

$$x - y + 2z = 3$$
$$3x + 2y - 5z = 5$$
$$4x + y + 4z = 21$$
$$-x + 3y + 3z = 14$$

Kiszámítandó x, y és z valószínű helyes értéke. A normálegyenletek felírását táblázat segítségével végezhetjük:

n	a	b	c	l	aa	ab	ac	al	bb	bc	bl	cc	cl
1	+1	-1	+2	+3	+1	-1	+2	+3	+1	-2	-3	+4	+6
2	+3	+2	-5	+5	+9	+6	-15	+15	+4	-10	+10	+25	-25
3	+4	+1	+4	+21	+16	+4	+16	+84	+1	+4	+21	+16	+84
4	-1	+3	+3	+14	+1	-3	-3	-14	+9	+9	+42	+9	+42
					[aa]	[ab]	[ac]	[al]	[bb]	[bc]	[bl]	[cc]	[cl]
						+10	+18	+102		+13	+73		+132
						-4	-18	-14		-12	-3		-25
					+27	+6	0	+88	+15	+1	+70	+54	+107

Ennek alapján a normálegyenletek:

$$27x + 6y + 0z = 88.$$
$$6x + 15y + 1z = 70$$
$$0x + 1y + 54z = 107$$

Az egyenleteket megoldva kapjuk az ismeretlenek valószínű helyes értékét: $x = 2{\cdot}470$, $y = 3{\cdot}551$, $z = 1{\cdot}916$.

Most már számíthatjuk a megfigyelések hibáit:

ax	by	cz	o ax+by+cz	v o-l	vv	Ellenőrzésül: av	bv	cv
+2·470	-3·551	+3·832	+2·751	-0·249	0·062001	-0·249	+0·249	-0·498
+7·410	+7·102	-9·580	+4·932	-0·068	0·004624	-0·204	-0·136	+0·340
+9·880	+3·551	+7·664	+21·095	+0·095	0·009025	+0·380	+0·095	+0·380
-2·470	+10·653	+5·748	+13·931	-0·069	0·004761	+0·069	-0·207	-0·207
					[vv]	[av]	[bv]	[cv]
						+0·449	+0·344	+0·720
						-0·453	-0·343	-0·705
					0·080411	≒ 0	≒ 0	≒ 0

$$m_o = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}080411}{1}} = \pm 0{\cdot}284$$

A súlyegyenletek lesznek:

$$\left.\begin{aligned} 27Q_{11} + 6Q_{12} + 0Q_{13} &= 1 \\ 6Q_{11} + 15Q_{12} + 1Q_{13} &= 0 \\ 0Q_{11} + 1Q_{12} + 54Q_{13} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} Q_{11} &= +0{\cdot}040656 \\ Q_{22} &= +0{\cdot}073270 \end{aligned} \quad \left\{\begin{aligned} 27Q_{21} + 6Q_{22} + 0Q_{23} &= 0 \\ 6Q_{21} + 15Q_{22} + 1Q_{23} &= 1 \\ 0Q_{21} + 1Q_{22} + 54Q_{23} &= 0 \end{aligned}\right.$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$\left.\begin{aligned} 27Q_{31} + 6Q_{32} + 0Q_{33} &= 0 \\ 6Q_{31} + 15Q_{32} + 1Q_{33} &= 0 \\ 0Q_{31} + 1Q_{32} + 54Q_{33} &= 1 \end{aligned}\right\} Q_{33} = +0{\cdot}018544$$

Innen a súlyok: A középhibák pedig:

$$p_x = \frac{1}{Q_{11}} \doteq 25 \qquad m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} = \pm 0{\cdot}057$$

$$p_y = \frac{1}{Q_{22}} \doteq 14 \qquad m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} = \pm 0{\cdot}077$$

$$p_z = \frac{1}{Q_{33}} \doteq 54 \qquad m_z = m_0\sqrt{Q_{33}} = \pm 0{\cdot}039$$

Végeredményben tehát:

$$x = 2{\cdot}470 \pm 0{\cdot}057$$
$$y = 3{\cdot}551 \pm 0{\cdot}077$$
$$z = 1{\cdot}916 \pm 0{\cdot}039$$

A normálegyenleteket azonban lényegesen leegyszerűsíthetjük egy közelítő érték felvételével, ebben az esetben u. i. kisebb számértékekkel dolgozhatunk.

A különböző súlyú ismeretlenek valószínű helyes értékének jelölésére: $x, y, z \ldots$ stb.-t használtunk. De el lehet ezeket úgy is képzelni, hogy ezek egy felvett $x_0, y_0, z_0 \ldots$ stb közelítő értékből és egy $\Delta x, \Delta y, \Delta z \ldots$ stb. korrekcióból állnak. Vagyis:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \Delta x \\ y &= y_0 + \Delta y \qquad \ldots 1, \\ z &= z_0 + \Delta z \\ &\ldots\ldots \end{aligned}$$

Helyettesítsük ezeket az értékeket a hibaegyenletekbe:

$$\begin{aligned} a_1(x_0+\Delta x) + b_1(y_0+\Delta y) + c_1(z_0+\Delta z) + \ldots &= l_1 \\ a_2(x_0+\Delta x) + b_2(y_0+\Delta y) + c_2(z_0+\Delta z) + \ldots &= l_2 \\ a_3(x_0+\Delta x) + b_3(y_0+\Delta y) + c_3(z_0+\Delta z) + \ldots &= l_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_n(x_0+\Delta x) + b_n(y_0+\Delta y) + c_n(z_0+\Delta z) + \ldots &= l_n \end{aligned}$$

A zárójeleket felbontva és az $x_0, y_0, z_0 \ldots$-s tagokat a jobboldalra vive:

$$\begin{aligned} a_1\Delta x + b_1\Delta y + c_1\Delta z + \ldots &= l_1 - (a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 + \ldots) \\ a_2\Delta x + b_2\Delta y + c_2\Delta z + \ldots &= l_2 - (a_2x_0 + b_2y_0 + c_2z_0 + \ldots) \\ a_3\Delta x + b_3\Delta y + c_3\Delta z + \ldots &= l_3 - (a_3x_0 + b_3y_0 + c_3z_0 + \ldots) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_n\Delta x + b_n\Delta y + c_n\Delta z + \ldots &= l_n - (a_nx_0 + b_ny_0 + c_nz_0 + \ldots) \end{aligned}$$

Az x_0, y_0, z_0 értékeket tetszőlegesen kiválasztott 3 egyenletből számítjuk ki.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Mivel a jobboldalon lévő összes értéket ismerjük, annak értékét számíthatjuk. Jelöljük a jobboldalt $o_1, o_2 \dots o_n$ stb.-el, hol „o" a megfigyelt értékeknek ($l_1, l_2, l_3 \dots l_n$) a javításokra ($\Delta x, \Delta y, \Delta z \dots$) eső része, akkor írhatjuk, hogy:

$$a_1\Delta x + b_1\Delta y + c_1\Delta z + \dots = o_1$$
$$a_2\Delta x + b_2\Delta y + c_2\Delta z + \dots = o_2$$
$$a_3\Delta x + b_3\Delta y + c_3\Delta z + \dots = o_3$$
$$a_n\Delta x + b_n\Delta y + c_n\Delta z + \dots = o_n$$

Most már képezhetjük a normálegyenleteket:

$$[aa]\Delta x + [ab]\Delta y + [ac]\Delta z + \dots = [ao]$$
$$[ab]\Delta x + [bb]\Delta y + [bc]\Delta z + \dots = [bo]$$
$$[ac]\Delta x + [bc]\Delta y + [cc]\Delta z + \dots = [co]$$

Ezekből kiszámíthatjuk $\Delta x, \Delta y, \Delta z \dots$ értékét. Ismerve az értékeket, képezhetjük a javításokat:

$$a_1\Delta x + b_1\Delta y + c_1\Delta z + \dots = u_1$$
$$a_2\Delta x + b_2\Delta y + c_2\Delta z + \dots = u_2$$
$$a_3\Delta x + b_3\Delta y + c_3\Delta z + \dots = u_3$$
$$a_n\Delta x + b_n\Delta y + c_n\Delta z + \dots = u_n$$

hol az „u"-k a megfigyelt értékeknek, a javításokra eső részének a valószínű helyes értéke. A hibák, ill. a javítások nagysága:

$$v_1 = u_1 - o_1$$
$$v_2 = u_2 - o_2$$
$$v_3 = u_3 - o_3$$
$$v_n = u_n - o_n$$

Most már – ugyanúgy, mint az előbb – felírhatjuk a súlyegyenleteket, számíthatjuk a súlykoefficienseket, a súlyegység középhibáját valamint az egyes ismeretlenek középhibáját. Végeredményként írhatjuk:

$$x = x_0 + \Delta x \pm m_x$$
$$y = y_0 + \Delta y \pm m_y$$
$$z = z_0 + \Delta z \pm m_z$$

Példa a közvetett megfigyelések kiegyenlítésére közelítő eljárással.

Megfigyelési egyenleteink:

1.) $x + 3{\cdot}5\,y = 19998{\cdot}2$; 2.) $x + 8{\cdot}7\,y = 19999{\cdot}3$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

3., $x + 15{\cdot}2y = 20001{\cdot}9$

4., $x + 19{\cdot}8y = 20002{\cdot}9$

5., $x + 26{\cdot}2y = 20004{\cdot}0$

Számítsuk ki x_0 és y_0 értékét a 2., és 3., egyenletekből!

Lesz: $y = 0{\cdot}4$ kikerekítve: $y_0 = 0{\cdot}4$

$x = 19995{\cdot}8$ -"- $x_0 = 20.000{\cdot}0$

n	ax_0	by_0	l	o $1-(ax_0+by_0)$	a	b	aa	ab	ao	bb	bo
1	+20.000	+1·40	+19998·2	-3·20	+1	+3·5	+1	+3·5	-3·20	+12·25	-11·200
2	+20.000	+3·48	+19999·3	-4·18	+1	+8·7	+1	+8·7	-4·18	+75·69	-36·366
3	+20.000	+6·08	+20001·9	-4·18	+1	+15·2	+1	+15·2	-4·18	+231·04	-63·536
4	+20.000	+7·92	+20002·9	-5·02	+1	+19·8	+1	+19·8	-5·02	+392·04	-99·396
5	+20.000	+10·48	+20004·0	-6·48	+1	+26·2	+1	+26·2	-6·48	+686·44	-169·776
							[aa]	[ab]	[ao]	[bb]	[bo]
							+5	+73·4	-23·06	+1397·42	-380·274

$$\Delta x + 3{\cdot}5\Delta y = -3{\cdot}20$$
$$\Delta x + 8{\cdot}7\Delta y = -4{\cdot}18$$
$$\Delta x + 15{\cdot}2\Delta y = -4{\cdot}18$$
$$\Delta x + 19{\cdot}8\Delta y = -5{\cdot}02$$
$$\Delta x + 26{\cdot}2\Delta y = -6{\cdot}48$$

A normálegyenletek:

$$+5\Delta x + 73{\cdot}4\Delta y = -23{\cdot}06$$
$$+73{\cdot}4\Delta x + 1397{\cdot}42\Delta y = -380{\cdot}274$$

Megoldva:

$\Delta x = -2{\cdot}704$ $\Delta y = -0{\cdot}130$

$a\Delta x$	$b\Delta y$	u $a\Delta x+b\Delta y$	v u-o	vv	Ellenőrzésül: av	bv
-2·704	-0·455	-3·159	+0·041	0·001681	+0·041	+0·1435
-2·704	-1·131	-3·835	+0·345	0·119025	+0·345	+3·0015
-2·704	-1·976	-4·680	-0·500	0·250000	-0·500	-7·6000
-2·704	-2·574	-5·278	-0·258	0·066564	-0·258	-5·1084
-2·704	-3·406	-6·110	+0·370	0·136900	+0·370	+9·5640
				[vv]	[av]	[bv]
					+0·756	+12·7090
					-0·758	-12·7084
				0·574170	≒0	≒0

$$m_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}574170}{3}} = \pm 0{\cdot}437$$

A súlyegyenletek:

$5Q_{11} + 73{\cdot}4Q_{12} = 1$

$73{\cdot}4Q_{11} + 1397{\cdot}42Q_{12} = 0$

$5Q_{21} + 73{\cdot}4Q_{22} = 0$

$73{\cdot}4Q_{21} + 1397{\cdot}42Q_{22} = 1$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A súlyegyenleteket megoldva kapjuk, hogy

$$Q_{11} = +0{\cdot}873636$$

$$Q_{12} = -0{\cdot}045888 \qquad Q_{21} = -0{\cdot}045875$$

$$Q_{22} = +0{\cdot}003125$$

A súlyok: A középhibák:

$$p_x = \frac{1}{Q_{11}} = \frac{1}{0{\cdot}873636} \doteq 1 \qquad m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} = \pm 0{\cdot}408$$

$$p_y = \frac{1}{Q_{22}} = \frac{1}{0{\cdot}003125} \doteq 320 \qquad m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} = \pm 0{\cdot}024$$

Az ismeretlenek végleges értéke:

$$x = x_0 + \Delta x \pm m_x = 20.000 + (-2{\cdot}704) = 19.997{\cdot}296 \pm 0{\cdot}408$$

$$y = y_0 + \Delta y \pm m_y = 0{\cdot}4 + (-0{\cdot}13) = 0{\cdot}270 \pm 0{\cdot}024$$

A normálegyenletek megoldásának sémája Gauss: kiküszöbölési módszerének alkalmazásával.

A számítás táblázat segítségével teljesen mechanikusan történik. Az egyes rovatokba kerülő értékeket számokkal helyettesítettük és ezeken jelöltük a végrehajtandó műveleteket. A számok tehát csak a rovatok ill. az azokba kerülő értékek - sorszámai.

Normálegyenleteink:

$$[paa]x + [pab]y + [pac]z + [pad]t = [pal]$$
$$[pab]x + [pbb]y + [pbc]z + [pbd]t = [pbl]$$
$$[pac]x + [pbc]y + [pcc]z + [pcd]t = [pcl]$$
$$[pad]x + [pbd]y + [pcd]z + [pdd]t = [pdl]$$

I. norm. e.					II. norm. e.				III. norm. e.			IV. norm. e.	
[paa]	[pab]	[pac]	[pad]	[pal]	[pbb]	[pbc]	[pbd]	[pbl]	[pcc]	[pcd]	[pcl]	[pdd]	[pdl]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	$\frac{2}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{4}{1}$		$\frac{2}{1}\cdot 2$	$\frac{2}{1}\cdot 3$	$\frac{2}{1}\cdot 4$	$\frac{2}{1}\cdot 5$	$\frac{3}{1}\cdot 3$	$\frac{3}{1}\cdot 4$	$\frac{3}{1}\cdot 5$	$\frac{4}{1}\cdot 4$	$\frac{4}{1}\cdot 5$
					15	16	17	18	19	20	21	22	23
						$\frac{16}{15}$	$\frac{17}{15}$		$\frac{16}{15}\cdot 16$	$\frac{16}{15}\cdot 17$	$\frac{16}{15}\cdot 18$	$\frac{17}{15}\cdot 17$	$\frac{17}{15}\cdot 18$
									24	25	26	27	28
										$\frac{25}{24}$		$\frac{25}{24}\cdot 25$	$\frac{25}{24}\cdot 26$
												29	30

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az előzőoldali táblázatban használt jelölés:
(−): az előjeleket ellenkezőre kell változtatni, majd
({}): a tagokat algebrailag összegezni kell.

Az egyes ismeretlenek értékei:

$$t = \frac{-30}{29}\ ;\quad z = \frac{-26-25t}{24}\ ;\quad y = \frac{-18-17t-16x}{15}\ ;\quad x = \frac{-5-4t-3x-2y}{1}$$

Egymástól függő ismeretlenekkel bíró közvetett megfigyelések kiegyenlítése.

Az ismeretlenek egymással való összefüggését itt is egyenletben fejezzük ki. Erre az egyenletre – melyet feltételi egyenletnek nevezünk – jellemzők a következők:

az egyenlet ismeretlenjei, melyek a baloldalt alkotják, a megfigyelt értékek. Ezeknek valódi helyes értékét keressük. Súlyuk a megfigyelések pontosságától függ.

a jobboldalon egy abszolút helyes érték – a feltételáll, melyet rendszerint valamely matematikai tétel alapján írhatunk fel (pl. a háromszög belső szögeinek összege: 180°.)

Ha a megfigyelt értékek helyett az abszolút helyes értékeket ismernénk, felírhatnánk az elméleti-feltételi egyenletet, melynek jobb- és baloldala egyenlő:

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_n X_n = A$$

vagy mivel az „A" értékébe az előjelet is bevehetjük, írhatjuk, hogy:

$$a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_n X_n + A = 0 \qquad \dots 1.)$$

Ebben az esetben a feltételi egyenlet lineáris volt: ezzel tudunk számolni.

De előfordulhat az az is, hogy a feltételi egyenlet nem lineáris, hanem a $f(X_1, X_2, X_3 \dots X_n) = 0$ általános összefüggés alakját viseli. Ebben az esetben előbb lineáris egyenletté kell alakítanunk. Tudjuk, hogy:

$$X_1 = l_1 + v_1$$
$$X_2 = l_2 + v_2$$
$$X_3 = l_3 + v_3$$
$$\dots\dots\dots$$
$$X_n = l_n + v_n$$

Ezeket az értékeket a feltételi egyenletbe helyet-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lesítve: $f(l_1+v_1, l_2+v_2, l_3+v_3 \dots l_n+v_n)=0$ egyenletet kapjuk. Ha a méréseket reklifikált, tehát hibamentes műszerrel végeztük, akkor a „v" értékek csak kicsinyek lehetnek, mert sem durva-, sem pedig szisztematikus hibát nem tartalmaznak. Így ha a függvényt Taylor sor szerint sorbafejtjük, a magasabbfokú hatványokat mellőzhetjük, miáltal a következő egyenletet nyerjük:

$$f(l_1, l_2, l_3 \dots l_n) + \frac{\partial f}{\partial l_1}v_1 + \frac{\partial f}{\partial l_2}v_2 + \frac{\partial f}{\partial l_3}v_3 + \dots + \frac{\partial f}{\partial l_n}v_n = 0$$

Innen a partiális differenciálokat – mivel értéküket számíthatjuk – koefficienseknek tekinthetjük:

$$\frac{\partial f}{\partial l_1} = a_1 \; ; \; \frac{\partial f}{\partial l_2} = a_2 ; \; \frac{\partial f}{\partial l_3} = a_3 \dots \; \frac{\partial f}{\partial l_n} = a_n .$$

Hátra van még a $f(l_1, l_2, l_3 \dots l_n)$ tag. Hogy ezt is lineáris alakra hozhassuk, térjünk kissé vissza a kiindulási egyenletekhez! Volt:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \dots + a_n x_n + A = 0$$

Ha most a „x"-ek helyébe a megfigyelt értékeket tesszük, akkor megszűnik az egyenlet jobb- és baloldala között az egyenlőség és

$$a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3 + \dots + a_n l_n + A = w$$

egyenletet kapjuk, melyben „w" az ellentmondás értéke, ami azt mutatja, hogy a megfigyelt értékekből képezett feltételi egyenlet mennyire tér el az abszolút helyes elméleti feltételi egyenlettől.

A megfigyelések javításai: $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$, vagyis:

$$x_1 = l_1 + v_1$$
$$x_2 = l_2 + v_2$$
$$x_3 = l_3 + v_3$$
$$\dots\dots\dots$$
$$x_n = l_n + v_n$$

Ezeket az értékeket az eredeti feltételi egyenletbe téve: $a_1(l_1+v_1) + a_2(l_2+v_2) + a_3(l_3+v_3) + \dots + a_n(l_n+v_n) + A = 0$

Kifejtve: $a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 + \dots + a_nv_n + (a_1l_1 + a_2l_2 + a_3l_3 + \dots + a_nl_n + A) = 0$

A fentebbiek alapján tudjuk, hogy a zárójelben lévő tag nem más, mint „w", melyet beírva lesz:

$$a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 + \dots + a_nv_n + w = 0$$

Ez a javítások egyenlete, melyet úgy nyerünk a feltételi egyenletből, hogy az ismeretlenek helyébe a ja-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

vitásokat, a feltétel helyébe pedig az ellentmondást (w) teszük. Mindezekből nyilvánvaló, hogy az ellentmondás értéke az $(a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3 + \dots + a_n l_n + A)$ tagtól függ és ezt a függést a következő alakban is írhatjuk:

$$f(l_1, l_2, l_3 \dots l_n) = w$$

Most visszatérhetünk az általános összefüggésnek Taylor-sor szerint sorbafejtett alakjára. Volt:

$$f(l_1, l_2, l_3 \dots l_n) + \frac{\partial f}{\partial l_1} v_1 + \frac{\partial f}{\partial l_2} v_2 + \frac{\partial f}{\partial l_3} v_3 + \dots + \frac{\partial f}{\partial l_n} v_n = 0$$

Ide behelyettesítve a már ismert értékeket, lesz:

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \dots + a_n v_n + w = 0$$

Ezáltal az általános összefüggést lineáris alakra hoztuk: ezzel pedig már tudunk számolni.

Most már rátérhetünk az egyenletek kiegyenlítésére. Miután a különböző súlyú egyenletekre vonatkozó tételeket és képleteket $p=1$ érték mellett az egyenlő súlyú egyenletekre is alkalmazhatjuk, azért csak a különböző súlyú, lineáris egyenletek kiegyenlítését fogjuk tárgyalni. A feltételi egyenletek:

$$\begin{aligned} &a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3 + \dots + a_n l_n + A = 0 \\ &b_1 l_1 + b_2 l_2 + b_3 l_3 + \dots + b_n l_n + B = 0 \\ &c_1 l_1 + c_2 l_2 + c_3 l_3 + \dots + c_n l_n + C = 0 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &r_1 l_1 + r_2 l_2 + r_3 l_3 + \dots + r_n l_n + R = 0 \end{aligned} \qquad \dots 1.)$$

Van tehát „r" megfigyelésünk és ezekből „r" egymástól független feltételi egyenletet tudunk felállítani. Megfigyeléseink alapján felírhatjuk az ellentmondások egyenleteit, melyekből a „w"-ket számíthatjuk:

$$\begin{aligned} &a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3 + \dots + a_n l_n + A = w_1 \\ &b_1 l_1 + b_2 l_2 + b_3 l_3 + \dots + b_n l_n + B = w_2 \\ &c_1 l_1 + c_2 l_2 + c_3 l_3 + \dots + c_n l_n + C = w_3 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &r_1 l_1 + r_2 l_2 + r_3 l_3 + \dots + r_n l_n + R = w_r \end{aligned} \qquad \dots 2.)$$

A kiigazítások egyenletei lesznek:

$$\begin{aligned} &a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \dots + a_n v_n + w_1 = 0 \\ &b_1 v_1 + b_2 v_2 + b_3 v_3 + \dots + b_n v_n + w_2 = 0 \\ &c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3 + \dots + c_n v_n + w_3 = 0 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &r_1 v_1 + r_2 v_2 + r_3 v_3 + \dots + r_n v_n + w_r = 0 \end{aligned} \qquad \dots 3.)$$

Tudjuk, hogy a javításokra nézve állnia kell a következőknek:

$$[pvv] = S_{min.} \qquad \dots 4.)$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Vagyis: $p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + \dots + p_n v_n^2 = S_{min}$.

A fenti egyenletet differenciálva:

$$2p_1 v_1 dv_1 + 2p_2 v_2 dv_2 + 2p_3 v_3 dv_3 + \dots + 2p_n v_n dv_n = 0$$

Egyszerűsítve:

$$(p_1 v_1) dv_1 + (p_2 v_2) dv_2 + (p_3 v_3) dv_3 + \dots + (p_n v_n) dv_n = 0 \quad \dots 5.$$

Ki a „v" értékét keressük, tehát a zárójelben levő tagokat kell kifejeznünk. Ezt a következő fogással írjuk el: differenciáljuk a kiegyenlítések egyenleteit.

Többváltozós összegek differenciálásáról van szó. Márpedig „összeg differenciálja egyenlő a tényezők differenciáinak összegével" és „többváltozós függvények teljes differenciálja egyenlő a parciális differenciálok összegével. Tehát pl.

$$a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3 + \dots + a_n v_n + w_1 = 0$$

$$a_1 \frac{\partial v_1}{\partial v_1} \cdot dv_1 + a_2 \frac{\partial v_2}{\partial v_2} dv_2 + a_3 \frac{\partial v_3}{\partial v_3} dv_3 + \dots + a_n \frac{\partial v_n}{\partial v_n} \cdot dv_n = 0$$

mert $\frac{\partial v_2}{\partial v_1}$; $\frac{\partial v_3}{\partial v_1}$; $\frac{\partial v_n}{\partial v_1}$ stb. tagok – mivel a számlálóban „v_1" nem szerepel, v_1 szerint parciálisan differenciálva zérót adnak. Ugyanígy a „w_1" – állandó – differenciálja is zéró. Miután pedig

$$\frac{\partial v_1}{\partial v_1} = \frac{\partial v_2}{\partial v_2} = \frac{\partial v_3}{\partial v_3} = \dots = \frac{\partial v_n}{\partial v_n} = 1$$

az egyenlet ilyen alakú lesz:

$$a_1 dv_1 + a_2 dv_2 + a_3 dv_3 + \dots + a_n dv_n = 0$$ Továbbá analógia alapján:

$$b_1 dv_1 + b_2 dv_2 + b_3 dv_3 + \dots + b_n dv_n = 0$$

$$c_1 dv_1 + c_2 dv_2 + c_3 dv_3 + \dots + c_n dv_n = 0$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$r_1 dv_1 + r_2 dv_2 + r_3 dv_3 + \dots + r_n dv_n = 0$$

Szorozzuk meg egyenleteinket sorra egyenlőre még ismeretlen $k_1, k_2, k_3 \dots k_n$ értékekkel, melyeket korrelánsoknak vagy korrelátáknak nevezünk. Lapjuk:

$$k_1 (a_1 dv_1 + a_2 dv_2 + a_3 dv_3 + \dots + a_n dv_n) = 0$$

$$k_2 (b_1 dv_1 + b_2 dv_2 + b_3 dv_3 + \dots + b_n dv_n) = 0$$

$$k_3 (c_1 dv_1 + c_2 dv_2 + c_3 dv_3 + \dots + c_n dv_n) = 0 \quad \dots 6.$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$\underline{k_n (r_1 dv_1 + r_2 dv_2 + r_3 dv_3 + \dots + r_n dv_n) = 0}$$ Összegezve:

$$(k_1 a_1 + k_2 b_1 + k_3 c_1 + \dots + k_n r_1) dv_1 +$$

$$+ (k_1 a_2 + k_2 b_2 + k_3 c_2 + \dots + k_n r_2) dv_2 + (k_1 a_3 + k_2 b_3 + k_3 c_3 + \dots + k_n r_3) dv_3 + \dots$$

$$\dots + (k_1 a_n + k_2 b_n + k_3 c_n + \dots + k_n r_n) dv_n = 0 \quad \dots 7.$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A 7.-es egyenletet összehasonlítva az 5.-tel jelzettel: látjuk, hogy

$$\begin{aligned} p_1 v_1 &= k_1 a_1 + k_2 b_1 + k_3 c_1 + \cdots + k_r r_1 \\ p_2 v_2 &= k_1 a_2 + k_2 b_2 + k_3 c_2 + \cdots + k_r r_2 \\ p_3 v_3 &= k_1 a_3 + k_2 b_3 + k_3 c_3 + \cdots + k_r r_3 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_n v_n &= k_1 a_n + k_2 b_n + k_3 c_n + \cdots + k_r r_n \end{aligned} \qquad \cdots 7./a.)$$

Innen a „v" értékeket kifejezve:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{a_1}{p_1} k_1 + \frac{b_1}{p_1} k_2 + \frac{c_1}{p_1} k_3 + \cdots + \frac{r_1}{p_1} k_r \\ v_2 &= \frac{a_2}{p_2} k_1 + \frac{b_2}{p_2} k_2 + \frac{c_2}{p_2} k_3 + \cdots + \frac{r_2}{p_2} k_r \\ v_3 &= \frac{a_3}{p_3} k_1 + \frac{b_3}{p_3} k_2 + \frac{c_3}{p_3} k_3 + \cdots + \frac{r_3}{p_3} k_r \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ v_n &= \frac{a_n}{p_n} k_1 + \frac{b_n}{p_n} k_2 + \frac{c_n}{p_n} k_3 + \cdots + \frac{r_n}{p_n} k_r \end{aligned} \qquad \cdots\cdots I.)$$

Van tehát „n" egyenletünk (I.) „n" ismeretlennel (v). Ha tehát a „k" értékeket ki tudjuk fejezni ismert értékekkel, akkor számíthatjuk a „v"-kat. Helyettesítsük be az I.) alatti „v" értékeket a kiigazítások 3.)-as számú egyenletébe:

$$\left[a_1 \frac{a_1}{p_1} k_1 + a_1 \frac{b_1}{p_1} k_2 + a_1 \frac{c_1}{p_1} k_3 + \cdots + a_1 \frac{r_1}{p_1} k_r\right] + \left[a_2 \frac{a_2}{p_2} k_1 + a_2 \frac{b_2}{p_2} k_2 + a_2 \frac{c_2}{p_2} k_3 + \cdots + a_2 \frac{r_2}{p_2} k_r\right] +$$

$$+ \left[a_3 \frac{a_3}{p_3} k_1 + a_3 \frac{b_3}{p_3} k_2 + a_3 \frac{c_3}{p_3} k_3 + \cdots + a_3 \frac{r_3}{p_3} k_r\right] + \cdots + \left[a_n \frac{a_n}{p_n} k_1 + a_n \frac{b_n}{p_n} k_2 + a_n \frac{c_n}{p_n} k_3 + \cdots + a_n \frac{r_n}{p_n} k_r\right] + w_1 = 0$$

Ugyanígy képezzük a többi egyenletet is. Az utolsó lesz:

$$\left[r_1 \frac{a_1}{p_1} k_1 + r_1 \frac{b_1}{p_1} k_2 + r_1 \frac{c_1}{p_1} k_3 + \cdots + r_1 \frac{r_1}{p_1} k_r\right] + \left[r_2 \frac{a_2}{p_2} k_1 + r_2 \frac{b_2}{p_2} k_2 + r_2 \frac{c_2}{p_2} k_3 + \cdots + r_2 \frac{r_2}{p_2} k_r\right] + \cdots$$

$$+ \left[r_3 \frac{a_3}{p_3} k_1 + r_3 \frac{b_3}{p_3} k_2 + \cdots + r_3 \frac{r_3}{p_3} k_r\right] + \cdots + \left[r_n \frac{a_n}{p_n} k_1 + r_n \frac{b_n}{p_n} k_2 + \cdots + r_n \frac{r_n}{p_n} k_r\right] + w_r = 0$$

Az egyes egyenleteket összevonva:

$$\begin{aligned} \left|\frac{aa}{p}\right| k_1 + \left|\frac{ab}{p}\right| k_2 + \left|\frac{ac}{p}\right| k_3 + \cdots + \left|\frac{ar}{p}\right| k_r + w_1 &= 0 \\ \left|\frac{ab}{p}\right| k_1 + \left|\frac{bb}{p}\right| k_2 + \left|\frac{bc}{p}\right| k_3 + \cdots + \left|\frac{br}{p}\right| k_r + w_2 &= 0 \\ \left|\frac{ac}{p}\right| k_1 + \left|\frac{bc}{p}\right| k_2 + \left|\frac{cc}{p}\right| k_3 + \cdots + \left|\frac{cr}{p}\right| k_r + w_3 &= 0 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \left|\frac{ar}{p}\right| k_1 + \left|\frac{br}{p}\right| k_2 + \left|\frac{cr}{p}\right| k_3 + \cdots + \left|\frac{rr}{p}\right| k_r + w_r &= 0 \end{aligned} \qquad \cdots\cdots II.$$

Van tehát „r" egyenletünk (II.) „r" ismeretlennel (k). Ezek a korrelánsegyenletek, melyeket a normálegyen-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

letekhez hasonlóan írhatunk fel: az együtthatók szabályosan következnek egymás mellett és alatt. Az egyenletrendszer ismeretlenei a „k" korrelánsok, melyeket a Gauss kikiüszöbölési séma alapján számítunk ki. Az eredményeket a I.-es egyenletekbe helyettesítve kapjuk a „v" javításokat.

Itt is számíthatjuk a súlyegység középhibáját, melynek értéke ismert:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \quad \dots \quad \text{III.},$$

Az egyes megfigyelések középhibái pedig:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{p_1}} \; ; \; m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{p_2}} \; ; \; m_3 = \frac{m_0}{\sqrt{p_3}} \; \dots \; m_n = \frac{m_0}{\sqrt{p_n}} \quad \dots \text{IV.}$$

Az ellenőrző egyenletet a 7/a-val jelzett egyenletrendszerből vezethetjük le, ha az egyes egyenleteket sorra megszorozzuk $v_1, v_2, v_3 \dots v_n$-el majd összegezzük őket:

$$\begin{aligned}
p_1 v_1 v_1 &= a_1 v_1 k_1 + b_1 v_1 k_2 + c_1 v_1 k_3 + \dots + r_1 v_1 k_r \\
p_2 v_2 v_2 &= a_2 v_2 k_1 + b_2 v_2 k_2 + c_2 v_2 k_3 + \dots + r_2 v_2 k_r \\
p_3 v_3 v_3 &= a_3 v_3 k_1 + b_3 v_3 k_2 + c_3 v_3 k_3 + \dots + r_3 v_3 k_r \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
p_n v_n v_n &= a_n v_n k_1 + b_n v_n k_2 + c_n v_n k_3 + \dots + r_n v_n k_r \\
\hline
[pvv] &= [av] k_1 + [bv] k_2 + [cv] k_3 + \dots + [rv] k_r \quad \dots \text{8.},
\end{aligned}$$

Szorozzuk a 3.) alatti egyenleteket sorra $k_1, k_2, k_3 \dots k_r$-rel! Lesz:

$$\begin{aligned}
a_1 v_1 k_1 + a_2 v_2 k_1 + a_3 v_3 k_1 + \dots + a_n v_n k_1 + w_1 k_1 &= 0 \\
b_1 v_1 k_2 + b_2 v_2 k_2 + b_3 v_3 k_2 + \dots + b_n v_n k_2 + w_2 k_2 &= 0 \\
c_1 v_1 k_3 + c_2 v_2 k_3 + c_3 v_3 k_3 + \dots + c_n v_n k_3 + w_3 k_3 &= 0 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
r_1 v_1 k_r + r_2 v_2 k_r + r_3 v_3 k_r + \dots + r_n v_n k_r + w_r k_r &= 0
\end{aligned}$$

Az egyes egyenleteket ilyen alakban is írhatjuk:

$$\begin{aligned}
[av] k_1 + w_1 k_1 &= 0 \\
[bv] k_2 + w_2 k_2 &= 0 \quad \dots \text{9.} \\
[cv] k_3 + w_3 k_3 &= 0 \\
&\dots\dots\dots\dots \\
[rv] k_r + w_r k_r &= 0
\end{aligned}$$

Összegezve: $[av] k_1 + [bv] k_2 + [cv] k_3 + \dots + [rv] k_r + [wk] = 0 \dots 10.,$

$$[av] k_1 + [bv] k_2 + [cv] k_3 + \dots + [rv] k_r = -[wk]$$

Összehasonlítva ezt a 8.)-as egyenlettel látjuk, hogy:

$$[pvv] = -[wk] \quad \dots \text{V.}$$

Kikerekítések miatt az utolsó tizedesekben 1-2 egység eltérést lehetséges.
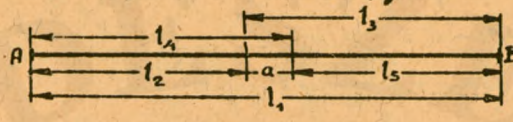
Egyenlő súlyú megfigyeléseknél „p" mindenütt 1.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Példa az egymástól függő megfigyelések kiegyenlítésére

Az $\overline{AB}$ hosszat öt különböző variációban mértük meg, egy részének – „a"-nak – hosszát pedig hibamentesen ismerjük. Kérdés: mi lesz $\overline{AB}$ hosszának valószínű helyes értéke, ha az egyes megfigyelések:

$l_1 = 233{\cdot}142$ m
$l_2 = 124{\cdot}578$ –"–
$l_3 = 108{\cdot}577$ –"–



$l_4 = 132{\cdot}590$ m
$l_5 = 100{\cdot}548$ –"–
$a = 8{\cdot}000$ m

Közvetlenül hosszakat mérve a megfigyelések súlya a mért távolságok reciproka lesz:

$$p_1 = \frac{1}{233} \doteq 0{\cdot}0043 \doteq 1 \; ; \quad p_2 = \frac{1}{124} = 0{\cdot}0080 \doteq 2 \; ; \quad p_3 = \frac{1}{108} = 0{\cdot}0093 \doteq 2$$

$$p_4 = \frac{1}{132} = 0{\cdot}0076 \doteq 2 \; ; \quad p_5 = \frac{1}{100} = 0{\cdot}0100 \doteq 3$$

Most felírjuk az összes lehetséges független feltételi egyenletet:

$$1) \; l_1 - l_2 - l_5 - a = 0$$
$$2) \; l_4 - l_2 - a = 0$$
$$3) \; l_3 - l_5 - a = 0$$

Képezzük az ellentmondási értékeket:

$$233{\cdot}142 - 124{\cdot}578 - 100{\cdot}548 - 8 = +0{\cdot}016$$
$$132{\cdot}590 - 124{\cdot}578 - 8 = +0{\cdot}012$$
$$108{\cdot}577 - 100{\cdot}548 - 8 = +0{\cdot}029$$

A javítási egyenletek lesznek:

$$v_1 - v_2 - v_5 + 0{\cdot}016 = 0$$
$$v_4 - v_2 + 0{\cdot}012 = 0$$
$$v_3 - v_5 + 0{\cdot}029 = 0$$

n	a	b	c	p	$\frac{aa}{p}$	$\frac{ab}{p}$	$\frac{ac}{p}$	$\frac{bb}{p}$	$\frac{bc}{p}$	$\frac{cc}{p}$	$\frac{a}{p}k_1$	$\frac{b}{p}k_2$	$\frac{c}{p}k_3$	v	vv
1	+1	0	0	1	+1·000	0	0	0	0	0	+0·00109	0	0	+0·00109	+0·000.001.188.10
2	-1	-1	0	2	+0·500	+0·500	0	+0·500	0	0	-0·00054	+0·00627	0	+0·00573	+0·0000656558
3	0	0	+1	2	0	0	0	0	0	+0·500	0	0	-0·01762	-0·01762	+0·0006209288
4	0	+1	0	2	0	0	0	+0·500	0	0	0	-0·00627	0	-0·00627	+0·0000786258
5	-1	0	-1	3	+0·333	0	+0·333	0	0	+0·333	-0·000365	0	+0·011375	+0·01101	+0·0003636603
					$[\frac{aa}{p}]$ +1·833	$[\frac{ab}{p}]$ +0·500	$[\frac{ac}{p}]$ +0·333	$[\frac{bb}{p}]$ +1·000	$[\frac{bc}{p}]$ 0	$[\frac{cc}{p}]$ +0·833					

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A korreláns-egyenletek lesznek:

$$1{\cdot}833\,k_1 + 0{\cdot}500\,k_2 + 0{\cdot}333\,k_3 = -0{\cdot}016$$
$$0{\cdot}500\,k_1 + 1{\cdot}000\,k_2 + 0{\cdot}000\,k_3 = -0{\cdot}012$$
$$0{\cdot}333\,k_1 + 0{\cdot}000\,k_2 + 0{\cdot}833\,k_3 = -0{\cdot}029$$

Az egyenletrendszert megoldva:

$$k_1 = +\,0{\cdot}00109$$
$$k_2 = -\,0{\cdot}012545$$
$$k_3 = -\,0{\cdot}03523$$

A súlyegység középhibája:

$$m_0 = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{n}} = \pm\,0{\cdot}019618$$

Az egyes megfigyelések középhibája pedig:

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{p_1}} = \pm\,0{\cdot}019618\,;\quad m_2 = \frac{m_0}{\sqrt{p_2}} = \pm\,0{\cdot}0138\,;\quad m_3 = \frac{m_0}{\sqrt{p_3}} = \pm\,0{\cdot}0138$$

$$m_4 = \frac{m_0}{\sqrt{p_4}} = \pm\,0{\cdot}0138\,;\quad m_5 = \frac{m_0}{\sqrt{p_5}} = \pm\,0{\cdot}0113$$

Számítás végén az eredményeket is táblázatba foglaljuk:

n	Mért értékek	Javítások	Kiegyenlített értékek	p	Középhibák	Jegyzet
1	233·142	+0·00109	233·14309	1	±0·019618	$m_0 = \pm 0{\cdot}019618$
2	124·578	+0·00573	124·58373	2	±0·0138	
3	108·577	−0·01762	108·55938	2	±0·0138	
4	132·590	−0·00627	132·58373	2	±0·0138	
5	100·548	+0·011375	100·559375	3	±0·0113	

A hibahalmozódás.

A valószínű helyes értéket hibával terhelt megfigyelésekből vezetjük le, tehát szintén hibás lesz: nem adja az abszolút helyes értéket.

Sokszor előfordul, hogy ilyen hibával terhelt értéket kell számításunkba bevonnunk, tehát tudnunk kell, hogy ezáltal milyen hiba származik az eredményben.

Legyen a valószínű helyes érték először egy megfigyelt értéknek és egy hibamentes számnak a szorzata:

$$x = a.l$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ha „x" középhibáját „m_x"-el, „l" középhibáját pedig „m_l"-el jelöljük, akkor kell, hogy

$$\pm m_x = \pm a m_l \quad \ldots I.$$

legyen, ugyanis

$$x \pm m_x = a(l \pm m_l)$$
$$x \pm m_x = al \pm a m_l$$

Az egyenlet értéke azonban nem változik, ha mindkét oldalból ugyanakkora számot levonunk. Ha pedig $(x = al)$-et levonva valóban

$$\pm m_x = \pm a m_l$$

marad. Ugyanez az eset áll fenn akkor is, ha „a" nem szorzó, hanem osztó, mert ez esetben $\frac{1}{a} = b$ helyettesítéssel élve visszajuthatunk az első esetre.

Legyen másodszor a keresett érték két mért érték összegével egyenlő: $x = l + l'$. Ekkor már $m_x \neq m_l + m_{l'}$, mert „m_l" és „$m_{l'}$" csak megbízhatósági tényező, „m_x" értékének pedig kisebbnek kell lennie, mint azok összege.

Miután az „l" és „l'" értékeket „n"-szer határoztuk meg, „x"-re is „n" értéket fogunk kapni.

Jelöljük az egyes megfigyelések eltérését az abszolut helyes értéktől „ε" ill. „ε'"-el, az „x" értékek eltérését pedig az abszolút helyes értéktől „δ"-val. Írhatjuk, hogy

$$\begin{aligned} x_1 &= l_1 + l_1' \\ x_2 &= l_2 + l_2' \\ x_3 &= l_3 + l_3' \\ &\cdots\cdots \\ x_n &= l_n + l_n' \end{aligned} \quad \ldots 1)$$

Az abszolút helyes értékekkel kifejezve:

$$\begin{aligned} x_1 + \delta_1 &= X = L + L' = (l_1 + \varepsilon_1) + (l_1' + \varepsilon_1') \\ x_2 + \delta_2 &= X = L + L' = (l_2 + \varepsilon_2) + (l_2' + \varepsilon_2') \\ x_3 + \delta_3 &= X = L + L' = (l_3 + \varepsilon_3) + (l_3' + \varepsilon_3') \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ x_n + \delta_n &= X = L + L' = (l_n + \varepsilon_n) + (l_n' + \varepsilon_n') \end{aligned} \quad \ldots 2)$$

Ha az 1_1-es egyenleteket sorra levonjuk a 2_1-ekből

$$\begin{array}{rrr} x_1 + \delta_1 = & l_1 + \varepsilon_1 & + l_1' + \varepsilon_1' \\ -x_1 & -l_1 & \pm l_1' \\ \hline \delta_1 = & \varepsilon_1 & + \varepsilon_1' \end{array}$$

Analógia alapján:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \varepsilon_2 + \varepsilon_2' \\ \delta_3 &= \varepsilon_3 + \varepsilon_3' \\ &\cdots\cdots \\ \delta_n &= \varepsilon_n + \varepsilon_n' \end{aligned}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Négyzetreemelve és összegezve:

$$\delta_1^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_1'^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_1'$$
$$\delta_2^2 = \varepsilon_2^2 + \varepsilon_2'^2 + 2\varepsilon_2\varepsilon_2'$$
$$\delta_3^2 = \varepsilon_3^2 + \varepsilon_3'^2 + 2\varepsilon_3\varepsilon_3'$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\delta_n^2 = \varepsilon_n^2 + \varepsilon_n'^2 + 2\varepsilon_n\varepsilon_n'$$
$$[\delta^2] = [\varepsilon^2] + [\varepsilon'^2] + 2[\varepsilon\varepsilon']$$

Mivel abszolút helyes értékekről van szó, tudjuk, hogy $n = \infty$ - nek kell lennie, ebben az esetben pedig

$$[\varepsilon\varepsilon'] = 0$$

(Lásd: Egyenlő súlyú közvetlen megfigyelések kiegyenlítése: a valószínű helyes érték középhibájának számításánál. Ott „n" néven szerepelt!)

Így tehát $[\delta^2] = [\varepsilon^2] + [\varepsilon'^2]$ lesz.

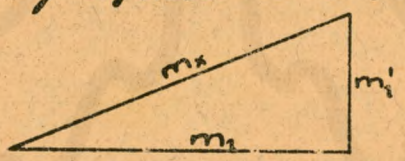
Ha most a hibák középértékét vesszük, vagyis az egyenlet mindkét oldalán osztunk „n"-el, akkor a hibák helyett középhibákat kapunk, vagyis:

$$\frac{[\delta^2]}{n} = m_x^2 \; ; \quad \frac{[\varepsilon^2]}{n} = m_\ell^2 \; ; \quad \frac{[\varepsilon'^2]}{n} = m_\ell'^2$$

Innen $m_x^2 = m_\ell^2 + m_\ell'^2$

$$m_x = \sqrt{m_\ell^2 + m_\ell'^2} \qquad \dots \text{II.}$$

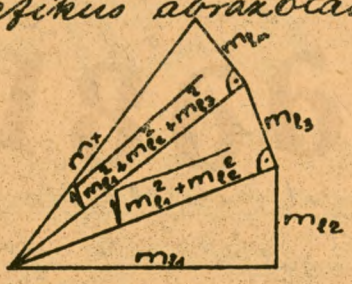
Ez a hibaalmozás képlete, melyet a Pythagoras-tétel segítségével grafikusan is ábrázolhatunk:



Ha a valószínű helyes érték középhibája több megfigyeléstől függ, akkor a képlet kibővül:

$$m_x = \sqrt{m_{\ell_1}^2 + m_{\ell_2}^2 + m_{\ell_3}^2 + \dots + m_{\ell_n}^2}$$

Vagy ugyanez grafikus ábrázolással:



Előfordulhat az az eset, hogy a középhibák egyenlőek, vagyis $m_{\ell_1} = m_{\ell_2} = m_{\ell_3} = \dots = m_{\ell_n} = m_\ell$ ekkor

$$m_x = \sqrt{n\, m_\ell^2} = m_\ell \sqrt{n}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ha a mért értékek között lineáris összefüggések vannak, akkor a középhibát előre fel tudjuk írni az I., és II., hibahalmozódási képletek alapján:

$$x = a\,l + a'\,l' + a''\,l'' + \dots$$

$$m_x = \sqrt{(a\,l)^2 + (a'\,l')^2 + (a''\,l'')^2 + \dots}$$

Ha ellenben a mért értékek és a valószínű helyes érték között általános az összefüggés akkor a megoldás a következő:

Jelöljük „x"-el a valószínű helyes értéket
„m_x"-el a -"- -"- érték középhibáját;
„ε"-al is -"- -"- -"- -"- abszolut hibáját;
„l"-el a megfigyelt értékeket
„m_l"-el azok középhibáját
„ε_l"-el -"- abszolút hibáját.

Akkor a megfigyelések és a keresett érték közti összefüggést függvényalakban írhatjuk föl:

$$x + \varepsilon = f[(l_1 + \varepsilon_{l_1}), (l_2 + \varepsilon_{l_2}), (l_3 + \varepsilon_{l_3}) \dots (l_n + \varepsilon_{l_n})]$$

Mivel az „ε_l" értékek oly kicsinyek, hogy ezeknek második és magasabb hatványait elhanyagolhatjuk, az „ε"-t számíthatjuk függvényünkből azáltal, hogy a függvényt Taylor-sor szerint sorbafejtjük és négyzetes és magasabb hatványok elhagyásával.

$$\varepsilon = f(l_1 + \varepsilon_{l_1},\ l_2 + \varepsilon_{l_2},\ l_3 + \varepsilon_{l_3} \dots l_n + \varepsilon_{l_n}) - f(l_1, l_2, l_3 \dots l_n)$$

$$\varepsilon = \frac{\partial f}{\partial l_1}\varepsilon_{l_1} + \frac{\partial f}{\partial l_2}\varepsilon_{l_2} + \frac{\partial f}{\partial l_3}\varepsilon_{l_3} + \dots \frac{\partial f}{\partial l_n}\varepsilon_{l_n}$$

Az abszolút hibák azonban ismeretlenek, ezek helyett jó közelítéssel a középhibákat vehetjük és mivel most már lineáris összefüggéseink vannak, az ismert módon írhatjuk:

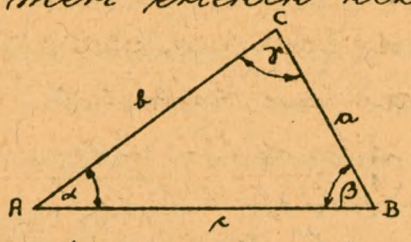
$$\pm m_x = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial l_1} \cdot \pm m_{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_2} \cdot \pm m_{l_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l_3} \cdot \pm m_{l_3}\right)^2 + \dots}$$

Példa az általánosan összefüggő megfigyelések valószínű helyes értékének és ennek középhibájának meghatározására.

Az ABC háromszögben mértük „a" és „b" oldalhosszakat és „α" szöget. Keressük „β" értékét és közép-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hibáját, ha a mért értékek középhibáját ismerjük.



A sinus-tétel alapján:

$$\sin\beta = \frac{b}{a}\cdot\sin\alpha$$

Innen számítható „β" értéke. A középhiba lesz:

$$\frac{d\sin\beta}{d\beta}\cdot m_\beta = \sqrt{\left(\frac{\partial\sin\beta}{\partial\alpha}m_\alpha\right)^2+\left(\frac{\partial\sin\beta}{\partial b}m_b\right)^2+\left(\frac{\partial\sin\beta}{\partial a}\cdot m_a\right)^2}$$

A differenciálásokat végrehajtva:

$$\cos\beta\cdot m_\beta = \sqrt{\left(\frac{b}{a}\cos\alpha\cdot m_\alpha\right)^2+\left(\frac{\sin\alpha}{a}\cdot 1\cdot m_b\right)^2+\left(b\sin\alpha\cdot\frac{-1}{a^2}\cdot m_a\right)^2}$$

De tudjuk, hogy

$$\frac{b}{a}\cos\alpha = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\cos\alpha = \sin\beta\operatorname{ctg}\alpha\,;\quad \frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b}\,;\quad b\sin\alpha = a\sin\beta$$

Ezeket az értékeket behelyettesítve:

$$\cos\beta\cdot m_\beta = \sqrt{\sin^2\beta\left(\operatorname{ctg}\alpha\cdot m_\alpha\right)^2+\sin^2\beta\cdot\left(\frac{m_b}{b}\right)^2+\sin^2\beta\left(-\frac{m_a}{a}\right)^2}$$

„$\sin\beta$"-t kiemelve a gyökjel alól:

$$m_\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}\sqrt{\left(\operatorname{ctg}\alpha\, m_\alpha\right)^2+\left(\frac{m_b}{b}\right)^2+\left(\frac{m_a}{a}\right)^2} = \operatorname{tg}\beta\sqrt{\left(\frac{m_\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}\right)^2+\left(\frac{m_b}{b}\right)^2+\left(\frac{m_a}{a}\right)^2}$$

Vagyis minél nagyobb a „β", annál nagyobb a középhibája (tg az első térnegyedben nő!) és minél nagyobb az „α", az „m_β" annál kisebb lesz.

A gyakorlatban megkülönböztetünk:

1., <u>középhibát</u>, mely mindig egy adott értékre vonatkozik, és

2., <u>relatív hibát</u>, amelyen azt a törtszámot értjük, amelynek számlálója az egység, nevezője pedig az az érték, melyen a hiba az egységgel lehet egyenlő.

Pl. ad 1., $64{\cdot}532\,m \pm 0{\cdot}012\,m$: középhiba: $\pm 0{\cdot}012\,m$

ad 2., hosszmérésnél 1/2000 a megengedett hiba. Ez azt jelenti, hogy 2000 méteren a hiba legfeljebb 1 m. lehet, tehát pl. 500 m.-en:

$$1:2000 = x:500$$

$$x = \frac{1\cdot 500}{2000} = 0{\cdot}25\,m.$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Hosszmérések pontosságának megjelölésére a megengedett maximális relatív hibát használják.

Szögmérésnél az elérendő pontosságot vagy a megengedett középhibával jellemzik (: a leolvasási határérték háromszorosa) vagy pedig az alkalmazandó műszer pontosságát adják meg.

A hibahalmozódás képlete: $m_x = \sqrt{m_l^2 + m_{l'}^2}$ csak akkor érvényes, ha a megfigyeléseket egymástól függetlenül végeztük. Ha azonban l és l' értékét ugyanazon csoportbeli normálegyenletekből számítottuk és ezen a módon kaptuk m_l, $m_{l'}$ és $m_{ll'}$ értékeket, akkor a képlet megváltozik:

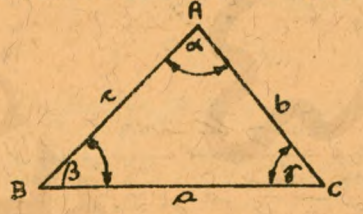
$$F = a_1 l + a_2 l'$$

$$m_F^2 = a_1 a_1 m_l + a_2 a_2 m_{l'} + a_1 a_2 m_{ll'} + a_2 a_1 m_{ll'}$$

$$m_F = \sqrt{a_1^2 m_l + 2 a_1 a_2 m_{ll'} + a_2^2 m_{l'}^2}$$

Példák.

1, Adva van egy háromszögben két oldal és egy szög. Számítandó a másik szög és középhibája!



$a = 115{\cdot}64 \pm 0{\cdot}05\,m$

$b = 133{\cdot}19 \pm 0{\cdot}06\,m$

$\alpha = 52°36'46'' \pm 10''$

$\beta = ?$ $\quad m_\beta = ?$

a, megoldás számológéppel – segédkönyv: Brandenburg.

$$\sin\beta = \frac{b}{a} \cdot \sin\alpha$$

$$\sin\alpha = \sin 52°36'46'' = 0{\cdot}7945324$$
$$\underline{\qquad\qquad 176}$$
$$0{\cdot}7945500$$

$$\sin\beta = \frac{133{\cdot}19}{115{\cdot}64} \cdot 0{\cdot}7945500 = 0{\cdot}9151342$$

$$\begin{array}{l} 1161 \ldots\ldots 63°13'20'' \\ \underline{181 \ldots\ldots \quad 9''} \\ \beta = 63°13'29'' \end{array}$$

A középhibája lesz:

$$\cos\beta \cdot \pm m_\beta = \sqrt{\left(\frac{\sin\alpha}{a} \cdot \pm m_b\right)^2 + \left(-\frac{b\sin\alpha}{a^2} \cdot \pm m_a\right)^2 + \left(\frac{b}{a} \cdot \cos\alpha \cdot \pm m_\alpha\right)^2}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$\cos\beta \pm m_\beta = \sqrt{\left(\frac{\sin\beta}{b}\cdot \pm m_b\right)^2 + \left(-\frac{\sin\beta}{a}\cdot \pm m_a\right)^2 + \left(\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot \pm m_\alpha\right)^2}$$

$$\cos\beta \cdot \pm m_\beta = \sin\beta \sqrt{\left(\frac{\pm m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\mp m_a}{a}\right)^2 + (\operatorname{ctg}\alpha \cdot \pm m_\alpha)^2}$$

$$\pm m_\beta = \operatorname{tg}\beta \sqrt{\left(\frac{\pm m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{\mp m_a}{a}\right)^2 + (\operatorname{ctg}\alpha \cdot \pm m_\alpha)^2}$$

Most m_α-t átváltoztatjuk ívértékre:

$$\widehat{m_\alpha} = \frac{10''}{206265''} = 0{\cdot}00004848$$

$$\pm \widehat{m_\beta} = \operatorname{tg} 66°13'29'' \cdot \sqrt{\left(\frac{\pm 0{\cdot}06}{133{\cdot}19}\right)^2 + \left(\frac{\mp 0{\cdot}05}{115{\cdot}64}\right)^2 + (\operatorname{ctg} 52°36'46'' \cdot \pm 0{\cdot}00004848)^2}$$

tg 66°13'29"		ctg 52°36'46"	
	2·2696873		0·7642505
9"	2684	6"	461
	2·2699557		0·7642044

$$\pm \widehat{m_\beta} = 2{\cdot}2699557 \sqrt{0{\cdot}000450^2 + 0{\cdot}000432^2 + 0{\cdot}000037^2} =$$

$$= 2{\cdot}2699557 \sqrt{0{\cdot}000,000,390,493} = 2{\cdot}2699557 \cdot 0{\cdot}00062449$$

$$\pm \widehat{m_\beta} = 0{\cdot}0014185$$

$$\pm m_\beta'' = \widehat{m_\beta} \cdot 206265'' = 292'' = 4'52''$$

b., megoldás logaritmussal – segédkönyv: Vega.

A számítás menete egyszerűbb lesz, ha logaritmusokkal dolgozunk. Ebben az esetben u.i. a parciális differenciálhányados az egységgreesb változást adja, ez pedig a táblázatban (Vega) a pp.-nél (partes proportionales) adva van. Az előbbi példa logaritmusokkal kidolgozva:

$$\log\sin\beta = \log b + \log\sin\alpha - \log a$$

$$\frac{\partial \log\sin\beta}{\partial\beta}\cdot m_\beta = \sqrt{\left(\frac{\partial\log b}{\partial b}\cdot m_b\right)^2 + \left(\frac{\partial\log\sin\alpha}{\partial\alpha}\cdot m_\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial\log a}{\partial a}\cdot m_a\right)^2}$$

$$m_\beta = \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial\log b}{\partial b}\cdot m_b\right)^2 + \left(\frac{\partial\log\sin\alpha}{\partial\alpha}\cdot m_\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial\log a}{\partial a}\cdot m_a\right)^2}}{\frac{\partial\log\sin\beta}{\partial\beta}}$$

Frebr kéziratunk

Függvény	arg.	log.	Táblázati különbség pp.	Az egység, melyre vonatkozik a pp.	Középhiba m	$\frac{\partial\log}{\partial}\cdot m = pp.m$	$\left(\frac{\partial\log m}{\partial}\right)^2$
$\sin\beta = \frac{b}{a}\sin\alpha$	b	2·1244716	326	0·01 *	0·06	1956	3825936
	$\sin\alpha$	+9·9001213 – 10	16·1	1" **	10	161	25921
	$b.\sin\alpha$	12·0245929 – 10					
	a	–2·0631081	375	0·01	0·05	1875	3515625
	$\sin\beta$	9·9614848 – 10	9·3	1"			7367482

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

*. 133·19 közvetlenül keresheto a Vega logaritmus-táblázatban. A keresett számban az utolsó egység értéke: 0·01. Ha 13·31-et kerestünk volna, akkor az egység 0·001 volna, végül ha 1331·93-at kerestünk volna, akkor a 3-at interpolálni kellett volna, tehát a táblázati különbség 0·1-re vonatkoznék. Erre nagyon kell ügyelni!
** A táblázati különbség 10"-re 161, tehát 1"-re 16·1

Végül az ismeretlen értéke:

$$\beta = 66^\circ 13' 29''$$

$$m_\beta = \frac{\sqrt{7367482}}{\frac{9·3}{1''}} = \frac{2714·3}{9·3} = 292''$$

Libella érzékenységének meghatározása.

A libella egy osztása (pars): $p = 2\ ^m/_m$. A mérés adatait táblázatba foglaljuk:

n	I. libella-helyzet					II. libella helyzet					$x_2 - x_1$	$K_2 - K_1$	$\frac{K_2-K_1}{x_2-x_1}$	$\varepsilon - \varepsilon'$	
	buborék eleje	buborék vége		$\frac{n-m}{2}$	Korong leolvasás	buborék eleje	buborék vége		$\frac{n-m}{2}$	Korong leolvasás					
	m	n	n-m	x_1	K_1	m	n	n-m	x_2	K_2			ε'	v	vv
1	3·8	0·4	-3·4	-1·7	162·5"	0·4	3·8	3·4	1·7	6'169·8"	3·4	367·3"	108·03"	-1·28	1·6384
2	3·0	1·3	-1·7	-0·85	84·1"	1·2	2·9	1·7	0·85	3'100·6"	1·7	196·5"	116·76"	-10·01"	100·2001
3	3·6	0·6	-3·0	-1·5	30"	1·4	2·8	1·4	0·7	3'60"	2·2	210·0"	95·45"	+11·30"	127·6900
													[ε'] 320·24	[v] 0	[vv] 229·5285

$$\varepsilon = \frac{[\varepsilon']}{n} = \frac{320·24}{3} = 106·75''$$

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{229·5285}{6}} = \pm 6·18''$$

$$m = \mu\sqrt{n} = \pm 10·69''$$

$$\varepsilon = 106·75'' \pm 6·18''$$

A libella közörülési-sugara pedig:

$$R = \frac{p·\varrho}{\varepsilon} = \frac{2·206264}{106·75} = 3864·41\ ^m/_m$$

$$R = 3·86441\,m.$$

(Az érzékenység meghatározásának elméletét lásd: a segédmüszerek tárgyalásánál.)

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Pont összrendezőinek meghatározása tisztán hosszméris alapjan.



Adva van 3 pont összrendezői:

P_1: $x_1 = +2092{\cdot}76\,m$ $y_1 = +5132{\cdot}30\,m$.

P_2: $x_2 = +2692{\cdot}20\,m$ $y_2 = +5203{\cdot}15\,m$.

P_3: $x_3 = +2210{\cdot}59\,m$ $y_3 = +5665{\cdot}42\,m$.

A „P" pontot hosszmérésekkel határoztuk meg. Megmértük:

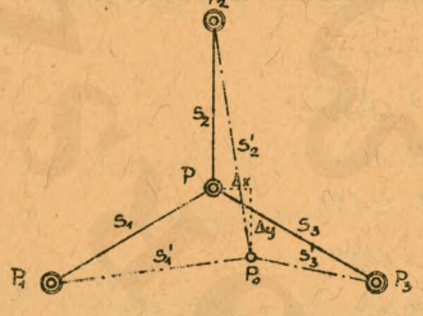
$s_1 = 306{\cdot}00\,m.$; $s_2 = 387{\cdot}36\,m.$; $s_3 = 354{\cdot}86\,m.$

Két hosszméréssel már meg van határozva a „P" pont, tehát van egy fölös mérésünk. A mérésünk hibával van terhelve, tehát különböző értékeket kapunk az új „P" pont összrendezőire aszerint, amint más-más két „s" értékből számítjuk. Javítanunk kell tehát „s_1"-et „v_1"-el, „s_2"-t „v_2"-vel, „s_3"-t „v_3"-al. Az egyenleteink lesznek:

$$s_1 + v_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$
$$s_2 + v_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2}$$
$$s_3 + v_3 = \sqrt{(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2}$$

Ezek nem lineáris egyenletek. - Először két tetszés-szerinti „s" értékből egy közelítő „x_0" és „y_0"-t számítunk ki és ehhez számítjuk a Δx és Δy értékeket, úgy hogy

$x = x_0 + \Delta x$ és $y = y_0 + \Delta y$ legyen.



Így a fenti egyenletek átalakulnak

$$s_1 + v_1 = \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_1)^2 + (y_0 + \Delta y - y_1)^2}$$
$$s_2 + v_2 = \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_2)^2 + (y_0 + \Delta y - y_2)^2}$$
$$s_3 + v_3 = \sqrt{(x_0 + \Delta x - x_3)^2 + (y_0 + \Delta y + y_3)^2}$$

Fejtsük sorba ezeket az egyenleteket a Taylor-tétel szerint a második és magasabb rendü tagjok elhanyagolásával:

$$s_1 + v_1 = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} + \frac{x_0 - x_1}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}} \cdot \Delta x + \frac{y_0 - y_1}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}} \cdot \Delta y$$

stb.

Jelöljük $\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2} = s_1'$-tel stb. Behelyettesítve az előbbi egyenletbe, lesz:

$$s_1 + v_1 = s_1' + \frac{x_0 - x_1}{s_1'} \Delta x + \frac{y_0 - y_1}{s_1'} \Delta y$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az egyenleteket rendezés után analógia alapján írhatjuk:

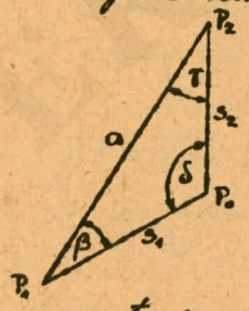
$$v_1 = \frac{x_0 - x_1}{s_1'} \cdot \Delta x + \frac{y_0 - y_1}{s_1'} \Delta y + \Delta l' - s_1$$

$$v_2 = \frac{x_0 - x_2}{s_2'} \cdot \Delta x + \frac{y_0 - y_2}{s_2'} \cdot \Delta y + s_2' - s_2$$

$$v_3 = \frac{x_0 - x_3}{s_3'} \cdot \Delta x + \frac{y_0 - y_3}{s_3'} \Delta y + s_3' - s_3$$

Kapjuk a II. csoportba tartozó kiegyenlítést közvetett megfigyeléseknél a 3., alatti hibaegyenleteket. A számítás menete most már teljesen az ott előadottak szerint megy.

Számítjuk az „x" és „y"-t a „P_1" és „P_2" pontokból.



$$\overline{P_1P_2} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{70{\cdot}85^2 + 599{\cdot}44^2}$$

$$\overline{P_1P_2} = a = 603{\cdot}61\ m$$

$y_2 = +5203{\cdot}15$	$x_2 = +2692{\cdot}20$
$y_1 = \pm 5132{\cdot}30$	$x_1 = \pm 2092{\cdot}76$
$y_2 - y_1 = 70{\cdot}85$;	$x_2 - x_1 = 599{\cdot}44$

$$tg\,\alpha_{P_1P_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{70{\cdot}85}{599{\cdot}44} = 0{\cdot}1181936$$

$$\alpha_{P_1P_2} = 6°44'27''$$

$$tg\,\frac{\beta}{2} = \frac{p}{s - s_2} = \frac{78{\cdot}661}{261{\cdot}125} = 0{\cdot}3012657 \quad ; \frac{\beta}{2} = 16°45'57'' \; ; \; \beta = 33°31'54''$$

$$tg\,\frac{\gamma}{2} = \frac{p}{s - s_1} = \frac{78{\cdot}668}{342{\cdot}485} = 0{\cdot}2296977 \; ; \frac{\gamma}{2} = 12°56'11'' \; ; \; \gamma = 25°52'22''$$

ahol $p = \sqrt{\frac{(s-a)(s-s_1)(s-s_2)}{s}}$ és $s = \frac{s_1 + s_2 + a}{2}$; $\delta = 120°35'44''$

$a = 603{\cdot}61$	$s = 648{\cdot}485$
$s_1 = 306{\cdot}00$	$s - a = 44{\cdot}875$
$s_2 = 387{\cdot}36$	$s - s_1 = 342{\cdot}485$
$2s = 1296{\cdot}97$	$s - s_2 = 261{\cdot}125$

Most következik a csapászögek képzése. Általános képlete: $\alpha_u = \alpha_{u-1} + \omega_u \pm 180°(-360°)$, hol az adott „ω" szögnek a csapászögek képzésének irányában balkéz felé kell esniök.

$\alpha_{P_2P_1} = 186°44'27''$	$\alpha_{P_1P_2} = 40°16'21''$	$\alpha_{P_0P_2} = 340°52'05''$
$\beta = 33°31'54''$	$\delta = 120°35'44''$	$\gamma = 25°52'22''$
$220°16'21''$	$160°52'05°$	$366°44'27''$
$-180°$	$+180°$	$-180°$
$\alpha_{P_1P_0} = 40°16'21''$	$\alpha_{P_0P_2} = 340°52'05''$	$\alpha_{P_2P_1} = 186°44'27'$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$x_0 = x_1 + s_1 \cos\alpha_{1-0} = +2092.76 + 306.00 \times 0.7629787 = 2326.23$$

$$y_0 = y_1 + s_1 \sin\alpha_{1-0} = +5132.30 + 306.00 \times 0.6464237 = 5330.11$$

Ellenőrzésül:

$$x_0 = x_2 + s_2 \cos\alpha_{2-0} = +2692.20 + 387.36 \times 0.9447663 = 2326.23$$

$$y_0 = y_2 + s_2 \sin\alpha_{2-0} = +5203.15 + 387.36 \times 0.3277447 = 5330.11$$

$$\sin\alpha_{1-0} = \sin 40°16'21'' = +0.6464237$$

$$\cos\alpha_{1-0} = \cos 40°16'21'' = +0.7629787$$

$$\sin\alpha_{2-0} = \sin 160°51'45'' = +0.3277447$$

$$\cos\alpha_{2-0} = \cos 160°51'45'' = -0.9447663$$

„P" közelítő értékeinek vesszük:

$$x_0 = 2326.23 \qquad y_0 = 5330.11$$

Most már számíthatjuk a hibaegyenletekben lévő értékeket:

Sorsz	x_0-x_1	y_0-y_1	$(x_0-x_1)^2$	$(y_0-y_1)^2$	$s_1'^2$	s_1'	s_1	$\frac{x_0-x_1}{s_1'}$	$\frac{y_0-y_1'}{s_1'}$	$s_1'-s_1$
1	+233.47	+197.81	54508.2409	39128.7961	93637.0370	306.00	306.00	+0.76	+0.65	0.00
2	-365.97	+126.96	133934.0409	16118.8416	150052.8825	387.37	387.36	-0.94	+0.33	+0.01
3	+115.64	-335.31	13372.6096	112432.7961	125805.4057	354.69	354.86	+0.33	-0.95	-0.17

Az így kiszámított értékeket a hibaegyenletekbe helyettesítve lesz:

$$v_1 = +0.76\Delta x + 0.65\Delta y + 0.00$$

$$v_2 = -0.94\Delta x + 0.33\Delta y + 0.01$$

$$v_3 = +0.33\Delta x - 0.95\Delta y - 0.17$$

Hosszmérési eredményeink vannak, tehát a súlyok fordítva arányosak a hosszakkal, vagyis:

$p_1 = \frac{1}{306}$ szorozzuk meg 6000-el! $\frac{6000}{306}$ végezzük el az osztást és vegyük a kikerekített egész számokat! $20 = p_1$

$p_2 = \frac{1}{387}$ $\frac{6000}{387}$ $16 = p_2$

$p_3 = \frac{1}{355}$ $\frac{6000}{355}$ $17 = p_3$

Számíthatjuk a normálegyenletek együtthatóit.

Sorsz	a	b	l	p	paa	pab	pal	pbb	pbl	$a\Delta_x$	$b\Delta_y$	l	v	vv
1	+0.76	+0.65	0.00	20	+11.55	+9.88	0.00	+8.45	0.00	+0.030	-0.072	0.00	-0.042	0.001764
2	-0.94	+0.33	-0.01	16	+14.14	-4.96	+0.15	+1.74	-0.05	-0.038	-0.036	+0.01	-0.064	0.004096
3	+0.33	-0.95	+0.17	17	+1.85	-5.33	+0.95	+15.34	-2.75	+0.013	+0.105	-0.17	-0.052	0.002704
					[paa]	[pab]	[pal]	[pbb]	[pbl]				*)	[vv]
					+27.54	-0.41	+1.10	+25.53	-2.80					0.008564

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

„Az a tény, hogy valamennyi „v" (-) előjelű, arra enged következtetni, hogy méréseinkben szisztematikus hiba van: a méréshez használt szalag tényleges hossza kisebb volt, mint a névleges hossza, s így a mért hosszak névleg hosszabbak, mint aminők a valóságban.

pvv	pav	pbv	Javított hosszak
0·035280	-0·638	-0·546	305·958
0·065536	+0·963	-0·338	387·296
0·045968	-0·292	+0·840	354·808
0·146784	+0·963 -0·930 ≠0	+0·840 -0·884 ≠0	

Normál-egyenleteink lesznek:

$$27{\cdot}54\,\Delta x - 0{\cdot}41\,\Delta y = +1{\cdot}1 \quad |\cdot 0{\cdot}41 \qquad 11{\cdot}2914\,\Delta x - 0{\cdot}1681\,\Delta y = 0{\cdot}4510$$
$$-0{\cdot}41\,\Delta x + 25{\cdot}53\,\Delta y = -2{\cdot}8 \quad |\cdot 27{\cdot}54 \qquad -11{\cdot}2914\,\Delta x + 703{\cdot}0962\,\Delta y = -77{\cdot}1120$$
$$+702{\cdot}9281\,\Delta y = -76{\cdot}6610$$

$$\Delta y = -\frac{76{\cdot}6610}{702{\cdot}9281} = -0{\cdot}11$$

„Δy" értékét az első egyenletbe helyettesítve:

$$27{\cdot}54\,\Delta x - 0{\cdot}41\,(-0{\cdot}11) = 1{\cdot}1$$
$$27{\cdot}54\,\Delta x + 0{\cdot}0451 = 1{\cdot}1$$

$$\Delta x = \frac{1{\cdot}0549}{27{\cdot}54} = +0{\cdot}04$$

A valódi „x" és „y" értékek tehát lesznek:

$$x = x_0 + \Delta x = 2326{\cdot}23 + 0{\cdot}04 = 2326{\cdot}27\ m$$
$$y = y_0 + \Delta y = 5330{\cdot}11 - 0{\cdot}11 = 5330{\cdot}00\ \text{„}$$

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}146784}{3-2}} = \sqrt{0{\cdot}146784} = \pm 0{\cdot}3831$$

A súlykoefficiensek számítása:

$$27{\cdot}54\,Q_{11} - 0{\cdot}41\,Q_{12} = 1 \quad |\cdot 0{\cdot}41 \qquad 11{\cdot}2914\,Q_{11} - 0{\cdot}1681\,Q_{12} = 0{\cdot}41$$
$$-0{\cdot}41\,Q_{11} + 25{\cdot}53\,Q_{12} = 0 \quad |\cdot 27{\cdot}54 \qquad -11{\cdot}2914\,Q_{11} + 703{\cdot}0962\,Q_{12} = 0$$
$$+702{\cdot}9281\,Q_{12} = 0{\cdot}41$$

$$Q_{12} = \frac{0{\cdot}41}{702{\cdot}9281} = 0{\cdot}000583$$

$$-0{\cdot}41\,Q_{11} + 25{\cdot}53 \times 0{\cdot}000583 = 0$$

$$Q_{11} = \frac{25{\cdot}53 \times 0{\cdot}000583}{0{\cdot}41} = 0{\cdot}036302$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$27{\cdot}54\,Q_{21} - 0{\cdot}41\,Q_{22} = 0 \quad |.0{\cdot}41$ $\qquad 11{\cdot}2914\,Q_{21} - 0{\cdot}1681\,Q_{22} = 0$

$-0{\cdot}41\,Q_{21} + 25{\cdot}53\,Q_{22} = 1 \quad |.27{\cdot}54$ $\qquad -11{\cdot}2914\,Q_{21} + 703{\cdot}0962\,Q_{22} = 27{\cdot}54$

$$702{\cdot}9281\,Q_{22} = 27{\cdot}54$$

$$Q_{22} = \frac{27{\cdot}54}{702{\cdot}9281} = 0{\cdot}039179$$

$$27{\cdot}54\,Q_{21} - 0{\cdot}41 \cdot 0{\cdot}039179 = 0$$

$$Q_{22} = \frac{0{\cdot}41 \times 0{\cdot}039179}{27{\cdot}54} = 0{\cdot}000583$$

$$p_x = \frac{1}{Q_{11}} = \frac{1}{0{\cdot}036302} \doteq 28 \; ; \qquad p_y = \frac{1}{Q_{22}} = \frac{1}{0{\cdot}039179} \doteq 26$$

$$m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} = 0{\cdot}3831\sqrt{0{\cdot}036302} = 0{\cdot}0749 ; \quad m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} = 0{\cdot}0758$$

Végeredményben:

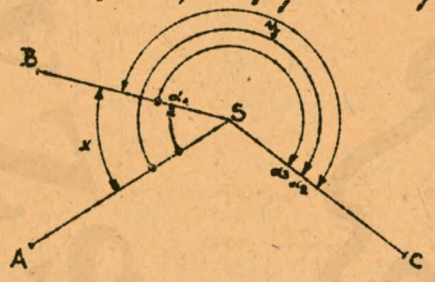
$x = 2326{\cdot}27\,m \pm 0{\cdot}0749$; súlya : 28

$y = 5330{\cdot}00\,m \pm 0{\cdot}0758$; -"- 26

Az ábrán jelzett $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ szögeket „Schreiber" féle eljárás szerint megmértük, hogy meghatározhassuk az „x" és „y" szög nagyságát. A mérési adatok a következők: $\alpha_1 = 43°37'15"$

$\alpha_2 = 248°12'34"$

$\alpha_3 = 204°34'55."$



Az ábra alapján felírhatjuk a következő egyenleteket:

$\alpha_1 + v_1 = x$ innen $v_1 = x - \alpha_1$

$\alpha_2 + v_2 = x + y$ -"- $v_2 = x + y - \alpha_2$

$\alpha_3 + v_3 = y$ -"- $v_3 = y - \alpha_3$

Hogy ne kelljen nagy számokkal dolgozni, közelítő értékeket veszünk fel.

$x_0 = \alpha_1 = 43°37'15'$ és $y_0 = \alpha_3 = 204°34'55"$

$x = x_0 + \Delta x$ $\qquad y = y_0 + \Delta y$

A javítási egyenletek lesznek:

$v_1 = x_0 + \Delta x - \alpha_1 \qquad = \Delta x$

$v_2 = x_0 + \Delta x + y_0 + \Delta y - \alpha_2 \qquad = \Delta x + \Delta y - 24"$

$v_3 = y_0 + \Delta y - \alpha_3 \qquad = \Delta y$

Most számítjuk a normál-egyenletek együtthatóit!

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Sor-szám	a	b	l	aa	ab	al	bb	bl
1	+1	0	0	+1	0	0	0	0
2	+1	+1	+24	+1	+1	+24	+1	+24
3	0	+1	0	0	0	0	+1	0
				[aa] +2	[ab] +1	[al] +24	[bb] +2	[bl] +24

A normálegyenletek:

$$2\Delta x + 1\Delta y = 24$$
$$\Delta x + 2\Delta y = 24 \quad /\cdot 2$$

$$-2\Delta x \pm 1\Delta y = -24$$
$$2\Delta x + 4\Delta y = 48$$
$$3\Delta y = 24$$

$$\Delta y = \frac{24}{3} = +8'' \qquad y = y_0 + \Delta y = 204°34'55'' + 8'' = 204°35'03''$$

$$\Delta x = 24 - 2\Delta y = +8'' \qquad x = x_0 + \Delta x = 43°37'15'' + 8'' = 43°37'23''$$

aΔx	bΔy	-l	v	av	bv	vv	Javított szögek
+8"	0	0	+8	+64	0	64	43°37'23"
+8"	+8"	-24	-8	-64	-64	64	248°12'26"
0	+8"	0	+8	0	+64	64	204°35'03"
				[av] +64 -64	[bv] +64 -64	[vv]	
				0	0	192	

$$m_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{192}{3-2}} = \sqrt{192} = \pm 14''$$

A súlykoefficiensek egyenletei:

$$2Q_{11} + 1Q_{12} = 1 \quad /\cdot 2$$
$$1Q_{11} + 2Q_{12} = 0$$

$$4Q_{11} + 2Q_{12} = 2$$
$$-1Q_{11} \pm 2Q_{12} = 0$$
$$3Q_{11} = 2$$

$$Q_{11} = \frac{2}{3} = 0{\cdot}667 \; ; \quad p_x = \frac{3}{2} = 1{\cdot}5$$

$$\frac{2}{3} + 2Q_{12} = 0 \qquad Q_{12} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} = -0{\cdot}333$$

$$2Q_{21} + 1Q_{22} = 0$$
$$1Q_{21} + 2Q_{22} = 1 \quad /\cdot 2$$

$$-2Q_{21} \pm 1Q_{22} = 0$$
$$2Q_{21} + 4Q_{22} = 2$$
$$3Q_{22} = 2$$

$$Q_{22} = \frac{2}{3} = 0{\cdot}667 \; ; \quad p_y = \frac{3}{2} = 1{\cdot}5$$

$$2Q_{21} + \frac{2}{3} = 0 \qquad Q_{21} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3} = -0{\cdot}333$$

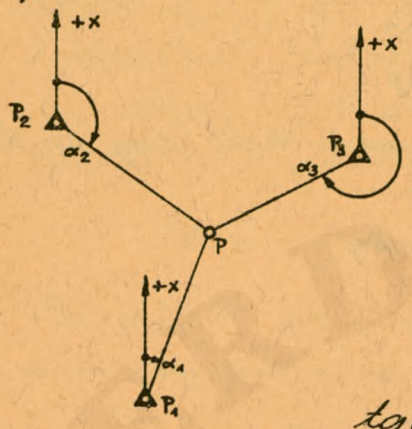
$$m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} = 14 \cdot \sqrt{0{\cdot}667} = \pm 11'' \qquad m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} = 14 \cdot \sqrt{0{\cdot}667} = \pm 11''$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Adva van három pont összrendezője:

$x_1 = +2092.76\ m$ $x_2 = +2692.20\ m$ $x_3 = +2210.59\ m$

$y_1 = +5132.30$ -"- $y_2 = +5203.15$ -"- $y_3 = +5665.42$ -"-



Megmértük $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ csapásszögeket:

$\alpha_1 = 40°16'25"$

$\alpha_2 = 160°51'42"$

$\alpha_3 = 289°01'40"$

Keressük „P" pontnak a kiegyenlített összrendezőit.

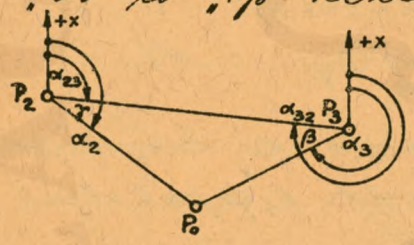
Hibaegyenleteink lesznek:

$$tg(\alpha_1 + v_1) = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$tg(\alpha_2 + v_2) = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

$$tg(\alpha_3 + v_3) = \frac{y - y_3}{x - x_3}$$

Hogy számításainkat elvégezhessük, a „P" pontra „x_0" és „y_0" közelítő értékeket számítunk ki.



$$\overline{P_2P_3} = \sqrt{(y_3 - y_2)^2 + (x_3 - x_2)^2} = \sqrt{+462.27^2 + (-481.61)^2}$$

$$\overline{P_2P_3} = 667.56$$

$$tg\,\alpha_{23} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{+462.27}{-481.61} = 0.9598430$$

Ennek megfelelő hegyesszög: 43°49'34"

Mivel azonban a számláló (sin.) (+), a nevező (cos) pedig (-) előjelű, azért a keresett „α_{23}" csapásszög a II. negyedben fekszik; értékét tehát úgy kapjuk meg, hogy a hegyes-szöget levonjuk 180°-ból. Lesz:

$$\alpha_{23} = 180° - 43°49'34" = 136°10'26"$$

Innen pedig $\alpha_{32} = 316°10'26"$

Számíthatjuk a $P_0P_2P_3\ \Delta$ „β" és „γ" szögét:

$$\beta = \alpha_{32} - \alpha_3 = 316°10'26" - 289°01'40" = 27°08'46"$$

$$\gamma = \alpha_2 - \alpha_{23} = 160°51'42" - 136°10'26" = 24°41'16"$$

$$\beta + \gamma = 51°50'02"$$

A szögek sinusai pedig:

$\sin\beta = 0.4561318$; $\sin(\beta+\gamma) = 0.7862225$

$$\overline{P_2P_0} = P_2P_3 \frac{\sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)} = 667.56 \frac{0.4561318}{0.7862225} = 387.29$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A „P" pont közelítő összrendezői lesznek:

$$x_0 = x_{P_2} + \overline{P_2P}\cdot\cos\alpha_2 = +2692{\cdot}20 - 365{\cdot}89 = +2326{\cdot}31$$

$$y_0 = y_{P_2} + \overline{P_2P}\cdot\sin\alpha_2 = +5203{\cdot}15 + 126{\cdot}97 = +5330{\cdot}12$$

$$\sin\alpha_2 = +0{\cdot}3278500$$

$$\cos\alpha_2 = -0{\cdot}9447318$$

A közelítő összrendezőket javítanunk kell egy Δx és Δy értékkel. Lesz:

$$x = x_0 + \Delta x \quad \text{és} \quad y = y_0 + \Delta y$$

Az egyenleteink lesznek:

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + v_1) = \frac{y_0 + \Delta y - y_1}{x_0 + \Delta x - x_1}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_2 + v_2) = \frac{y_0 + \Delta y - y_2}{x_0 + \Delta x - x_2}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_3 + v_3) = \frac{y_0 + \Delta y - y_3}{x_0 + \Delta x - x_3}$$

Fejtsük sorba a Taylor féle sor szabályai szerint mindkét oldalt. A másod- és magasabbrendű tagokat elhanyagoljuk:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 + \frac{1}{\cos^2\alpha_1}\cdot\frac{v_1}{\rho''} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} - \frac{y_0 - y_1}{(x_0 - x_1)^2}\cdot\Delta x + \frac{1}{x_0 - x_1}\cdot\Delta y \qquad \text{stb.}$$

Ugyanígy felírhatjuk a második és harmadik egyenletet is. Ezekből az egyenletekből kifejezhetjük a „v" értékeket. Lesz:

$$v_1 = -\rho''\frac{y_0 - y_1}{(x_0 - x_1)^2}\cdot\cos^2\alpha_1\Delta x + \rho''\frac{1}{x_0 - x_1}\cos^2\alpha_1\Delta y + \rho''\left(\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} - \operatorname{tg}\alpha_1\right)\cos^2\alpha_1$$

stb.

Most már számíthatók a javítási értékek, de szokásos ezt a képletet egyszerűbb alakra hozni. Jelöljük a közelítő „P_0" pont és az egyes adott pontok közötti távolságot sorra s_1, s_2, s_3-al, akkor írhatjuk:

$$x_0 - x_1 = s_1\cos\alpha_{1\text{-}0}; \qquad y_0 - y_1 = s_1\sin\alpha_{1\text{-}0}; \qquad \text{Innen:}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_{1\text{-}0} = \frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1} = \frac{s_1\sin\alpha_{1\text{-}0}}{s_1\cos\alpha_{1\text{-}0}}$$

stb.

Helyettesítsük ezekbe az értékeket az előbbi egyenletekbe!

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$v_1 = -\rho \frac{s_1 \sin\alpha_{1\cdot0}}{s_1^2 \cos^2\alpha_{1\cdot0}} \cdot \cos^2\alpha_1 \cdot \Delta x + \rho \frac{1}{s_1 \cos\alpha_{1\cdot0}} \cdot \cos^2\alpha_1 \cdot \Delta y + \rho (\operatorname{tg}\alpha_{1\cdot0} - \operatorname{tg}\alpha_1) \cos^2\alpha_1$$

stb.

Mivel „$\alpha_{1\cdot0}$" és „α_1" szögek között az eltérés kicsi, ezért jó közelítéssel írhatjuk, hogy

$$\sin(\alpha_{1\cdot0} - \alpha_1) \doteq \text{arc}(\alpha_{1\cdot0} - \alpha_1) \quad \text{és} \quad \cos\alpha_1 \doteq \cos\alpha_{1\cdot0}$$

Ezeket az értékeket behelyettesítve írható:

$$\operatorname{tg}\alpha_{1\cdot0} - \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\sin(\alpha_{1\cdot0} - \alpha_1)}{\cos\alpha_{1\cdot0} \cdot \cos\alpha_1} \doteq \frac{\alpha_{1\cdot0} - \alpha_1}{\rho} \cdot \frac{1}{\cos^2\alpha_1}$$

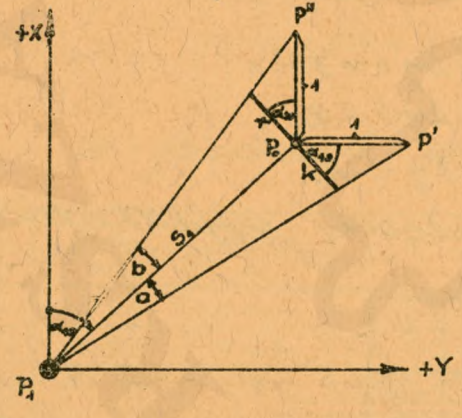
Ha most az $(\alpha_{1\cdot0} - \alpha_1)$ értéket $\Delta\alpha_1$-el stb. jelöljük, akkor egyenleteink a következő alakot nyerik:

$$v_1 = \left(-\rho \cdot \frac{\sin\alpha_{10}}{s_1}\right)\Delta x + \left(\rho \frac{\cos\alpha_{10}}{s_1}\right)\Delta y + \Delta\alpha_1$$

$$v_2 = \left(-\rho \frac{\sin\alpha_{20}}{s_2}\right)\cdot \Delta x + \left(\rho \frac{\cos\alpha_{20}}{s_2}\right)\cdot \Delta y + \Delta\alpha_2$$

$$v_3 = \left(-\rho \frac{\sin\alpha_{30}}{s_3}\right)\cdot \Delta x + \left(\rho \frac{\cos\alpha_{30}}{s_3}\right)\cdot \Delta y + \Delta\alpha_3$$

A zárójelben lévő tagokat <u>iránykoefficienseknek</u> nevezzük. Vizsgáljuk meg közbevetőleg ezeknek a geometriai jelentőségét! *)



Mozgassuk el „P_0" pontot a +Y tengellyel párhuzamosan 1 hosszegységgel a „P'" helyzetbe. Mivel az „a" szög kicsi, írhatjuk, hogy:

$$a'' = \frac{k}{s_1}\rho'' = +\rho'' \cdot \frac{1 \cdot \cos\alpha_{1\cdot0}}{s_1}$$

Mozgassuk el ezután a „P_0" pontot a +X tengellyel párhuzamosan 1 hosszegységgel a „P''" helyzetbe. De „b" szög is kis érték, s így ismét írhatjuk, hogy:

$$b'' = -\frac{r}{s_1}\rho'' = -\rho'' \cdot \frac{1 \cdot \sin\alpha_{1\cdot0}}{s_1}$$

Az ábra alapján levezetett „a" és „b" értékek megegyeznek az iránykoefficiensek értékével. Mondhatjuk tehát, hogy az „a" iránykoefficiens az a kis szög-

*) Dr. Hazay: Kiegyenlítő számítás a geodéziai gyakorlatban.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

érték, amellyel az irány délszöge megváltozik, ha a kiegyenlítendő pont az +Y irányban 1 hosszegységgel elmozdul. Hasonlóképpen a „b" iránykoefficiens pedig az a kis szögérték, mellyel az irány délszöge megváltozik, ha a kiegyenlítendő pont az +X irányban mozdul el 1 hosszegységgel.

Számítsuk ki az egyenleteinkhez szükséges koefficienseket!

Sorsz.	y_0-y_1	x_0-x_1	$tg\alpha_{10}$ $\frac{y_0-y_1}{x_0-x_1}$	hegyesszög	α_{10}	α_1	$\Delta\alpha_1$ $\alpha_{10}-\alpha_1$
1	+197·82	+233·55	0·84730135	40°15'54"	40°15'54"	40°16'25"	-31"
2	+126·97	-365·89	-0·3470169	19°08'16"	160°51'44"	160°51'42"	+2"
3	-335·30	+115·72	-2·8975112	70°57'33"	289°02'27"	289°01'40"	+47"

$\sin\alpha_{10}$	$\cos\alpha_{10}$	$(y_0-y_1)^2$	$(x_0-x_1)^2$	$s=\sqrt{(y_0-y_1)^2+(x_0-x_1)^2}$	$-\varrho\frac{\sin\alpha_{10}}{s_1}$	$\varrho\frac{\cos\alpha_{10}}{s_1}$
+0·6463238	+0·7630633	39132·7524	54545·6025	306·07	-435·57	+514·24
+0·3278409	-0·9447330	16121·3809	133875·4921	387·29	-174·60	-503·15
-0·9452863	+0·3262419	112426·0900	13391·1184	354·71	+549·69	+189·71

Felírjuk az egyenleteinket:

$$-435{\cdot}57\,\Delta x + 514{\cdot}24\,\Delta y = +31$$
$$-174{\cdot}60\,\Delta x - 503{\cdot}15\,\Delta y = -2$$
$$+549{\cdot}69\,\Delta x + 189{\cdot}71\,\Delta y = -47$$

Számítjuk az normálegyenletek együtthatóit:

Sor sz.	a	b	l
1	-435·57	+514·24	+31
2	-174·60	-503·15	-2
3	+549·69	+189·71	-47

aa	ab	al	bb	bl
+189721·2249	-223987·5168	-13502·67	+264442·7776	+15941·44
+30485·1600	+87849·9900	+349·20	+253159·9225	+1006·30
+302159·0961	+104281·6899	-25835·43	+35989·8841	-8916·37
[aa]	-223987·5168 +192131·6799 [ab]	+349·20 -39338·10 [al]	[bb]	+16947·74 -8916·37 [bl]
+522365·4810	-31855·8369	-38988·90	+553592·5842	+8031·37

Ha a távolságok között lényeges eltérés van,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

akkor a súlyszámokat is be kell hozni és pedig a súly a távolsággal egyenes arányban van. Ebben a példában az „s" távolságok közel egyenlőek, tehát a súly egyenlőnek van felvéve.

A normálegyenleteink lesznek:

$$+522365{\cdot}4810\,\Delta x - 31855{\cdot}8369\,\Delta y = -38988{\cdot}90$$
$$-31855{\cdot}8369\,\Delta x + 553592{\cdot}5842\,\Delta y = +8031{\cdot}37$$

A normálegyenletek megoldását determinánsokkal eszközöljük:

$$\Delta x = \frac{\begin{vmatrix} -38988{\cdot}90 & -31855{\cdot}8369 \\ +8031{\cdot}37 & +553592{\cdot}5842 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} +522365{\cdot}4810 & -31855{\cdot}8369 \\ -31855{\cdot}8369 & +553592{\cdot}5842 \end{vmatrix}} = \frac{-21328119893}{+288162862179} = -0{\cdot}074$$

$$\Delta y = \frac{\begin{vmatrix} +522365{\cdot}4810 & -38988{\cdot}90 \\ -31855{\cdot}8369 & +8031{\cdot}37 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} +522365{\cdot}4810 & -31855{\cdot}8369 \\ -31855{\cdot}8369 & +553592{\cdot}5842 \end{vmatrix}} = \frac{+2953286414}{+288162862179} = +0{\cdot}010$$

$$x = x_0 + \Delta x = +2326{\cdot}31 - 0{\cdot}074 = +2326{\cdot}24$$
$$y = y_0 + \Delta y = +5330{\cdot}12 + 0{\cdot}010 = +5330{\cdot}13$$

A javítások számítása:

n	$-s\frac{\sin\alpha_{ik}}{s_{ik}}\Delta x$	$+s\frac{\cos\alpha_{ik}}{s_{ik}}\Delta y$	$+\Delta\alpha$	v	vv	av	bv	A javított szögek
1	+32·23	+5·14	-31	+6·37"	40·5769	-2774	+3276	40°16'31·4"
2	+12·92	-5·03	+2	+9·89"	97·8121	-1727	-4976	160°51'51·9"
3	-40·68	+1·90	+47	+8·22"	67·5684	+4518	+1559	289°01'48·2"
						+4518	+4835	
						-4501	-4976	
					205·9574	+17≒0	-141≒0	
					[vv]	[av] *	[bv] *	

A súlyegység középhibája:

$$m_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{n-k}} = \sqrt{\frac{205{\cdot}9574}{3-2}} = \sqrt{205{\cdot}9574}$$

$$m_0 = 14{\cdot}4$$

* A nagy ellentmondási értékek onnan származnak, hogy számításunk során nagyon nagy kikerekítéseket használtunk.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A súlykoefficiensek számítása:

$$+522365\,Q_{11} - 31856\,Q_{12} = 1$$
$$-31856\,Q_{11} + 553593\,Q_{12} = 0$$

$$Q_{11} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -31856 \\ 0 & +553593 \end{vmatrix}}{+288162862179} = \frac{+553593}{+288162862179} = +0{\cdot}000019$$

$$Q_{12} = \frac{\begin{vmatrix} +522365 & 1 \\ -31856 & 0 \end{vmatrix}}{+288162862179} = \frac{+31856}{+288162862179} = +0{\cdot}000.0001$$

$$+522365\,Q_{21} - 31856\,Q_{22} = 0$$
$$-31856\,Q_{21} + 553593\,Q_{22} = 1$$

$$Q_{22} = \frac{\begin{vmatrix} +522365 & 0 \\ -31856 & 1 \end{vmatrix}}{+288162862179} = \frac{+522365}{+288162862179} = +0{\cdot}000.002$$

$$Q_{21} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -31856 \\ 1 & +553593 \end{vmatrix}}{+288162862179} = \frac{+31856}{+288162862179} = +0{\cdot}000.0001$$

$$Q_{12} = Q_{21}$$

$$p_x = \frac{1}{Q_{11}} = \frac{1}{0{\cdot}000019} = 52632 \;;\; m_x = m_0\sqrt{Q_{11}} = 14{\cdot}4 \,.\, 0{\cdot}04 = \pm 0{\cdot}058$$

$$p_y = \frac{1}{Q_{22}} = \frac{1}{0{\cdot}000002} = 500000 \;;\; m_y = m_0\sqrt{Q_{22}} = 14{\cdot}4 \,.\, 0{\cdot}0003 = \pm 0{\cdot}004$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Geodézia.

A geodézia felosztása.

A Föld, melyen méréseinket végezzük és melyről térképeket készítünk, megközelítően gömb alakú. Méréseink pontossága szerint gömb, forgásellipsoid, sphaeroid vagy geoid alakot veszünk számításba. A legmegközelítőbb alak a geoid.

A geodéziai munkák felosztanak alsó és felső geodéziai munkákra. Amíg a méréseket csak akkora területen végezzük, hogy a Föld felületét síknak vehetjük, addig alsó geodéziai méréseink van dolgunk. Amint azonban a Föld gömb, illetve ellipsoid, illetve geoid alakjával is számolnunk kell, akkor már felső geodéziai műveleteket végzünk.

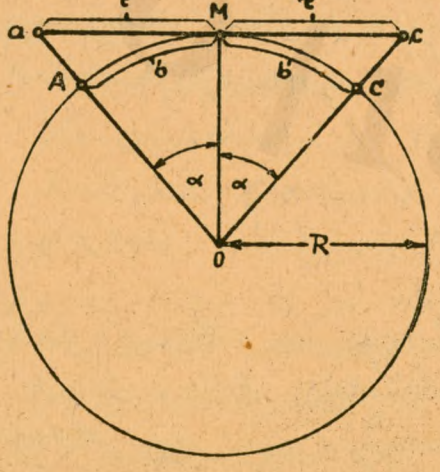
Síknak vehetjük a Föld felszínét mindaddig, amíg az ebből eredő hiba kisebb, mint amekkorát térképünkön érzékelni tudunk. Azontúl már gömbnek kell a Földet tekintenünk.

Hasonlítsa a mérés mindkét esetben azonos: különbség csak a számításokban van:

alsó geodéziában a síkháromszögtan szabályai szerint számolunk

felső geodéziában pedig a gömbháromszögtan tételeit alkalmazzuk.

Kérdés, hogy mekkora az a terület, amit még síknak tekinthetünk?



A felmérendő terület mindaddig síknak tekinthető, míg az „$\overline{ac}$" és „$\overset{\frown}{AC}$" közti különbség kisebb, mint amekkorát térképünkön érzékelni tudunk.

$$\Delta = \overline{ac} - \overset{\frown}{AC} = 2(t - b)$$

$$t = R \operatorname{tg}\alpha; \qquad b = R\hat{\alpha}$$

$$\Delta = 2R(\operatorname{tg}\alpha - \hat{\alpha})$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ha most „ε"-al jelölöm azt a legkisebb értéket, melyet még le lehet mérni a térképről, „n"-el pedig a kicsinyítési arányszámot, akkor számíthatjuk azt a természetbeni hosszat, melynek térképi hossza: „ε". Ez pedig „nε" lesz. A „Δ" hibának ennél kisebbnek kell lennie, vagy legfeljebb egyenlő lehet vele, vagyis $\Delta \leq n\varepsilon$

A képletben szereplő „tgα"-t azonban sorbafejtéssel ki tudjuk fejezni az ív segítségével is:

$$tg\alpha = \alpha + \frac{\alpha^3}{3} + \frac{2\alpha^5}{35} + \dots$$

Elégséges, ha két tagot veszünk figyelembe, a többit elhanyagolhatjuk. A tgα-nak ezt az értékét a „Δ" képletébe helyettesítve:

$$\Delta = 2R\left(\alpha + \frac{\alpha^3}{3} - \alpha\right) = 2R\frac{\alpha^3}{3} = \frac{2}{3}R\alpha^3$$

De a $b = R\alpha$ képletből $\alpha = \frac{b}{R}$, továbbá $\alpha^3 = \frac{b^3}{R^3}$ s innen:

$$\Delta = \frac{2}{3} \cdot R\frac{b^3}{R^3} = \frac{2}{3}\frac{b^3}{R^2} = n\varepsilon$$

Ebből kifejezve „b"-t:

$$b = \sqrt{\frac{3R^2}{2}n\varepsilon}$$

Ez tehát az a természetbeni távolság, mellyel, mint sugárral a felvenendő terület középpontja, „M" körül rajzolható körön belül a méréseinket a síkháromszögtan szabályai szerint számíthatjuk.

Pl. $R = 6,370.000\,m$. $\varepsilon = 0{\cdot}02\,mm = 0{\cdot}00002\,m$ $n = 2000$
(1:2000 az állami földmérés méretarányszáma.)

$$b = 13452{\cdot}7\,m \doteq 13{\cdot}5\,km.$$

Amíg tehát a terület egy 13·5 km. sugarú körön belül fekszik, addig a gömbfelületet síknak vehetjük.

A térképek.

Mérésünk célja az, hogy a Föld felületéről térképet készítsünk. A térkép készülhet:

az egész földgömbről, vagy egy-egy kontinens-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ról (Földabrosz).

egy országról, vagy annak egyes megyéiről (Nagy-méretü térkép).

községekről, birtoktagokról, parcellákról stb. (Közönséges térkép.)

A térkép nem egyéb, mint a Föld felületén lévő vonalaknak egy viszonpított vizszintes síkra való levetítése és ezeknek a vonalaknak egy kisebbitési arány szerint való megrajzolása. Magyarországon ez a viszonpított sík az Adriai tenger szintje.

Topográfiai térképeknél szükség van a terepalakulatokra is. Ezeket szintén az Adriai tenger szintjétől számitott tengerszint feletti magasságok alapján szerkesztjük úgy, hogy megrajzoljuk a tengerszinttel párhuzamos, egymástól adott távolságra (pl. 5-10 m.) levő szintsikoknak a terepfelülettel való metszésgörbéit. A metszésvonalakat rétegvonalaknak, vagy izohipszáknak nevezzük. Ilyen izohipszás térképek pl. a katonai térképek.

A rétegvonalas térképek tér- és helyszinrajzi térképek, tehát a Föld felületén lévő vonalakon (utak, folyók, birtok-határvonalak, müvelési-ág határok) kivül még a terepalakulatokat (völgyek, hegyek, gerincek stb.) is ábrázolják.

Hogy a terepalakulatok jobban kidomborodjanak, a lejtő nagyságát is szokták érzékeltetni, épedig szaggatással, ahol a sürüs szaggatás a meredekebb lejtőt jelzi. Ilyenek a régi katonai térképek. Hátránya, hogy a helyszinrajzi vonalakat és az irásokat elfedi. Ezért ujabban színezéssel ábrázolják a lejtők hajlását. Ilyenek az ujabb katonai térképek, melyeken az erősebb lejtők sötétebb színnel vannak feltüntetve.

Mivel úgy a szaggatás, mint a színezés erősen fedi a térképet, azért sokszor csak a jellegzetes tereppontok magassága van megadva számokkal. (Kótált projectio)

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Vannak olyan rajzok, amelyek a Föld felszínének adott irányban a metszetét adják, ezeknél függőleges síkbeli értékekkel dolgozunk. Ezek a metszetrajzok (hossz- és keresztszelvények).

Az eddigiekből látjuk, hogy maga a mérési eljárás két csoportba oszlik:

1., vízszintes vetületbeli mérés: ennek alapján készülnek a helyszínrajzok, vízszintes vetületbeli térképek.

2., Függőleges síkbeli mérések, szintmérések, magasságmérések: ezek alapján készülnek a szelvényrajzok, hossz- és keresztmetszetek. —

És végül a két mérési eljárás egyesítése a hely- és térszínrajzi felvételek, amikor egyidejűleg végezzük a mérést vízszintes vetületben és függőleges síkban, ez a tachimetria, amelynek alapján készülnek a topográfiai térképek (katonai térképek.). Tachimetria alapján készülnek az u.n. domborművű térképek, ezek azonban csak a szemléltetés célját szolgálják és így geodéziai szempontból jelentőséggel nem bírnak.

A térképezés célja szerint megkülönböztetünk:

1., kataszteri vagy állami földmérést: célja az állami földadó igazságos kivetése, ezért a birtok- határvonalakat, művelésiág határvonalait méri. Rendesen minden egyéb mérésnek az alapját képezi.

2., városok felmérése: igen részletes mérések. A városokban előforduló minden műszaki munkálatok alapját képezik.

3., katonai mérések: a katonaság számára fontos vonalak, pontok, terepalakulatok (utak, vasutak, folyók, gázlók, lőggyerincek, kutak stb.) térképezésére szolgálnak.

4., mezőgazdasági mérések: dűlők, tághatárok, üzemágak szerint ábrázolja a terepet.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

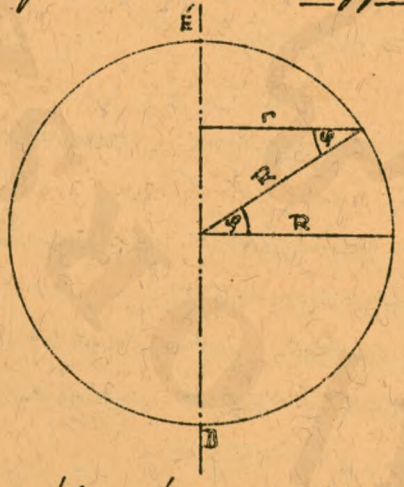
5. bányászati mérések: a „kutatási jog" alapján álló területek földfeletti és földalatti pontjait (aknák, tárnák stb.) rögzítik.

6. erdőgazdasági mérések alapján készülnek az erdőgazdasági térképek, melyek az erdőbirtokhoz tartozó fontos vonalakat (utak, nyiladékok, gerincek, taghatárok stb.) foglalják magukba, amelyek az erdőgazdasági üzemrendezés alapját képezik.

Bármilyen térképezést is végzünk, azt az állami háromszögelési hálózat pontjaihoz kell bekapcsolnunk. Mielőtt azonban egy háromszögelési pontot elfogadnánk térképünk rögzítésére, a pont jelét meg kell vizsgálnunk, hogy eredeti helyén van-e. Ezt szomszédos háromszögelési-pontok összemérésével állapítjuk meg.

Helymeghatározás a földgömbön

A földgömb tengelye az északi és déli sarkpontokban döfi a földgömböt. Erre a tengelyre merőleges, a földgömb középpontján áthaladó sík, a földgömböt az egyenlítőben (aequator) metszi.

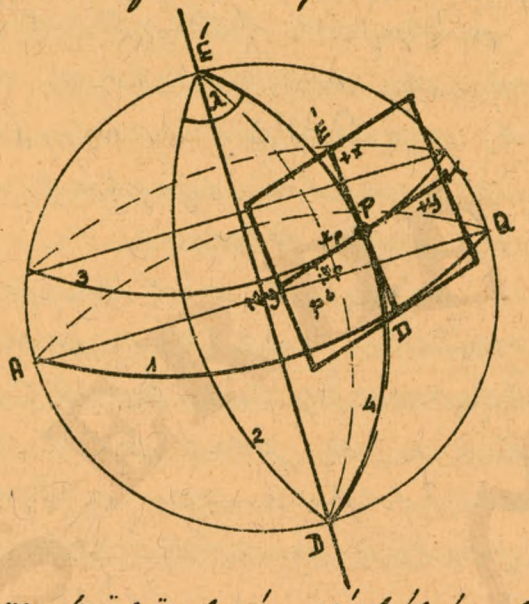


A vele párhuzamos síkok a szélességi-köröket metszik ki a földgömbből. Helyüket szélességi fokokkal mérjük, éspedig az egyenlítőtől az északi pólusig (+) előjellel, a déli pólusig (-) előjellel 0°-tól 90°-ig. A szélességi körök sugara a szélességi fokoktól függ, de mindig kisebb, mint a Föld sugara: $r = R \cos \varphi$

Az ÉD tengelyen áthaladó síkok a Föld palástját körökben (ellipszisekben) metszik: ezek a hosszúsági körök, melyeknek sugara azonos hosszúságú a Föld sugarával.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Egy ponton áthaladó hosszúsági kört az illető pont meridiánjának nevezzük. Ugyanazon meridiánon fekvő pontokban a Nap egyszerre kulminál.



A meridiánokat egy meghatározott és rögzített ponthoz viszonyítják, így a magyar állami földmérés null-meridiánja (kezdőirányosa) a volt gellérthegyi csillagvizsgálón halad át.
A meridiánok helyzetét a kezdőmeridiántól keletre és nyugatra a hossz-különbség értékével (λ) mérjük, mindkét irányban 0° - 180° -ig.

Nemzetközi méréseknél közös kiinduló-pontot vesznek fel: szokták Párist, Ferrot, vagy Greenwichet.

A fenti ábrán jelzett körök:

1., az egyenlítő vagy aequator (AQ)
2., a kezdőmeridián.
3., a felveendő terület középpontján „P"-n áthaladó szélességi kör.
4., a felveendő terület középpontjához tartozó meridián.

A Föld bármely pontjában állított függőleges közelítőleg átmegy a Föld középpontján, az égboltot pedig a zenit illetve nadir pontokban döfi. Ezeket a függőlegeseket az alsó-geodéziában párhuzamos egyeneseknek vesszük.

A földgömb jellemző adatai:

„a" tengely : 6.377.397·154 m
„b" -"- : 6.356.078·962 -"-

A Föld sugarát az alsógeodéziai számításoknál körben $R = 6,370.000$ m.-nek vesszük.
A Föld lapultsága:

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299} \doteq \frac{1}{300}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Mérés és mértékegység

Mérés alatt ama viszony ill viszonyszám megállapítását értjük, mely az ugyanazon minőségű két mennyiség között fennáll, melyek közül az egyik ismert. A viszony megállapításánál használt ismeretes értéket, nagyságot mértékegységnek nevezzük.

Hosszúságok mérésére használt mértékegység.

Ha a hosszmérés mértékegysége a méter (m), mely a párisi tudományos akadémia 1735-ben, Perúban végzett mérései szerint a Föld negyed délkörének 10 milliomod része. Hosszát platina-iridiumtól készült normálméterre karolva Párisban őrzik.

Dalamber és Méchain későbbi pontosabb mérései kiderítették, hogy a negyed délkör hossza nem 10 millió méter, hanem 10.000 856 ± 3,98 m.

A mértékegység hosszát mindazonáltal nem változtatták meg, s így ma is a normál-méter hossza a hosszmérés mértékegysége.

Erről a normál-méterről azok az országok, melyek a métert hosszmértékül elfogadták, másolatot készítettek. A méteres hossz ellenőrzésére ma a kadmium-lámpa fényhullámhosszát használják adott hőmérséklet mellett.

A méter, mint mértékegység a tizedes rendszer szerint oszlik fel törtrészekre, többszörösei szintén ezen rendszer alapján állnak:

hosszmérésnél:

1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
100 m = 1 hm (hektométer)
1000 m = 1 km (kilométer)
10.000 m = 1 Mm (miriaméter)

területmérésnél:

1 mm², cm², dm², m²
10 × 10 m² = 1 ár
100 × 100 m² = 1 ha (hektár)
1000 × 1000 m² = 1 négyszögkilométer

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Magyarországon az 1874. évi VIII. t.c. rendeli el a méteres mértékegység használatát. Ez a törvény azonban az állami földmérés és így az erdőgazdaságokban is a földmérési munkáknál továbbra is megengedi a bécsi öl használatát.

Az állami földmérés 1928. évi május hó 1.-től hosszmérésre kizárólag a méteres mértékegységet rendeli el. Területmérésre a hektárt és négyzetmétert írja elő, de átmenetileg a területeket kataszteri holdban és négyszögölekben is ki kell mutatnia.

Mivel az erdőgazdaságokban a méréseknél még ma is az öles mértékegységet használják, azért a régi mértékegységet is ismernünk kell.

Régi mértékegységül az emberi test egyik-másik részének hosszát vették. Nálunk használatos a „bécsi öl" (1°), melynek nagysága megfelelt a jól kifejlett ember kiterjesztett karjai közti hosszúságnak a középső ujjak végéig számítva. Az ölek a tizenkettedes rendszer szerint lábakra (1'), ezek hüvelykekre (1"), a hüvelykek vonásokra (1''') végül a vonások pontokra (1'''') oszlanak.

$$1° = 6' = 72'' = 864''' = 10.368''''$$
$$1' = 12'' = 144''' = 1.728''''$$
$$1'' = 12''' = 144''''$$
$$1''' = 12''''$$

Ujabban az ölet is a tizes rendszer szerint osztják be: 1° = 10(') (mezei láb)
= 100(") (mezei hüvelyk)
= 1000(''') (mezei vonal)

Nagyobb hosszúságok kifejezésére a geodéziában a 4000°-es osztrák vagy poltai mérföldet (mf) használják.

Területmérésre használták az

1□° = négyszögölet
40°x40° = 1600□° = kataszteri holdat
1000 - 1400□° = magyar holdat.

1 láv: 400 - 600 □°

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A régi és új mértékrendszer viszonya.

1° = 1·89648 m	1 m. = 0·52729°
1° = 2·634 cm	1 cm = 0·37965"
1 mf = 7·58592 km.	1 km = 0·13182 mf

1 □° = 3·5966 m^2	1 m^2 = 0·27804 □°
1 kat. hold = 0·5755 ha	1 ha = 1·738 kat. hold.

A mértékegység hosszváltozása.

Az alap, vagy normál mértékegység nagysága alapján készített hosszmértékek különböző okoknál fogva hosszukat megváltoztathatják. Ezen okok közé tartozik a <u>túlságos megjegyzés</u> (szalagnál vagy sodronynál), mely hibákat óvatos méréssel kiküszöbölhetjük.

Nagyobb hiba származik az <u>anyagok hőmérséklet okozta változásából</u>. Ez a változás azonban a méték anyagától (kiterjedési együtthatójától: ε) és a hőmérséklettől függő, s avval arányosan változó, szabályszerű hibát ad, melyet számításba tudunk venni.

Hogy ezt a hibát ki tudjuk számítani, tudnunk kell a következőket:

1., <u>a hosszegységnek 1C°-nyi hőmérsékletváltozással beálló változását kiterjedési együtthatónak (ε) nevezzük</u>, melynek értéke a különböző anyagokra nézve más és más, éspedig

fenyőfa:	ε = 0·000.004
üveg, platina:	= 0·000.009
lágy acél és vas:	= 0·000.011 – 12
edzett acél:	= 0·000.013
réz:	= 0·000.017
invar:	ε ≒ 0

(Az „invar" újabban alkalmazott acél-nikkel ötvözet, mely 67% acélból és 33% nikkelből áll, s kiterjedési együtthatója gyakorlati-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lag véve nulla, ha az ötvözet jól sikerül).

2., Az egyes mértékek hossza bizonyos adott, u.n. normál hőmérsékletre (t), mely rendszerint +16 C°, van adva (h_t). A hosszváltozást a méréskor mért „T" hőmérsékletre beállt „h_T" hossznak az eredeti „h_t" hosszból való különbsége adja.

Mértékünk normál hossza: „h_t"; kiterjedési együtthatója: „ε". Mértékünk egységnyi hossza, tehát minden egyes métere 1 C° hőmérsékletváltozásra „ε" hosszal változik, az egész tehát ($h_t \cdot \varepsilon$)-vel fog megváltozni, ha a hőmérséklet 1 C°-kal változik. A hőmérsékletkülönbség azonban nem 1 C°, hanem (T-t) C°, s így az egész hosszváltozás lesz:

$$h_t \cdot \varepsilon (T-t)$$

Ha most ezt a változást hozzáadjuk a normál hosszhoz (h_t), kapjuk a mértéknek a jelenlegi (T) hőmérsékleten felvett hosszát (h_T):

$$h_T = h_t + h_t \cdot \varepsilon (T-t) = h_t (1 + \varepsilon (T-t))$$

Hosszúságok gyors, de kisebb pontossággal való megállapítására használható még:

a szemmérték: a hosszakat megtekintés útján megbecsüljük és bizonyos mértékegységben kifejezzük. Megközelítő pontosságú becslésekhez is nagy gyakorlatra van szükség.

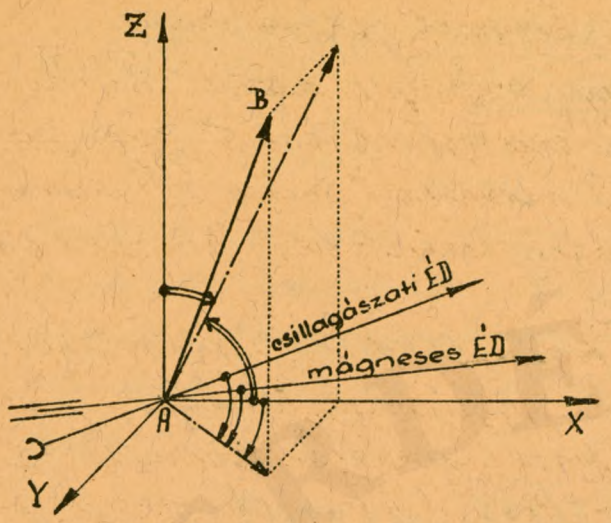
a lépésmérték alatt a lépés hosszát értjük. Ez rendesen 75 cm. hosszú. A lépések számát pedométerekkel mérjük. Főleg a katonaság használja ezt a mértékegységet.

Mind a szem, mind a lépésmérték hosszmérések ellenőrzésére és durva hibák gyors feltalálására használható.

Szögek mérésére használt mértékegységek.

Legyen $\overline{AB}$ egy térbeli egyenes, egy vektor, tehát egyedül a hossza által nincs meghatározva, hanem ismernünk kell vízszintes síkbeli elhajlását és függőleges síkbeli dőlését is.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



Az elhajlást vagy egy ismert kezdőiránytól (teodolit-mérések), vagy a csillagászati ÉD iránytól, vagy pedig a mágneses ÉD iránytól (buszszola-mérések) mérjük.

A dőlés nagyságát pedig vagy a függélyező által kijelölt függőleges iránytól, vagy pedig a libellák által kijelölt vízszintestől mérjük.

Az elhajlás és dőlés mérése megegyezik abban, hogy mindkettő szögmérésen alapul. A szögek mérése történhetik: fokértékekkel, ívhosszakkal, szögfüggvényekkel és húrhosszakkal (korda).

1., Szögek mérése fokértékekkel.

A teljes kört vagy 360, vagy 400 részre osztják; a 360-as osztást régi, a 400-as osztást új osztásnak nevezik. Az osztás iránya rendszerint az óramutató járásával egyező. Egy osztásrész neve: fok (1°). A régi osztásnál 1° felosztik 60 percre (1'), a perc ismét 60 másodpercre (1"). A másodpercnél kisebb értékeket a másodperc tizedrészeivel fejezzük ki. Magyarországon még a régi osztást használják. A műszereket könnyű volna átosztani a 400 fokos beosztásra, de az új fokokra (1ᵍ) át kell előbb az összes táblázatot alakítani, ami pedig óriási munka. — Az új osztás mellett a teljes szög 400 részre lesz osztva, egy rész neve itt is fok; jelölése: (1ᵍ), vagy ($1^{(c)}$). Minden új fok 100 új percre ($(1^{(c)})$ vagy (1^{c})), minden új perc 100 új másodpercre (1^{cc}) oszlik.

Az új fokokat átszámíthatjuk a régiekre és viszont, a felállítható arányok segítségével, melyeket pl. a derékszögek alapján írhatunk fel.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Régi osztással mért értékek átalakítása új osztásúvá.

$$90° : 100^g = 1° : x^g$$

$$x^g = \frac{100}{90} = \frac{10}{9}$$

Pl. $60° = ?^g$. $\qquad 60° = \frac{100^g \cdot 60°}{90°} = \frac{600}{9} = 66^g 66^c 66^{cc} \ldots$

$36°46'40'' = ?^g = 36{,}77778°$

$$36°46'40'' = \frac{100^g \cdot 36{,}77778°}{90°} = \frac{367{,}7778^g}{9}$$

$$36°46'40'' = 40{,}86420^g = 40^g 86^c 42^{cc}$$

Új osztással mért értékek átalakítása régi osztásúvá.

$$100^g : 90° = 1^g : x°$$

$$x° = \frac{90}{100} = \frac{9}{10} = 0{,}9°$$

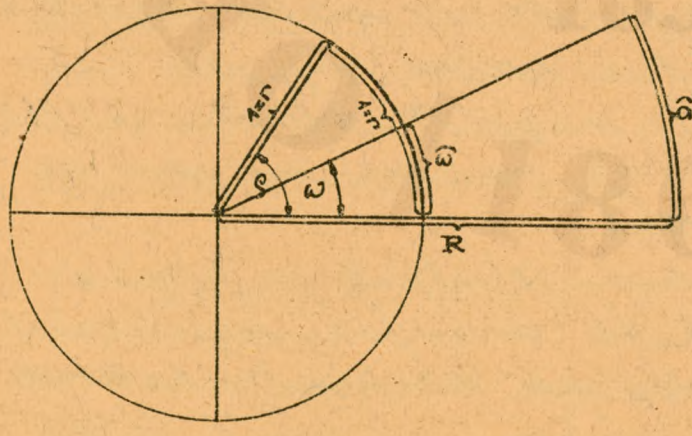
Pl. $72^g 43^c 57^{cc} = ?°$

$$72^g 43^c 57^{cc} = 72{,}4357 \cdot 0{,}9 = 65{,}19213°$$

$$72^g 43^c 57^{cc} = 65° 11' 31{,}668''$$

2., Szögek mérése ívértékekkel.

Ívmértékkel csak kis szögek méréséné dolgozunk, ahol az ívet egyenessel lehet helyettesíteni. Az ívérték és fokérték közötti összefüggés megállapítása végett tetszőleszerinti méretarányban (m., öl) egységsugarú kört veszünk föl. A központi szögek és az ívek közti arány a következő:



$$180° : \rho° = r\pi : r$$

Mivel $r = 1$, írhatjuk:

$$180° : \rho° = \pi : 1$$

hol $\rho°$ annak a szögnek a nagyságát jelenti, melyhez tartozó ív hossza – jelen esetben az egy-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ság – hosszával. Ezt a szöget <u>radiánnak</u> nevezzük. Kérdés, hogy mekkora ez?

$$\rho^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3{\cdot}1415} = 57{\cdot}29578^\circ \; ; \quad \rho'' = 206264{\cdot}8'' \doteq 206265''$$

Kérjük ezután, hogy tetszőleges ív ($\hat{\omega}$) és a hozzátartozó központi szög (ω) között mi az összefüggés? Vizsgáljuk a dolgot először az egységsugarú kör esetében! Felírhatjuk a következő arányokat:

$180^\circ : \rho^\circ = \pi : 1$ másrészről:

$180^\circ : \omega^\circ = \pi : \hat{\omega}$ a két arány

alapján: $\omega^\circ : \rho^\circ = \hat{\omega} : 1$ vagy a központi szögeket másodpercekben kifejezve:

$$\hat{\omega} = \frac{\omega''}{\rho''}$$

Ha most „R" sugarú körre térünk át, ahol tudjuk, hogy $\hat{a} : R = \hat{\omega} : 1$ s innen

$$\hat{a} = R\hat{\omega}$$

Behelyettesítve $\hat{\omega}$ értékét lesz:

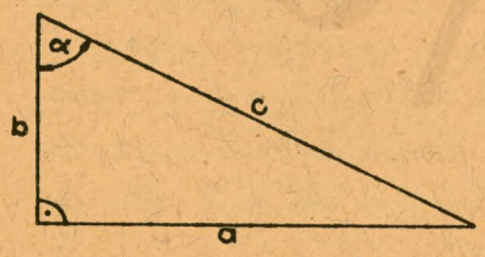
$$\hat{a} = R\frac{\omega''}{\rho''}$$

Ha ω'' csak nagyon kis érték, akkor „$\hat{a}$" helyett vehetjük az „a" húrhosszat is, tehát

$$a = R\frac{\omega''}{\rho''}$$

<u>3., Szögek mérése szögfüggvény-értékekkel.</u>

Mérhetjük végül a szögeket trigonometriai (szögmértani) függvények segítségével is azáltal, hogy a szöget derékszögű háromszög csúcsszögének tekintjük. Ismertek a szögek és oldalak között fennálló következő összefüggések:



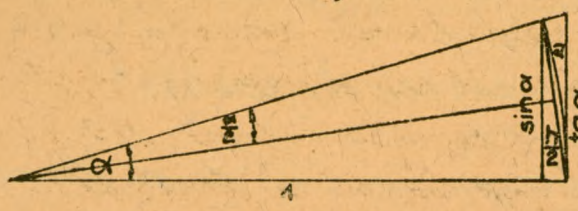
$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \; ; \quad \cos\alpha = \frac{b}{c} \; ; \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{cosec}\alpha = \frac{c}{a} \; ; \quad \sec\alpha = \frac{c}{b} \; ; \quad \operatorname{ctg}\alpha = \frac{b}{a}$$

A trigonometriai szögmérés mármost azon alapul, hogy a hosszmérés útján megismert értékekből számítás útján határozzuk meg a szögek nagyságát.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Kis szögek esetén: 30'-ig terjedő szögértékeknél, ha 6 tizedesel dolgozunk, akkor sin - tg - arc. egyenlőnek vehető. 2°-ig a sinus egyenlőnek vehető az arcussal.



A szögérték hívvel kifejezve:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{L}{2r}$$

kis szögeknél 6 tizedesig számítva $2 = \frac{L}{r}$ vehető 4°-ig.

A kisebbítési lépték.

A földmérés egyik célja az, hogy a felmért területnek a térképét megszerkesszük. Ezeket a térképeket azután különböző műszaki feladatok megoldásánál használjuk fel. Így ezeken a térképeken tervezünk utakat, vasutakat, vízlevezető berendezéseket stb.; végrehelünk területosztásokat stb.

Valódi nagyságban megrajzolni a felmért vonalakat nem lehet. A térkép a terepen lévő vonalak vízszintes vetületének hű kisebbített képe kell, hogy legyen. A szögeket tehát a vízszintes vetülebbeli tényleges értékünknek megfelelően kell megszerkeszteni, a hosszakat pedig egy adott viszonyszám szerint, az ugynevezett méretarány-szám szerint kell kisebbíteni. A terepen lévő hossz vízszintes vetületének tehát a térképen ennek csak bizonyos hánnada felel meg.

Azt a törtszámot, amely megadja, hogy a térképi hosszak hánnadrészei a természetbeni távolságoknak, a térkép kisebbítési arányszámának, vagy méretarányszámának nevezzük. A méretarányszám mindig valódi tört: értéke 1/100 ~ 1/100 millió között változik.

A méretarányszám rendszerint egy általános viszonyszámmal van adva, ahol a számláló és a nevező mértékegysége ugyanaz. A számláló jelzi

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ki mindig a térképen lévő hosszat, a nevező az ennek megfelelő természetbeni távolságot. Pl. 1:2000-es méretaránynál 1 egységnek a térképen 2000 egység felel meg a természetben, tehát 1 m.-nek 2000 m, vagy ugyanúgy a térképen 1°-nek 2000°, vagy 1 m/m-nek 2000 m/m = 2 m. stb.

Régi öles térképeken nem általános méretarányszámot használtak, hanem mivel a térképeken hüvelykkel dolgoztak, a természetben pedig öllel mérték a távolságot, tehát az arányszámot is így adták meg. Pl. 1":40° annyit jelent, hogy a térképen lévő 1" hossznak a természetben 40° felel meg. Ha át akarom alakítani ezt általános méretarányra, akkor vagy a hüvelyket kell ölé alakítani, vagy az ölet hüvelykké. Egyszerűbb az öl átalakítása hüvelykké, mert tudjuk, hogy 1° = 72", tehát a fenti példánkban 40° lesz 40 x 72 = 2880". Ebből következik, hogy az 1":40° méretarányszámot írhatom így is: 1:2880, vagyis 1°-nek 2880", 1°-nek 2880° vagy 1 m.-nek 2880 méter, vagy 1 m/m-nek 2880 m/m = 2·880 m. felel meg.

A leghasználatosabb kisebbítési méretarányszámok a következők:

1., Régi kataszteri méretarányok:

általában: 1:2880 ~ 1":40°

sűrűn parcellázott részekről az u.n. melléklapok: 1°:20° ~ 1:1440

nagyértékű városi parcellákról: 1°:10° ~ 1:720

2., Új (1920 óta) kataszteri méretarányok:

általában: 1:2000

sűrűn parcellázott értékes területekről: 1:1000

belsőségekről: 1:500

3., Erdőgazdasági térképek méretarányai a kataszteri méretarányok többszörösei:

Kisebb birtokoknál: 1":80°

Nagyobb -"- : 1°:100°; 1":120°

Áttekintő térképek: 1":160°; 200°; 240°; 320°

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

4., A mezőgazdasági térképek méretaránya teljesen azonos a kataszteri méretaránnyal, illetve nagyobb birtokoknál ennek a többszöröse.

5., A katonai térképek méretarányát úgy választották meg, hogy könnyen lehessen számítani a 75 cm-es lépésmérték alapján is a távolságokat. – Részletes térképeknél 1:25.000
Nagyobb -"- 1:75.000
Áttekintő -"- 1:200.000

6., Városrendezési célokat szolgáló térképek méretaránya: 1:100 ; 1:200 ; 1:500 .

A méretarány szerint megkülönböztetünk

1., nagyméretarányú térképeket vagy helyszínrajzokat, amelyek 1:10.000 -nél nagyobb méretarányban készülnek.

2., középarányú térképeket, amelyek 1:10.000-től 1:200.000-ig méretarányban készülnek.

3., földrajzi térképeket, amelyek 1:200.000-nél kisebb méretarányban készülnek.

(Minél nagyobb a méretarányszámban a nevező, annál kisebb a térkép méretaránya és viszont. –)

Nézzük most a kicsinyítési arány használatát! Az 1/k viszony azt jelenti, hogy 1 térképi egységnek „k" egység felel meg a természetben, általánosan „k" térképi hosszaknak „H" természetbeni távolság felel meg. Tehát

$$1 : k = h : H$$

$$h = \frac{H}{k}$$

Ennek alapján számítással meg tudjuk határozni a térképre felhordandó hosszakat, vagy a térképi hosszaknak megfelelő természetbeni távolságokat.

Pl. 264 m. ábrázolandó 1:1000 méretarányú térképen!

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$1:1000 = x:264$$

$$x = \frac{264}{1000} = 0{\cdot}264\,m = 264\,{}^{m}/_{m}$$

Mekkora természetbeni hossz felel meg az 1:2880 méretarányú térképről mért $10\,{}^{m}/_{m}$-nek?

$$1:2880 = 10:x$$

$$x = 28800\,{}^{m}/_{m} = 28{\cdot}8\,m.$$

48° ábrázolandó 1":80°-es térképen!

$$1'':80° = x'':48°$$

$$x° = \frac{1° \times 48°}{80°} = 0{\cdot}6'$$

Mekkora természetbeni hossz felel meg az 1":10° méretarányú térképről mért 13·2 cm-nek? A cm-eket át kell alakítani hüvelykekké.

$$13{\cdot}2 : 2{\cdot}634 \doteq 5$$

$$13{\cdot}2\,cm = 5''$$

$$1'':10° = 5'':x°$$

$$x° = 5 \cdot 10 = 50°$$

Más megoldás az, amikor a méretarányt alakítjuk át: $1'':10° = 1:720$

$$1:720 = 13{\cdot}2 : x$$

$$x = 720 \times 13{\cdot}2 = 9504\,cm = 95{\cdot}04\,m$$

de $1° = 1{\cdot}89648\,m$. és $95{\cdot}04 : 1{\cdot}89648 \doteq 50°$

A keresett hosszakat tehát számítás útján egyszerűen meghatározhatjuk. Amikor azonban sok hosszat kell felhordanunk, ez az eljárás hosszadalmas lesz. Ezért szükség van az arányos távolságok grafikus meghatározására. A grafikus eljárást az is indokolttá teszi, hogy pontos szerkesztés esetén könnyen elérhetjük vele a szükséges pontosságot: $0{\cdot}1 \sim 0{\cdot}02\,{}^{m}/_{m}$-t.

A vonalas lépték Lényeges

Kisebb pontosságú ($0{\cdot}1\,{}^{m}/_{m}$) térképeknél alkalmazzuk. A vonalas lépték nem más, mint egy alapvonalon elhelyezett olyan beosztás, melynek osztásrészei a térképi hosszakkal egyeznek, de értékük

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a természetbeni méretarányban van adva. Szerkesztésük a következő módon megy végbe:

1., Szerkesztési egységet választunk: ez egy olyan természetbeni kerek távolság (10 m., 100° stb), melyet az adott méretarányban felhordva még kényelmesen 10 részre lehet felosztani.

2., Meghatározzuk a szerkesztési egység térképi hosszát az előbb tárgyalt számítási eljárással.

3., Az így kapott hosszt számított 5-7-szeresét az alapvonalra mérjük a lehető legnagyobb pontossággal, majd próbálgatás útján osztókörzővel annyi részre osztjuk, ahányszorosát (5-7) eredetileg felmértük. Erre a kissé hosszadalmas eljárásra a hibahalmozódás kikerülése végett van szükség.

4., A bal-szélen levő szerkesztési egységet 10 alosztásra osztjuk, és a névleges értékeket felírjuk.

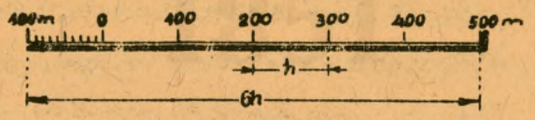
Lássuk mármost a léptékszerkesztést néhány példán bemutatva!

1., Lépték szerkesztendő 1:10.000 méretarányú térképünkhöz.

A szerkesztési egység: $Ze = 100$ m. lesz. Ennek térképi hossza, $h : Ze = 1 : k$ arány alapján:

$$h = \frac{Ze}{k} = \frac{100.000}{10.000}^{*)} = 10 \text{ mm}$$

*) Ze értéke mm-ekre alakítva. A szerkesztési egységet mindig mm-ekben fejezzük ki.

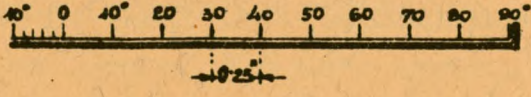


2., Lépték szerkesztendő 1°:40° arányú térképünkhöz.

$$Ze = 10°$$

$$h = \frac{Ze}{k} = \frac{10°}{40°} = 0{\cdot}25'$$

a., eset: ha van hüvelykes beosztásunk, akkor arról közvetlenül készíthetjük:



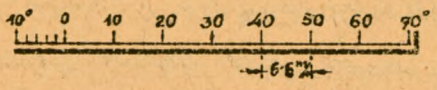
b., eset: ha csak mm-es beosztásunk van, akkor

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a $h = 0{\cdot}25''$ értéket átszámítjuk $^{m}/_{m}$-ekre:

$$1' = 2{\cdot}634\ ^{cm}/_{m}$$

$$h = 0{\cdot}25'' = 0{\cdot}6585\ ^{cm}/_{m} = 6{\cdot}585\ ^{m}/_{m}$$



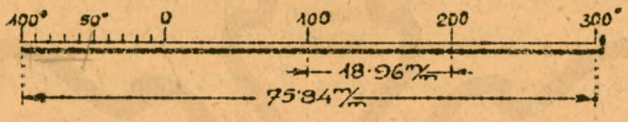
3. Térképünk 1:10.000-es méretarányban készült. Hüvelyk-öles lépték szerkesztendő, hogy a térképről ölekben is mérhessünk hosszakat. - Először is kiszámítjuk a megfelelő méretarányt:

$$1:10000 = 1'' : \left(\frac{10.000}{72}\right)^{\circ}$$

$$1:10.000 = 1'' : 138{\cdot}889^{\circ}$$

$$\mathcal{H} = 100^{\circ}$$

$$h = \frac{100}{138{\cdot}889} = 0{\cdot}72^{\circ} = 18{\cdot}96\ ^{m}/_{m}$$

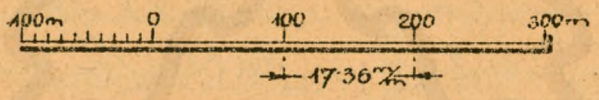


4., $1^{\circ} : 80^{\circ}$-es térképünkre méteres lépték készítendő.

$$1^{\circ} : 80^{\circ} = 1:5760$$

$$\mathcal{H} = 100\ m$$

$$h = \frac{100.000}{5760} = 17{\cdot}36\ ^{m}/_{m}$$



A kész lépték használatbavétel előtt ellenőrizni kell. Az ellenőrzést úgy végezzük, hogy az osztásrészeket 2, 3, 4-szeresen osztókörzőbe vesszük és végigmegyünk a léptéken, hogy mindenütt egyezik-e az beosztás.

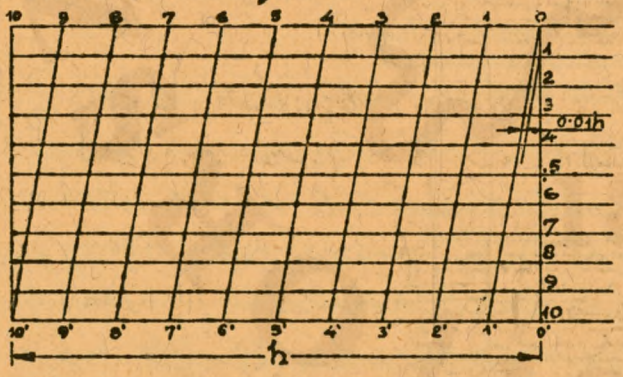
Az ellenőrzött lépték lussal ki kell húzni. Léptékrajzolásra mindig vékony vonalat használunk, vastag vonallal legfeljebb csak aláírhatunk.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az átlós lépték.

Nagyobb pontosságú térképek készítéséhez és használatához alkalmazzák, mert velük a szerkesztési egységet ezredrészi pontossággal tudjuk leolvasni, sőt ha a lépték magasságát növeljük, a fő-osztás ezredrészét még becsülhetjük.

Számítása ugyanúgy történik, mint a vonalas lépték. Szerkesztésnél azonban nemcsak egy alapvonalra hordjuk fel a beosztást, hanem kettőre, melyek egymással párhuzamosak. A beosztást úgy kell elhelyezni, hogy a megfelelő osztóvonalak összekötése mindkét alapvonalra merőleges legyen. Ezután az alapvonalak közti távolságot párhuzamos egyenesekkel 10 vagy 20 egyenlő részre osztjuk aszerint, amint a szerkesztési egységet 10 vagy 5 alosztására tudtuk felosztani. Ha márnost az alosztásokat úgy kötjük össze, hogy minden felsőből kiindulva az utánakövetkező alsóba egyenest húzunk, akkor elértük azt, hogy az egymást metsző vízszintes és ferde osztóvonalak az alosztások tizedrészeit adják. - Ábránk az átlós-lépték egy részének kinagyítása. Jól látható az ábrán az első és utolsó ferde vonal által a vízszintes egyenesekből kimetszett növekvő ill. csökkenő irányú hosszváltozás.



Ezek a kimetszett hosszak azoknak a hasonló háromszögeknek az alapjai, melyeknek magasságait a vízszintes egyenesek metszenek ki a $\overline{00'}$ - ből. A háromszögek hasonlósága és a magasságok közti állandó viszony alapján könnyen belátható, hogy a hosszváltozás két vízszintes egyenes között az alosztás egy tizede (grafikus osztás.).

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Mivel azonban a vízszintesek egymásközti távolsága is elképzelhető elosztásokra bontva, azért a fenti elv alapján becslés útján elérhetjük a szerkesztési egység (h) 0·001-nyi pontosságú leolvasását. – Az állós lépték könnyebb használhatósága miatt jó a vízszintes egyenesek számát is felírni, de legalább az ötödiket meg kell jelölni. – Ha egy szerkesztési egységet csak öt részre tudtunk felosztani, akkor egy elosztás 0·2-nek felel meg, s így a 10 vízszintessel csak 0·02-nyi pontosságot érnénk el. Éppen ezért a fenti elv alapján itt 20 vízszintest kell elhelyeznünk.

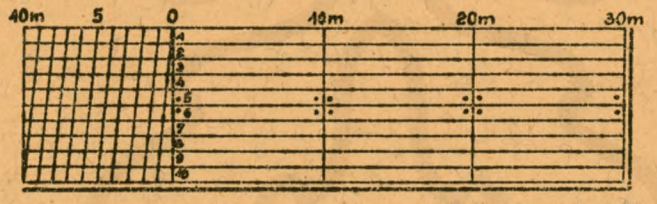
Az állós léptékek alakját és használatát az alábbi példák mutatják:

1., 1:500-as arányú térképet kell készítenünk. Megszerkesztendő az állós lépték!

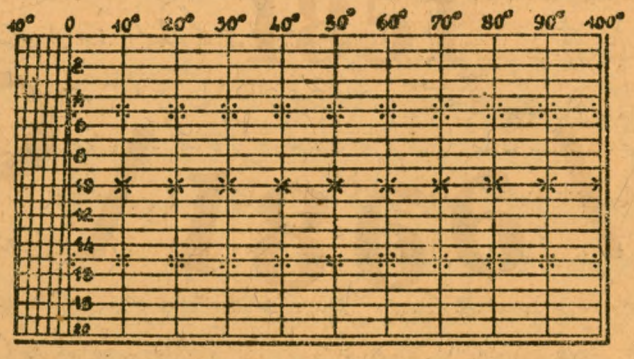
$$1:500 = h:H$$

$$H = 10\,m$$

$$h = \frac{H}{500} = \frac{10.000}{500} = 20\ {}^{m}/_{m}$$



2., 1°:40°-es méretarányhoz állós lépték szerkesztendő. (Számítását lásd a vonalas léptéknél.)



Használat előtt az állós léptékeket is meg kell vizsgálnunk. Ez itt is ugyanúgy történik, mint a vonalas léptékeknél, csak itt a vízszintesek egymástól való távolságát és a ferde vona-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

vak által lemetszett hosszakat is meg kell vizsgálnunk

Ismeretlen méretarányú térképek méretarányának megállapítása

Kétféleképpen járhatunk el, aszerint, amint

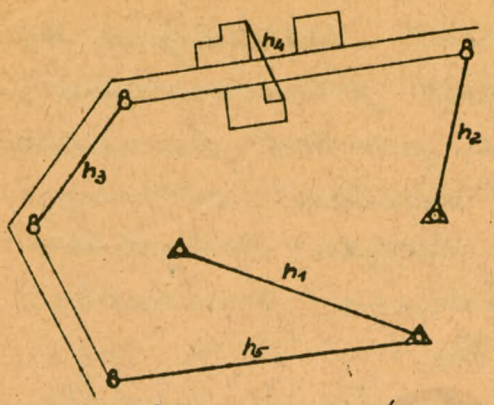
1., ugyanarról a területről van egy másik, ismert méretarányú térképünk,

2., ismert méretarányú térkép nem áll rendelkezésünkre.

Az első esetben kikeresünk oly pontokat, melyeknek képe mindkét térképen meg van jelölve. Ezeket a pontokat úgy kell felvenni, hogy az azokat összekötő egyenesek a térkép egész területén el legyenek osztva és lehetőleg különböző irányban haladjanak, mert így a térképek egyenlőtlen hosszváltozásaiból eredő hibát csökkenthetjük. Ezután lemérjük az ismert méretarányú térképről a $h_1, h_2, h_3 \ldots h_n$ hosszakat, és meghatározzuk a nekik megfelelő $Hl_1, Hl_2, Hl_3 \ldots Hl_n$ távolságokat léptékről, vagy számítással. Most meghatározzuk az ismeretlen méretarányú térképről ugyanazon vonalak $h'_1, h'_2, h'_3 \ldots h'_n$ hosszát. Mivel az ezeknek megfelelő természetbeni távolságokat már ismerjük, a $h' = \frac{Hl}{k}$ - ból $k = \frac{Hl}{h'}$ képlet alapján számíthatjuk a kicsinyítés mértékét. A „k" értékek többé-kevésbé különbözni fognak egymástól, miért is azok valószínű helyes értékét kell kiszámítanunk.

Második esetben a térképen és a természetben egyaránt megjelölt hosszakat a térképről ($h_1, h_2, h_3 \ldots h_n$) és a terepen ($Hl_1, Hl_2, Hl_3 \ldots Hl_n$) mérjük - maga a számítás ebben az esetben is ugyanúgy történik.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



Ha pl. $k_1 = 3 \cdot 4$ Fm, $H_1 = 98$ m., akkor $k = \frac{98000}{34} = 2880$

Tulajdonképen azonban $k = 2882$. A 2-es szám a mérési hibákból, a térkép összeszáradásából származik. (Ennek a figyelembevételét majd a második részben a régi térképek használatánál fogjuk látni.).

A vízszintes vetületsíkbeli mérések.

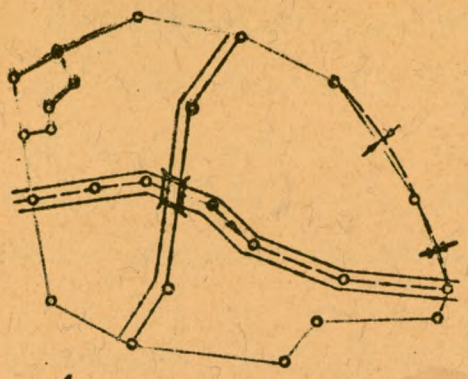
Mérési pontok.

A területidomok alakját és nagyságát úgy határozzuk meg, hogy az azokat körülzáró határvonalak végpontjainak kölcsönös fekvését állapítjuk meg.

A vízszintes vetületsíkbeli- vagy területmérés tehát a Föld felületén lévő pontok vízszintes vetületsíkbeli kölcsönös fekvésének megmérésére, meghatározására irányul. Hogy a méréseket elvégezhessük, ezeket a pontokat meg kell jelölnünk. A megjelölt pontok lehetnek:

1., Részletpontok azok, amelyek a területidomok határvonalainak a töréseiben vannak. A részletpontokat – kivéve, ha épületek sarkát jelöli meg, – mérési jellel kell ellátnunk. Részletpontokat kell felvennünk a határvonal töréseiben, utak és vízfolyások tengelyvonalában, vagy szélén, erdő- és mezőgazdasági területek határvonalán, épületek sarokpontjain stb. Görbevonalak esetén a töréspontokat oly távolságokban kell felvennünk, hogy a töréspon-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



tokkal kijelölt sokszög a kigörbevonalhoz jól simuljon, tehát a 2-2 pontot összekötő húrhoz tartozó ívmagasság kisebb legyen, mint amit a térképen érzékelni lehet (0·1 $^{m}/_{m}$).

Ennek megfelel 1:2000 méretarányú térképen 20 cm., 1:2880-as méretarányú térképen 28·8 cm.

2.) Segédpontokat akkor veszünk fel, ha területidomunk határvonalának egyik töréspontjából nem látható a szomszédos töréspont, vagy pedig a kettő között nem mérhető meg a távolság. A segédpontra tehát csak a mérés tartama alatt van szükségünk, így csak ideiglenes jellel jelöljük meg (cövek, karó), a térképbe nem rajzoljuk be.

3.) Vezér- vagy alappontok. Ezek legtöbbször nem esnek a területidomok határvonalába, az egész mérés alapjául szolgálnak, így a lehető legnagyobb pontossággal méryük be. Vagy háromszögelési pontok, vagy sokszögpontok. Hogy a későbbi kiegészítő-méréseknél felhasználhassuk, a térképbe pontosan berajzoljuk. Háromszögelési pontokul teremézetes (toronycsúcs, gyárkéménv villámhárítója stb.) és mesterséges pontok használhatók.

Mérési jelek.

A pontos felmérés megkívánja, hogy az egész ország területe háromszögelési pontokkal legyen behálózva. Ezeket a pontokat a háromszögelési hivatal a legnagyobb pontossággal méri és számítja, mert ezekhez kapcsolódik az összes többi mérés. – A háromszögelési pontok közé kapcsolják be a sokszögmeneteket, ezeknek a pontjai a sokszögpontok. A részletpontokat pedig vagy a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

sokszögmenet oldalairól mérjük derékszögű-, vagy a sokszögpontokból sarkponti összrendezőkkel.

Az eddigiekből már kitűnik, hogy vannak állandóan megjelölt pontok, és olyanok, amelyek csak a mérés tartamára vannak megjelölve. Az egyes pontokat fontosságuk szerint más és más módon jelöljük meg, illetve állandósítjuk. Megkülönböztetünk tehát állandó és ideiglenes pontokat.

1, Állandó pontok.

Vezér-, vagy háromszögelési pontok. Jól látható, kiemelkedő csúcsokon, dombokon elhelyezett pontok, amelyek 30, 20, 10, 6, 4, 3 stb. km. távolságból jól láthatók.

Állandósításuk és megjelölésük föld alatt és föld felett történik. A földalatti jel egy alapkőből, esetleg téglából áll, amelyen a pont egy bevésett kereszttel van megjelölve. Az alapkő felsőrendű pontoknál kifalazott aknában van elhelyezve, alatta salak vagy üvegcserép van, fölötte döngölt föld-feltöltés van. Alsórendű háromszögelési pontoknál az üvegcserépre egy 12-20 cm-es döngölt-föld-réteg jön, ebbe van beágyazva a kereszttel megjelölt tégla. Erre újból döngölt föld kerül, amelybe bele van ágyazva a földfeletti jel, faragott kő vagy beton. – A föld felszínén kőoszloppal jelöljük meg a pontot, e fölé pedig gúlát építünk. A gúlák építésére vonatkozólag minden országnak meg van a maga szabványa. Fontos, hogy a gúla merev legyen, ne mozogjon és a Nap melegítő hatása következtében az elfordulása lehetőleg kicsi legyen. Németországban szögletvasból szétszedhető gúlákat építenek, amelyeket a mérés befejezése után más helyre szállítanak el.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Magyarországon a gúlák fából készülnek. Gúláink nagyon szilárdak, jó szerkezetűek, minden tekintetben felveszik a versenyt a külföldi gúlákkal. A felsőrendű háromszögelési pontokon kettős gúlákat építenek. A két gúla teljesen független egymástól. A külső gúla irányzásra szolgál, és arra, hogy azon járjunk, a belső pedig a műszer felállítására. Az irányzás ezekről rendesen éjjel történik fényjelek segítségével. ~ Alsórendű háromszögelési gúlák már sokkal egyszerűbbek, mert itt már nincs meg az állvány-gúla, műszerrel csak a gúla alatt lehet felállni.

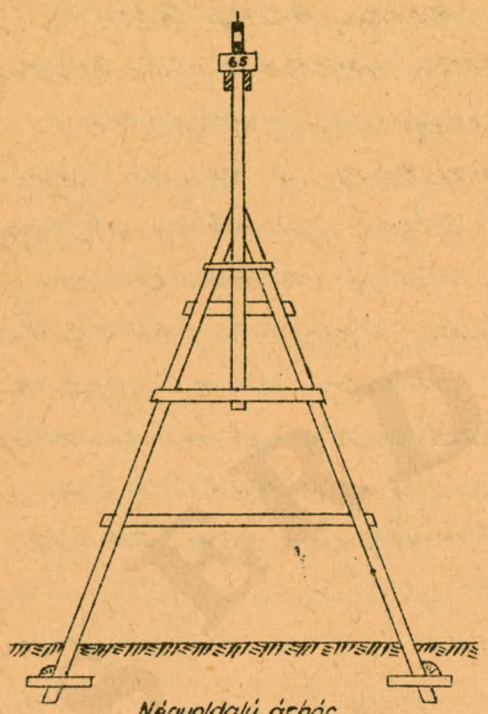
Alsó- (elöd-) rendű háromszögelési pontok megjelölésére a „tokos póznát" használják. Ez 4-5 m. magas 10 Cm. vastag gömbölyegrúd vagy pózna, amely alul a pont földalatti jele fölé állított tokba szorul, felül pedig a pont számának megjelölésére szolgáló deszkák vannak rácsrósítve.

Háromszögelési pontok lehetnek még templomtornyok, gyárkémények villámhárítói stb. is. Erdőben elödrendű pontok megjelölésére használják a fajelet, amely egy, a pont melletti fára erősített csóva. Sokszögelt pontok jelölésére köből vagy fából készült oszlopot (követ) használnak. ~ Újabban két egymásfölé elhelyezett mintegy 25-25 Cm. hosszú 8-10 Cm. átmérőjű, közepén 1 Cm. átmérőjű lyukkal ellátott beton-követ alkalmaznak. A lyuk arra való, hogy a kél követ egy vasrúd segítségével pontosan egymás fölé lehessen elhelyezni. ~ Németországban ugyanilyen, üvegből, Ausztriában pedig schamotból készült követeket használnak. ~ A sokszögelési csomópontokat mindig kővel jelölik meg.

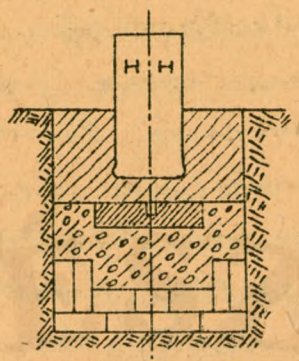
2., Ideiglenes pontok.

Ezekre csak a mérés tartama alatt van szükség ~ és vagy a műszerálláspontokat, vagy a

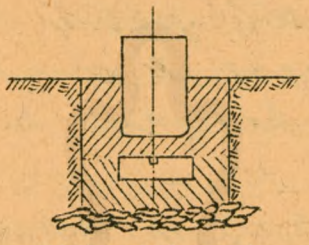
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



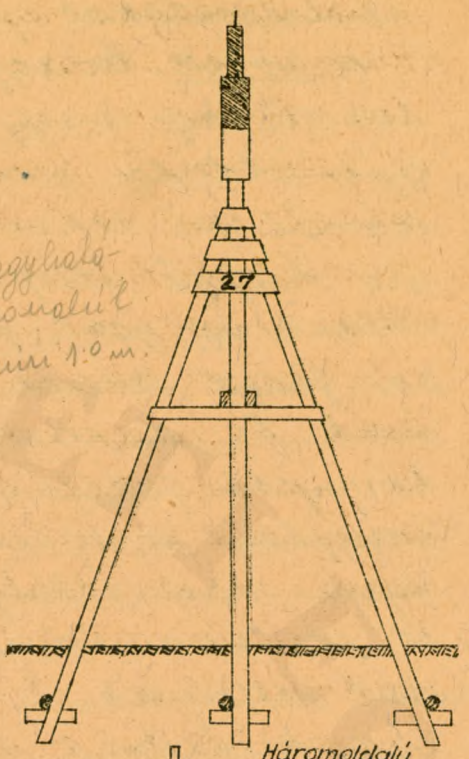
Négyoldalú árbóc



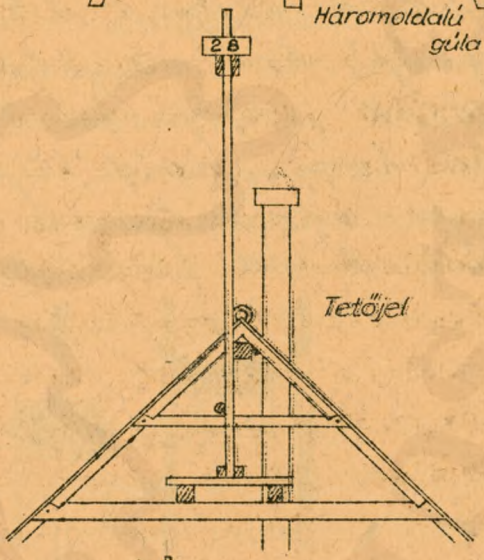
Felsőrendű pont



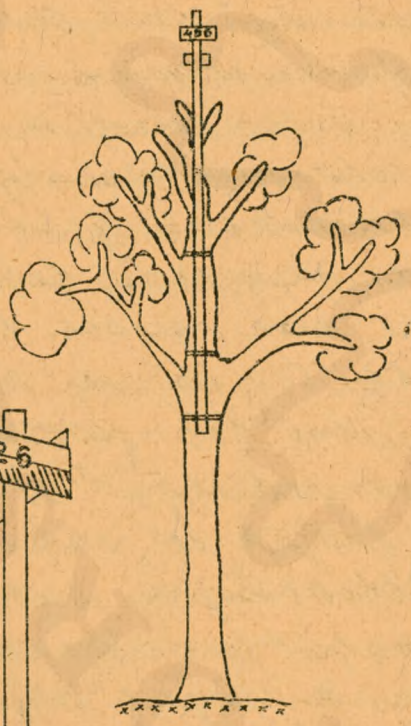
Alsórendű pont



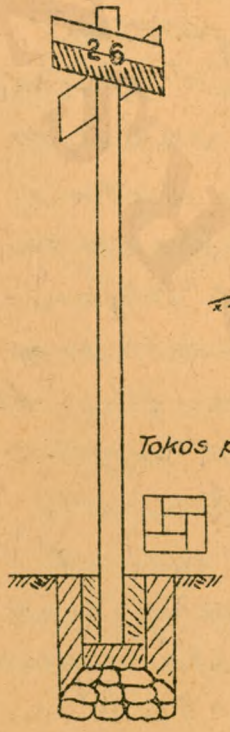
Háromoldalú gúla



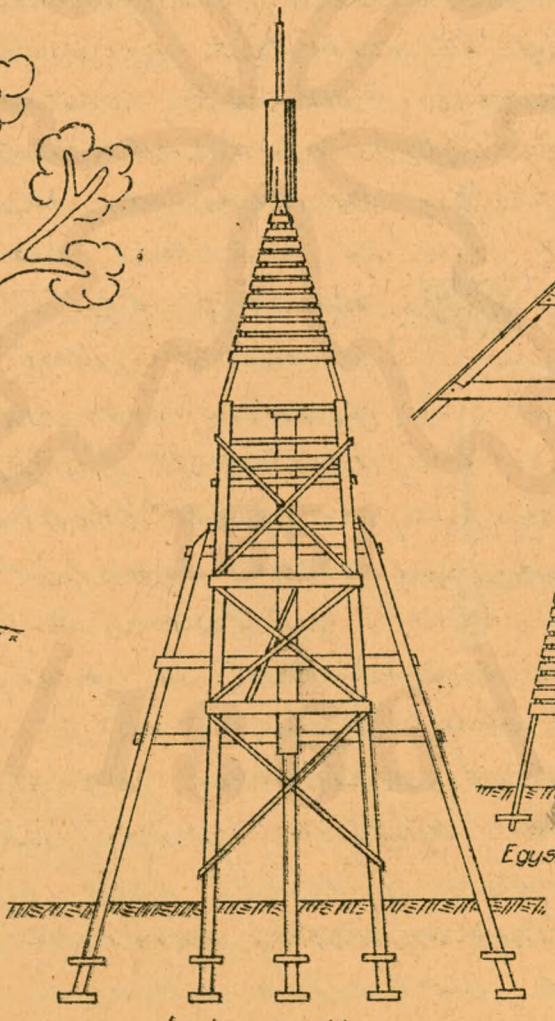
Tetőjel



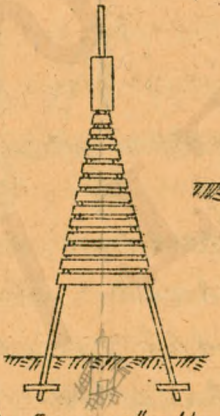
Fajel



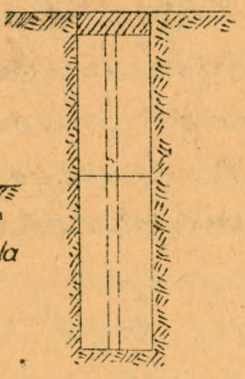
Tokos pózna



Állványos gúla



Egyszerű gúla



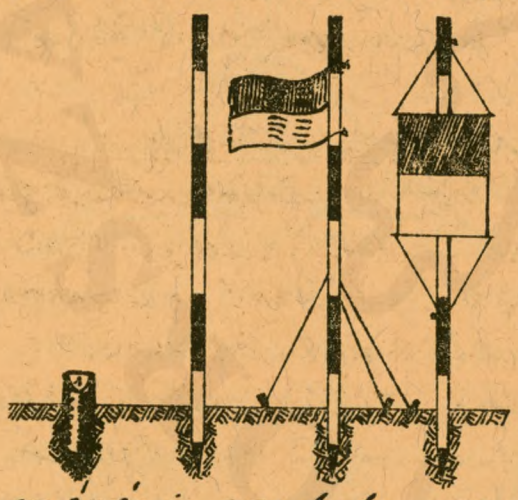
Betongyűrű

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

részletpontokat jelölik meg. Ezek a következők:

a <u>cövek</u>. Ez egy alsó végén kihegyezett 25-30 cm hosszú ág-, vagy hulladékfa darab, melynek egyik oldala simára van faragva, hogy a pont számát rá lehessen írni. Felső vége szintén sima: ide kisfejű szeget verünk be, vagy keresztet rajzolunk a pont pontos helyének megjelölésére. Gazos, fedett terepen esetleg karót vagy zsindelyt verünk be a cövek mellé. Ez kizárólag a cövek könnyebb fellelhetőségét célozza, és a haladási irányban a cövektől jobbra mintegy egy arasznyira van elhelyezve. A cövek jelzése a karóra is rá van írva. Méréskor a cövekre kilövőrúdat állítunk.

a <u>kilövőrúd</u>. 2·5 ~ 3 m. hosszú, 2·5 ~ 3 cm. átmérőjű kör vagy háromszögszelvényű olajban kifőzött fenyőfarúd. Kívül olajfestéssel van ellátva, hogy a rúd elgörbülése és vetemedése meg legyen akadályozva. Alsó része vas saruban végződik. A rúd 20 - 50 cm-enkénti szakaszokban fehérre és vörösre, vagy pedig fehérre és feketére van festve. Ilymódon kb. 500 m.-re lehet a rudat látni. 500 ~ 1000 m. közötti irányzásoknál a rúdat zászlóval látják el, ennél is nagyobb távolságok esetén pedig lobogót erősítenek rá.



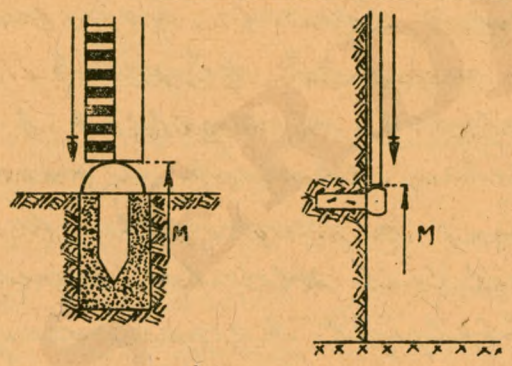
Vannak végül olyan méréси pontok, amelyeket a mérés tartamára sem jelölnek meg. Ilyenek pl. a topográfiai célra szolgáló tachymetrikus felvételeknél egyes terepalakulatok (katlan, gerinc stb.) jellegzetes pontjai, melyekre a lécet csak egyszer állunk fel. Ezek a rétegvonalak szerkesztésére szolgálnak. A rétegvonalak elkészítése után a térképen sincsenek megjelölve.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Magassági jelek.

A tengerszintfeletti magasságokat is rögzíteni kell. Erre a célra a szintezési pontjeleket használjuk.

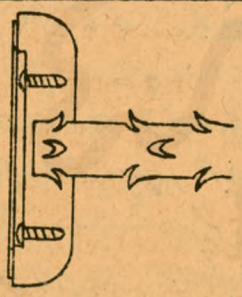
Alsórendű szintezési-pontok megjelölése.



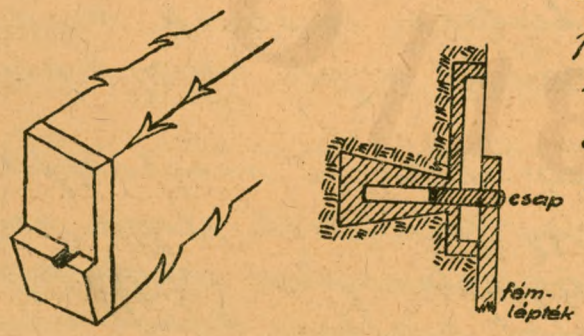
Vízszintes felületen betonba ágyazott szegecs teteje jelöli a pont magasságát.
Függőleges felületen falicsapot alkalmazunk. Itt a magasság a felső domború felület vízszintes érintősíkjára vonatkozik. Épületek lábazati-falában, vagy külön kőben helyezik el és arra kell vigyázni, hogy a lécet függőlegesen rá lehessen állítani.
Kisebb pontosságú szintezési-pont-jelölés a függőleges falba vésett vízszintes vonás, vagy vízszintes felület (pl. kilométerkő tetejének) lecsiszolása. A pont számát mindkét esetben mellé kell írni.

Felsőrendű szintezési-pontok megjelölése.





A fali tárcsa hasonló a falicsaphoz, csak nagyobb. Homloklapján a pont magassága is fel van tüntetve.
Konzolosan kiképezett furatos csap. Ennél a magasság a peremre vonatkozik, melyre a lécet ráhelyezkedjük.
Pontosabb méréseknél egy külön fém-mércét használunk, amely egy csap segítségével a furatba felakasztható.

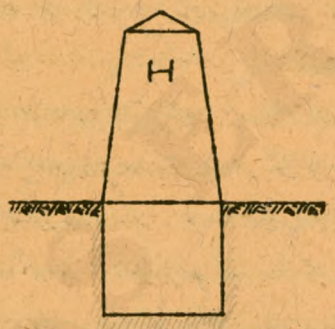


© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Határjelek.

A határvonalakat állandó jellel kell megjelölni. Ezek lehetnek országok, megyék, városok, községek határai. A határvonalakat megjelölhetjük a töréspontokba helyezett jelekkel, vagy végighaladó árkokkal.

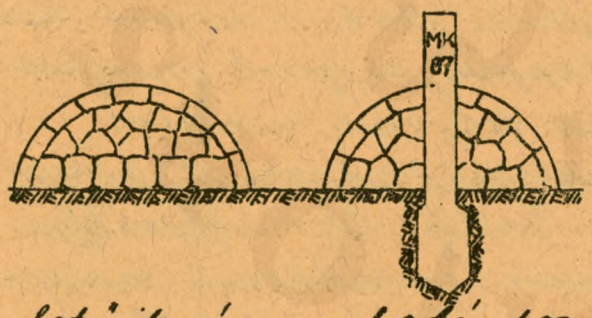
Országhatárok megjelölésére három-, vagy négyélű, csúcsban végződő kőgúlák, vagy betonoszlopok szolgálnak. Ezekre a gúlákra rávésik a pont jelét, valamint a szomszédos ország felé fordított oldalra az ill. ország kezdőbetűjét. Magyarország a „H" betűvel van jelölve.



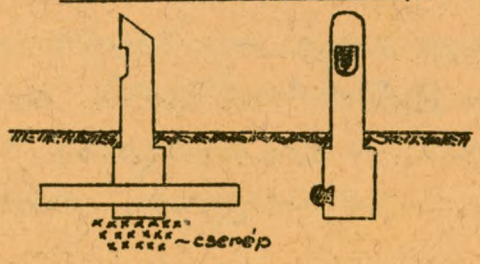
Megyék, járások, községek határának a megjelölésére kő; vagy betonoszlopokat használunk. Ezek azonban kisebb méretűek, mint az előbbiek. Gyakran használják még ma is ezeknek a határoknak a megjelölésére a határdombokat.

Erdőbirtokok határát határhalmokkal, határoszlopokkal, határfákkal, határárkokkal vagy nyiladékokkal jelölik.

1, A határhalom, vagy domb. 1·5 m. átmérőjű, kb. 1 m. magas földből, vagy törmelékből készült csonkakúp, melyet gyeptéglával fednek be. A halom középpontjába oszlopot állítanak, amelyre a birtokos nevének kezdőbetűit és a határdomb számát írják, vagy égetik be.

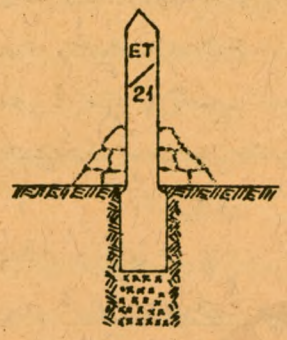


2, A határoszlop. Gömbölyeg-alakban megfaragott vagy földfeletti részén négyszögkeresztmetszetre megfaragott fából, újabban kőből vagy betonból készül. A négyoldalú határoszlopok felső



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

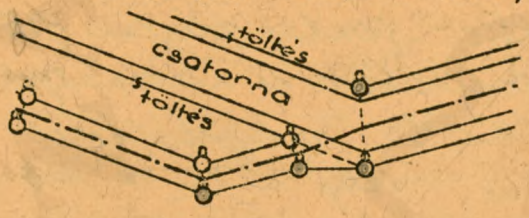
végét megkeggyezik, a hengereseket ferdén levágják, hogy a csapadékvíz könnyebben lefolyhasson.



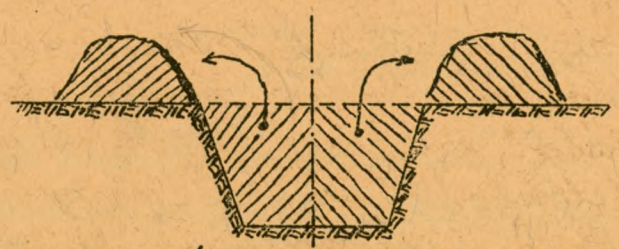
A határoszlop számára ásott gödör fenekére üveg, vagy más cserépdarabokat, esetleg a határpont közelében elő nem forduló anyagokat kell helyezni, hogy a határpont az oszlop eltávolítása esetén is jól felleihető legyen. Az oszlopokat 0·6 ~ 0·8 m. mélyen kell a gödörbe beásni, és alsó végükön a kiemelés ellen áttolt keresztfával kell biztosítani. ~ A határoszlopokat felírással látják el: a határolt birtoktest felé fordított oldalon a tulajdonos nevének kezdőbetűivel, a határpontokat jelölő számsor növekedési iránya felé fordított oldalukon pedig a határpont számával.

Véderdők határait is oszlopokkal jelzik, ezeket „VE" betűkkel, vagy a Mars csillag jelével: ♂ látják el.

Ha a határ út, vagy patak, akkor a dombot is, meg az oszlopot is két-oldalt helyezik el, a két jel közötti távolság fele adja a határt. ~ Utaknál, vízfolyásoknál, árkoknál a határdombokat, oszlopokat vagy köveket legtöbbször elhagyják.



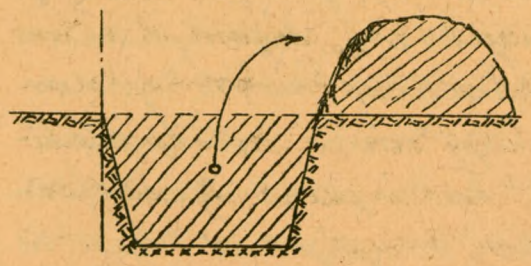
3., A határárok. Erdő-birtokok határának megjelölésére használják. Szb. 0·8 ~ 1 m. széles, 0·5 - 0·9 m mély. Az árok alakja változik aszerint, amint sík~, vagy hegyvidéken van-e a határ, továbbá hogy mindkét szomszéd területén halad-e, vagy csak az egyik birtokon.



Mindkét birtokon halad a közös árok, melynek közepe jelöli a határt, a kikányt föld pedig fele-fele arány-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

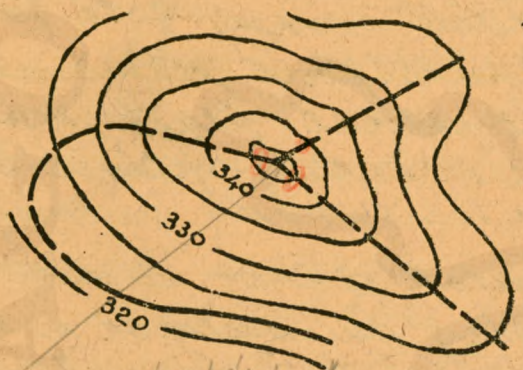
ban kerül az árok két partjára.



Ha csak az egyik birtokos területén halad az árok, akkor magán-árok a neve. Ilyenkor az árok széle a birtokhatár és az egész kiásott föld az árok-tulajdonos oldalára kerül.

Síkvidéki határok kijelölésére folytatólagosan árkolunk: az árok megszakítás nélkül követi a birtok szélét.

Hegyvidéken a lejtős oldalakon nem lehet folytatólagosan vezetni az árkot, mert nagy csapadék esetén a lefolyó víz akadály nélkül rohanhatna le, mind jobban mélyítené és marná ki az árkot és idővel ezeken a helyeken vízmosások keletkeznének. Ezért ilyen helyeken <u>ugró-árkokat</u> készítünk, amely helyenkint meg van szakítva. ~ Az árkokat a határ kijelölésn mellett fontos pontos jelének biztosítására is használjuk.



Határmas határdomb

Két vadóbirtok közötti határ megjelölésére alkalmas még a nyiladék is, mely 8-12 m. széles, kitisztított pászta, melynek közepe jelöli ki a határt.

Végül lehetnek a határjelek természetesek is, ilyenek a folyó, patak, hegygerinc, út, szakadék stb.

A mérőműszerekre szerelt segédeszközök.

1, A parámglépték vagy nóniusz.

A hosszúságoknak vagy szögeknek kisebb határig való közvetlen megmérésékhez az osztásokkal ellátott hosz, vagy szögmértékeket használjuk.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ezt az alrészekre osztást azonban csak bizonyos határig tudjuk elvégezni: a métert legfeljebb 0·5 mm-ekre, a fokot pedig csak 10'-ig tudjuk közvetlenül felosztani. Ez a pontosság legtöbbször nem elegendő. Ezért, hogy kisebb értékeket is leolvashassunk, egy segédléptéket használunk: ez a nóniusz.

Ilyen segédléptéket először Nunnes Péter, majd később, tőle függetlenül Vernier szerkesztette meg a segédléptéket ma használatos alakjában.

A segédléptéket egy kis lemezen van elhelyezve és a fölépték mellett eltolható.

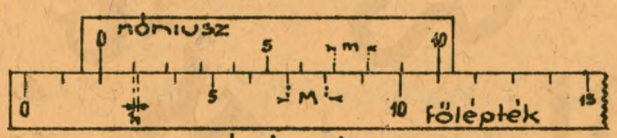
A nóniusz elmélete a következő: mértékünk legkisebb osztásrészeiből összefoglalunk $(n \pm 1)$-et, ennek nagyságát átvisszük a segédléptékül szolgáló lemezkére s ott beosztjuk „n" részre. Vagyis, ha a fölépték legkisebb osztásrészének nagysága „k", a segédléptéken a fenti módon kapott beosztás egy osztásrészének nagysága „m", akkor

$$(n \pm 1)\,k = n\,m$$

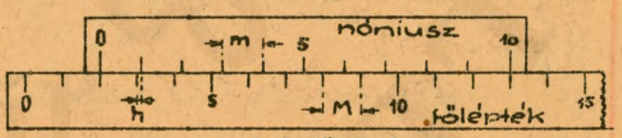
s innen:

$$m = \frac{n \pm 1}{n} k = k \pm \frac{k}{n}$$

Kétféle nóniuszt különböztetünk meg aszerint, hogy a segédlépték beosztása elmarad a fölépték beosztásához, vagy pedig megelőzi azt. Eszerint van utózó- és előző-nóniusz.



utózó nóniusz



előző nóniusz.

Kérdés most már, hogy mi az a legkisebb érték, melyet a nóniusz segítségével le tudunk olvasni. Ez nem lehet más, mint a két beosztás közti különbség:

utózó nóniusznál:

$$h = k - m$$

de $m = \frac{n-1}{n} k$, s innen

$$h = k - \frac{n-1}{n} k = \frac{kn - kn + k}{n} = \frac{k}{n}$$

előző nóniusznál:

$$h = m - k$$

de $m = \frac{n+1}{n} k$, s innen

$$h = k\,\frac{n+1}{n} - k = \frac{k}{n}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Nóniusszal a gyakorlatban hosszméréseknél 0·02 mm, szögméréseknél pedig 20" ~ 30" pontosságig szoktunk mérni. Kérdés, milyen beosztás szükséges ennek eléréséhez.

1., hosszméréseknél: főosztásunk legkisebb osztásrésze 1 mm. Az elérendő pontosság 0·02 mm. Akkor:

$$k = \frac{sk}{n} \; ; \; n = \frac{sk}{k}$$

$$n = \frac{1}{0{\cdot}02} = 50$$

Mivel a gyakorlatban leginkább utózó nóniuszt használunk, azért a főosztás $(n-1) = 49$ osztásrészének ~ jelen esetben 49 mm-nek ~ a mellékosztáson 50 osztásrésznek kell megfelelnie.

2., Szögméréseknél a főosztás rendszerint a műszer limbusa, vagy a transporteur beosztása ~ 30'-es. Az elérni kívánt pontosság: 30". Akkor

$$k = \frac{sk}{n} \; ; \; n = \frac{sk}{k}$$

$$n = \frac{1800''}{30''} = 60$$

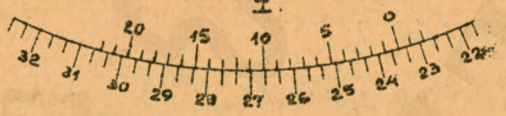
Ilyenkor tehát 59 főléptékbeli nagyságot ~ 29°30'-et ~ kell 60 részre osztani a nóniuszon.

Teodolitoknál rendszerint $sk = 20'$, a nóniusz osztásrészeinek száma: $n = 40$, vagy 20. Tehát

$$k = \frac{20'}{40} = 0{\cdot}5' = 30'' \; ; \text{ vagy pedig } \; k = \frac{20'}{20} = 1'$$



leolvasás: 49°00'00"



leolvasás: 23°33'

Fokíves nóniusz szerkesztésénél először meghatározzuk, hogy adott sugár mellett hány mm. ívhossz felel meg egy foknak, vagy adott ívhosszhoz számítjuk a sugár hosszát. Pl. $sk = 1$ mm ~ 20'. Mekkora lesz R?

$$2R\pi : 360° = 1 \text{ mm} : 20'$$

$$R\pi : 180° = 1 \text{ mm} : 1/3°$$

$$R = \frac{180 \times 3}{\pi} \text{ mm}$$

A nóniusz használati szabályai:

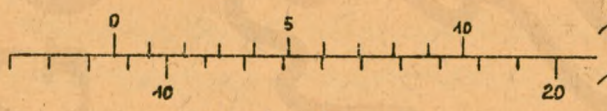
1., Megállapítjuk „sk" értékét és „n" számát, s ezek segítségével kiszámítjuk a „k" értékét.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

2., A nóniuszt a megmérendő nagyság (hossz, vagy szög) határainak megfelelő állásba hozzuk, azokat az egész legkisebb osztásrészeket, melyeket a nóniusz „0" vonala meghaladott. (Fokbeosztású nóniusz-ábránkon 23°20') és leolvassuk

3., felkeressük azt a nóniusz-osztóvonalat, mely egy főosztásbeli osztóvonallal pontosan összevág. (Fokbeosztású nóniusz-ábránkon a 13.-ik.) Ezt a műveletet a paralaxis-hiba (lásd: optika) elkerülése végett az osztóvonalak irányában nézve kell elvégeznünk, és nem szabad oldalról.

Ezután megszámoltuk, hogy hányadik nóniusz-osztóvonal vág össze, az így kapott számot szorozva a „k" értékkel (példánkban 13 x 1 = 13') kapjuk a nóniusz-leolvasást, melyet az előbbihez adva nyerjük a teljes leolvasást.



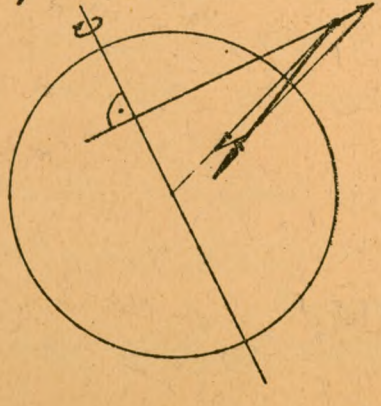
főléptékről: 8·00
nóniuszról: 0·65
teljes leolvasás: 8·65

Előfordul, hogy a nóniusz egyik osztóvonala sem vág: ilyenkor zeles leolvasást kell végeznünk.

A nóniusz első és utolsó beosztása előtt és után még 2-2 túlosztást is szoktak elhelyezni a szélső értékek biztosabb leolvasására.

A függőleges irányt kijelölő segédműszerek.

A geodéziában igen fontos a függőleges és vízszintes irány kijelölése, mert mérés előtt műszereink egyes részeit függőleges ill. vízszintes helyzetbe kell hozni. Műszerrel a terepen megjelölt pont fölé kell állnunk. Ezt a célt szolgálja a függő vagy függelyező.

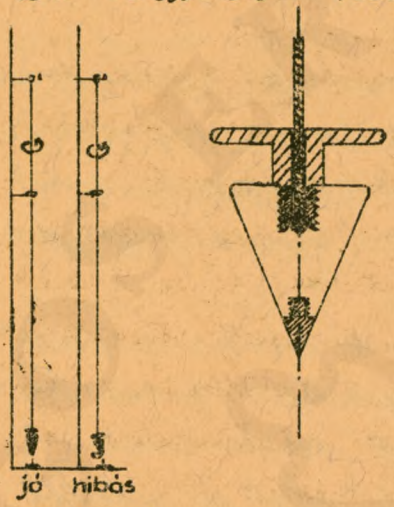


Ha egy igen-vékony fonalra egy súlyt függesztünk fel, akkor a fonal csak közelítőleg fogja a függőleges irányt kijelölni, mert a súlyra hatást gyakorol a Föld forgásából származó centrifugális erő és a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Föld tömegének a vonzóereje: Az előbbi merőleges a forgástengelyre, az utóbbi pedig a Föld súlypontja felé mutat. - Geodéziai méréseknél azonban az ebből származó eltérésre nem kell figyelemmel lennünk, mindössze igen pontos méréseknél kell a tömegvonzás-okozta függőleges iránytól való eltérést számításbavennünk (pl. hosszú alagutak kiliűzésénél.)

A függélyező sárgarézből - újabban rézhiány miatt vasból - készült kúpalakú, végén acélheggyel ellátott segédeszköz, amelynek pontosan esztergályozottnak kell lennie és a súlypont felett, a kúp tengelyében kell felfüggeszteni. - Hogy valóban így van-e felfüggesztve, arranézve a következőképpen vizsgáljuk meg: Kiválasztunk egy függőleges falfelületet, abba felül egy kampós, alul pedig egy füles szeget verünk be. A füles szeg nyílása nem lehet nagyobb, mint a függélyező zsinórjának vastagsága. Ezután a függélyező zsinórját alulról átvezetjük a füles szögön, végét pedig a kampószöghöz erősítjük. A függélyező nyugalombahelyezkedése után a függélyező acélhegye alá pontosan elhelyezünk egy hegyével felfelé álló szeget (melyet deszkába verhetünk) majd sodorjuk a zsinort függőleges hossztengelye körül a két szög között. Ekkor a függélyezőnek a füles-szeg alatti része csak a függőleges hossztengely körül tud elfordulni s így megfigyelhetjük, hogy a függélyező hegye forgás közben egybeesik-e a szög hegyével. Ha igen, akkor a függélyező jó; ha nem, akkor a függélyező hegye körülír le. Ha e körnek a sugara 0.1 m/m - nél nagyobb, akkor a függélyezőt teodolit-műszerek központosítására nem használhatjuk.



Műszerek központosítására 20 ~ 30 dkg.-os függélyezőket használnak, aknafüggélyezés céljára azonban 5 ~ 10 ~ 20 kg-os függélyezők is vannak.

A függélyező hegyének közvetlenül a pont fölé

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kell esnie, ezért úgy alakítjuk fel, hogy zsinórjának hosszra változtatható legyen.

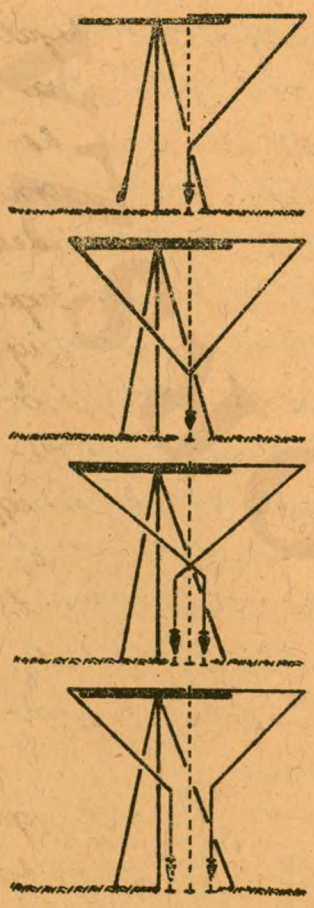


Régebben ellensúlyos függélyezőket használtak, melyeknél két egyenlő nehéz súlyt találunk: az egyik maga a függélyező, a másik az ellensúly. Így a függélyezőzsinór tetszés szerint hosszabbítható. Ma már nem használjuk, mert ha az ellensúly hibásan van felfüggesztve, akkor a függélyező kilengése nagy lehet.

Ujabban inkább sárgarézből vagy celluloidból készült felfüggesztési-lapok segítségével hosszabbítjuk a függélyezőzsinórt.

Legtöbbször azonban minden összekötőrész nélkül csak hurkot kötünk a zsinórra: így is beállíthatjuk a kívánt hosszra.

A <u>függélyező-villa</u> tulajdonképpen egy derékszögű háromszög, melynek egyik befogója hiányzik. Ié rőasztalok központosítására használjuk. Ennél a függélyező az átfogó szabad végéhez van erősítve, s így ha a meglévő befogó vízszintes helyzetbe kerül, akkor szabad vége a függélyezőzsinór által kijelölt függőlegesbe esik. A függélyezővillát erreénézve meg kell vizsgálnunk. A vizsgálatot asztallapon kell elvégeznünk. A függélyezővilla meglévő befogóját az előzőleg már szintesített asztallapra fektetjük úgy, hogy vége egy megjelölt ponton legyen, átfogója pedig az asztallap alá nyúljon. Ekkor a befogó és az átfogó szabad végét összekötő egyenes meghosszabbítása – a zsinóron lógó függélyező – a terep egy pontjára mutat. Ha jó a függélyezővilla, akkor a függőleges tengely – melyet a függélyezőzsinór jelöl ki – körül 180°-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

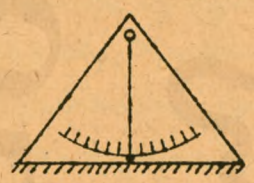
kal elforgatva, a függélyező ugyanarra a pontra vág. Ha hibás a függélyezővilla, akkor – mint az ábrából jól látható – az eltérés felét vagy a becsapódból, vagy az átcsapódból kell levágnunk.

A függélyezővillának ma már gyakorlati jelentősége egyáltalán nincs.

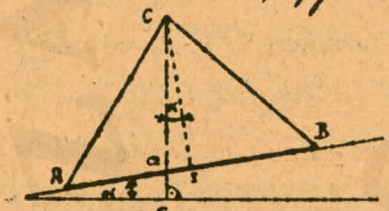
A vízszintes irányt kijelölő segédműszerek.

A kőműves-mérleg egy egyenszárú háromszögalakú deszkalap, amelyen a „C" pontban egy kis függélyező van felakasztva. A „C" pontból az alapra húzható merőleges egy „I" indexponttal van megjelölve. Ha „I"-nél $\overline{CI}$ sugárral egy körívet rajzolunk és azt fokbeosztással látjuk el, akkor hajlásszögek mérésére is használható.

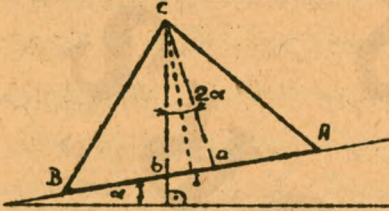




A $\overline{CI}$ egyenesnek merőlegesnek kell lennie az alapra. Erre nézve a vizsgálatot a következőképpen végezzük el:

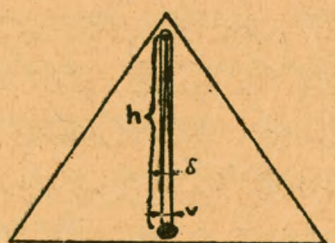


A kőműves-mérleget közel vízszintes asztallapra helyezzük és megjelöljük a függélyező helyét: „a"-t. Ezután 180°-kal elforgatva újból megjelöljük a függélyező helyét: „b". Az „I" indexvonásnak az „ab" felezésében kell lennie. Mivel a függélyező zsinórja fedi az indexvonást, azért a kijelölt vízszintes bizonytalansága függ a zsinór vastagságától „v" és hosszától: „h":



$$v = \frac{\delta''}{\rho''} \cdot h \quad \text{és ebből:} \quad \delta'' = \rho'' \frac{v}{h}, \text{ vagy}$$

a szög felére kifejezve: $\frac{\delta''}{2} = \rho'' \frac{v}{2h}$.

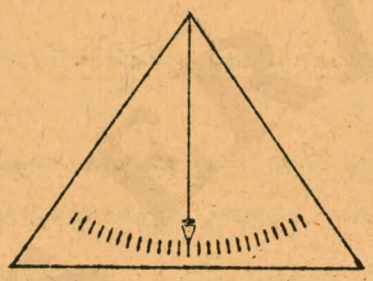


Pl. $v = 0{\cdot}5$ m/m ; $h = 150$ m/m ; mekkora lesz $\delta/2$?

$$\frac{\delta}{2} = \frac{206265 \times 0{\cdot}5}{2 \times 150} \doteq 344'' \doteq 5'44''$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Tehát a kömüvesmérleg csak ott használható, ahol kisebb pontossággal megelégszünk, mert méréseinknél a vizszintes irány kijelölésében csak 5"-30"-es bizonytalanság van megengedve. - Pontosabb eredményt érhetünk el ezzel a segédeszközzel is, ha hossztengelyén át félbevágott kúp a függőlyezőnk és annak a hegye mozdul el a fokíves beosztás előtt. A függőlyező hegyét már 0·1 m/m. pontossággal állíthatjuk be, s így pl. 100 m/m-es zsinórhossz esetén:



$$\frac{\delta''}{2} = \frac{206265 \times 0{\cdot}1}{100 \times 2} = 103' = 1'43''$$

Látjuk, hogy az eredmény jóval pontosabb, de még így sem megfelelő arra, hogy pontos műszereinknél alkalmazzuk.

A libella.

A libella műszereink legfontosabb segédeszköze, mert ezzel hozzuk az egyes műszer-alkatrészeket vizszintes, illetve függőleges helyzetbe.

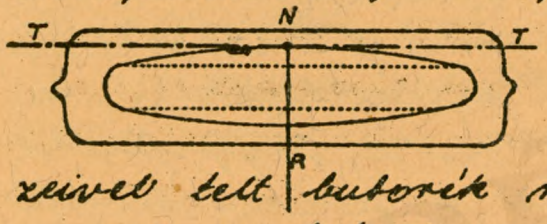
Ha egy zárt edényben annyi folyadék van, hogy csak egy kis levegőbuborék marad felette, akkor ez a buborék a nehézségi erő hatására a legmagasabb helyet foglalja el. Ha az edényt sík lappal zárnók le, akkor a buborék az edény legkisebb kimozdítására a síklap szélére ugrana, tehát mérésre nem volna alkalmas. Ezért a lezáró lap belső felületét gömbfelületre köszörülik ki: ezáltal a buborék a kimozdítás nagyságával arányos, a gömb sugarának megfelelő ívben fog elmozdulni.

Kétféle libella van használatban: az érzékenyebb csőlibella és a kevésbbé érzékeny dobozlibella.

1, A csőlibella egy vastagfalú üvegcsőből áll, amely belül „R" sugárral gömbfelületre van köszö-

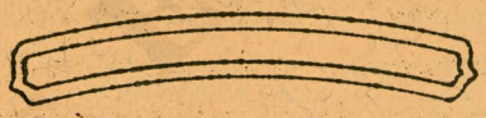
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

külve. Úgy készül, hogy az egyik végén beforrasztott csövet megtöltik alkohollal vagy aetherrel, majd homokfürdőben felmelegítik. Ezután beforrasztják a cső



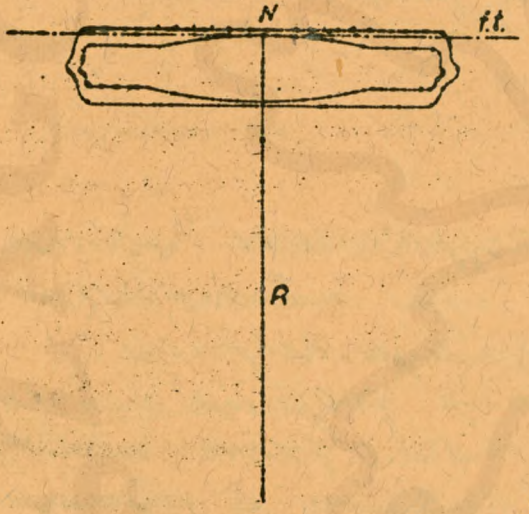
másik végét is és lassan lehűlik. Így a folyadék felett egy levegő - illetve a folyadék gőzeivel telt buborék marad, mely mindig a legmagasabb pontot igyekszik elfoglalni.

Egyszerűbb csőlibellák üvegét nem köszörülik, hanem a csövet meggörbítik. Ezeknek a folyadékja víz. Az ilyen libella természetesen nem annyira pontos, mint a köszörült s éppen-



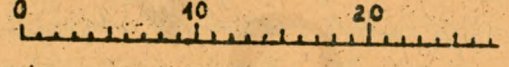
ezért műszerekhez nem is használható.

A libellával csak akkor jelölhetjük pl a kívánt

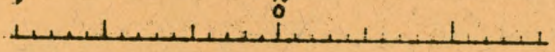


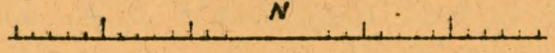
pontosságot, ha köszörülése pontos. - Ábránkon „N" a libella osztásának középpontja, vagy középosztásvonala, a normál-pont. A normál-ponton át a kiköszörült gömbfelülethez húzott érintő (f.t.) a libella tengelye, vagy középérintője és e tengelyre merőleges a görbület „R" sugara.

A cső külső felületén osztást találunk. Ez az osztás kétféle lehet: átfutó és tört osztás.



Az átfutó osztás a libella egyik végén kezdődik 0 osztással és átfut a normál-ponton folytatólagos számozással a libella másik végéig. Ilyen beosztást a csillagászati mérésekre használt műszerek libelláján szoktak alkalmazni.





Geodéziai műszereknél a tört osztást használják. Ennél az osztás „0" pontja a normálpontban van és ettől jobbra és balra külön van számozva. A középső osztáso-

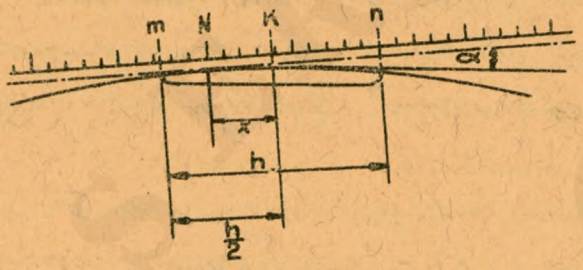
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kat és a számozást legtöbbször elhagyják.

Egy kis osztásész neve: pars. Hossza 2·256 mm (egy parisi vonal), 2·5 mm vagy 2 mm.

A libellák vizsgálatánál meg kell állapítanunk a buborék „K" középpontját. Ez másképen történik aszerint, amint a libella osztása átfutó, vagy tört. A pars hosszát mindkét esetben ismernünk kell.

Átfutó osztásnál a normál-pont számértékkel van adva. A buborék kitérésének „x"-nek, a nagyságát a következőképpen határozzuk meg: Ez ábrából:



$$x = K - N$$

Keressük a „K" értéket. Leolvassuk a két buborékvégződést: „m" és „n"-et. A buborék hossza: $h = n - m$. Innen a közepe:

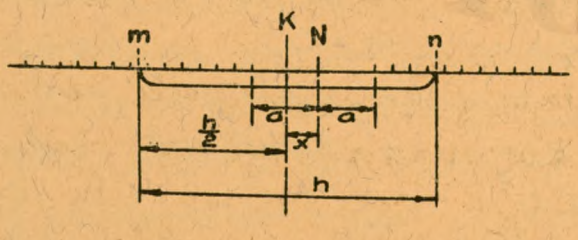
$$K = m + \frac{h}{2} = m + \frac{n-m}{2} = \frac{2m+n-m}{2} = \frac{m+n}{2}$$

Pl. $N = 17{\cdot}0$ adott érték.; $m = 14{\cdot}2$; $n = 28{\cdot}7$ leolvasott értékek.

$$K = \frac{14{\cdot}2 + 28{\cdot}7}{2} = 21{\cdot}45$$

A kitérés nagysága pedig: $x = K - N = 21{\cdot}45 - 17{\cdot}0 = 4{\cdot}45$ pars. Ha adott a libella érzékenysége (ε, számítását később tárgyaljuk), akkor a függőleges és a „K" pontban húzható érintő közötti „α" szög számítható: $\alpha = x\varepsilon$. Ha pl. a fenti libellánál $\varepsilon = 5''$, akkor $\alpha = 4{\cdot}45 \times 5$, vagyis a vízszintestől való eltérés szöge: $22{\cdot}25''$.

Tört osztásnál a normál-pont mindig a két osztás között középen fekszik, de megjelölve nincs mindig. Ha a két osztás közötti távolságot 2a-val jelöljük, akkor a „K" megállapítása a következő:



$$h = m + 2a + n$$

$$\frac{h}{2} = m + a - x = n + a + x$$

$$2x = m + a - n - a$$

$$x = \frac{m-n}{2}$$

Pl. $m = 10{\cdot}8$; $n = 4{\cdot}3$, akkor $x = +3{\cdot}25$ pars. Ismerve

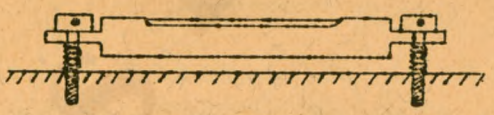
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a libella érzékenységét, az $\alpha = \varepsilon \varepsilon$ képlet alapján itt is számíthatjuk a kitérési szög nagyságát.

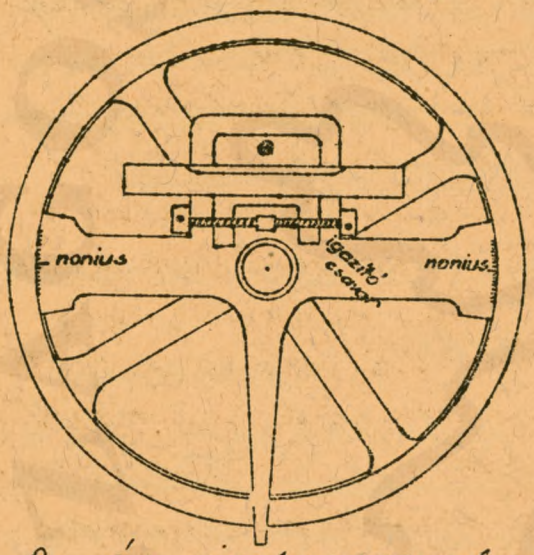
A libellák szerkezetét tekintve: a libella üvege fém- (réz) foglalatban van elhelyezve, és cementtel, gipszel vagy más ragasztóanyaggal, esetleg paraffinnal van rögzítve a foglalathoz.

A libellák vagy műszerekre vannak szerelve, vagy elmozdíthatók.

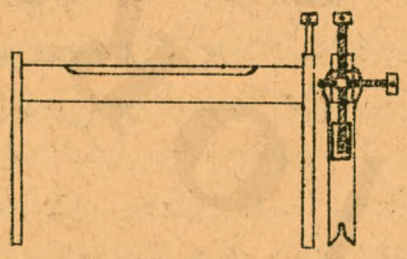
1., <u>műszerekre-szerelt libellák</u> az alhidádé-libellák: ezek segítségével állítjuk be az osztáskört vízszintes helyzetbe, illetve a függőleges forgás-tengelyt függőleges helyzetbe.



A magassági-kör ellenőrző-libellája a magassági körre, vagy a magassági-kör leolvasó-készülékére van szerelve, aszerint amint a magassági-kör áll, és a leolvasó-készülék forgathat, vagy fordítva. Arra szolgál, hogy a magassági-kör 0-180° osztását összekötő egyenest, vagy a két leolvasókészülék 0-ás indexvonalait vízszintes helyzetbe lehessen hozni. ~

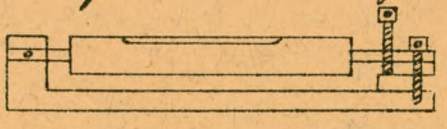


A távcsőlibella a távcsőre van szerelve s arra szolgál, hogy a távcső irányzótengelyét vízszintes helyzetbe lehessen hozni. Ez némely szintezőműszernél leemelhető.



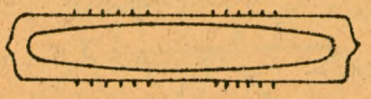
A tengely- vagy nyereglibella (l. a fenti ábrát!) a műszer pontos szintezésére, illetőleg a függőleges forgástengely pontos függőlegesre-hozatalára szolgál. Tengelyek szintezésére szolgálnak még a felfüggeszthető libellák.

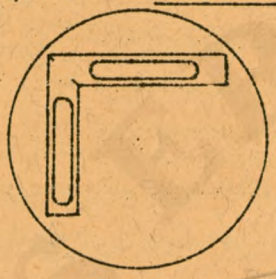
2., <u>A talpas-libella</u> asztallapok szintezésére szolgál:



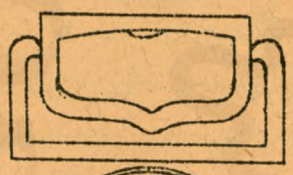
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

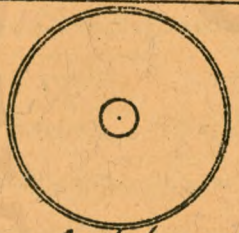
A reverziós-libella a hossztengelye körül átfordítva is használható, tehát belül mindkét oldalon pontosan van köszörülve és mindkét oldalán vannak osztásai. Irodalit és szintező-műszereken használják, mert a távcső áthajtása után is használható az irányzótengely szintezésére. ~ A szelencelibella kis üveggel lezárt fémdobozban, egymásra 90° alatt elhelyezett 2 csőlibella (nem tévesztendő össze a dobozlibellával!). Kitűzőrudak függőleges helyzetbe való hozatalára használják. ~



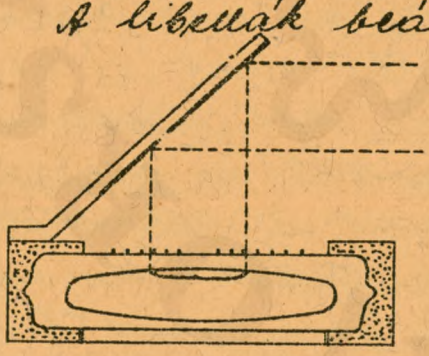


2.) A dobozlibella doboz-alakú üvegtest. Felső lapja belülről gömbfelületre van csiszolva. Nem olyan pontos, mint a csőlibella s ezért inkább csak buszszolákon használatos. Irodalitos is előfordulhat, de csőlibellával együtt. Felülről nézve nem látunk rajta párhuzamokat, hanem középen egy kört, s abba kell behoznunk a szintén köralakúnak látszó buborékot.





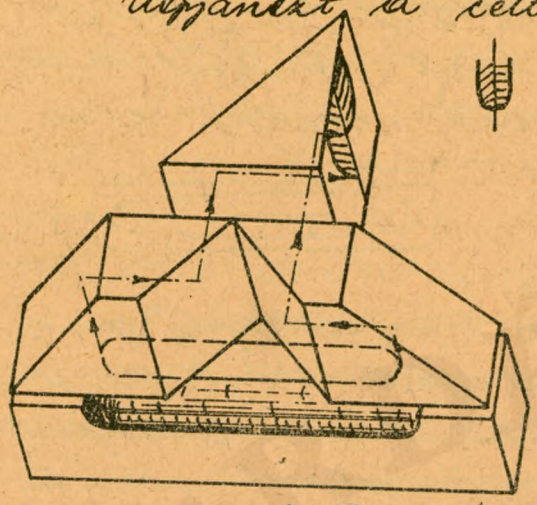
A libellák beállításánál, mivel az üvegcső meglehetősen vastag, s az osztásrészek ennek külső felületén vannak elhelyezve, vigyáznunk kell a parallaxishibára, mely akkor áll elő, ha a buborékot nem felülről nézzük, hanem oldalról.



Hogy ezt a hibát kiküszöböljük, a magassági-körlibellákon és a szintező műszereknél a távcső-libellákon egy 45° alatt elhelyezett tükröt alkalmazunk. Előnye ennek a megoldásnak az is, hogy az irányzás után nem kell a távcsőtől oldalt menni, hanem ugyanabból a helyzetből győződhetünk meg, hogy a libella bejátszik-e?

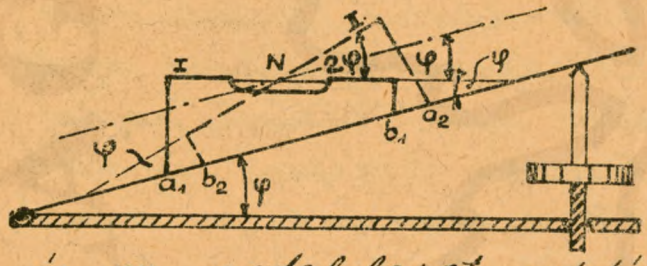
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ugyanezt a célt szolgálja a Zeiss és Wild féle műszereknél alkalmazott prizmás buborék-készülék. Ezeknél a libelláknál nincs osztás: a megfelelő prizmák a buborék két végét vetítik fel és ha a két végződés összeesik, akkor a buborék bejátszik.



A libellák vizsgálata.

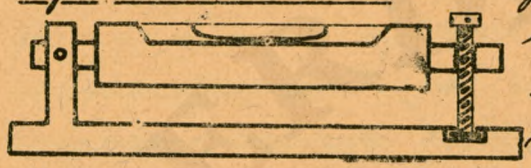
Ahhoz, hogy a libellával pontos mérést végezhessünk, a libella tengelyének párhuzamosnak kell lennie a felfekvési síkjával. Tegyük fel, hogy libellánk nincs kiigazítva, s ha buborékja bejátszik, akkor felfekvési síkja a vízszintestől „φ" szögértékkel eltér. Hibás libellánkat egy asztal-lapra tesszük, melyet csavarral szintezhetünk és az asztal-lapot addig emeljük, míg a libella buborékja be nem játszik. Ekkor az asztallap is „φ" szöget zár be a vízszintessel. Ha most a libellát egy függőleges tengely körül 180°-kal elforgatjuk (ábránkon a szaggatottan rajzolt II-es helyzet), akkor a buborék felszökik, mert a libella-tengely „2φ" szög alatt hajlik a vízszinteshez. Ha most a libella tengelyét a felfekvéssel párhuzamos helyzetbe akarjuk hozni, akkor a libella tengelyét „1φ" szöggel kell elforgatnunk a függőleges igazítócsavarok segítségével. Ezt azáltal érjük el, hogy a buborékot ~ a libella II-es helyzetében ~ a normálponttól való kitérésének felére hozzuk be. Ha azután az asztallapot is vízszintes helyzetbe akarjuk hozni, akkor ezt is el kell mozdítanunk „1φ" értékkel a szintesítőcsavar útján. Ezt elérem azzal, hogy a bu-



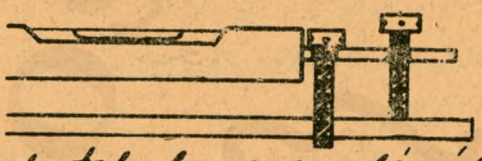
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

buborékot most az asztallap szintezőcsavarjával a kitérés másik fél értékéig elmozdítjuk, vagyis a buborék közepét a normálponttal összevágatjuk. Ha jól beszültük a kitérés fél értékét, akkor a libellát újból átforgatva 180°-al a buborék ebben a helyzetben is be fog játszani.

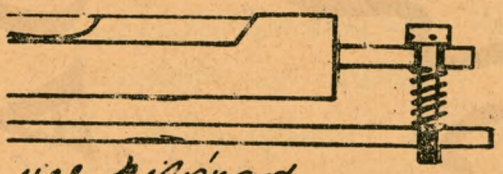
A libella tengelyének párhuzamossá-tételéhez igazítócsavarok szolgálnak. Ezek többféle berendezésűek lehetnek.



1., egy diósan ízülő csavarral, a mely csavar forgás közben is helybenmarad, csak a libella egyik végét emeli, vagy süllyeszti, mert az csavaranyaként van kiképezve.

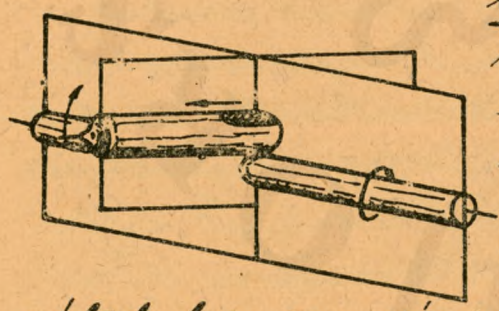


2., két csavar esetén az egyik emelő, a másik húzó-csavar. A libella talpába csak a húzócsavar hatol be, s emelésnél vagy süllyesztésnél mindkét csavart használnunk kell.



3., rúgós berendezésnél az emelőcsavar szerepét a rúgó veszi át. Nem valami pontos, mert a rúgó idővel kifárad.

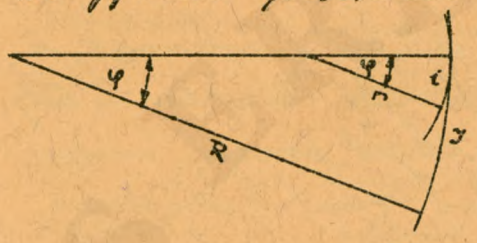
Tengely-libellákat arra nézve is meg kell vizsgálnunk, hogy nincs-e keresztállásuk? Keresztbenállásnak nevezzük azt az esetet, amikor a tengely, melyen a libella fekszik és a libellatengely nem esnek egy függőleges síkba, hanem a két függőleges sík egymást metszi. Legegyszerűbben vizsgálat, ha egy vízszintes tengelyre helyezzük a libellát és a tengely körül lassan előre és hátra döntjük. Ekkor a buborék - a fenti ábra alapján - előreforgatásnál balra, hátraforgatásnál jobbra fog kitérni (előre: ↶, hátra ↷). A hibát a vízszintes igazítócsavarokkal igazítjuk ki.



A műszerekhez használt libelláknak megfelelő érzékenységűeknek kell lenniök. A libella érzékeny-

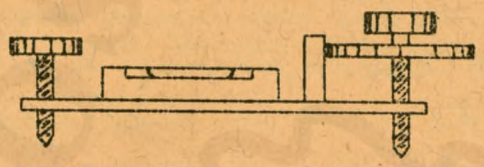
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ségén azt a szögértéket értjük, mellyel a libellát ki kell mozdítanunk, hogy a buborék egy pars-szal kilépjen. Az érzékenység a kikörözörülés sugarától függ: a nagyobb „R" sugárral körözött libella érzékenyebb, mint a kisebb „r" sugárral körözött. Ha a körözörülés sugara végtelen, akkor az érzékenység is végtelen s a libella nem is használható, mert a legkisebb kimozdítására a buborék a teljes cső hosszának megfelelő értékkel téved ki.

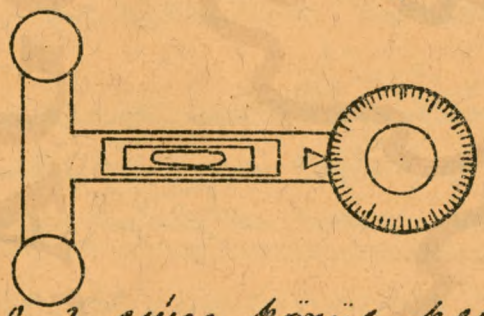


Ábránkon „i" és „I" az ugyanazon „φ" szög melletti kitérés értékei „r" ill. „R" sugár mellett.

$$i = \frac{\varphi''}{\rho''} \cdot r \quad ; \quad I = \frac{\varphi''}{\rho''} \cdot R$$

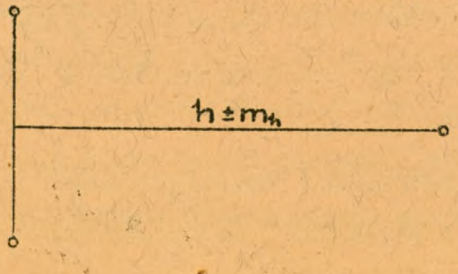


Ebből is látható, hogy ha $r < R$, akkor $i < I$, tehát kisebb körözörülési sugár mellett kisebb az érzékenység is.



Az érzékenység meghatározására legegyszerűbb eszköz a libellavizsgáló mérleg vagy híd. Ez egy 3 csúcson nyugvó fém lap. A 3 csúcs közül kettő szintezőcsavar, a harmadik pedig egy mikrométer-csavar. Ez utóbbi segítségével a mérleg a másik két csúcs - mint sarkok - körül föl és le mozdítható, tehát hajlásszöge változtatható. A mikrométercsavar beosztással ellátott koronggal van összekötve, melyről egy mutató segítségével a csavar elfordításának mértékét leolvashatjuk. (Az érzékenység meghatározására kidolgozott példa van a hibaszámítási példák között.)

Mielőtt a mérleget használatba vennénk, először az adatait kell meghatároznunk.



A hidat papírra szorítjuk úgy, hogy a 3 csúcs nyoma megmaradjon a papíron. Ezután többször pontosan megmérjük „h"-t, levezetjük valószínű

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

helyes értékét és ennek középhibáját. Ez a „h" hosszazsugár, amelyen a csavar felemeli a hídat. – Ezután a mikrométer-csavar menetmagasságát állapítjuk meg: a menetmagasságoknak egyenlőknek kell lenniök. Erre nézve már a gyárban felülvizsgálják a műszert, de mi magunk is ellenőrizhetjük. Az ellenőrzés úgy történik, hogy a mikrométercsavart kiemeljük az anyából és papírra nyomjuk. Mivel a csavar egyenes oldalos, a menet nyomot hagy. Ezután a menetekből pl. 10-et körzőbe véve, mint a léptéket, ellenőrizhetjük, hogy a 10-10 menet mindenütt egyenlő magas-e. Ezután 10-10 menet magasságát több helyen megmérjük nóniuszos vonalzóval és ebből megállapíthatjuk 1 csavarmenet magasságát (g) számítva ennek valószínű helyes értékét és középhibáját. Majd kiszámítjuk 1 csavarmenet-magasságnak megfelelő „φ" szöget, amellyel a hídat egyszeri körülfordítás esetén emelhetjük.

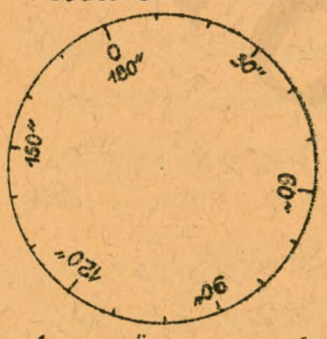
$$g = \frac{\varphi''}{\rho''} \cdot h \quad \text{s innen} \quad \varphi'' = \rho'' \frac{g}{h}, \quad \text{hol}$$

$\rho'' = 206265$. Mivel „g" és „h" középhibáját is ismerjük, számíthatjuk „φ" középhibáját, tehát megbízhatóságát is:

$$m_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial \varphi}{\partial g} \cdot \pm m_g\right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \cdot \pm m_h\right)^2}$$

$$m_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\rho}{h} \cdot \pm m_g\right)^2 + \left(-\frac{g\rho}{h^2} \cdot \pm m_h\right)^2}$$

A legtöbb libellavizsgáló mérleg mikrométercsavarának koronggja már úgy van beosztva és számozva, hogy a mérleg emelésének vagy súlyesztésének szögét közvetlenül leolvashatjuk róla.



Az érzékenység meghatározása a következőképen történik. Lemérjük a libella pars-értékét „p"-t. Ezután ráhelyezzük a libellát a mérlegre és leolvasunk a buborék végződéseit. Ebből számíthatjuk a buborék közepének a kitérését: „s_1"-et és ugyanekkor a koronggról is végezzünk leolvasást: „k_1". Most elforgatjuk a mikrométer-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

csavart, amíg a buborék 4-5 pars-szal elmozdul. Ekkor újból végzünk leolvasásokat a buborék-végeken és kiszámítjuk az „x_2" kitérést. „$x_1 - x_2$" adja a libella két helyzete közötti elmozdulást parsokban. Ez leolvassuk a korong „k_2" állását is, s így számíthatjuk a mérleg elmozdulási szögét, „α"-t:

$$(k_2 - k_1)\gamma = \alpha$$

Ezt elosztva $(x_2 - x_1)$ értékkel, kapjuk az 1 parsnak megfelelő szögértéket, az „ε"-t, ami nem más, mint a libella érzékenysége.

Pl. a mérleg súlya: $t = 227.18$ m/m, a csavarmenet magassága: $\gamma = 0.2$ m/m. Akkor

$$\varphi = \frac{0.2 \times 206265}{227.18} \doteq 180' = 3'$$

Ha a mikrométercsavar korongja 100 részre van beosztva, akkor 1 osztásrésznek 1.8" elmozdulás felel meg. – A leolvasásokkor nyert értékek:

$m_1 = 8.2$; $n_1 = 2.3$ $\qquad$ $m_2 = 4.5$ $\quad n_2 = 6.1$

$$x_1 = \frac{8.2 - 2.3}{2} = 2.95 \qquad x_2 = \frac{4.5 - 6.1}{2} = -0.8$$

$k_1 = 0.283$ $\qquad$ $k_2 = 1.007$

$$x_1 - x_2 = 2.95 - (-0.8) = 3.75$$

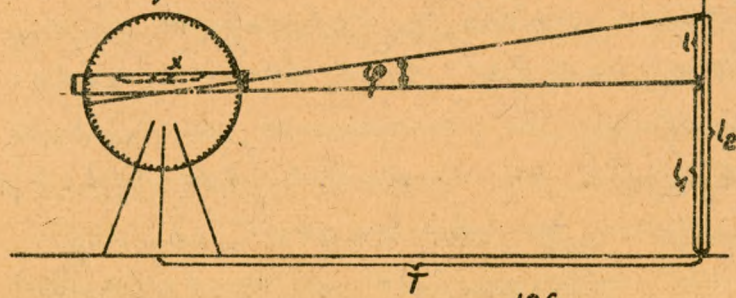
$$\alpha = (k_2 - k_1)\gamma = (1.007 - 0.283).180 = 0.724.180 = 130.32''$$

$$\varepsilon = \frac{130.32}{3.75} = 34.7''$$

Kiszámítható a **körözülési sugár** is, ha a **pars-érték** ismeretes. Legyen $p = 2''$/m, akkor

$$R = \frac{\rho''}{\varepsilon''} = \frac{0.002 \cdot 206265''}{34.7''} = 11.9 \text{ m}.$$

Ha ugyanannál a libellánál más-más helyen egymástól nagyon különböző értékeket kapunk, akkor a körözülés hibás és a körözülési sugár nem mindenütt egyenlő.



Ha minőségi libellavizsgáló mérlegünk, akkor is megvizsgálhatjuk a libellát egy műszer magasságigörbe

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

segítségével. Ennek pontossága azonban libellavizsgálathoz nem elég, úgy hogy inkább függőleges, osztott léc alkalmazásával végezzük el a meghatározást. A vizsgálandó libellát ráhelyezzük egy műszer távcsövére. Ekkor meghatározzuk a libella buborékjának a kitérését és egyidejűleg a lécről is végzünk leolvasást (l_1) a távcső vízszintes irányzószála segítségével. Ezután a magassági-kör parányszavarával annyira elmozdítjuk a távcsövet, hogy a buborék 3-4 parissal továbbmozduljon. Újból megállapítjuk a buborék közepének kitérését és elvégezzük az „l_2" lécleolvasást. A két megfigyelésből egyrészt a buborék elmozdulását kapjuk meg parsokban, másrészt a két lécleolvasás közti különbséget:

$$l_2 - l_1 = l \quad ; \quad l = \frac{\varphi}{\varepsilon} \mathcal{T}$$

honnan:

$$\varphi'' = \frac{l \varepsilon''}{\mathcal{T}}$$

ez adja az $x_1 - x_2 = x$ számú pars kitérésének megfelelő szögértéket. Az egy parsnak megfelelő szög, mivel

$$x : \varphi = 1 : \varepsilon$$

$$\varepsilon'' = \frac{\varphi''}{x}$$

Tehát megkaptuk a libella érzékenységét. A köszörülési sugár számítása ugyanúgy történik, mint az előbbi eljárásnál.

A köszörülési sugár a geodéziában használatos libelláknál 6 ~ 200 m szokott lenni.

Az érzékenység precizitás szintezőműszereknél: 5"
Nagy teodolit és nagy szintezőműszereknél 10"
Kisebb teodolitoknál és -"- 20"
Buszoláknál és kis -"- 30"
Léceknél használatos dobozlibelláknál 2'

A libellák beállításánál $\pm 10\sqrt{\varepsilon''}$, leolvasásnál pedig $\pm 20\sqrt{\varepsilon''}$ középhibával kell számolnunk Reinhart kísérleti mérései alapján.

A libella buborékjának hosszа függ a hőmérséklettől. A hosszabb buborék pontosabb eredményt ad, s hogy a buborék megrövidüléséből eredő hibát

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

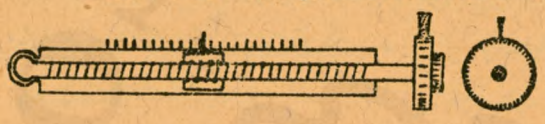
kiküszöbölik, légkamarás libellákat is készítenek, amelyeknél a buborék hossza szabályozható.



A parámycsavar vagy mikrométer.

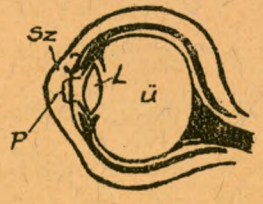
A jóváltás legkisebb osztásrészeinek tört részeit tudjuk vele megmérni. A mikrométer egy pontosan metszett csavarorsóból áll (a menet ellenőrzését lásd a libella-vizsgáló mérlegnél), mely egy indexet mozgat el, végére pedig egy dob van szerelve, mely beosztással bír.

Ha a mikrométercsavar menetmagassága egyenlő a jólépték legkisebb osztásrészével, akkor egy teljes körülfordulás alatt az index egy osztásrésszel halad tovább. Ha a dob 100 részre van beosztva, akkor a századrészeket leolvashatjuk, az ezredrészeket pedig becsülhetjük.



Látó- és irányzó- eszközök.

Két mérési pont közötti összekötő-egyenest iránynak, szemünktől valamely mérési ponthoz menő sugarat látósugárnak nevezzük. Két olyan ponton átmenő sugár, mely pontok kölcsönös helyzete adva van és amelyek mindig együtt mozdíthatók el, szolgáltatja az irány-, vagy irányzó-sugarat. Az irányzósugarat mi bármilyen segédeszköz közbeiktatásával is, de szemünkkel tűzzük ki, tehát először röviden ezt ismertetjük.



A szem egy gömb, melynek anyaga átlátszó, üvegszerű (üvegtest). Ennek átmérője kb. 15 m/m. A szemgolyó külső felén foglal helyet a szemlencse,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

(L), amely izomkötegek útján változtathatja görbületi sugarát. A lencse előtt az u. n. <u>írisz</u> (I) foglal helyet, melynek közepén egy fekete, köralakú rés van: a <u>pupilla</u>. A rés bősége a szemhez jutó fény erőssége szerint változik szintén izomzat segítségével 1-5 m/m között. Előtte van a <u>szaruhártya</u> (Sz.) Normális szemnél, ha a pupillára ill. a szemlencsére közepes erősségű fény esik, a pupilla átmérője 1·54 m/m. Ezzel az átlagos értékkel szoktunk számolni.

A szemen még különböző hártyákat is találunk: ezek kívülről befelé haladva az <u>in-, por-, ér- és ideghártya</u>. Ezeknek feladata a szem védése, vérrel, tehát táplálékkal való ellátása és főleg a fény által képzett ingernek – a látási ingernek – az idegközpontba való továbbítása s ezzel a tulajdonképeni látás előidézése.

Nézzük ezekután azt, hogy hogyan képezi szemünk a tárgyak képét. A pupillán át a lencsére jutó fénysugarak – amint azt majd az optikai részben, a lencsék tárgyalásánál látni fogjuk – a lencsétől bizonyos távolságban képpé egyesülnek. A szemnél azt a helyet, ahol a kép keletkezik, sárgafoltnak nevezzük. A sárga folton vannak a tulajdonképeni látóidegek, jobban mondva a látópálcikák végződései, amelyek szabályos hatszögalakúak, s átmérőjük mintegy 2-6 μ (mikron) között változik. Normális szemnél a tárgy képe mindig erre a sárga foltra esik. Mivel ennek a távolsága a szemlencsétől állandó, ezért szükséges, hogy a lencse görbületi sugarait az izomzat változtathassa, hogy így a különböző távolságokból jövő sugarak képe a sárga foltra essék. Két igen közel fekvő pontot vagy tárgyat a szem csak akkor érzékel kettőnek, ha a két pont képe két olyan pálcikára esik, amelyek között legalább egy pálcika van. Míg ha a két kép egy pálcikára, vagy két egymás mellett lévő pál-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

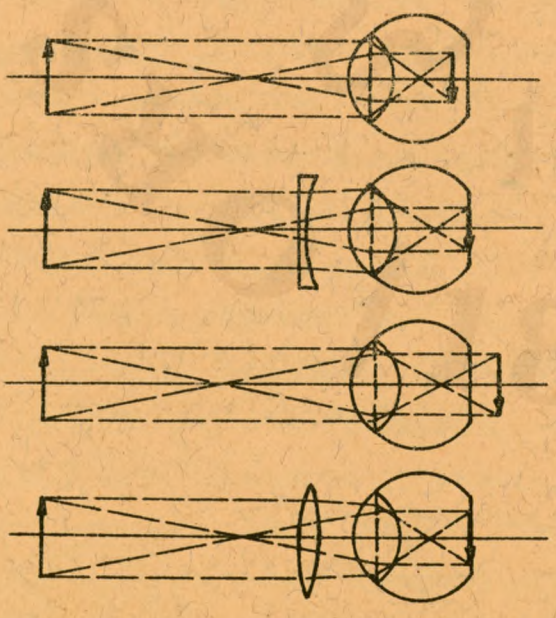
cikára esik, akkor a két tárgy képe egybefolyik és csak egy képnek látjuk. A szemnek ezt a tulajdonságát szétválasztóképességnek nevezzük. Ez függ a látószögtől, melyen azt a szöget értjük, amelyalatt a tárgyról jövő sugarak a szemünkbe, ill. a szemlencsére érnek. A látószög normális szemnél kb. 40', de egyénenként változik. Más néven élesláttási szögnek is mondják és mindenki meghatározhatja a saját szemére vonatkozólag a következőképen: Egy fehér lapra 2-2 fekete pontot rajzolunk egymástól egyre növekvő távolságban. „T" távolságból megfigyeljük, hogy melyik az a két pont, amelyiket már külön látunk. Lesz:



$$tg\varphi = \frac{l}{T} = \varphi \quad ; \varphi'' = 5'' \frac{l}{T}$$

Ha egészséges szemnél a tárgy képe a sárgafoltra esik, anélkül, hogy a szemet erőszakban kellene igénybevennünk, és az apró pontot hosszabb ideig nézhetjük a szem kifáradása nélkül, akkor azt mondjuk, hogy a tárgy az élesláttás távolában van. Ez a távolság egyénenként változik. Normális szemnél 25-30 cm. szokott lenni.

Előfordul azonban, hogy a tárgy képe nem esik a sárgafoltra, hanem vagy előtte, vagy mögötte. Ilyenkor beszélünk közel-, ill. távol-látó szemről. Ezeket a hibákat úgy korrigálhatjuk, hogy a szem elé egy lencsét teszünk, mégpedig ha közelátó szemről van szó, úgy homorú lencsét alkalmazunk alkalmazunk előttlencsének (szemüveg), amely a sugarakat szétszórja és ezen sugarakat azután a szem-lencse most már a sárgafoltra fogja



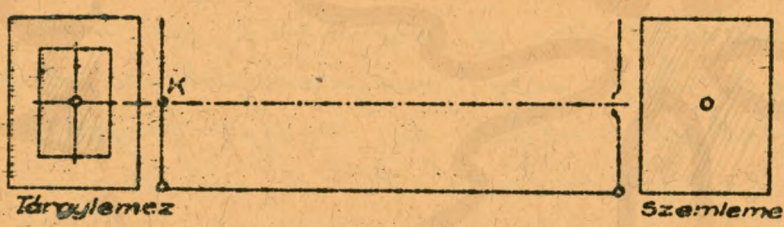
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

egyenlíteni képpé. Távol-látó szemnél viszont domború-, vagy gyűjtőlencsét kell alkalmaznunk, amely a szemlencse előtt összegyűjti a sugarakat és így az ismét a sárga foltot fogja a képet létrehozni. A korrigáló-lencsék erősségét dioptriák szerint csoportosítják. Dioptrián a lencse méterekben kifejezett fókusztávolságának reciprokát értjük.

Az irányzó-eszközök.

Ezek után térjünk át azokra az eszközökre amelyeknek segítségével irányzást végezhetünk, illetve egyenes vonalakat tűzhetünk ki. Ezek az eszközök - amelyek műszereinken is alkalmazást nyernek - az irányzóeszközök, úgymint a nézőhasadék vagy dioptra és az irányzószálakkal felszerelt távcső.

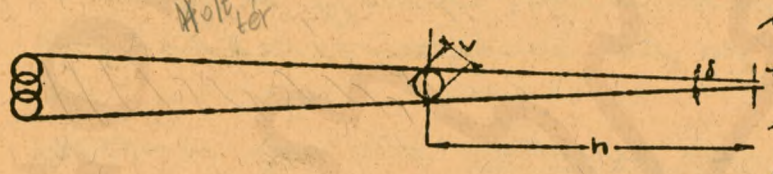
1. A nézőhasadék vagy dioptra áll egy 30-15 cm hosszú, 2-5 cm. széles, 4-6 m/m vastag fémvonalzóból, melynek egyik hosszanti oldala rajzolóélnek van kiképezve, két végén pedig a vonalzóra merőlegesen és egymással párhuzamosan 5-8 cm hosszú lemez van csuklósan megerősítve. A két lemez közül a szem felőli oldalon van a szemlemez az irányzórésszel, a tárgy felőli oldalon pedig a tárgylemez, amely ablakozásúan van áttörve, és itt található az irányzásra szolgáló szálkereszt (rendszerint lószőrből). A lószőrszálak közül az egyik a függőleges-, a másik a vízszintes irányszál. E kettő metszéspontja adja a szálkereszt középpontját.



Ha a vonalzó lapja vízszintes helyzetű, akkor a szemnyíláson és a függőleges irányszálon áthaladó sugarak a függőleges irányzósíkot, míg a szemnyíláson és a vízszintes irányszálon

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

átmenő sugarak a vízszintes irányzóikat határozzák meg. A két sík metszésvonala, vagy másképen a szemnyíláson és a szálkereszt középpontján áthaladó sugár az irányzótengely. Hogy a dioptrás vonalzót használni tudjuk, szükséges, hogy a szálkereszt közepe és az irányzónés által meghatározott irányzótengely párhuzamos legyen a vonalzó rajzolóélével. (Vizsgálatát lásd a méröasztalok tárgyalásánál!) ~ Dioptrát alárendeltebb jelentőségü egyenesvonalak, vagy irányok kiküzésére használjuk a pontatlansága miatt. Ez a pontatlanság a következőkben nyilvánul meg: Ha u. i. valamely irányzást felülnézetben képzelünk el, akkor azt fogjuk látni, hogy a szemnyíláson át szemünkből kiinduló sugarak a tárgynyílásban alkalmazott lószőrszál mellett kétoldalt érintőlegesen s egyúttal szétágazóan haladnak el. Így egy meglehetősen nagy holttér képződik, melyen belül a megirányzott mérési jel bárhol helyetfoglalhat. A mérési pontot tehát megirányzottnak tekinthetjük mindaddig, amíg az irányszál eltakarja a mérési pont jelét. Ez az eset áll fenn akkor is, amikor a jobboldali látósugár esik egybe a mérési pont jelével, meg akkor is, amikor a baloldali látósugár esik össze a jellel. Az irányzás tehát bizonytalan a két irányzósugár által bezárt „δ" szögértékig. Ezt a „δ" bizonytalanságot kifejezhetjük, ha a lószőrszál vastagságát „v"-vel jelöljük és egyenlővé tesszük annak az ívnek a hosszával, amely a szemnyílás és a lószőrszál közötti „h" távolsággal, mint sugárral leírt körben a „δ" központi szögnek megfelel. Így lesz a lószőrszál vastagsága:



$$v = \frac{\delta''}{\rho''} h \quad \text{ahonnan} \quad \delta'' = \rho'' \frac{v}{h}$$

A gyakorlatban a dioptrás-vonalzó pontosságát

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

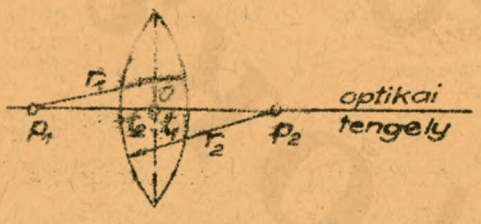
2'-nek szokták venni, de növelhetjük azáltal, hogy a lószőrszálat vékonyabbra a vonalzót pedig hosszabbra készítjük. Kindaxonáltal pontos irányzásra még így sem használható: alárendeltebb vázrajzok készítésénél jut neki szerep.

Pontos irányzást csak távcsővel végezhetünk márcsak azért is, mert egyrészt a dioptrás vonalzóval nagy távolságra már nem is látnánk, másrészt a szemre nézve is igen fáraszto, ha a közeli szálkeresztet és a távoli pontjelet egyidejűleg kell néznie. Ezen okok miatt modern műszereink mind távcsővel vannak felszerelve.

2. A távcső a legélesebb irányzó-eszköz, melynek feladata az, hogy a nagy távolságban lévő mérési pont jelét megnagyítva, jól láthatóvá, megfigyelhetővé tegye. A távcső legfontosabb alkatrészei a lencsék, tehát elsősorban ezeket kell megismernünk:

a., Lencsék.

A lencsék lehetőleg egyenletes-szövetű üvegöntvényből csiszolt testek, amelyeknek határlapjai valamely adott sugárral képzelhető gömbfelület egy részének felelnek meg. Anyaguk lehet ólommentes korona-üveg, vagy ólomtartalmú flint-üveg.



A lencsét alkotó gömbfelület sugarát a lencse görbületi sugarának (r_1, r_2) a gömbfelületek görbületi középpontját pedig a lencse görbületi középpontjának (p_1, p_2) nevezzük. A két görbületi középponton áthaladó egyenes a lencse optikai tengelye. Az optikai-tengely keresztülmegy a lencse optikai középpontján (o), amely a határlapoktól t_1 és t_2 távolságra van. Ezek a távolságok egyenes arányban állnak a határoló-lapok görbületi sugarával:

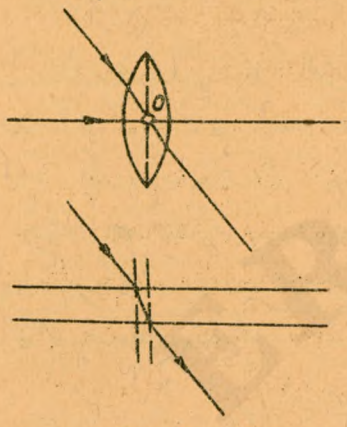
$$t_1 : t_2 = r_1 : r_2 \quad \text{s innen} \quad t_1 = t_2 \frac{r_1}{r_2}$$

A lencsén áthaladó fénysugarakra a követke-

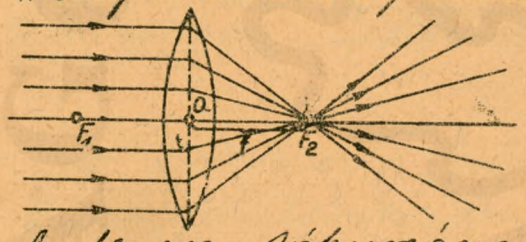
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

zó szabályok állanak:

A lencse optikai tengelyével összeeső fénysugár irányváltozás nélkül halad át a lencsén. Az optikai középponton átmenő többi sugár törést szenved ugyan, de a lencsén keresztülhatolva eredeti irányában halad tovább. Ezeket a sugarakat nevezzük fősugaraknak. A fősugarakra nézve a lencse úgy viselkedik, mint egy planparallel lap. A planparallel lapot egy olyan lencsének képzelhetjük el, amelynél mindkét görbületi sugár végtelen. A planparallel lap a fénysugár irányát nem változtatja meg, csupán eltolja önmagával párhuzamosan.



Az optikai tengellyel párhuzamos sugarakat, amelyeket a végtelenből jövő sugaraknak tekintünk, a lencse megtöri: ezek a lencse optikai tengelyébe eső gyűjtő- vagy gyűjtőpontban (fókusz) egyesülnek.

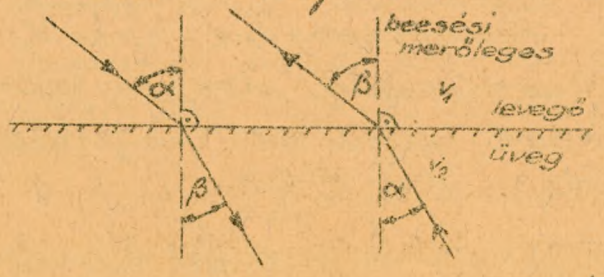


A lencse fókuszának az optikai középponttól való távolsága kifejezhető:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

képlettel, melyben „r_1" és „r_2" a határlapok görbületi sugara, „n" pedig a lencse törési együtthatója.

~ Amikor a fénysugár egy más sűrűségű közeg határához ér, eredeti irányát meg fogja változtatni az új közegben. Azt mondjuk, hogy a sugár törést szenved. Hogy milyen lesz a sugár új iránya, ill. hogyan törik meg, az attól függ, hogy a sugár sűrűbb közegből megy-e ritkábba, vagy fordítva.



Ha a fénysugár sűrűbb közegből megy ritkábba (pl. üvegből levegőbe) akkor a beesési merőlegestől, míg ritkább anyagból sűrűbbe ha-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

haladva (pl. levegőből üvegbe) a beesési merőlegessel törik, hol beesési merőlegesen a sugár belépési helyén, a törőfelületre merőleges egyenest értjük.

A be- és kilépő sugarak és a beesési merőleges által bezárt szögek sinusának viszonyát törési együtthatónak (n) nevezzük:

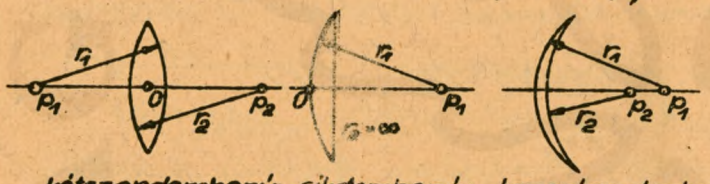
$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Kifejezhető még a törésmutató úgy is, mint a fény terjedési sebességének viszonya a két anyagban (v és v_1):

$$n = \frac{v}{v_1}$$

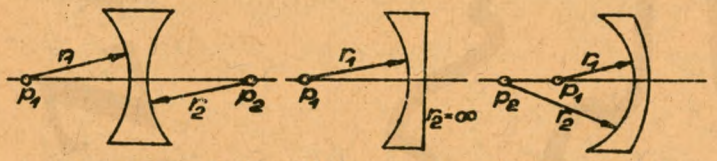
A törésmutató koronaüvegnél: 1.54, flintüvegnél: 1.65. Ma már gyártanak olyan üveget is, amelyre nézve $n = 2$.

A lencsék lehetnek domború- vagy gyűjtőlencsék és homorú-, vagy szórólencsék.



kétszerdomború; síkdomború; homorúan domború

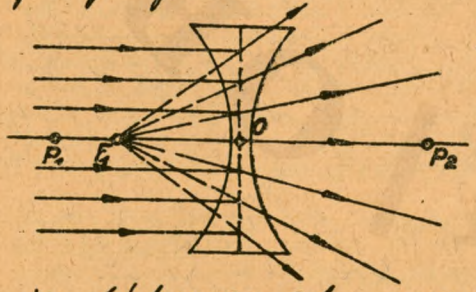
A gyűjtőlencsék lehetnek kétszerdomborúak, síkdomborúak és homorúan-domborúak.



kétszerhomorú; síkhomorú; domborúan homorú

A szórólencsék lehetnek: kétszerhomorúak, síkhomorúak és domborúan homorúak.

A homorú lencsék az előbbiekkel szemben a fénysugarakat nem gyűjtik egy pontba, hanem szétszórják. Ha azonban ezeket a szétszórt sugarakat visszafelé meghosszabbítjuk, szintén egy az optikai tengelyen lévő pontban gyűlnek össze; ezt a pontot itt is fókusznak nevezzük és mindössze abban különbözik a domború lencsék fókuszától, hogy (–) előjelű. A homorú lencsékre is vonatkoznak az összes eddigi megállapításaink és képleteink, azonban itt a fókuszt mindig negatívnak kell vennünk. Ezt szemelőtt tartva nem is fogunk külön fog-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lalkozni velük, hanem megállapításainkat a domború lencsékre vonatkoztatjuk, mivel ezek számunkra a legfontosabbak.

A domború lencsék.

Láttuk már, hogy a domború lencse a fénysugarakat egy pontba, a fókuszba egyesíti össze. A fókusznak az optikai középponttól való távolságát ~ a fókusztávolságot: f ~ a következő képlettel fejezhettük ki: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ Ha ebben a képletben $r_1 = r_2$, akkor:

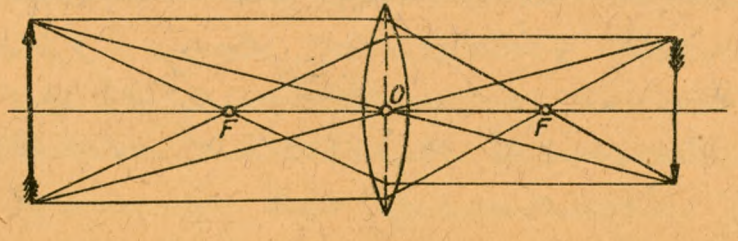
$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\frac{2}{r_1}; \quad f_1 = \frac{r_1}{2(n-1)}$$

Ha pedig $r_2 = \infty$ (síkdomború lencsénél), akkor

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n-1}{r_1} \quad \text{vagyis} \quad f_2 = \frac{r_1}{n-1}$$

Ezt a képletet összehasonlítva a fentivel azt látjuk, hogy a síkdomború lencse fókusztávolsága kétszer akkora, mint az ugyanolyan, egyenlő görbületi-sugarakkal bíró kétszerdomború lencséé.

Nézzük most, hogy hogyan képezi a lencse a tárgynak a képét. Vegyünk fel ezélból egy kétszerdomború lencsét és egy $\overline{AB}$ nagyságú tárgyat. Erről a tárgyról minden irányban indulnak ki sugarak, amelyek érik a lencsét. Ezek közül a sugarak közül a jellemző sugarakat vegyük. Ezek a fősugarak, amelyek irányváltozás nélkül haladnak át a lencsén és az optikai tengellyel párhuzamos sugarak, amelyek a fókuszon mennek keresztül. Ez a szabály visszafelé (fordítva) is érvényes. Ha tehát meg akarjuk szerkeszteni egy tárgynak a lencse által képezett képét, akkor nem kell mást tennünk, mint ezen jellemző sugarakat meghúzni a tárgy megfelelő pontjaiból s megkapjuk a lencse által alkotott képet.



Az ilyen módon kapott

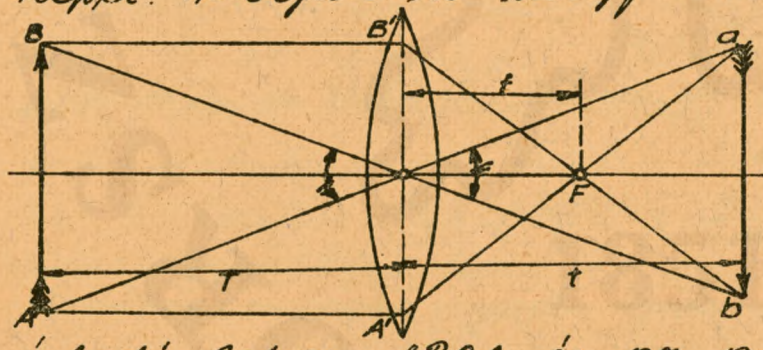
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kép, ha a tárgy az egyszeres fókusztávolságon kívül van, fordított állású lesz, amint az az ábrából is kitűnik. Ez a képképzés azonban csak vékony lencsékre érvényes. Ahelyett a lencse vastag, számításba kell vennünk a lencse optikai középpontjának távolságát a határoló-lapoktól (t_1 és t_2). A geodéziában alkalmazott lencséket jó közelítéssel vékony lencséknek vehetjük s így az optikai középpontot úgy vehetjük fel, mintha összeesne a lencse geometriai tengelyével, miáltal a „t_1" és „t_2" értékeket elhanyagolhatjuk. (Vékony lencsékről addig beszélünk, míg a fénysugarakat egyenesnek lehet venni.)

A sugarakra szabályok csupán a tengelyhez közel haladó u. n. paraxiális sugarakra vonatkoznak. A lencse ugyanis a szélein átmenő sugarakat nem a gyújtópontban egyesíti, amint azt majd a lencsék hibáinál látni fogjuk.

A lencsék egyenlete.

Helyezzünk el egy kétszerdomború lencse előtt egy AB tárgyat és szerkesszük meg annak a képét. Jelöljük a tárgy távolságát az optikai középponttól „T"-vel, a kép távolságát pedig „t"-vel, akkor a „T, t" és „f" (fókusztávolság) között a következő összefüggés írható fel az ABOΔ és az abOΔ hasonlósága alapján:



$$\frac{\overline{AB}}{T} = \frac{\overline{ab}}{t} \; ; \text{ innen: } \frac{\overline{AB}}{\overline{ab}} = \frac{T}{t}$$

Másrészről az A'B'FΔ és az abFΔ hasonlósága alapján:

$$\frac{\overline{A'B'}}{f} = \frac{\overline{ab}}{t-f} \; ; \text{ de } \overline{A'B'} = \overline{AB}, \text{ így } \frac{\overline{AB}}{\overline{ab}} = \frac{f}{t-f}$$

Összehasonlítva ezt az előbbivel, látjuk, hogy:

$$\frac{T}{t} = \frac{f}{t-f}$$

$$T.t - T.f = t.f$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Szorozzuk meg egyenletünket $\frac{1}{T.t.f}$ - fel és végezzük el a rövidítéseket. Lesz:.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{T}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{T} + \frac{1}{t}$$

Ez a lencsék alapegyenlete, amely szavakban így hangzik: a fókusztávolság reciproka egyenlő a tárgy- és képtávolság reciprokának összegével. Egyenletünk domború és homorú lencsére egyaránt vonatkozik, csak az utóbbi esetben f(-) előjelű lesz. Ha a tárgy a lencse jobb oldalán van, akkor ez a tárgy (+) oldala, a bal oldal pedig a kép (+) oldala. - Fejezzük ki a „T" tárgytávolságot a fókusztávolsággal: legyen $T = n.f$. . Behelyettesítve:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{nf}$$ ahonnan:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{nf} = \frac{n-1}{nf}$$ s innen $t = \frac{nf}{n-1}$

változtassuk most egyenletünkben „n" értékét:

1.) legyen $n = \infty$, tehát $T = nf = \infty . f = \infty$: a tárgy a végtelenben van. Akkor

$$t = \frac{\infty}{\infty - 1} \cdot f$$

A $(\frac{\infty}{\infty - 1})$ határozatlan kifejezés értékét a limesen keresve kapjuk, hogy:

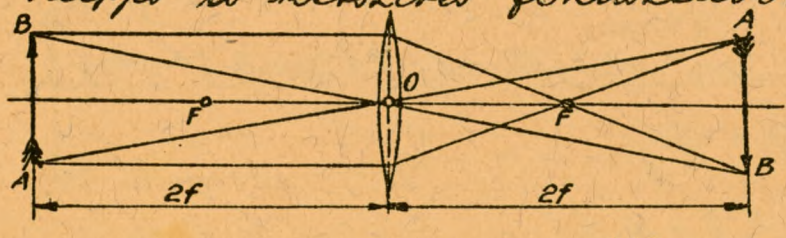
$$t = \lim_{n \to \infty} \frac{n}{n-1} \cdot f = \frac{1}{1} \cdot f = f$$

tagyis a végtelenben lévő tárgy képe a fókuszban keletkezik.

2.) legyen $n = 2$, tehát $T = 2f$: a tárgy a kétszeres fókusz-távolságban van. Akkor

$$t = \frac{2}{2-1} \cdot f = 2f .$$

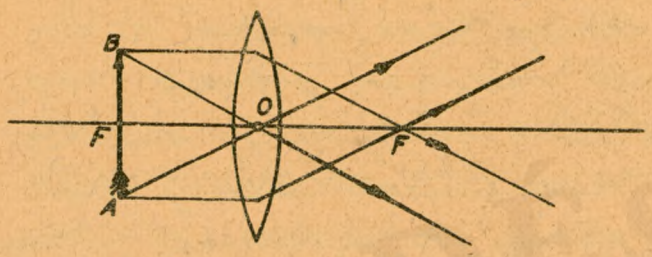
tagyis a kétszeres fókusztávolságban lévő tárgy képe is a kétszeres fókusztávolságban keletkezik, a lencse másik oldalán.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

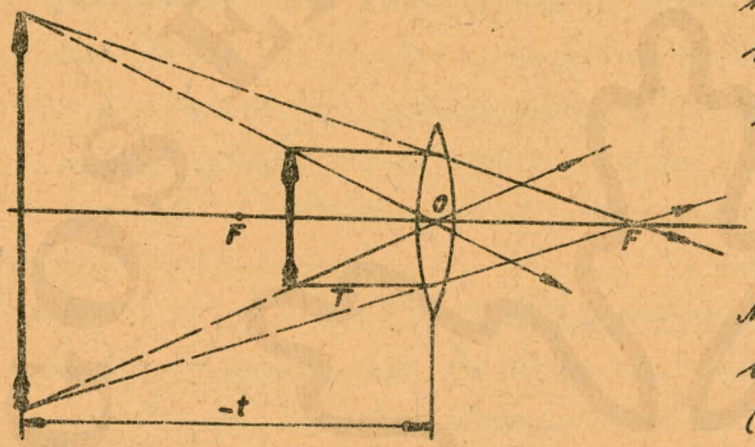
3., legyen $n=1$, tehát $g=f$: a tárgy a fókuszban van. Akkor

$$t=\frac{1}{1-1}\cdot f=\frac{1}{0}\cdot f=\infty$$



Szavakban: a fókuszban lévő tárgy képe a végtelenben van. (l. az ábrát!)

Legyen végül $n<1$, tehát $n=\frac{1}{m}$, hol $m>1$. Akkor: $g=\frac{1}{m}\cdot f$, vagyis a tárgy az egyszeres fókusztávolságon belül van. Ks.:



$$t=\frac{\frac{1}{m}}{\frac{1}{m}-1}\cdot f=\frac{\frac{1}{m}}{\frac{-m+1}{m}}\cdot f=\frac{1}{-m+1}\cdot f$$

$$t=-\frac{1}{m-1}\cdot f$$

Mivel $m>1$, azért a nevező minden esetben (+) előjelű kell legyen az egész tört előjele (-). Ez viszont azt jelenti, hogy a kép a (-) képoldalon ~ vagyis a (+) tárgy-oldalon ~ jelenik meg, tehát ugyanott, ahol a tárgy van. Az ilyen képet virtuális vagy képzetes képnek mondjuk, szemben az eddig tárgyalt valódi képekkel. Virtuális kép esetén ~ mivel „t'"=„-t" a lencsék egyenlete lesz:

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{g}-\frac{1}{t}$$

Ebben az esetben a tárgy képét úgy kapjuk meg, hogy a széltartó sugarakat visszafelé meghosszabbítjuk, míg egymást metszik és ezáltal a tárgy egyenesállású, nagyított képét adják.

Összefoglalás

Az eddigiekben láttuk, hogy minél inkább közeledik a tárgy a végtelenből a lencséhez, annál inkább távolodik a kép a lencsétől; míg a kétszeres fókusztávolságban lévő tárgy képe

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A kétszeres fókusztávolságban jelenik meg, addig az egyszeres fókusztávolságban lévő tárgy képe már a végtelenben van. Az egyszeres fókusztávolságon belül lévő tárgy képe pedig a lencsének a tárggyal egyező oldalán jelenik meg.

Megállapíthatjuk tehát azt, hogy az egyszeres fókusztávolságon kívül levő tárgy képe a reális kép (amíg a tárgy a kétszeres fókusztávolságon kívül van, a kép kisebb, ha a tárgy az egyszeres és kétszeres fókusztávolság között van, akkor a kép nagyított, de fordított) az egyszeres fókusztávolságon belül lévő tárgy képe virtuális, mely a lencsének ugyanazon oldalán jelenik meg, mint ahol a tárgy van, s mindig egyenesállású és nagyított.

Lencsék nagyítása.

Lencsék nagyításán a kép és a tárgy viszonyát értjük. Ha a kép nagyobb, mint a tárgy, akkor a lencse nagyít. Tehát:

$$N = \frac{\overline{ab}}{AB} = \frac{t}{T}$$

ha $T = nf$ és $t = \frac{n}{n-1} \cdot f$, amint azt az előző fejezetben láttuk volt, akkor

$$N = \frac{\frac{n}{n-1} \cdot f}{n \cdot f} = \frac{1}{n-1}$$

lesz a nagyítás, kifejezve a tárgynak a lencse optikai középpontjától, a fókusztáv „n"-szeres távolságával. Ezen egyenlet alapján mindaddig, amíg $n > 2$, vagyis a tárgy a kétszeres fókusztávolságon kívül van, nincs nagyítás, hanem kisebbítés. Ha $n = 2$, akkor a kép egyenlő nagy a tárggyal. Ha $n \leq 2$, vagyis ha a tárgy az egyszeres és kétszeres fókusztávolság között van, akkor az $N = \frac{1}{n-1}$ egyenletben $(n-1) < 1$, márpedig az egységet egynél kisebb értékkel osztva az egységnél nagyobb értéket nyerünk, vagyis a lencse nagyít. Ekkor a kép a lencse túlsó oldalán jelenik meg

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

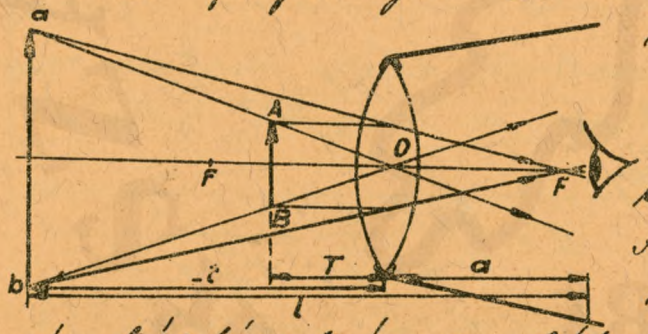
fordított állásban. ~ Végül, ha $n<1$, vagyis valódi tört, ami azt jelenti, hogy a tárgy az egyszeres fókusztávolságon belül van. Legyen $n=\frac{1}{m}$, akkor

$$N=\frac{1}{n-1}=\frac{1}{\frac{1}{m}-1}=\frac{m}{1-m}=-\frac{m}{m-1}=\frac{\overline{ab}}{\overline{AB}}$$

tehát $\overline{ab}=-\overline{AB}\frac{m}{m-1}$ s mivel $m>(m-1)$, következésképen: $\frac{m}{m-1}>1$ tehát az $\overline{AB}$ tárgynagyságot az egységnél nagyobb értékkel kell megszorozni, hogy „ab" képnagyságot nyerjük. Ebből viszont az következik, hogy $\overline{ab}>\overline{AB}$, azaz a kép nagyobb a tárgynál, tehát a lencse nagyít.

A lencsék alkalmazása.

1. A kézinagyító vagy lupe. A szemüveg lencséinek azt a tulajdonságát, hogy az egyszeres fókusztávolságon belül elhelyezett tárgy egyenesállású nagyított képét adja, felhasználhatjuk arra, hogy kis tárgyak képét nagyítva, jobban megfigyelhetővé tegyük. A könnyebb kezelhetőség végett a lencsét foglalattal látják el; sőt néha fogantyúval is alkalmaznak rá. A lupe nagyítását az



$$N=\frac{\overline{ab}}{\overline{AB}}=\frac{t}{f}$$

egyenlettel fejezhetjük ki. Az $\frac{1}{f}=\frac{1}{T}-\frac{1}{t}$ egyenlet szerint azonban a tárgy- és képtávolság a fókusztávolságtól is függ. A kép- és tárgytávolság még szemünk éleslátási távolságától is függ, vagyis attól a távolságtól, amelyben a képet a legtisztábban, legélesebben látjuk. Ez az „l"-el van jelölve. Ha tehát szemünk a lencsétől „a" távolságra van, akkor amikor a képet legtisztábban látjuk, akkor a képtávolság kifejezhető: „ $t-l-a$ " egyenlettel. A tárgytávolság reciprok értéke pedig az $\frac{1}{f}=\frac{1}{T}-\frac{1}{t}$ egyenlettől „t" értékét behelyettesítve, lesz:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$\frac{1}{f} = \frac{1}{T} - \frac{1}{l-a}$, ahonnan $\frac{1}{T} = \frac{1}{f} + \frac{1}{l-a} = \frac{l-a+f}{f(l-a)}$ s ebből a nagyítás:

$$N = \frac{t}{T} = (l-a) \cdot \frac{l-a+f}{f(l-a)} = \frac{l-a+f}{f}$$ vagy másképen írva: $$N = \frac{l}{f} - \frac{a}{f} + 1$$

Az egyenlet jelentése szavakban: a nagyítás egyenes arányban van az éleslátás távolával és fordítottan arányos a fókusztávolsággal valamint a szemnek a lencsétől való távolságával. Minthogy az „a" távolság a lencse foglalata által rendszerint meg van határozva és „a-$\frac{f}{2}$" szokott lenni, a nagyítás képlete így módosul:

$$N = \frac{l}{f} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{l}{f} + 0{\cdot}5$$

Ennek a képletnek a segítségével mindenki könnyen meghatározhatja valamely lupe nagyítását, ha a saját éleslátási távolát, melyet meghatározott (lásd a szemnél), valamint a lencse fókusztávolságát, melyet ismert, behelyettesíti a fenti képletbe.

Vizsgálhatjuk még azt is, hogy milyen messze kell tartanunk a lupét a tárgytól, hogy élesen lássunk. Tudjuk, hogy

$$\frac{1}{T} = \frac{l-a+f}{f(l-a)} \quad \text{s innen} \quad T = \frac{f(l-a)}{l-a+f} = \frac{1}{\frac{1}{f} + \frac{1}{l-a}}$$

Ezerint a képlet szerint tehát minél kisebb az éleslátás távola, annál kisebbnek kell a tárgytávolságnak is lennie, hogy a képet élesen lássuk; továbbá a kisebb fókusztávolsággal bíró lupét a tárgyhoz közelebb kell tartanunk. A rövidlátónak tehát a nagyítót közelebb kell tartania a tárgyhoz. Ha azonban a szem és lencse közötti távolság kisebbedik, a lencsét távolabb kell a tárgytól tartani, tehát a tárgytávolságot növelni kell. ~ Tehát a tárgytávolság egyenes arányban van az éleslátás távolával és a fókusz-

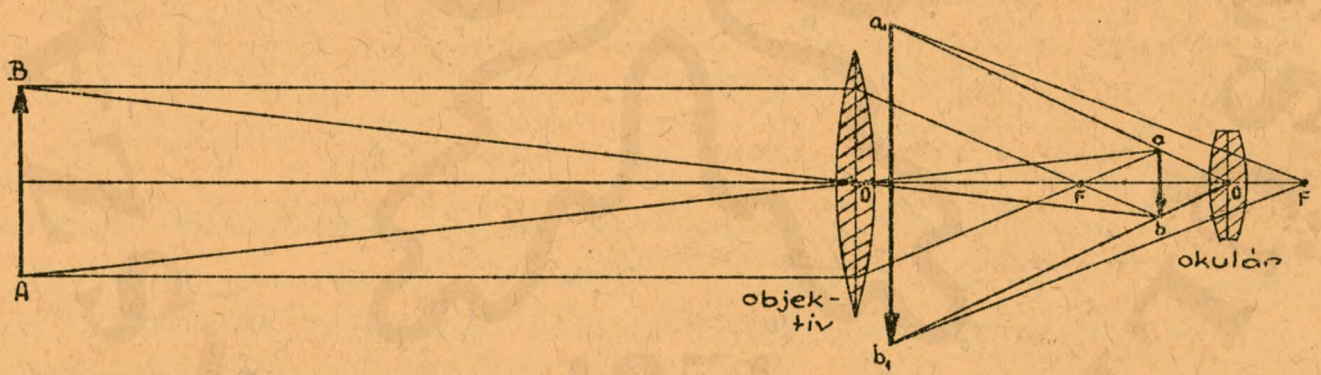
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

távolsággal és fordítva arányos a szemtávolsággal.

b, 2., A távcsövek.

A lencséknek másik, számunkra fontosabb alkalmazása a távcsöveknél van. A következőkben foglalkozni fogunk a távcsövek szerkezetével valamint azokkal a kellékekkel, amelyek a távcsövet irányzásra alkalmassá teszik.

Geodéziai műszereken a Kepler-féle távcsövet alkalmazzák. Ennél a távcsőnél két lencse van: a tárgy felől a tárgylencse, vagy objektív, mely a nagy távolságban lévő tárgy kicsinyített képét létesíti a lencse mögött, vagyis a képet közelebb hozza a szemünkhöz. A tárgylencse által alkotott kép a másik lencse – szemlencse vagy okulár – egyszeres fókusztávolságán belül esik: az okulár előtt megjelenik annak virtuális nagyítása. Az okulár tehát tulajdonképpen egy lupe. A Kepler-féle távcső képképzését mutatja az alanti ábra:

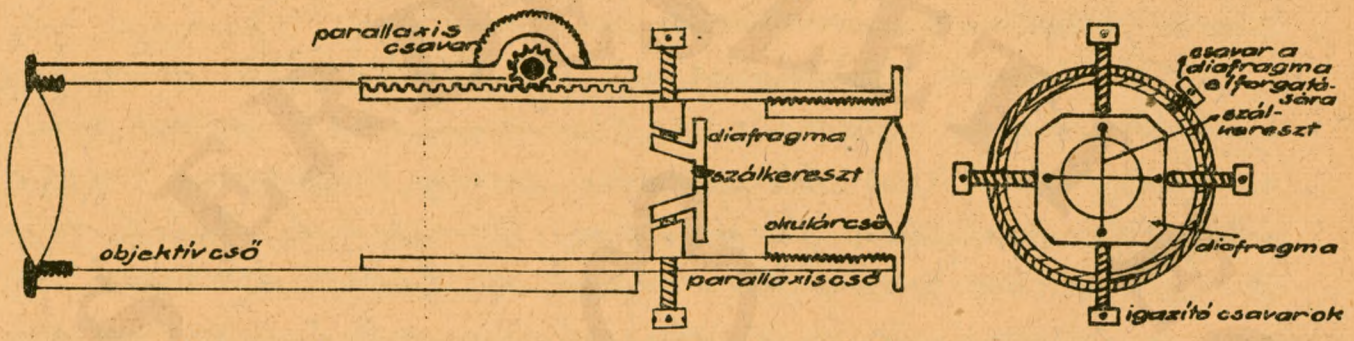


Lássuk, hogy a távcső fordított képet ad.

Alaki kiképzés tekintetében a két lencse két hengeres csőbe van foglalva. Miután a különböző távolságokban lévő tárgyak képe a tárgylencse mögött is különböző távolságokban jelenik meg, viszont a képet a szemlencse egyszeres gyujtótávolságán belül kell elhelyezni, hogy nagyítva és tisztán lássuk, ezért a szemlencse egy kisebb belvilágú csőbe, az okulár-csőbe van elhelyezve. Az okulárcső a parallaxiscsőbe van becsavarva. A parallaxiscsövet a szerint, amint a tárgy messzebb, vagy közelebb

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

esik az objektív lencséhez, kihúzhatjuk illetve betolhatjuk az objektív-csőbe, amely az objektív lencsét foglalja magában. Ezt a hosszváltoztatást fogaskerék által mozgatott fogazott sín segítségével végezzük. Azt a csavart, amely a fogaskereket mozgatja s így a távcső hosszát megváltoztatja, parallaxis-csavarnak nevezzük. A távcső szerkezetét mutatja az alábbi ábra:



Ahhoz, hogy a távcsővel irányozni is tudjunk, szükséges, hogy a távcső irányzószerkezettel is el legyen látva. Ez a szerkezet a parallaxiscsőben elhelyezett szálkereszttel ellátott diafragma.

A diafragma arra szolgál, hogy az objektívlencse szélein átjövő sugarakat a képképzésből kivonja és így a kép torzulását csökkentse. A diafragma a parallaxis-csőben oda van elhelyezve, ahová a tárolencse a képet veti, vagyis a szemlencse egyszeres fókusztávolságán belül.

A szálkereszt irányszálai vagy kifeszített pókszálak, vagy planparallel lemezre finoman metszett illetve mikrofotográfiai úton bevitt vonalak; ez utóbbiak igen jók, mivel nagyon vékonyak (2-6μ) s ezáltal a szál által fedett tér, a holttér nagyon kicsi: kb. 1·5"~4·5" fedőszögnek felel meg.

Ennél az irányzóberendezésnél is van függőleges és vízszintes irányvonal, megvan az iránykereszt középpontja is, amint azt a dioptrás vonalzónál már láttuk. A szálkereszt középpontja és a tárolencse optikai középpontját összekötő egyenest irányzótengelynek nevezzük. A távcsöveknél emellett még megemlíthetjük a geometriai tengelyt, mely a cső geometriai középvonala és az optikai tengelyt,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

amely a tárgy és szemlencse optikai középpontján megy át. Hogy az irányzótengelyt a távcső optikai tengelyével összevágathassuk, a diafragma a parallaxiscsőben föl-le és jobbra-balra elmozdíthatóan van megerősítve. Ebből a célból a diafragma 2-2 egymással szembenálló és a parallaxiscsövön áthaladó csavar, az u.n. igazítócsavarok közé van szorítva.

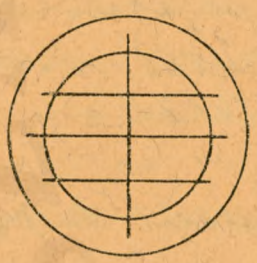
Az irányzáspa használatos szálkereszteк az egyes távcsöveknél különbözőképen lehetnek kiképezve. A



legegyszerűbb elrendezés a két, egymásra merőleges irányszál. Ez a típus rendesen a kis távolságra való irányzásra berendezett távcsöveknél található.



Nagy távolságban lévő tárgyak megirányozására szolgálnak a kettős függőleges szállal bíró keresztek, amelyek az irányzótengelytől jobbra és balra egyenlő távolságban vannak elhelyezve.



Sok távcsőnél a vízszintes irányszál felett és alatt, a vízszintes szálból egyenlő távolságban még egy-egy vízszintes szál van. Ezek a szálak azonban nem az irányzás, hanem az optikai távolságmérés céljait szolgálják.

Irányzáskor az egyszerű szálkeresztnél a függőleges irányszálat vágatjuk a mérési jelre, két függőleges irányszál esetén pedig a mérési jel képét a két irányszál közé vesszük be.

A távcső használhatósági feltételei.

Ahhoz, hogy a távcsövet irányzásra használhassuk, a következő feltételeknek kell megfelelnie:

1., A távcső hossza megfelelő legyen

2., Az irányzótengely és az optikai tengely egybeessen.

3., A tárgy képe, valamint az irányszálak képe

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

az éleslátás távolába legyen hozható.

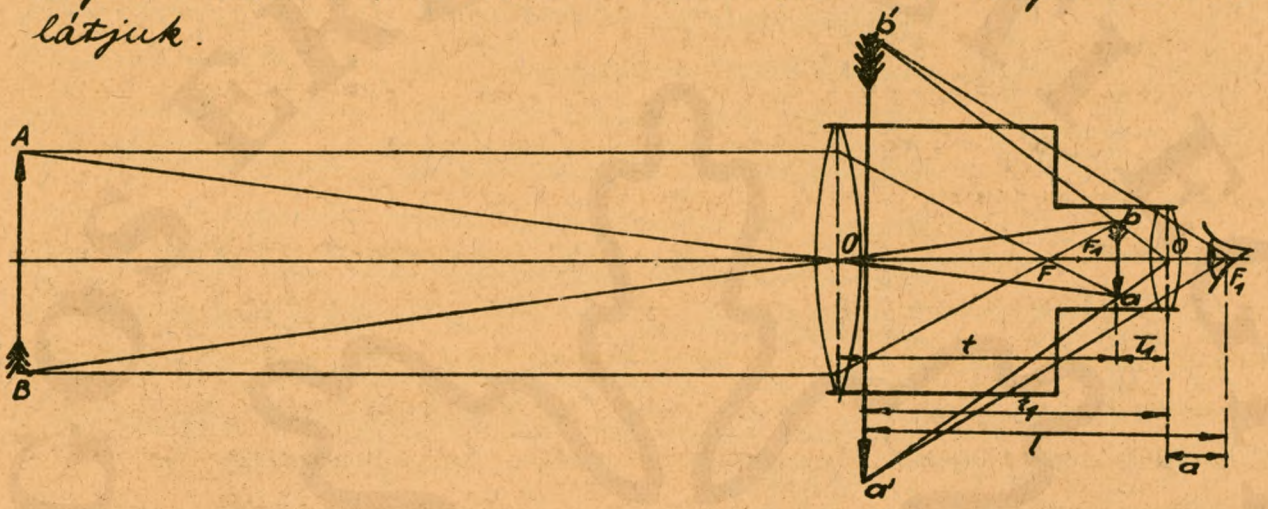
4.) A távcső nagyítása megfelelő legyen.

5.) -"- látóhatára -"- -"-

6.) -"- fénygereje -"- -"-

Vegyük sorba ezeket a feltételeket és vizsgáljuk meg őket!

1.) A távcső hosszán értjük a szem- és tárgylencse optikai középpontjának egymástól való távolságát akkor, amikor a képet a legélesebben látjuk.



Ezt a hosszat kifejezhetjük az objektív által alkotott képnek egyrészt az objektívtől, másrészt az okulártól mért távolságával. Tehát:

$$Hl = t + T_1$$

Tudjuk azonban, hogy $\frac{1}{f} = \frac{1}{T} + \frac{1}{t}$ s ebből kifejezve a „t"-t:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{T} = \frac{T-f}{Tf} \quad ; \quad t = \frac{Tf}{T-f}$$

Fejezzük ki ugyanígy T_1 értékét is: itt azonban „t" = (-), mivel az okulár mint lupe szerepel, tehát a „tárgy" - jelen esetben az objektív által alkotott kép - a fókusztávolságon belül esik. Tehát: mivel $t_1 = l - a$ az ábra alapján, lesz:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{t_1} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{l-a} \quad ; \quad \frac{1}{T_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{l-a} = \frac{l-a+f_1}{f_1(l-a)}$$

$$T_1 = \frac{f_1(l-a)}{l-a+f_1}$$

Helyettesítsük be a kiszámított értékeket „Hl"-egyen-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$\text{letébe: } H = \frac{fT}{f-T} + \frac{f_1(l-a)}{l-a+f_1} = \frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{1}{T}} + \frac{1}{\frac{1}{f_1}+\frac{1}{l-a}}$$

Ebből a képletből látjuk az következőket: a távcső hossza egyenes arányban van a fókusztávolságokkal (f és f_1) és az éleslátás távolával. Viszont fordítva arányos a tárgytávolsdgokkal. Tehát minél nagyobb az objektív és okulár-lencse fókusztávolsága, annál hosszabb lesz a távcső hossza. Közelre-irányzásnál viszont a távcsövet meg kell hosszabbítanunk.

Ha $T = \infty$, vagyis a távcső végtelenre van állítva, akkor $H = f + f_1$: ez a távcső legrövidebb hossza.

2., Az irányzótengely és az optikai tengely egybeesnek. Minthogy az irányzótengely egyik pontja az az objektív lencse optikai középpontjában esik a feltételt kielégítjük, ha az irányzótengely másik pontját: a szálkereszt középpontját is az optikai tengelybe hozzuk, máskülönben a két tengely egymással szöget zár be. Ezt nézve a távcsövet a következőképen vizsgáljuk meg: a távcsövet leszerelnjük a műszerről s egy olyan tartóra fektetjük, amely két olyan átmérőjű gyűrűvel rendelkezik, mint amilyen a távcső külső átmérője. Ezután a távcsőtől 30-40 m-re egy fehér falon egy irón hegyét intjük be úgy, hogy a szálkereszt közepe az irón hegyét fedje. Ezt a pontot megjelöljük. Most a távcsövet hossztengelye körül 180°-al elfordítjuk. Az irón hegyét újból beintjük, s ezt a pontot is megjelöljük. Ha a két pont összeesik egymással, akkor a távcső jó, ha nem esik egymásra, akkor a két egymástól való távolságát megfelezzük és arra a pontra állítjuk rá a szálkeresztet a függőleges és vízszintes igazításával. Ezután az



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

előbbi vizsgálatot újból kezdjük s mindaddig kell folytatnunk, míg az ismételt elforgatás után is az iránykereszt középpontja a megjelölt pont képével egybevág.

3., A tárgy képe és az irányszálak egysíkba és az éleslátás távolába legyen hozható. Először beállítjuk a szemlencsét úgy, hogy a szálkeresztet élesen lássuk. A távcsövet egy szürke felület felé fordítjuk (szürke fal, felhő), azután addig csavarjuk az okulárcsövet be, vagy kifelé, amíg a szálak élesek. Rövidlátónak befelé, messzelátónak kifelé kell csavarnia az okulár-csövet.

Ezután megirányozzuk a mérési pontot, és hogy ezt élesen lássuk, a parallaxis-csövet csavarjuk be, vagy kifelé, amíg az irányzott pontot élesen látjuk. Ha jól van beállítva a távcső, akkor a tárgylencse által előidézett kép és a szálkereszt egy síkba esik. Hogy helyesen állítottuk-e be a távcsövet, arról úgy győződhetünk meg, hogy a szemünket a szemlencse előtt jobbra-balra mozgatjuk. Ha a szálkereszt és az irányzott pont egymáshoz viszonyítva nem mozdul el, akkor egy síkba esik a kép és a szálkereszt. Ha a kép és az irányszálak egymáshoz viszonyítva ellentétes irányban mozdulnak el, mint szemünk mozgásának az iránya, akkor a parallaxis-csavart befelé, míg ha egyező irányban mozdulnak el, úgy kifelé kell csavarni mindaddig, míg a két képnek egymáshoz viszonyított helyzete változatlan nem marad.

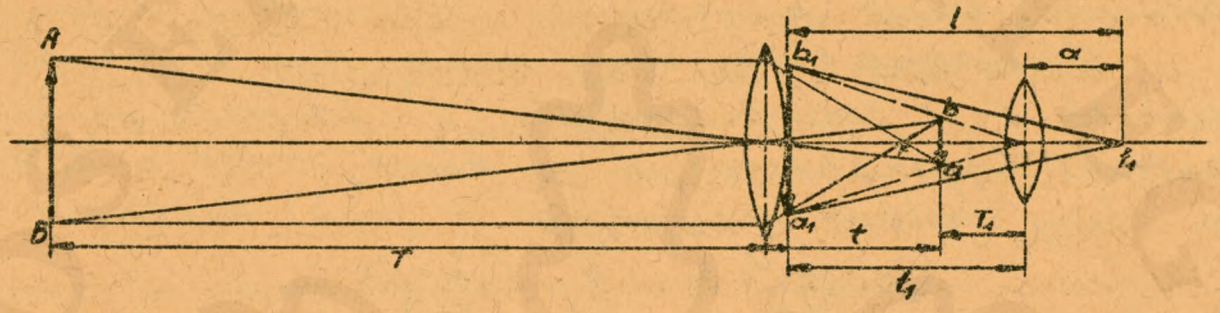
Parallaxis-hibával elfogadható mérés nem lehet terhelve. Így hibás irányértékeket kapunk, vagy optikai távolságmérésnél, ha pl. lécről végzünk leolvasásokat, a tizedek becslésénél szemünk helyzete szerint más-más értéket olvasunk le.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A távcső nagyítása.

A geodéziában használatos távcsöveknél kétféle nagyítást különböztetünk meg éspedig abszolút- és relatív nagyítást.

Abszolút nagyításon értjük a távcsőben látott kép és a tárgy valódi nagysága közötti viszonyt, tehát: $N = \frac{a_1 b_1}{AB}$



Az ábra szerint:

$$\frac{a_1 b_1}{ab} = \frac{t_1}{T_1} = \frac{l-a}{f_1}$$

De tudjuk azt, hogy: $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{t_1}$ ahonnan $\frac{1}{T_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{t_1} = \frac{t_1 + f_1}{t_1 f_1}$

Behelyettesítve, majd t_1-et az ábrázolás távolával kifejezve lesz: $\frac{a_1 b_1}{ab} = \frac{t_1 (t_1 + f_1)}{t_1 f_1} = \frac{t_1 + f_1}{f_1} = \frac{l - a + f_1}{f_1}$ ..... 1)

Írjuk fel most a nagyítást az objektív lencsére is. Tehát:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{t}{T}$$

De az $\frac{1}{f} = \frac{1}{T} + \frac{1}{t}$ egyenletből kifejezhetjük $\frac{1}{t}$, ill. t-t:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{T} = \frac{T-f}{fT} \quad \text{s innen} \quad t = \frac{fT}{T-f}$$

Behelyettesítve ezt az értéket a fenti egyenletbe:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{fT}{T(T-f)} = \frac{f}{T-f} \qquad \text{..... 2)}$$

Az 1)-es és 2)-es egyenletet összeszorozva lesz:

$$\frac{a_1 b_1}{ab} \cdot \frac{ab}{AB} = N = \frac{l - a + f_1}{f_1} \cdot \frac{f}{T-f}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Hagy más alakban felírva az egyenletet:

$$N = \frac{f}{f_1} \cdot \frac{l - a + f_1}{T - f}$$

Ez a távcső abszolút nagyításának képlete, melyből a következőket olvashatjuk ki: A nagyítás fokozódik, vagyis egyenesen arányos a tárgylencse fókusztávolságának (f) növekedésével és az éleslátás távolának növekedésével. Csökken a nagyítás a szemlencse fókusztávolságának (f_1) a növekedésével valamint a tárgytávolság (T) növekedésével. Ez utóbbi kettővel tehát a nagyítás fordítottan arányos.

Vizsgáljuk meg, hogy mikor lesz a nagyítás egyenlő 1-el, vagyis milyen „T" távolság mellett látjuk ugyanakkorának a képet, mint amekkora a tárgy valódi nagysága? A fenti képletből:

$$N = \frac{a_1 b_1}{AB} = 1 = \frac{f}{f_1} \cdot \frac{l - a + f_1}{T - f}$$

Ebből „T"-t kifejezve:

$$T - f = \frac{f}{f_1} \cdot (l - a + f_1)$$

Továbbá:

$$T = \frac{f}{f_1}(l - a + f_1) + f = \frac{f}{f_1}(2f_1 + l - a)$$

Ezen a távolságon belül a tárgy képe nagyobb lesz a tárgynál: a távcső nagyít. Ennél nagyobb távolságban lévő tárgy képe viszont kisebb lesz, mint a tárgy.

Számítsuk ki az alábbi adatokkal bíró távcsőnél azt a távolságot, melynél a nagyítás 1.

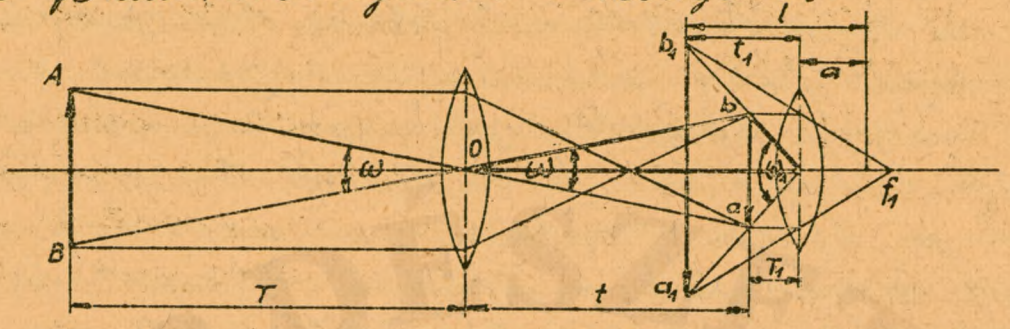
Legyen $f = 250\ ^m/_m$; $f_1 = 20\ ^m/_m$; $l = 250\ ^m/_m$; $a = 10\ ^m/_m$

Akkor: $T = \frac{250}{20} \cdot (250 - 10 + 40) = 3500\ ^m/_m = 3{,}5\ m.$

Geodéziai szempontból azonban nagyobb jelentőség van a relatív nagyításnak. Ezen a távcsövön át szemlélt kép látószöge és szabadszemmel szemlélt tárgy látószöge közötti viszonyt értjük. A relatív nagyítást többféleképpen lehet meghatározni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az első módszer szerint a kép és a tárgy látószögének, illetve ezzel kapcsolatban a tárgy- és szemlencse fókusztávolságának viszonyából:



Az ábra szerint: $N = \frac{\omega_1}{\omega}$. A látószögek, mivel rendszerint nagy távolságban levő tárgyról jönnek a látósugarak, igen kis értékek. Mivel az egyenlet ilyen alakban is áll:

$$N = \frac{\frac{\omega_1}{2}}{\frac{\omega}{2}}$$

azért a szögértékek helyett végtelenre, vagyis nagy távolságra állított távcsőről vehetjük azok tangenseit, mivel kis szögekről van csak szó. Lesz:

$$N = \frac{\frac{\omega_1}{2}}{\frac{\omega}{2}} = \frac{tg\,\frac{\omega_1}{2}}{tg\,\frac{\omega}{2}}$$

De $tg\,\frac{\omega}{2}$ kifejezhető az ábrán vastagon rajzolt háromszögből:

$$tg\,\frac{\omega}{2} = \frac{ab}{2t}$$

Ugyanígy a másik háromszögből:

$$tg\,\frac{\omega_1}{2} = \frac{ab}{2T_1}$$

Azonban tudjuk, hogy a nagy távolságban lévő tárgyak képe a fókuszban jelenik meg, s ezért a fenti kifejezésekben „t" illetve „T_1" helyett írhatjuk közelítőleg „f" illetve „f_1" értékeket. Lesz tehát:

$$tg\,\frac{\omega}{2} = \frac{ab}{2f} \qquad \text{és} \qquad tg\,\frac{\omega_1}{2} = \frac{ab}{2f_1}$$

ebből a nagyítás:

$$N = \frac{\frac{ab}{2f_1}}{\frac{ab}{2f}} = \frac{f}{f_1}$$

ha „f"-el jelöljük az tárgylencse és „f_1"-el az szemlencse fókusztávolságát.

Ezzel a képlettel igen könnyen meg tud-

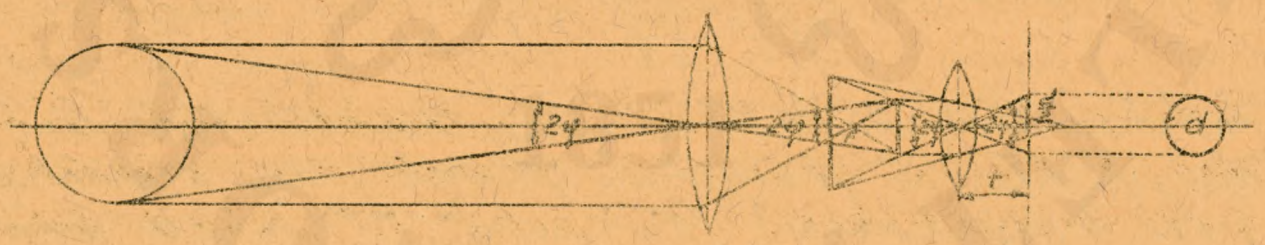
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

juk határozni a távcső nagyítását. Ha a tárgy és szemlencse fókusztávolságát nem ismerjük, akkor azt a legegyszerűbben úgy határozhatjuk meg, hogy kivesszük a lencsét a távcsőből a Nap felé fordítjuk, mögéje pedig papírlapot helyezünk. A lencsét ezután addig közelítjük a papírhoz, míg a sugarakat egy pontba nem gyűjti. Ha ekkor lemérjük a lencse távolságát a papírtól, jó közelítéssel megkapjuk a fókusztávolságot. Ha így meghatározott értékeket behelyettesítve az egyenletbe, gyakorlatilag teljesen megfelelő értéket kapunk.

A relatív nagyítás meghatározásának másik módszere az, amikor a Nap látószögét vesszük igénybe. Ez a szög ugyanis közel állandó, értéke:

$$2\varphi = 32'10''$$

A meghatározás márcuot úgy történik, hogy a távcsövet végtelenre állítva megirányozzuk a Napot. Ezután a szemlencse mögött elhelyezünk egy papírlapot oly távolságban, amelyben a Nap képe a legélesebben látszik. Ezután lemérjük a papírlap távolságát (t) és a Nap képének átmérőjét (d; ha milliméter-papírt használtunk, akkor azt közvetlenül leolvashatjuk).



Az első módszerből kiindulva írhatjuk

$$K = \frac{2\psi}{2\varphi} = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{tg\,\psi}{tg\,\varphi}$$

De „φ" értékét ismerjük (16'05"), „ψ"-t pedig az ábrán kivastagított háromszögből fejezhetjük ki:

$$tg\,\psi = \frac{d}{2t}$$

Miután pedig $\frac{1}{tg\varphi} = ctg\varphi$, lesz a nagyítás:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$N = \frac{d}{2t} \cdot \text{ctg } 16'05''$

Ezt az értéket kiszámítva kapjuk a nagyítás végleges értékét: $N = 106 \cdot 9 \frac{d}{t}$

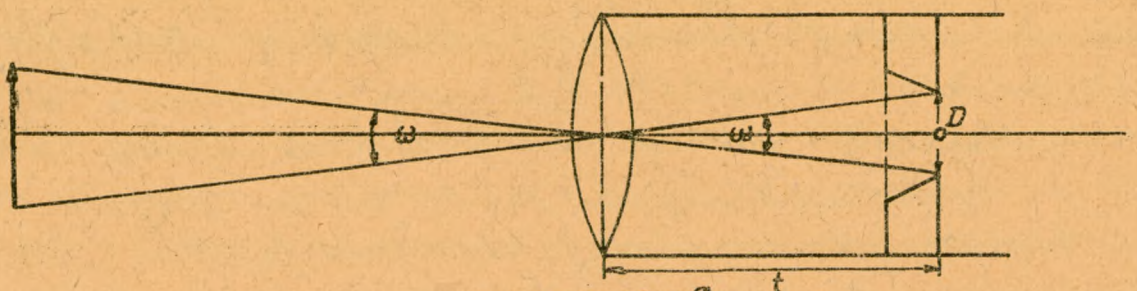
Hatodik esetben a kép és a tárgy viszonyából is megállapíthatjuk a relatív nagyítás mértékét. Eljárásunk az, hogy távcsövünk elé 10~15 m-es távolságban centiméteres beosztású lécet állítunk fel, s egyszerre nézzük szabad-szemmel és távcsövön keresztül. Ezután a távcsövön át látott képet szabad szemünkkel átvisszük a lécre és megjegyezzük azt a helyet, ahova szemünk a mérőszálakat vetíti. A relatív nagyítást a szabad-szemmel látott és a távcsövön keresztül megfigyelt léchossz közötti viszony adja.

A geodéziai távcsövek nagyítása általában 10~40 között mozog. 40-szeresnél nagyobb nagyítású távcsövet mérési célokra nem alkalmazunk, mivel a nagyítás növelése a fényerő rovására megy.

5., A távcső látóhatára megfelelő képen.

A távcső látóhatárán a távcsövön keresztül egyszerre látott területet értjük. A lencsén áthaladó sugarak közül azok, amelyek a lencse szélein haladnak keresztül, egyrészt színszórást okoznak, másrészt pedig gömbi eltérést, s így a képet torzítják. Ezeknek a torzító sugaraknak kizárására alkalmazzuk a távcsőben az irányszálakat is magába-foglaló diafragmát. Így a távcsövön keresztül csak azok a sugarak jutnak, amelyek semmiféle zavaró hatást nem gyakorolnak a keletkező képre. Így tehát a látóhatárt a diafragma „D" átmérője szabja meg és kifejezhető azzal a szöggel (α), amelyet a diafragma-nyílás átmérőjének két végpontjától a távcsőlencse optikai középpontján át a megfigyelt terület felé haladó fősugarak bezárnak. Ez a szög kifejezhető a következőképen:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



$$w = 206265 \frac{D}{t}$$

hol „t" a diafragma nyílásának távolsága az objektív lencse optikai középpontjától. A diafragma nyílásának átmérője geodéziai műszereknél $D = \frac{2}{3} f_1$ szokott lenni, hol „f_1" az okulár fókusztávolsága. Nagy távolságba való irányzás esetén a „t" az objektív fókusztávolságával (f) egyenlő. Ezeket az értékeket behelyettesítve az egyenletbe:

$$w'' = 206265 \cdot \frac{\frac{2}{3} f_1}{f} = \frac{2}{3} \cdot 206265 \cdot \frac{f_1}{f}$$

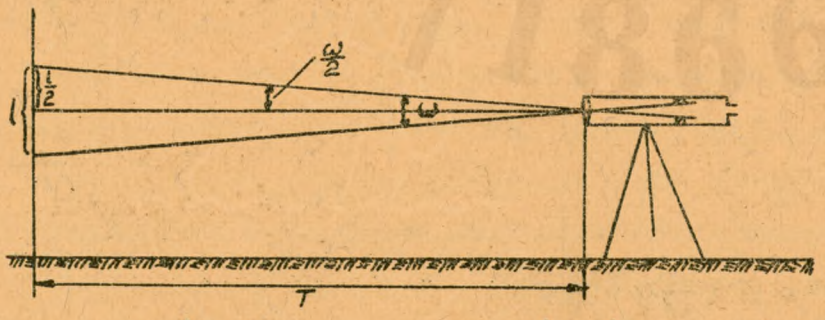
De a relatív nagyítás tárgyalásánál láttuk, hogy

$$\frac{f}{f_1} = N \quad \text{s innen} \quad \frac{f_1}{f} = \frac{1}{N}$$

tagyis $$w'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{206265}{N}$$

Ebből látszik, hogy a távcső látóhatárának szöge a relatív nagyítással fordítottan arányos. Ez azt jelenti, hogy nagyobb nagyítású távcsővel egyszerre kisebb területet látunk, de erősebben nagyítva és viszont.

A távcső látóhatár-szögét a következőképen határozhatjuk meg: A távcsőtől bizonyos „T" (20-40 m) távolságban centiméteres beosztású lécet helyezünk el és leolvasuk a látóhatáron belül eső léchosszat (l). - Amint az ábrából is látszik:



$$tg \frac{w''}{2} = \frac{l}{2T}$$

mivel „w" kis szög, írható:

$$\frac{w''}{2} = 206265 \cdot \frac{l}{2T}$$

s innen

$$w'' = 206265 \frac{l}{T}$$

„w" értéke a geodéziában használatos távcsöveknél 3°10' - 3°50' szokott változni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ha az „w" értékét ismerjük, úgy a nagyítást is ki lehet számítani. Ugyanis:

$$206265 \frac{l}{f} = \frac{2}{3} \cdot \frac{206265}{N}$$

s az egyenletet rendezve:

$$N = \frac{2}{3} \cdot \frac{f}{l}$$

6., A távcső fényereje.

A távcsőhöz jutó fényerősség elsősorban függ attól, hogy mennyire van megvilágítva az a tárgy, amelyet megirányoztunk. Így árnyékban lévő tárgyat sokkal nehezebb megirányozni, mint ugyanazt napsütésben. - A távcső fényerejét kifejezhetjük egy viszonyszámmal, amely nem egyét, mint a szemlencsén átmenő fénymennyiségnek a pupilla által befogadható fénymennyiséghez való viszonya. - Ha a szemlencse átmérőjét „d_1"-el jelöljük, akkor az ezen áthaladó fénymennyiség $\frac{d_1^2 \pi}{4}$ lesz. Ha a pupilla átmérőjét „p"-vel jelöljük, úgy ez befogad $\frac{p^2 \pi}{4}$ fénymennyiséget. A kettő viszonya adja a fényerősséget. Tehát:

$$F = \frac{\frac{d_1^2 \pi}{4}}{\frac{p^2 \pi}{4}} \quad \text{vagy egyszerűsítve} \quad F = \frac{d_1^2}{p^2}$$

A pupilla átmérője átlagosan $2^{m}/_{m}$-nek vehető. Tehát akkor:

$$F = \frac{d_1^2}{2^2} = 0{\cdot}25\, d_1^2$$

Ha a tárgylencse átmérőjét „D"-vel és a nagy távolságban lévő tárgy képtávolságát „f"-el, a képnek a szemlencsétől való távolságát „f_1"-el jelöljük, akkor felírhatjuk a következő arányt:

$$d_1 : D = f_1 : f$$

Ebből:

$$d_1 = D \frac{f_1}{f}$$

De amint már látjuk: $\frac{f_1}{f} = \frac{1}{N}$, tehát $d_1 = \frac{D}{N}$, ebből viszont

$$F = 0{\cdot}25 \frac{D^2}{N^2}$$

hol „N" a relatív nagyítás.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A képletből kitűnik, hogy a fénynyő a tárgylencse átmérőjének négyzetével arányosan nől és a nagyítás négyzetével arányosan csökken. Ezért van az, hogy 40 szeresnél jobban nagyító távcsövet nem használunk, mert bár nagyított képet kapnánk, de az elmosódott, fénygyenge lenne s így rosszul volna megfigyelhető.

Vizsgáljuk meg, hogy fényerősség szempontjából melyik a legkedvezőbb eset? Ez kétségkívül akkor van, amikor $V = 1$, de ez viszont azt jelenti, hogy a szemlencsén ugyanannyi fénymennyiség megy át, mint amennyit a pupilla befogad. Tehát:

$$1 = \frac{d_1^2}{p^2} = 0{\cdot}25\,\frac{D^2}{N^2}$$

Tegyük fel, hogy olyan távcsövünk van, amelynél $d_1 = p$; akkor

$$D = \frac{N}{\sqrt{0{\cdot}25}} = 2N$$

hol „D" a tárgylencse átmérője m/m-ekben. – Ez a képlet azt mondja ki, hogy ha $d_1 = p$, akkor a tárgylencse átmérője a relatív nagyítás kétszeresével egyenlő. A távcsövek szerkesztésénél tehát a szemlencse átmérőjét közel egyenlőnek veszik fel a pupilla-nyílás átmérőjével, a tárgylencse átmérőjét lehetőleg nagyra veszik.

Összefoglalás.

Minél erősebb a távcső nagyítása, annál kisebb a látóhatára valamint a kép fényerőssége. A nagyítás viszont csökken a tárgylencse fókusztávolságának csökkenésével és a szemlencse fókusztávolságának növekedésével. Ha tehát olyan távcsőre van szükségünk, amellyel nagy távolságban levő tárgyakat akarunk megirányozni, akkor a nagyítás és fényerősség fokozása céljából nagy fókusztávolsággal és nagy nyílással bíró objektív-lencsét és kis fókusztávolsággal, valamint kis nyílással bíró okulár-lencsét kell a távcsövünkhöz beszerezni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A lencsék hibái és a lencserendszerek.

Eddigi tárgyalásaink folyamán már láttuk, hogy egyesetekben a lencse által alkotott kép bizonyos zavaró körülmények folytán nem tiszta, nem éles. E miatt azután, ha több lencsét alkalmazunk egyszerre, mint pl. a távcsöveknél, a szemlélt tárgy nehezen lesz megfigyelhető s így a pontos irányzás úgyszólván teljesen lehetetlen. Ezek a zavaró körülmények, amelyeket a következőkben foglalunk össze, a lencsék hibái.

Az első ilyen hiba az **asztigmatizmus**. Ennek lényege abban áll, hogy az egy pontból kiinduló és a lencsén áthaladó sugarak nem egyesülnek mind egy pontban ~ a fókuszban ~, hanem két kis vonaldarabkában. Különösen vonatkozik ez a lencse szélein jövő sugarakra. Ezen a hibán úgy segítenek, hogy a lencse szélein áthaladó sugarakat egy megfelelő diafragmával letakarják, s így csupán az optikai tengely közelében haladó sugarak haladnak át a lencsén, ezek pedig már majdnem mind a fókuszban egyesülnek. Azokat a lencséket, amelyek ettől a hibától mentesek, anasztigmatoknak hívjuk.

Másik gyakori hiba a gömbi eltérés vagy **szférikus aberratio**, melyet szintén a lencse szélén áthaladó sugarak okoznak.

Egy harmadik hiba a **distorzio**. Ez az egyes vonalak eltorzulásában nyilvánul meg, amikor pl. az egyenes kitűzőnia keretét meghajlítottnak látszik.

Negyedik hiba a **képlőlősség**. Ennek értelmében a lencse a képet nem egy síkban hozza létre, hanem a széleken jövő sugarak egy gömbfelületben egyesülnek. Ha tehát a képet egy sík lapra vetítjük, akkor szélei elmosódottak lesznek. A hiba javítása szintén diafragmával történik. A képlőlőségtől mentes lencséket apla-

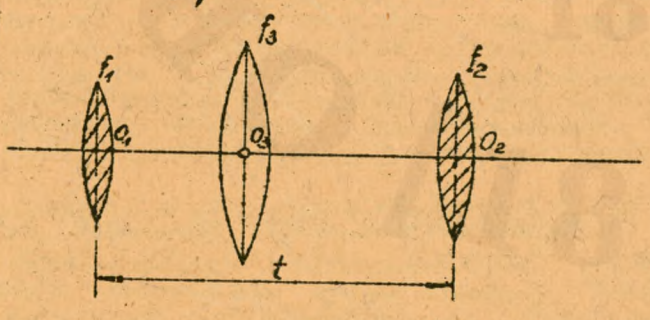
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

natikus-lencsékneк nevezzük.

További hiba a színszórás vagy diszperzió. Ennek az a lényege, hogy a lencse a fehér fényt alkotórészeire bontja, mert a különböző színű fénysugaraknak más- és más a terjedési sebessége az üvegben. Ezeket a sugarakat azután a lencse különbözőképen töri meg, miáltal különösen a széleken a kép színes gyűrűkből áll. A hiba kiküszöbölésére egy másik lencsét szoktak alkalmazni az első mellett, amely a meglört és eltérő színeire bontott fénysugarakat ismét fehér fénnyé egyesíti. Ettől a hibától mentes lencsét achromatikus-lencsének hívjuk.

A hibák kiküszöbölése céljából a távcsöveknél nem egy, hanem két vagy több lencsékből álló u.n. lencserendszereket alkalmaznak, s így ma már minden hibát ki tudunk korrigálni. Általában annyi törőfelületre van szükség, ahány hibát ki kell ejteni. Sok lencse alkalmazása azonban a fényerősség rovására megy, s ezért a geodéziai távcsöveknél csupán azokat a hibákat küszöbölik ki, amelyek az irányzás pontosságát csökkentik. Ilyenek elsősorban is a distorzió, a képtelenség és a diszperzió. Ezeket a hibákat lencserendszerekkel küszöbölik ki.

Egy lencserendszerben lévő összes lencsék együttes hatása elméletileg elérhető egyetlen lencsével, az u.n. ekvivalens-lencsével, amelynek fókusztávolát kifejezhetjük a lencserendszer lencséinek fókusztávolságával



$$f_3 = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - t}$$

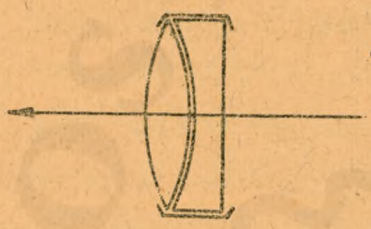
És az ekvivalens lencse optikai középpontjának távola az első lencse optikai középpont-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

jától: $\overline{O_1O_3} = \frac{t f_1}{f_3 + f_1 - t}$ képlettel fejezhető ki.

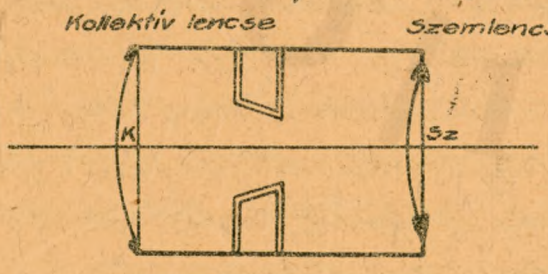
Lássuk ezekután a geodéziában használatos lencserendszereket!

A színszórás megakadályozása céljából a távcsöveknél összetett tárgylencsét alkalmaznak. Ezen összetett tárgylencse áll egy kétszerdomború tárgylencséből, amely koronaüvegből készül, s a lencse anyagának törésmutatója 1.54. Ezen lencse mögött van egy síkhomorú szórólencse, amely 1.66 törésmutatójú flintüvegből készül. A két lencsét kanada-balzsammal ragasztják össze, amely anyagnak igen csekély a törésmutatója, így tehát számításon kívül esik. Egy ilyen tárgylencse képét mutatja a mellékelt ábra. Ennek a lencsének másnemű az az előnye, hogy a domború lencse által felbontott sugarakat a szórólencse ismét fehér fénnyé egyesíti, s így nem kapunk színes képet.



A szemlencsénél a már említett egy kétszerdomború lencse helyett is lencserendszert alkalmaznak, amely rendszer többféle lehet. A leggyakrabban alkalmazott lencserendszerek a Huighens, Ramsden és a Kellner féle orthoskópikus rendszer.

a, Huighens-féle okulár két síkdomború lencséből áll, amelyek domború oldalukkal a tárgy felé fordulnak. A két lencse között van elhelyezve az irányzószálakat magában-foglaló diafragma. Ennél a rendszernél a „K" lencse a tárgylencse szétszórt sugarait egyesíti össze az iránykereszt síkjába, tehát részt vesz a képalkotás-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ban, miért is ezzel a rendszerrel ellátott távcsőnek nagyobb a fényereje, de viszont a fényerő növekedésével a nagyítás csökkenvén az ilyen okulárral felszerelt távcső nagyítása kisebb lesz. ~ A rendszer a következő arány szerint van szerkesztve: $f_2 : t : f_3 = 3 : 2 : 1$
Ebből az ekvivalens-lencse fókusztávolsága

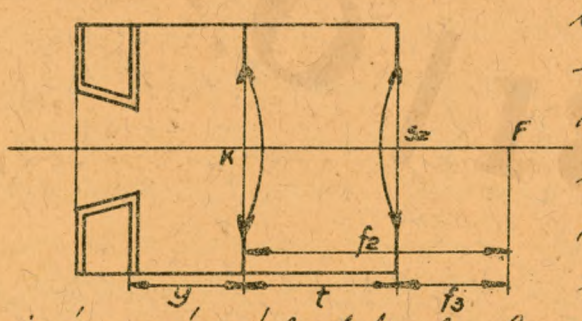
$$f_1 = \frac{f_2 \cdot f_3}{f_2 + f_3 - t} = \frac{3 f_2 \cdot f_3}{3 f_3 + f_3 - 2 f_3} = \frac{3}{2} f_3$$

A keletkező képre vonatkozólag meg kell jegyeznünk, hogy az a „K" kollektív lencse közbeiktatása folytán a diszorziótól mentes ugyan, de a szemlencsén át nézve a képet, valamint az irányszálak képét, azokat színezetteknek fogjuk látni a szemlencse („Sz") dispergáló hatása folytán. Hátrány az is, hogy ha a szemlencsét különböző éleslátási távolsággal bíró szemhez állítjuk be, akkor a szálkeresztet is élesíteni kellene tolni. Ez különösen az optikai távolságmérőknél okoz zavart. ~ A két lencsének egymástól való távolságát meg tudjuk határozni az ekvivalens-lencsénél levezetett képlet alapján. Az iránykereszt távolát a kollektív (K) lencsétől az

$$y = \frac{f_2}{3} = \frac{t}{2} - f_3$$

egyenletből kapjuk.
Az újabb műszereken nem igen használják.

b.) Ramsden-féle rendszernél is két síkdomború lencse van alkalmazva, amelyek domború oldalukkal egymás felé fordulnak s rajtuk kívül az objektív lencse felől van a diafragma az irányszálakkal. Ennél a rendszernél a „K" kollektív lencse a nagyítást növeli a fényerő és a látótér rovására. A lencse szerkesztési szabálya: $f_2 : t : f_3 = 9 : 4 : 5$.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az ekvivalens lencse gyújtótávolsága:

$$f_1 = \frac{f_2 \cdot f_3}{f_2 + f_3 - t} = \frac{5/9 f_3 \cdot f_3}{5/9 f_3 + f_3 - 4/9 f_3} = \frac{9}{10} f_3$$

A tárgylencse által alkotott kép a két lencse előtt

$$\eta = 0{\cdot}18 f_3 = 0{\cdot}1 f_2 = 0{\cdot}225 t$$

távolságban képződik, vagyis ilyen messze van a diafragma a két lencsétől. ~ Előnye ennek a távcsőnek az, hogy a kép gömbi eltérésétől mentes, valamint a színozórástól is, és mivel nagy a nagyítása, a kép tiszta és éles s ezért főként a mikroszkópnál nyer alkalmazást, ahol a kiámyzó fényerőt külön megvilágítással pótolhatjuk, azonban távcsövednél is használatos, különösen az optikai távolságmérő berendezéssel felszerelt műszereknél.

c., A Kellner-féle ortoszkópikus lencserendszer az újabb műszereknél található, mint okulár. Annyiban különbözik az előbb tárgyalt Ramsden-rendszertől, hogy a szemlencse (Sz) két lencséből áll, mégpedig az elvek szerint van szerkesztve, mint a tárgylencse, tehát achromatikus. A kollektív lencse (K) távolsága a szemlencse rendszertől egyenlő ennek a szemlencserendszernek megfelelő ekvivalens-lencse fókusztávolságával. Ez a lencserendszer teljesen tiszta képet ad, egyedüli hibája, hogy a nagyítás javára erősen csökken a fényerő és a látótér.



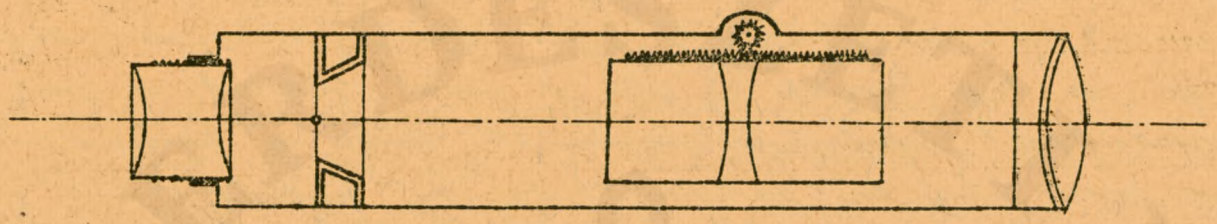
Újabban még jobb okulár-rendszert szerkesztettek, amelynél a kollektív lencse is két lencséből áll, ezáltal a szférikus aberratiót még jobban lecsökkentik.

Távcsőtípusok.

A geodéziai műszereken legújabban igen elterjedt a Wild-Zeiss rendszerű távcső. Ez a távcső ugyanazon elveken alapján működik, mint

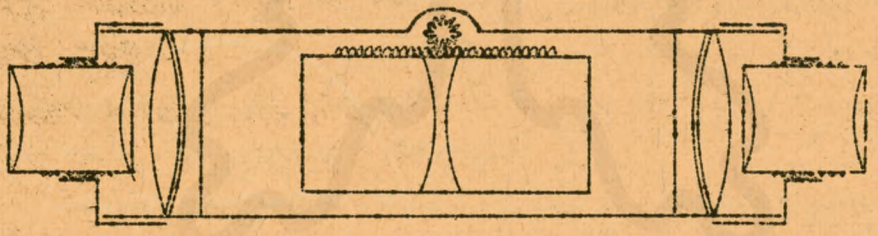
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a Kepler-féle távcső. Áll egy Ramsden féle okulárból, valamint egy achromatikus objektívből. Lényeges újítás, hogy a szálkereszt állandó helyzetű, tehát a parallaxis-csavarral nem mozdítható el, továbbá hogy az okulár és objektív között egy kétszer-homorú lencse van, amely a parallaxis kiküszöbölésére szolgál.



A szórólencsét a távcsőben egy fogazott sín segítségével elmozgathatjuk, s ezáltal az objektív lencse által alkotott képet az irányszálak síkjába tudjuk hozni anélkül, hogy a távcső hosszát meg kellene változtatnunk. Ezáltal a távcsövet teljesen zártan lehet elkészíteni s így por nem hatolhat bele.

Másik, nem olyan gyakran használt típus a Wild-Zeiss féle biaxiális távcső.

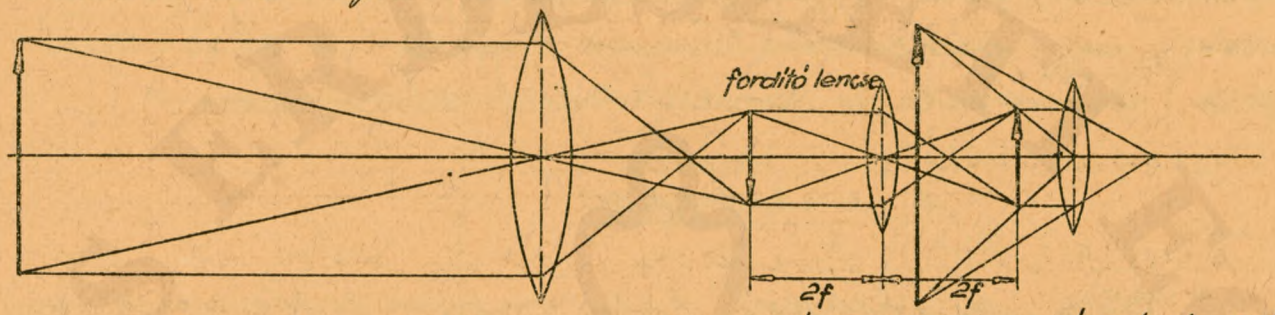


Ennél a távcsőnél is megtaláljuk az objektív lencserendszert a távcső mindkét végén. Mind a két objektíven, a két lencse között az egyik lencsére van rákarcolva a szálkereszt. A távcsőhöz tartozó Ramsden féle okulárt a távcső mindkét végén el lehet helyezni. Az az objektív, amely pillanatnyilag az okulár előtt van úgy viselkedik, mint egy planparallel lap. A képet a szálkereszt síkjába a középen elhelyezett és állítható kettősen homorú lencsével hozhatjuk. Szintező műszereknél alkalmazták és a távcső elforgatását akarták vele kiküszöbölni,

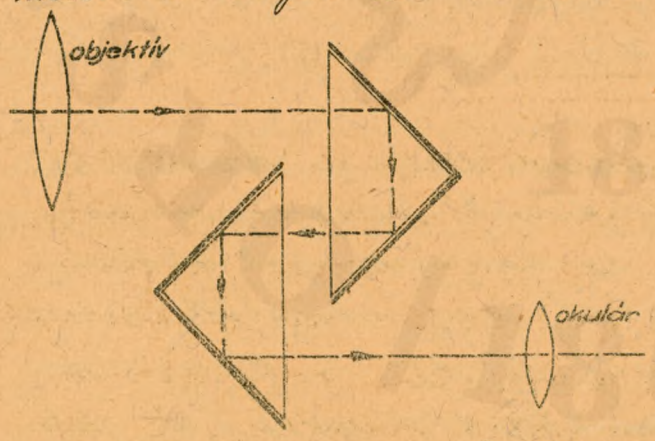
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

de nem terjedt el.

Alkalmaznak olyan távcsöveket is, amelyek nem fordított, hanem egyenes-állású képet mutatnak. Ezt azáltal érik el, hogy közbe még egy kétszer-domború lencsét helyeznek, amely a képet megfordítja. Ezeknek a távcsöveknek azonban a hossza nagy, a fényveszteség is nagyobb, ezért újabb műszereken nem igen alkalmazzák.



A gyakorlatban is használt, egyenesállású képet szolgáltató távcsövek a prizmás távcsövek. Ilyenek a köznapi életben használt tükörök, műszereknél azonban csak igen ritkán alkalmazzák. A prizmáról majd a szögtükör műszereknél lesz szó, itt csupán annyit jegyzünk meg róla, hogy a prizma háromszögalapú üvegtest, amelyben a belépő sugarak egy fonákrozott felületre esnek s itt a tükrök törvényei szerint a beeső és visszavert sugár a tükröző felülettel egyenlő szöget zár be.



A távcsőben két prizma van elhelyezve; a tükrözés folytán az első prizma a jobb és baloldalt fordítja át, a második prizma pedig, amely 90°-kal el van forgatva, az alsó és felső oldalt fordítja viszsza. – A képet tervszerűen itt is az objektív lencse képezi, a prizmák csupán egyenesállásúvá teszik azt. Az így módon egyenesállásúvá lett képet azután az okulár-lencsén át szemléljük.

Itt említjük még meg az u. n. anallatikus

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

távcsövet is, melynél az objektív és okulár-lencse között egy kétszerdomború lencse van, tehát a tárglencse egy lencserendszer. Ezt a rendszert alkotó két lencse olyan távolságban van elhelyezve egymástól, hogy az ekvivalens lencse fókusza a műszer függőleges forgástengelyébe esik, tehát az ilyen távcsővel felszerelt műszereknél, ha Reichenbach-féle távolságmérővel vannak felszerelve, az összeadóállandó nulla. A Wild-Zeiss féle távcsövek is anallatikus távcsövek.

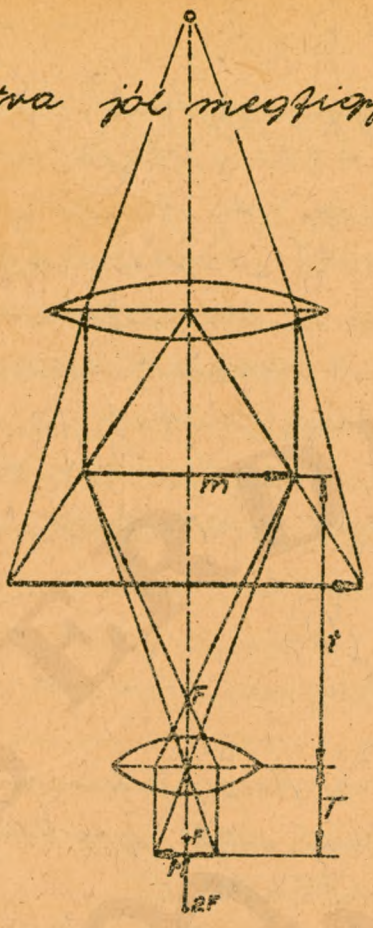
A mikroszkóp.

Ezen a helyen kell megemlékeznünk még egy igen fontos leolvasó-műszerünkről, a mikroszkópról. Ennek alakja megegyezik a távcső alakjával és szerkezetével. A mikroszkóp egy Ramsden-féle okulárból és egy aplanatikus tárglencséből áll. Lényeges különbség a távcső és mikroszkóp között az, hogy míg az elsővel mindig a kétszeres fókusztávolságon kívül-eső tárgyakat figyelünk meg, addig az utóbbival az egyszeres és kétszeres fókusztávolság között levő tárgyakat tesszük megfigyelhetővé. Ezek a tárgyak geodéziai műszereknél is szög- vagy hosszmérték beosztása.

A mikroszkóp működési-elve a következő: Láttuk a lencsék törvényeinek tárgyalásánál, hogy ha a tárgy az egyszeres és kétszeres fókusztávolság között foglal helyet, úgy nagyított, fordított állású képet kapunk, amely a tárgylencse mögött a kétszeres fókusztávolságon túl jelenik meg. Így tehát a mikroszkóp tárgylencséje is az egyszeres és kétszeres fókusztávolságon belül elhelyezett apró beosztásnak a lencse mögött nagyított képét szolgáltatja. A Ramsden féle okulár csak arra szolgál, hogy a tárgylencse által alkotott képet még jobban meg-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

nagyítva jól megfigyelhetővé tegye. ~ Az ábra szerint:



ha $T = f + \frac{f}{n} = \frac{nf+f}{n} = \frac{n+1}{n} f$

akkor az

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{T} + \frac{1}{t}$$

egyenlet alapján kifejezve „t" értékét, lesz:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{f} - \frac{1}{T} = \frac{1}{f} - \frac{n}{(n+1)f} = \frac{n+1-n}{(n+1)f}$$

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{(n+1)f} \; ; \qquad t = (n+1)f$$

Nézzük, mi lesz a nagyítás:

$$N = \frac{m}{M} = \frac{t}{T} = \frac{(n+1)f}{\frac{n+1}{n} f} = \frac{n(n+1)f}{(n+1)f} = n$$

vagyis a kép nagysága:

$$m = n\,M$$

Mivel azonban ugyanannál a műszernél a tárgy távolság nagysága állandó, úgyszintén a tárgylencse fókusztávola is, a kép mindig ugyanazon a helyen, tehát „t" távolságban jelenik meg az objektív mögött. Ha viszont a „M" osztásrész nagysága is változatlan, úgy annak képe, „m" is változatlan nagyságú lesz. Így ha egy planparallel üveglapot helyezünk abba a síkba, ahol „M" képe állandóan képződik, úgy ezen a lapon megjelölhetjük a „M" osztásrészt határoló osztóvonalak képének a helyét. Ezáltal azonban „M" értéknek megfelelő nagyobb osztásrészt kapunk, amelyet most könnyen tudunk még apróbb részekre osztani, s ezen részeket az üveglapba bekarcolhatjuk. Ezáltal a „M" legkisebb osztásrész nagyított képét ismét alrészekre osztottuk, s ha az üveglemezen is beosztásának megfelelően osztóvonalakat alkalmazunk, akkor ezek a mértéklegkisebb osztásrészei között látszanak megjelenni, s ezáltal az „M"-et még kisebb részekre osztani

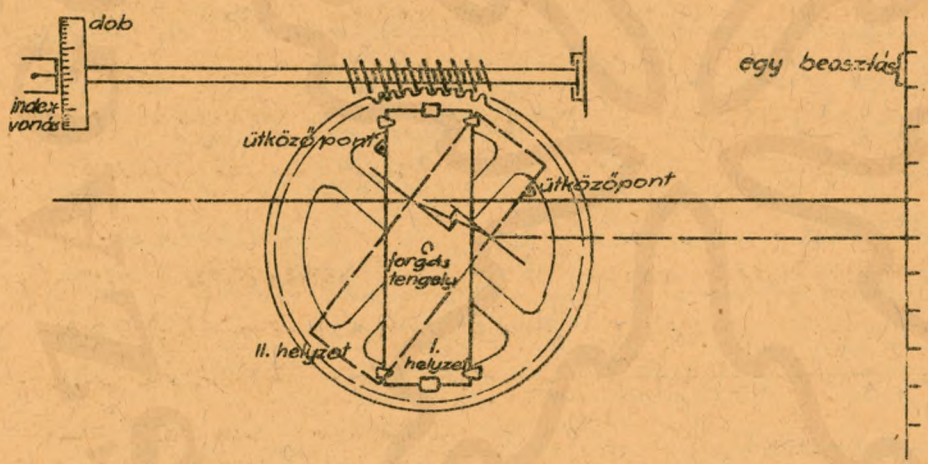
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

és a kisebb részeket megmérni vagyunk képesek. Ezen leolvasó-mikroszkópoknak három faja van használatban, amelyek lényegében a fenti elv alapján működnek. Ezek a becslő-mikroszkóp, a mikrométercsavaros mikroszkóp és a nóniuszos mikroszkóp. Az utóbbi csak a nóniuszt nagyítja meg, s így könnyebbé teszi a leolvasást.

Használatukkal a leolvasó-berendezések tárgyalásánál, a műszertanban fogunk részletesen foglalkozni.

Az üvegmikrométer.

Az üvegmikrométer egy vastag, planparallel üveglap, amely egy tengely körül dob segítségével két ütközőpont között forgatható el.



Az ütközőpontok úgy vannak elhelyezve, hogy a planparallel lap elforgatásával a fénysugár épp egy főléptékbeli osztás értékével legyen eltolható. Ha most a dob a két szélső érték között „n" részre van felosztva, akkor a főosztásrésznek az „n'-ed-részét még leolvaskatjuk, ill. az „n"-ed résznek a tizedrészét még becsülhetjük az indexvonásnál. A méréskor tehát a dob elforgatásával a fénysugarat a főléptéken mindig rá állítjuk egy teljes osztásra. A teljes értékeket leolvasuk a főléptékről, a tört részeket pedig a dobról.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A szokásos vett mérőműszerek

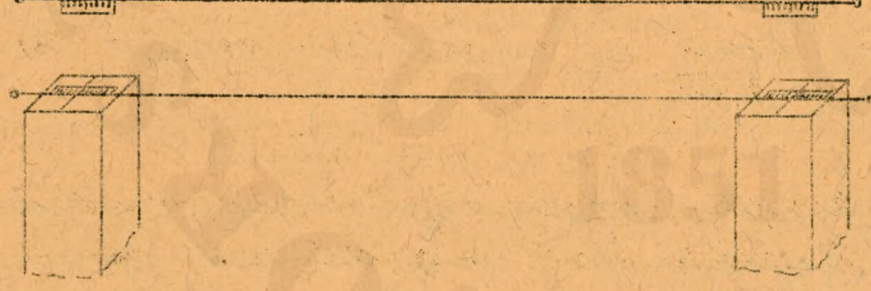
I. Hosszúságmérők.

A hosszmérés vagy közvetlenül, vagy közvetve történik. Közvetlen távolságmérésnél a mértékegységet rákordjuk a megmérendő távolságra és megszámoljuk, hogy hányszor foglalkatik benne. Közvetett távolságmérésnél viszont szükségünk van egy alapvonalra, amelynek hosszát meg kell mérnünk, vagy ismernünk kell, s ezen alapvonal, valamint megmért vagy adott szögek segítségével mértani vagy trigonometriai úton számítjuk ki a keresett hosszat.

1, Közvetlen távolságmérők.

A közvetlen távolságmérés eszközei: az „invar" mérősodrony, a mérőrúd, a libellás-lécz, az acél- és a vászon-mérőszalag, a mérőlánc, az acél mérősodrony, a mérőszekrény, a mezei körző és a mérőkerék.

1, Az „invar" mérősodrony 2-3 m/m vastag, rendszerint 24 m. hosszú huzal, amelynek anyaga acél és nikkel ötvözete. A huzal két vége közelében, egymástól 24 m.-nyi távolságban, kis lap van kidolgozva,



melyeken m/m-beosztás található. A beosztás „0" pontja a lapok közepén van elhelyezve: a beosztás innét jobbra és balra halad. A sodrony két végén egy-egy darabon van megerősítve: ezeknél fogva szokták kifeszíteni a mérősodrony megfeszítését úgy, hogy ezután kívánt sodronyfeszítést érhessünk mindkét darabhoz a ezeknek másik végén 5 kg.-os súly lóg. Az invarsodronyt kizárólag bázismérésre használják. A bázis - vagy alapvonal - két végpontját

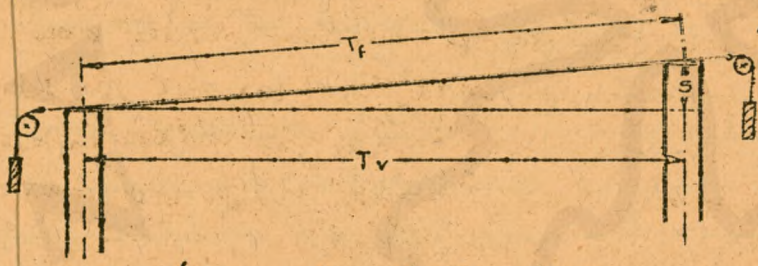
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

4 m. mélyre beásott betonoszlopral rögzítjük, s ezeknek tetejébe 1-1 indexvonással ellátott sárgaréz-lap van beeresztve.

~ A bázisvonal végpontjai a beton-oszlopban is rögzítve vannak, bronzhüvelyben elhelyezett tű hegyével, s ez a pont lesz felvetítve az oszlop tetején elhelyezett vízlapra. A magyarországi állami ellenőrző alapvonal Mária-beesnyő mellett egy felhagyott vasútvonalon van elhelyezve. Az országos bázisvonal össze van egyeztetve a német bázisvonallal. ~

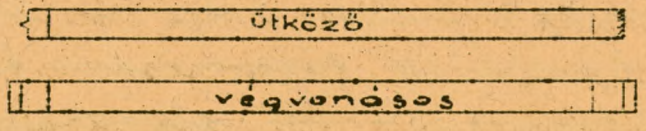
Mielőtt az invar-sodronnyal mérnénk, meg kell határoznunk a két „0" indexvonás közötti hosszát. Ezt az ellenőrző-alapvonalon végezzük el. A mérést oda-vissza legalább 4-4-szer kell végrehajtanunk s közben elektromos hőmérővel meg kell mérnünk a sodrony hőmérsékletét, hogy a hőmérsékletváltozás okozta hosszváltozást számítani tudjuk.

A bázis pillérei vagy egyszintben vannak elhelyezve, vagy pedig szintkülönbség van közöttük. Ez utóbbi esetben ferde hosszat (T_f) mérünk, tehát azt redukálnunk kell, hogy a vízszintes hosszat (T_v) kapjuk:



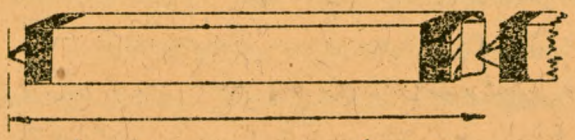
$$T_v = \sqrt{T_f^2 - s^2}$$

2., A mérőrúd kisebb fontosságú bázisvonalak mérésére szolgál. Legalább 4-5 évig száradt, göcsmentes, olajban kifőzött fenyőfából készül 2,4 vagy 5 m. hosszúságban. Hogy át ne hajoljék, téglalap, ellipszis vagy T keresztmetszetűre képezik ki. A mérőrudak két végét acélsarúval látják el a kopás kikerülése céljából. A sarok kiképzése szerint megkülönböztetünk ütköző és végvonásos mérőrudat. Az ütköző mérőrúdnál a lécmindkét vas-

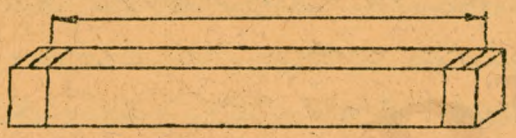


© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

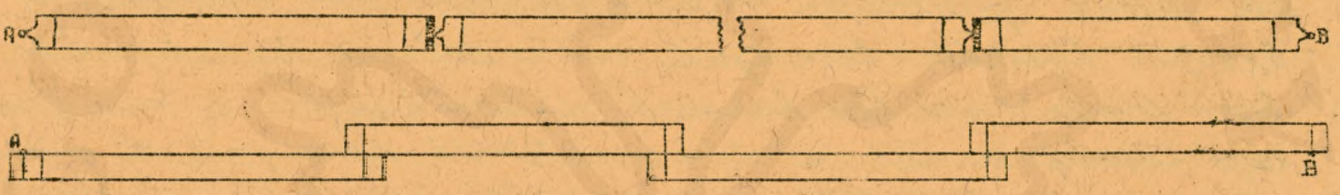
sarujába 1-1 acélék van erősítve úgy, hogy ugyanazon a rúdon lévő két ék egymásra merőlegesen áll. A léc hosszát a két ék külső élének egymástól való távolsága adja.



Végvonásos mérőrúdnál a sarúba van két indexvonás bekarcolva: a rúd hosszát a két indexvonás közötti távolság adja.

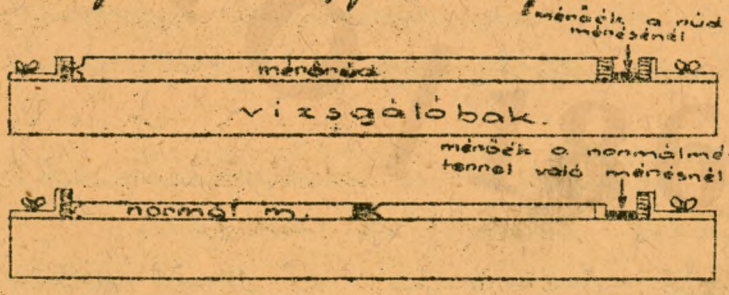


5 m.-es rúdnál a tényleges és névleges hossz között legfeljebb 0·4 m/m eltérés van megengedve. Mérőrúddal végrehajtott bázismérésekhez legalább két mérőrúdra van szükség. A mérés kivitelezését az alábbi ábra mutatja.



Ütközős mérőrúd használata esetén nem szabad a két rudat erősen összecsúsztni, mert rázással megtörténik az ék és a mérőrúd is elmozdulhat, de viszont vigyázni kell arra, hogy a két szomszédos ék érintkezzék egymással.

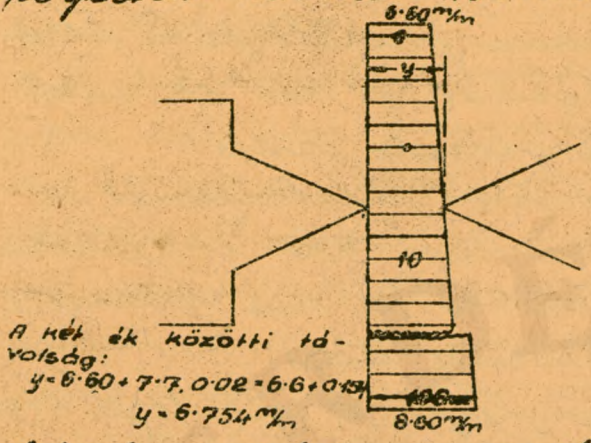
Bázismérés előtt a mérőrúd hosszát is ellenőriznünk kell. A mérőrúd hosszának meghatározására – komparálására – a vizsgálóbakot használjuk. Ez egy láthajlásmentes gerenda, melynek két végén egy-egy szármas csavarokkal lezárható ék van.



A megvizsgálandó rudat a bakra helyezzük a szorítóékek közé úgy, hogy a rúd vége és a bakon lévő ék között akkora hézag maradjon, amekkorát a mérőékkel pontosan le tudunk mérni. Ezután az ékeket a csavarok segítségével levögzítjük. Most ki-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

veszük a mérőrudat és a vizsgálóélek ékei által lepözitett hosszat normálméterekkel és a mérőékkel újból megmérjük.



A mérőék üvegből pontosan kiképzett ék, melynek két indexvonala között az összehajlása 2 m/m. Az indexvonalak közti távolság 100 részre van osztva: egy-egy részre eső hosszváltozás 0·02 m/m. Mivel azonban az osztásrészek tizedeit is tudjuk becsülni, azért a mérőékkel elérhetjük a hosszmérésben a 0·002 m/m-es pontosságot.

Ha mármost a normálméterek és a mérőék által pontosan meghatározott két ékvégződési közötti hosszból levonjuk a mérőrúd behelyezésekor lemért mérőék-hosszat, akkor kapjuk a rúd tényleges hosszát annál a hőmérsékletnél, amelynél a vizsgálatot végeztük. Ezt még át kell számítanunk 0 C°, vagy 20 C° normál-hőmérsékletre. Minden normálméternek meg van adva az egyenlete, amelyből a hosszváltozását kiszámíthatjuk. Egy ilyen egyenlet pl.:

$$l_t = 1m - [0·20 \pm 0·01 - 0·011 (t° - 20°)]$$

ahol „t" az ellenőrző-méréskor uralkodó hőmérsékletet jelenti Celsius-fokokban mérve. – A képlet a normálméter hosszát adja 20 C° mellett. Jó normálméternél a „t" mérésére szolgáló hőmérő a normálméter anyagába van beszűllyesztve, azonkívül fafogantyúval is el van látva a normálméter. – Az ellenőrző-mérést legalább hatszor kell megismételni.

Mérőrúddal való mérésnél a megmérendő egyenest mindig ki kell tűzni a terepen.

1., Nagypontosságú báziszmérésseknél a terep egyenetlenségeit palló- vagy gerendahidlással küszöbölik ki, az egyenest pedig műszerrel tűzik ki.

2., Kisebb pontosságú méréseknél az egyenes két végpontja között zsinórt feszítenek ki és ehhez

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

fogják hozzá a rudat. Hogy feszítés közben a zsinór ki ne térjen az egyenesből, 20 m.-enkint cöveket kell leverni és erre rá kell hurkolni a zsinórt.

Minden mérőrúdat két-két munkás kezel: egy a rúd elejét, egy pedig a végét fogja.

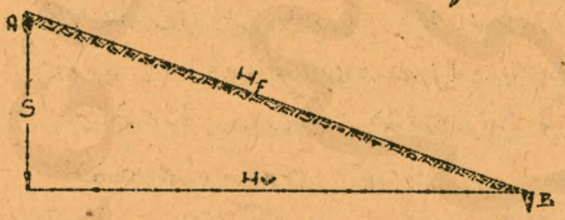
Az ellenőrzőméréskor a rúd hosszát 20 C° hőmérsékletre határoztuk meg.(t). Ha a báziméréstt más hőmérsékleten (T) végezzük, akkor erre a hőmérsékletre nézve kell korrigálnunk a mérőrúd ill. a bázis hosszát. A korrectio értéke:

$$k = (t - T)\varepsilon . h_t$$

vagyis a helyes hossz:

$$H_f = h_t (1 + (t - T)\varepsilon)$$

Ha vízszintes terepen mérünk, minden további nélkül megkaptuk a bázis hosszát. A gyakorlatban azonban leginkább ferde hosszakat mérünk.



Ilyenkor át kell számítanunk a vízszintes hosszra. Mint már láttuk:

$$H_v = \sqrt{H_f^2 - s^2}$$

vagy más alakban írva:

$$H_v = H_f \sqrt{1 - \left(\frac{s}{H_f}\right)^2}$$

A gyökös kifejezést sorbafejthetjük:

$$\left[1 - \left(\frac{s}{H_f}\right)^2\right]^{1/2} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{s}{H_f}\right)^2$$

ezre a mintára:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \ldots$$

Mivel a sor erősen konvergál (s igen kicsi a H_f-hez képest), a magasabbrendű tagokat elhanyagolhatjuk. Ê szerint lesz:

$$H_v = H_f \left(1 - \frac{s^2}{2H_f^2}\right) = H_f - \frac{s^2}{2H_f}$$

Ez a képlet jó közelítéssel adja a vízszintes hosszat. ~ Ha zsinór mellett végezzük a mérést, az elérhető pontosság, vagyis a középhiba:

$$\pm \Delta H = \frac{1}{30{,}000}$$

gondos mérésnél, ha azt vasúti sínen vagy országúton végeztük. Egyébként:

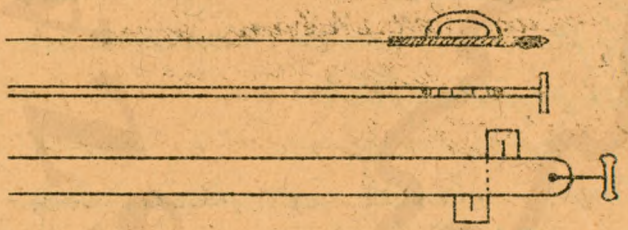
$$\pm \Delta H = 0{\cdot}003 \sqrt{H} \doteq \frac{H}{3000}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

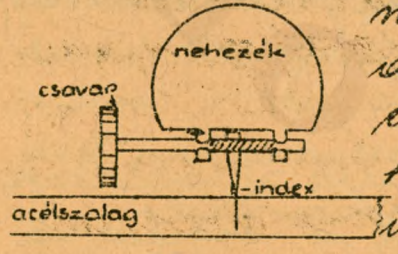
3. Az acél mérőszalag, vagy az erősebb kivitelű kataszteri-szalag 10, 20, 30, 50 m.-es vagy 10, 20 öles hosszban készül. Az egész métereket vagy öleket nagyobb, a fél métereket vagy öleket kisebb sárgaréz lapok jelölik. A deciméterek vagy tized-ölek helyén a szalag át van lyukasztva.

A szalag szállítás közben egy mintegy 25 cm átmérőjű keretre van felcsavarva. Készülnek könnyebb kivitelű szalagok is 20 m-es hosszban. Ezek egy forgantyún lévő hengerre csavarhatók fel és bőrtokban vannak elhelyezve. Az ilyen szalagokon mindkét oldalon van centiméteres osztás: az első dm. rendszerint még mm-ekre is be van osztva. A méterek kezdetét számokkal vannak megjelölve. Mivel nálunk még az öles mértékegységet is használják, azért legtöbbször ezeknél a könnyebb szalagoknál az egyik oldal méteres, a másik öles osztású. – A szalaghoz 10 db. jelzőszeg is tartozik.

Az acél-mérőszalag lehet ütköző, vagy végvonásos. Az ütköző-szalag egyik alakja az ábrán látható „Bodola"-féle szalag. Vannak precíziós végvonásos szalagok is: ezeket azonban csak pontos méréseknél használják.



Méréskor a szalaghossz végét meg kell jelölni. Közönséges mérésekné ez a jelzőszeg segítségével történik. Pontosabb, precíziós méréseknél a „Zöchmer"-féle sarut használják erre a célra. Ez egy nagy súlyú nehezék, rajta csavarral elmozdítható index, mely a mérőszalag indexvonalához állítható.



A szalagokat is használhatjuk vízszintes és ferde vonalak mérésére egyaránt. Méréskor az egyik munkás a szalag elejét fogja, a másik a végét. Az első munkás viszi a telt szegkarikát, a hátsó pedig az üreset, amelyre az első munkás

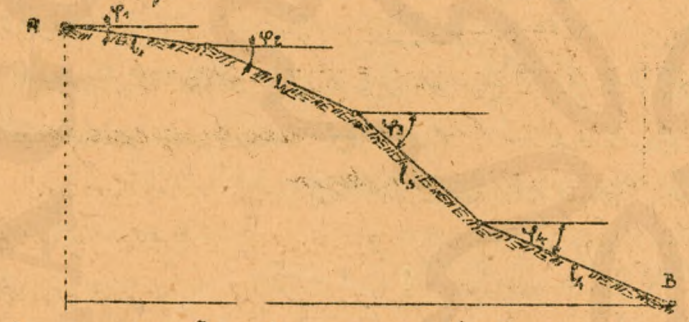
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

által leszúrt szegeket felszúrja.

A hátsó munkás a szalag elejét rábelyezi a kezdőpontra s ekkor az első munkás sílléccel, rugóval, vagy egyszerűbb méréseknél csak kézzel kifeszíti a szalagot, végét pedig megjelöli egy szeggel. ~ Ha a vonal hossza a szalag tízszeres hosszánál nagyobb, akkor a hátsó munkás a tizedik szeg leszúrása után 9 szeget átad az elsőmunkásnak, de ezenkívül a tizenegyedik szeg leszúrása után még a tizediket is átadja s csak az ezután következőket egyjáti össze, míg újra 9 szeg nem lesz a kezében.

A hosszmérést igen pontosan és gondosan kell elvégezni, mert ebből szokott a legtöbb hiba származni.

Lejtős vonalak méréséné mindenekelőtt a két között a lejt-törési pontokat kell kijelölnünk. Ezután megmérjük a 2-2 pont közötti ferde távolságot valamint az egyenes lejtszögét.

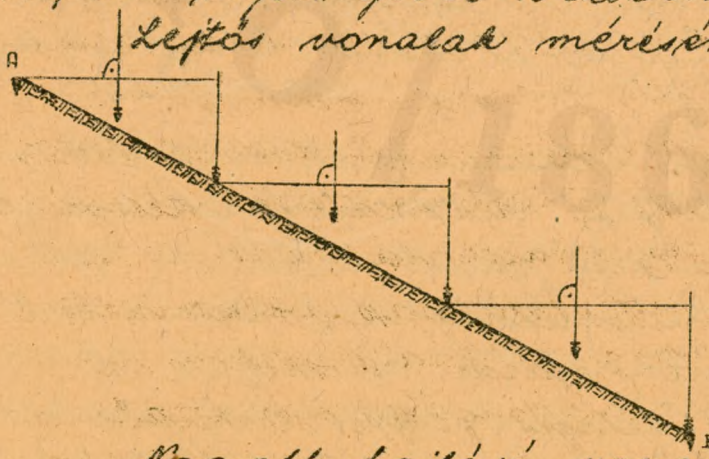


A lejtszöget (φ) mérhetjük kézi iránytűvel, fokíves dioptrával, fokíves libellával vagy műszerrel. Ez utóbbi esetben 10'-nyi pontossággal kell leolvasnunk. A ferde hosszakat a

$$H_v = H_f \cos\varphi$$

képlet segítségével vízszintesre redukáljuk.

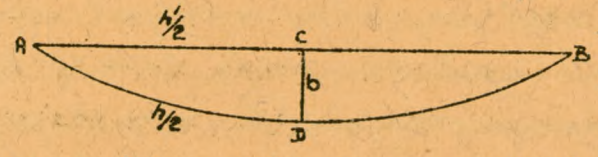
Lejtős vonalak méréséne másik módja az, hogy a kifeszített és vízszintesen-tartott szalaggal közvetlenül a vízszintes hosszakat mérjük, a szalagvégeket pedig az ábra szerint lefüggélyezzük.



Nagyobb hajlású vonalak mérésére a libellás lécet használjuk.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Vizsgáljuk meg, hogy mennyire kell megközelítenünk a szalagot, hogy a behajlás-okozta hiba ne legyen nagyobb a megengedettnél.



Jelöljük „h"-val a szalag hosszát, „h'"-el a hibás hosszat és „δ"-val a hibát. Ekkor $\delta = h - h'$ s innen $h' = h - \delta$.

Invar-szalagnál az ADB vonalat láncgörbének kell vennünk, közönséges acélszalagnál azonban az ábrabeli ACD idomot háromszögnek vehetjük és felírhatjuk a behajlás értékére:

$$b = \sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{h'^2}{4}} \cdot \sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{(h-\delta)^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{h^2 - h^2 + 2h\delta - \delta^2}$$

$$b = \frac{1}{2}\sqrt{2h\delta - \delta^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\delta(2h - \delta)}$$

A megengedett hibát a hossznak bizonyos hányadával adjuk meg: $\delta = \frac{h}{n}$. Ezt „b" képletébe helyettesítve:

$$b = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{h}{n}\left(2h - \frac{h}{n}\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2h^2}{n} - \frac{h^2}{n^2}} = \frac{h}{2n} \cdot \sqrt{2n - 1}$$

Pl. mekkora lehet a behajlás, ha a megengedett hiba: $\delta = h/1000$, vagyis $n = 1000$. Akkor

$$b = \frac{h}{2000} \cdot \sqrt{2000 - 1} \doteq 0{\cdot}02\,h$$

A megengedett behajlás tehát 20 m.-es szalaghossz esetén $h/1000$-es pontosságnál 40 cm; $h/2000$-es pontosságnál pedig 30 cm.

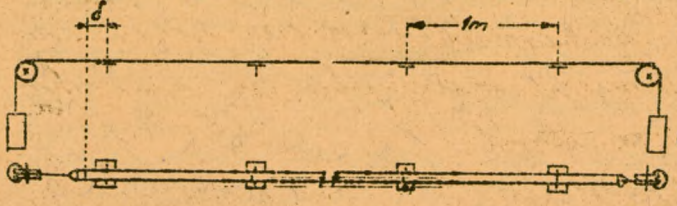
A mért távolságok helyes hosszát csak akkor nyerjük, ha a szalag tényleges hossza egyezik a névleges hosszal, illetve ha ismerjük a kettő közötti különbséget. Az 20 m-es mérőszalagnál legfeljebb 6 m/m. lehet.

A szalag tényleges hosszának ellenőrzésére minden nagyobb mérésnél egy alap-mértéket kell elhelyezni: legcélszerűbben egy épület tábszati falán. Ezzel az alapmértékkel minden nap össze kell hasonlítania a mérnöknek a szalagját.

A szalag pontos komparálására egy északi fekvésű tábszati falba 1 m.-enként kiálló vaslapokat készítenek, amely vaslapok felső lapján 1-1

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

indexvonás van. Ezenkívül két csigát is erősítünk a falba, a mellékelt ábra szerint.



A vaslapok indexvonásai között lévő távolságokat normálméterrel pontosan lemérjük. Így ismerjük az első és utolsó indexvonás közötti pontos távolságot adott hőmérséklet mellett. Ezután a vaslapokra helyezzük a megvizsgálandó szalagot, melyet két végére akasztott 5-5 kg.-os súllyal feszítünk ki. Most addig toljuk el a szalagot, amíg a kezdővonása össze nem vág az első vaslap indexvonásával. Végül pontos mércével lemérjük a szalag végvonása és az utolsó lap indexvonása közötti „s" eltérést. Miután a két szélső indexvonás közötti távolságot pontosan ismerjük, ebből levonva, vagy hozzáadva a „s" értéket, aszerint amint az (+) vagy (-) előjelű volt, nyerjük a szalag tényleges hosszát.

Pontos méréseknél figyelembe kell venni a hőmérséklet ingadozás okozta szalaghosszváltozást is. Részletméréseknél, mivel itt csak rövidebb hosszakat mérünk, a hőmérsékletváltozásra nem vagyunk tekintettel.

A szalagmérésnél megengedett hibahatár:

síkvidéken: $\pm \Delta H = 0{\cdot}00075 H \pm 0{\cdot}0075 \sqrt{H}$

dombvidéken: $\pm \Delta H = 0{\cdot}001 H \pm 0{\cdot}01 \sqrt{H}$

hegyvidéken: $\pm \Delta H = 0{\cdot}00125 H \pm 0{\cdot}0125 \sqrt{H}$

Az állami földmérés által megengedett hiba:

belsőségekben: $\pm \Delta H = \sqrt{0{\cdot}000222 H^2 + 0{\cdot}36 H}$

külsőségekben: $\pm \Delta H = \sqrt{0{\cdot}000625 H^2 + 1{\cdot}00 H}$

A hosszt kétszeri megméréséből általában $h/1000 \sim h/2000$ az elérendő pontosság.

A szalagmérésnél különböző hibaforrások állanak fenn, amelyek a mérést hibássá tehetik. Ezek a hibaforrások a következők:

a szalag maga hibás. A hiba kiküszöbölhető a szalag valódi hosszának megállapításával.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hiba származik a hőmérsékletingadozások okozta hosszváltozásból is. Ezért nagy melegben vagy nagy hidegben nem végzünk méréseket, vagy pedig átszámítjuk a szalag hosszát az adott hőmérsékletre.

hibát követünk el azáltal is, ha lejtős terepen rossz hajlásszöget mérünk. Ha 0·01 m. pontossággal mérünk, akkor 2°-ig elhanyagolhatjuk a hajlásszöget.

hibát ad a mérőszalag behajlása és megsavanyodása is. Továbbá ha a szalag végeit nem intjük be az egyenesbe, hanem kígyóvonalat mérünk, vagy ha nem feszítjük ki a szalagot kellően, illetőleg ha túlfeszítjük azt. Ezért az egyenesünket bokroktól, fűszálaktól meg kell tisztítani, vagy az egész szalagot fel kell emelni és a végeit le kell függőlegesen.





hiba származik abból is, ha a szegeket nem szúrjuk le pontosan. Ez különösen nagyon lágy vagy kemény talajoknál, jőleg pedig kavicsos talajoknál fordul elő, miért is ilyen helyeken sarut kell használnunk, különben a szalag feszítésekor a szegeket elmozdítjuk.

4. A vászon-mérőszalag geodéziai célokra valórendelt jelentőségű, mert könnyen kimúlik és ilyenkor dm.-es eltérést is adhat. A megengedett eltérés 20 m.-es szalagnál 9-10 $^{m}/_{m}$. lehet. – A vászonszalagba rézsodrony-szálak vannak belesodorva, az egész lenolajjal van átitatva és olajfestékkel van bekenve. 10 vagy 20 m. hosszúságban készül, egyik oldala méteres és cm.-es, másik oldala öles és századöles beosztással van ellátva.

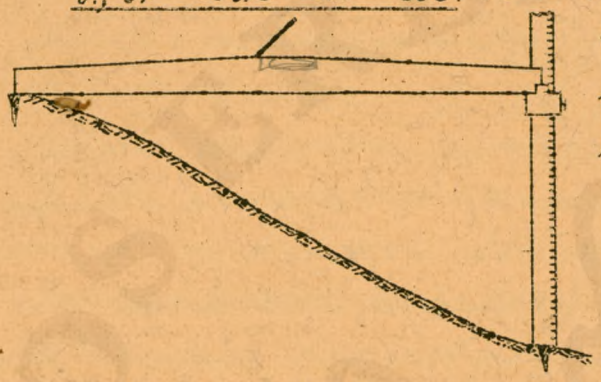
5. A mérőlánc ma már nem használatos. Hátránya, hogy igen súlyos. Az egyes távolságokat karikák jelölik: az öleket nagyobbak, a lábakat, vagy tizedöleket kisebbek.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

6., A mérősodronyt geodéziai célokra nem használják, rendszerint csak vízi méréseknél alkalmazzák. A mérősodrony 2-3 m/m vastag, legtöbbnyire 50 m.-es hosszban készül. A méteres távolságokat csomók jelzik.

7., A mérőzsinórt geodéziában csakis egyenesek kijelölésére használják: hosszakat nem mérnek vele. 2-3 m/m vastag kender-zsinórból készül, melybe 1 méterenkint színes szalagot fonnak bele.

8., A libellás-léc két rúdból áll: méréskor az egyik vízszintes, a másik függőleges helyzetű. Az előbbi rendszerint 4 m. hosszú, melynek közepén felül egy libella van elhelyezve úgy, hogy a libella tengelye párhuzamos a rúd alsó lapjával. A libella fölé 45° alatt egy tükör hajlik, ennek segítségével a libella állása a rúd végéből ellenőrizhető.



A függőleges rúdon föl- és le-tolható hüvely van, ezenkívül cm-es beosztással van ellátva.

A libellás lécet vízszintes távolságok és szintkülönbségek mérésére egyaránt használhatjuk. Az előbbieket a vízszintes, az utóbbiakat a függőleges lécről végzett leolvasások összegzése útján kapjuk. Mérésnél vigyázni kell arra, hogy a libella állandóan bejátsszék.

9., A mezei körző 4-5 m. hosszú, olajban kifőzött fenyőfarúd, melyen függőlyező és fokbeosztás is szokott lenni. Kertészetekben használatos.



10., A Wittmann-féle mérőkerék egy 1 m. kerületű kerékből, a fordulatszámláló- és a tolószerkezetből áll. Használatkor a kereket végigtoljuk a megmérendő vonalon: a hosszat közvetlenül a számlálószerkezetről olvashatjuk le. Geodéziai célokra pontatlansága miatt nem alkalmas: vasutak és országutak kilométeres jelzé-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

sínét használják a sínen áll. az út tengelyében tol-va. Pontossága vasúti sínen tolva 1%, új utaknál 2% régi utaknál 5-8%

11. A mérőkerekű fából készül 2 m.-es hosszban, csuklósan összehajtogatható. Kisebb távolságok mérésére használják. Ma már inkább 2 m. hosszú, bis zokra csavarható acélszalagot használnak helyette.

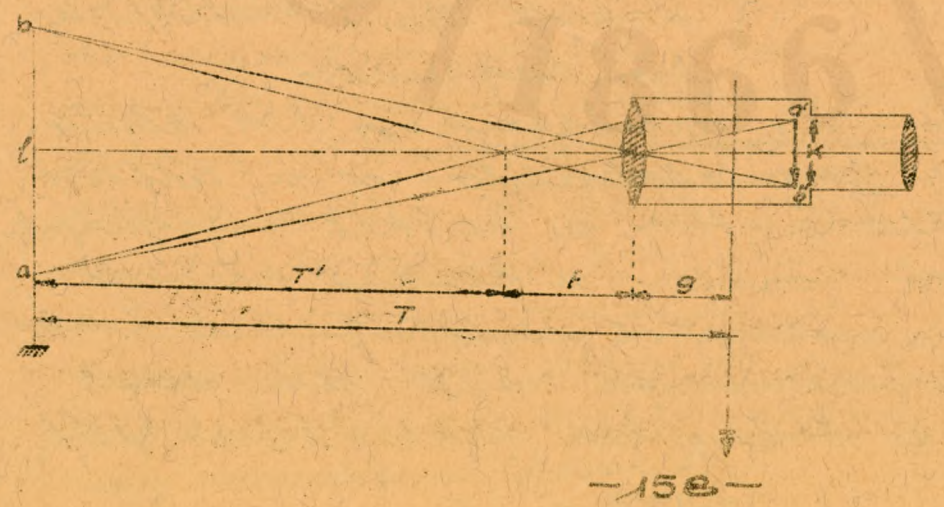
B., Közvetett távolságmérés.

Közvetett távolságmérésnél mindig mérlani úton mérjük a hosszakat. Az eljárás alapja az, hogy hasonló háromszögeket készítünk és ezek segítségével fejezzük ki a keresett távolságokat.

Az optikai távolságmérésnél a műszer hozza létre a háromszögeket. A mai optikai távolságmérő műszerek igen pontosak, ezáltal a távolságmérés pontossága eléri, sőt felülmúlhatja az acélszalaggal végzett mérés pontosságát.

Az optikai távolságmérőket két csoportra osztjuk: a régi és az új (precizios) optikai távolságmérők csoportjára. Az előbbiek közül a legelterjedtebb a Reichenbach féle távolságmérő, az utóbbiak közül a Kepeny-féle tangenses és a prizmás távolságmérők.

A Reichenbach féle távolságmérő.
(Vízszintes irányzás mellett.)



A távcsőben 3 vízszintes szál van. Ezek közül a két szélső szolgál a távolság mérésére, a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

köztük levő távolságot képhossznak (K) hívjuk. A középső vízszintes szál a szintmérés és magasságmérés céljait szolgálja, míg a függőleges szállal az irányzást végezzük.

Az ábra alapján felírhatjuk:

$$\frac{ab}{T'} = \frac{a'b'}{f} \quad \text{de} \quad \begin{matrix} ab = l \\ a'b' = K \end{matrix} \quad \text{s így} \quad \frac{l}{T'} = \frac{K}{f}$$

Innen:

$$T' = l\frac{f}{K}$$

Mivel pedig $T = T' + f + g$ ide T' értékét behelyettesítve: $T = l\frac{f}{K} + f + g$

Jelöljük $f + g = a$

$\frac{f}{K} = b$ - vel, akkor

$$T = bl + a.$$

Ez a Reichenbach - féle távolságmérő képlete. Ebben a képletben „a" az összeadóállandó, „b" pedig a szorzóállandó. Mivel f, K és g egy műszerre nézve állandó, azért ezeket ismernünk kell ahhoz, hogy a műszerrel mérhessünk. A K értékét rendszerint úgy választják meg, hogy „b" értéke 100 legyen. Mivel a tárgylencse - rendszer ekvivalens lencséjének fókusztávolsága (f) adott, azért

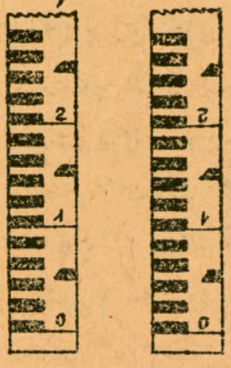
$$K = \frac{f}{100}$$

A $T = bl + a$ képlet csak akkor érvényes, ha a távolságmérésnél szükséges léc merőleges az irányzó tengelyére. (Megjegyzendő, hogy a Zeiss - Wild féle távcsőnél, mivel a tárgylencse - rendszerben a homorú lencse távolságát változtatni kell a kétszeresen domború lencsétől, hogy a kép a szálkereszt síkjába essék, változni fog a tárgylencse - rendszer fókusztávolsága is. Ez a változás azonban a szorzóállandó értékére olyan kis hatással van, hogy gyakorlatilag nem kell számításba - vennünk.)

A távolságméréshez szükségünk van távolságmérő lécre is. Ez száraz, olajban kizőzött és olajfestékkel befestett fenyőfából készül. A léc méteres vagy öles beosztással van ellátva. Méteres osztás

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

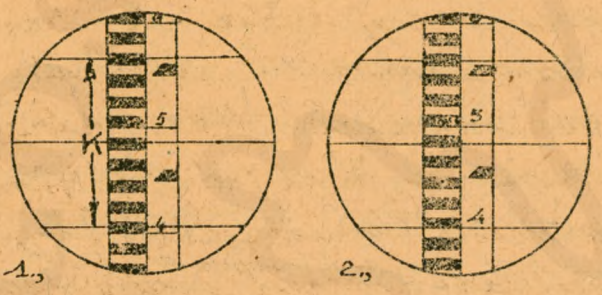
esetén a deciméterek meg vannak számozva és a legkisebb beosztás centiméteres: a milimétereket tehát becsüljük. Ezeknél a léceknél az 5 cm-ek is külön meg vannak jelölve. Egyes lécekre a számok fordítva vannak felírva, mert a távcső a képet visszafordítja.



Öles-osztású lécnél a tized-ölek vannak megszámozva és a század-ölek vannak felváltva fekete és fehér színnel jelölve.

Az osztást pontos léceknél osztógéppel végzik, közönséges lécecket kézzel osztanak, az egészen egyszerű lécekre pedig sablonnal viszik rá az osztást.

A Reichenbach-féle távolságmérő használata.



A műszerrel központosan és szintesen felállunk a megmérendő távolság egyik végpontjában, a lécet pedig a másik végpontba állítjuk. Ezután közel vízszintes helyzetű távcsővel megirányozzuk a függőleges állású lécet úgy, hogy a léc közepére ráállítjuk a függőleges irányozálat majd a léc képét az élesítás tárcsájába hozva leolvassuk ezt a két lécosztást, amellyel a két távolságmérőszál összeesik. Pl. a fenti 1.,-es ábrán:

$$l_a = 40{\cdot}7$$

$$l_f = 56{\cdot}6$$

$$l_a + l_f = 97{\cdot}3$$

$$l_f - l_a = 15{\cdot}9 = l$$

A két leolvasás számtani közepének ($\frac{l_a + l_f}{2} = 48{\cdot}65$) 1-2 tized eltéréssel a középső vízszintes szál által kimetszett értékkel ($l_k = 48{\cdot}7$)

A két leolvasás különbségét ($l_f - l_a = l$), b'-vel szorozva a keresett távolságot kapjuk. Példánkban, mivel $b = 100$ és $l = 15{\cdot}9$ dm, azért

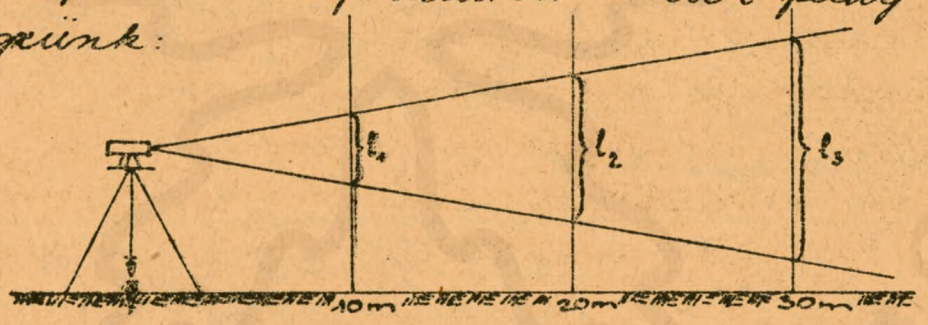
$$T' = 1590 \text{ cm} = 15{\cdot}9 \text{ m}$$

lesz. Az „l" és „T" értékeket összehasonlítva látjuk, hogy a leolvasott „l" érték mindjárt a méterekben

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kifejezett távolságokat adja. Láthatjuk tehát, hogy ezzel az eljárással a távolságot deciméter-pontossággal kapjuk meg. ~ Minthogy a fent leírt esetben mindkét távolságmérő szálnál becsülni kell ezek képének helyzetét a léc képén, ami hibanövelést jelent, célszerű a távcső jobb, vagy balállásával az egyik távolságmérőszál képét a hozzá legközelebb álló jóosztásúsx képével összevágatni (2. ábrán az alsó szálat a 4.-es osztással.) és így ezt le tudjuk olvasni, tehát csak a másik szálnál kell becsülnünk.

A távolságmérés pontossága függ az „a" és „b" értékek pontosságától. Ezt a következőképen határozzuk meg: Közel vízszintes, vagy vízszintes terepen pontosan kimérünk annyiszor 10 egységet, amekkora távolságig a távolságmérőt használhatjuk (tehát 10 ~ 100 m.) Ezután a távolság végpontjában jólállunk a vizsgálandó műszerrel, az egyes kimért pontokba jólállított lécről pedig leolvasást végzünk:



Lesz:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= b\,l_1 + a \\ T_2 &= b\,l_2 + a \end{aligned}\right\} \; T_2 - T_1 = b\,(l_2 - l_1)$$

$$\left.\begin{aligned} T_2 &= b\,l_2 + a \\ T_3 &= b\,l_3 + a \end{aligned}\right\} \; T_3 - T_2 = b\,(l_3 - l_2)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

s innen:

$$b = \frac{T_2 - T_1}{l_2 - l_1} \cdot \frac{T_3 - T_2}{l_3 - l_2} \cdots$$

és

$$a = T_1 - b\,l_1 = T_2 - b\,l_2 \cdots$$

Mivel azonban megfigyeléseink hibákkal vannak terhelve, ha más és más egyenletpárokból számítjuk az „b" értékét, különböző, egymástól eltérő értékeket kapunk. Nekünk azonban mind „b", mind pedig „a" legvalószínűbb helyes értékére van szüksé-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

günk. Mivel két egyenlet helyett „n" egyenletünk van, számításainkat a kiegyenlítő-számítás II. csoportja szerint normál-egyenletekkel végezzük.

Példa.

Wild T.O. buszsola-theodolit Reichenbach féle optikai távolságmérőjének szorzó- és összeadóállandójának meghatározása:

Szalaggal mért hossz	Lécleolvasás			$\frac{l_a+l_f}{2}=l_k$	l_f-l_a	Súly
	alsó (l_a)	középső (l_k)	felső (l_f)			
10	1116	1166	1217	1167	101	$1/10 \times 420 = 42/1 = 42$
20	0765	0865	0965	0865	200	$1/20 \times 420 = 42/2 = 21$
30	1112	1261	1411	1262	299	$1/30 \times 420 = 42/3 = 14$
40	1000	1202	1403	1202	403	$1/40 \times 420 = 42/4 \doteq 11$
50	0900	1151	1401	1151	501	$1/50 \times 420 = 42/5 \doteq 8$
60	1110	1410	1710	1410	600	$1/60 \times 420 = 42/6 \doteq 7$
70	1141	1492	1841	1491	700	$1/70 \times 420 = 42/7 = 6$
80	1510	1911	2311	1911	802	$1/80 \times 420 = 42/8 \doteq 5$

$$T = bl + a$$

$$b = b_0 + x \qquad a = a_0 + \eta$$

$$T = (b_0 + x)l + (a_0 + \eta)$$

$$lx + \eta = T - lb_0 - a_0$$

$$b_0 = 100 \qquad a_0 = 0$$

Feltételi egyenletek:

$$0{\cdot}101\,x + \eta = -0{\cdot}1$$
$$0{\cdot}200\,x + \eta = 0{\cdot}0$$
$$0{\cdot}299\,x + \eta = +0{\cdot}1$$
$$0{\cdot}403\,x + \eta = -0{\cdot}3$$
$$0{\cdot}501\,x + \eta = -0{\cdot}1$$
$$0{\cdot}600\,x + \eta = 0{\cdot}0$$
$$0{\cdot}700\,x + \eta = 0{\cdot}0$$
$$0{\cdot}802\,x + \eta = -0{\cdot}2$$

n	a	b	l	p	paa	pab	pal	pbb	pbl
1	0·101	1	-0·1	42	0·428	4·242	-0·4242	42	-4·2
2	0·200	1	0·0	21	0·840	4·200	0·0000	21	0·0
3	0·299	1	+0·1	14	1·252	4·186	0·4186	14	1·4
4	0·403	1	-0·3	11	1·786	4·433	-1·3299	11	-3·3
5	0·501	1	-0·1	8	2·008	4·008	-0·4008	8	-0·8
6	0·600	1	0·0	7	2·520	4·200	0·0000	7	0·0
7	0·700	1	0·0	6	2·940	4·200	0·0000	6	0·0
8	0·802	1	-0·2	5	3·216	4·010	-0·8020	5	-1·0
	Summa:			114	14·990	33·479	-2·5383	114	-7·9

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A normálegyenletek:

$[paa]x + [pab]y = [pal]$; $14.990x + 33.479y = -2.5383$

$[pab]x + [pbb]y = [pbl]$; $33.479x + 114y = -7.9$

[paa]	[pab]	-[pal]	[pbb]	-[pbl]
+14.990	+33.479	+2.5383	+114	+7.9
	+2.2334		+74.772	+5.669
			+39.228	+2.231

$$y = \frac{-2.231}{+39.228} = -0.0569; \quad x = \frac{-2.5383 - 33.497(-0.0569)}{+14.990}$$

$y = -0.0569$; $x = -0.0422$.

A normálegyenleteket a Gauss-féle kikúszöbölési séma szerint oldottuk meg. (l. hibaszámítás)

Ellenőrzésül:

n	a	b	p	ax	by	u ax+by	v u − l	pav	pbv	pvv
1	0.101	1	42	-0.0043	-0.0569	-0.0612	+0.0388	+0.1646	+1.6296	0.063228848
2	0.200	1	21	-0.0084	-0.0569	-0.0653	-0.0653	-0.2743	-1.3713	0.089545869
3	0.299	1	14	-0.0126	-0.0569	-0.0695	-0.1695	-0.7095	-2.3730	0.40222350
4	0.403	1	11	-0.0170	-0.0569	-0.0739	+0.2261	+1.0023	+2.4871	0.56233331
5	0.501	1	8	-0.0211	-0.0569	-0.0780	+0.0220	+0.0882	+0.1760	0.00387200
6	0.600	1	7	-0.0253	-0.0569	-0.0822	-0.0822	-0.3452	-0.5754	0.04729788
7	0.700	1	6	-0.0295	-0.0569	-0.0864	-0.0864	-0.3629	-0.5184	0.04476376
8	0.802	1	5	-0.0338	-0.0569	-0.0907	+0.1093	+0.4383	+0.5465	0.05973245
								+0.0015 ≠0 [pav]	+0.0011 ≠0 [pbv]	1.27302327 [pvv]

$b = b_0 + x = 99.9577$

$a = a_0 + y = -0.0569$

$$m_0 = \sqrt{\frac{[pvv]}{[p]-k}} = \sqrt{\frac{1.27302327}{114-2}} = \sqrt{0.011366279196} = \pm 0.106665847$$

A súlykoefficiensek számítása:

$[paa]Q_{11} + [pab]Q_{12} = 1$; $[paa]Q_{21} + [pab]Q_{22} = 0$

$[pab]Q_{11} + [pbb]Q_{12} = 0$; $[pab]Q_{21} + [pbb]Q_{22} = 1$

$14.990Q_{11} + 33.479Q_{12} = 1$; $14.990Q_{21} + 33.479Q_{22} = 0$

$33.479Q_{11} + 114Q_{12} = 0$; $33.479Q_{21} + 114Q_{22} = 1$

[paa]	[pab]	- l	[pbb]	- l
14.990	33.479	-1	114	0
			-74.772	+2.2334
			+39.228	+2.2334

[paa]	[pab]	- l	[pbb]	- l
14.990	33.479	0	114	-1
			-74.772	0
			+39.228	-1

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$Q_{12} = \frac{-2 \cdot 2334}{+39 \cdot 228} = -0 \cdot 05693 \qquad Q_{22} = \frac{+1}{+39 \cdot 228} = +0 \cdot 025549$$

$$Q_{11} = \frac{+1 - 33 \cdot 479 \cdot (-0 \cdot 05693)}{+14 \cdot 990} = +0 \cdot 19386 \qquad Q_{21} = \frac{0 - 33 \cdot 479 \cdot 0 \cdot 02549}{+14 \cdot 990} = -0 \cdot 05693$$

$$m_x = m_0 \sqrt{Q_{11}} = 0 \cdot 1067 \sqrt{0 \cdot 19386} = \pm 0 \cdot 0470 \qquad p_x = \frac{1}{Q_{11}} = \frac{1}{0 \cdot 19386} \doteq 5$$

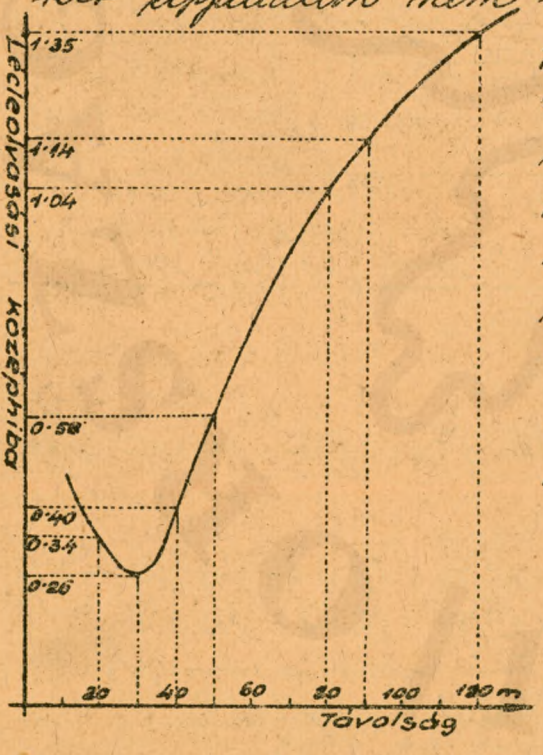
$$m_y = m_0 \sqrt{Q_{22}} = 0 \cdot 1067 \sqrt{0 \cdot 02549} = \pm 0 \cdot 0170 \qquad p_y = \frac{1}{Q_{22}} = \frac{1}{0 \cdot 02549} \doteq 39$$

Végeredményben tehát:

a szorzóállandó: $b = 99 \cdot 9577 \pm 0 \cdot 0470$; súlya: 5

az összeadóállandó: $a = -0 \cdot 0569 \pm 0 \cdot 0170$; -"- 39

A műszerállandók hibáján kívül hiba származik a távolságban a léc leolvasásánál elkövetett hibából is. Ez a hiba függ a szál látszólagos vastagságától, vagyis a szál mögötti holttértől. Nagy távolságban lévő lécnél a távolságmérő szál teljesen elfedhet egy centiméteres osztást a lécen, így a tizedcentimétereket egyáltalán nem lehet becsülni. Kis távolság esetén pedig a léc centiméteres osztásához viszonyítva a szál túl vékony és ettől származik a leolvasási bizonytalanság. Az ábra különböző távolságokban meghatározott lécleolvasási középhibákat tüntet fel. Ezerint a lécleolvasás hibája a legkisebb 20~30 m. távolság között ezentúl erősen nő. Ezért a Reichenbach féle távolságmérőt csak legjóljesb 100 m.-ig (50~60 ölig) szabad használni, mert itt a bizonytalanság már igen nagy.



Keressük, hogy az eddig tárgyalt hibákból milyen hiba ered a távolságban (ΔT) kért értékek a következők: l, a, b, ezek középhibája: Δl, Δa, Δb. Kész:

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial b} \cdot \Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial l} \cdot \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2} = \sqrt{(l \Delta b)^2 + (b \Delta l)^2 + (\Delta a)^2}$$

$(\Delta a)^2$ elhanyagolható, mert igen kicsi mert pon-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

tosan meg tudjuk határozni az „a" értékét. Így tehát a távolságmérésben elkövetett hiba lesz:

$$\Delta T = \sqrt{(l\Delta b)^2 + (b\Delta l)^2}$$

Látjuk tehát, hogy minél kisebb a szorzóállandó, annál kisebb az elkövetett ΔT hiba is.

A Porro és Wild féle műszereknél, az u.n. anallatikus távcsöveknél nincs összeadóállandó, mert a tárgylencse-rendszer ekvivalens-lencséjének fókusza a műszer függőleges tengelyébe esik. Ebben az esetben: $\Delta T = \sqrt{(f\frac{\Delta b}{b})^2 + (f\frac{\Delta l}{l})^2}$

A relatív hiba pedig: $\frac{\Delta T}{T} = \sqrt{(\frac{\Delta b}{b})^2 + (\frac{\Delta l}{l})^2}$

Általában 0·5% pontossággal szokták számolni.

Távolságmérőnél vigyázni kell arra, hogy a távolságmérőszál a lécet túl mélyen ne érje, mert ebben az esetben a két mérőszálkor érkező sugarak refractiója igen különböző lesz és így a lécleolvasás erős hibával lesz terhelve. Általában 50 cm alatt nem szabad leolvasást végezni.

A Reichenbach féle távolságmérő használata ferde terepen.

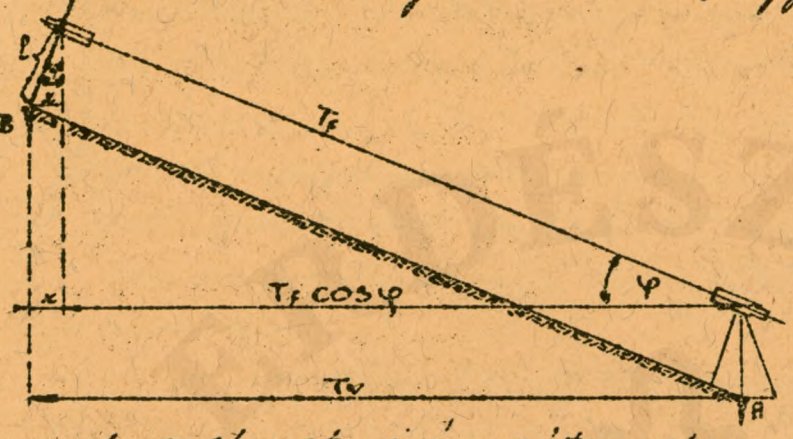
Ha a mérésnél vízszintes mérőlécet használunk, a ferde távolságot (T_f) közvetlenül kapjuk. Ehhez azonban függőleges mérőszálakra van szükségünk és egy kis távcsőre, amely a lécre úgy van szerelve, hogy irányzótengelye merőleges a lécre. Ha márminost azt a távcsövet összeütköztetjük a műszer távcsövével, akkor ezáltal a lécet a műszer irányzótengelyére merőleges helyzetbe hozzuk. – A ferde távolságból és a hajlásszögből azután a már ismert módon számíthatjuk a vízszintes hosszat:

$$T_v = T_f \cdot \cos\varphi = (kl + a)\cos\varphi = kl\cos\varphi + a\cos\varphi.$$

De ferde terepen is használhatunk ugyanolyan lécet, mint amilyent vízszintes terepen hasz-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

náltunk. A vízszintes terepen való mérésénél az irányzótengelynek közel merőlegesen kellett állnia a lécre. Ezt azáltal értük el, hogy közel vízszintes távcsővel irányoztuk a függőleges lécet. Ferde terepen ezt nem tehetjük meg: itt a lécet kell az irányzótengelyre merőleges helyzetbe hoznunk. Erre a célra annek a lécnek is fel kell szerelve lennie egy kis távcsővel, melynek irányzótengelye merőleges a lécre.



Az ábra alapján írhatjuk, hogy

$$Tv = Tf \cos\varphi + x$$

de ugyancsak az ábrából írhatjuk, hogy

$$\sin\varphi = \frac{x}{l'}, \text{ s innen } x = l' \sin\varphi$$

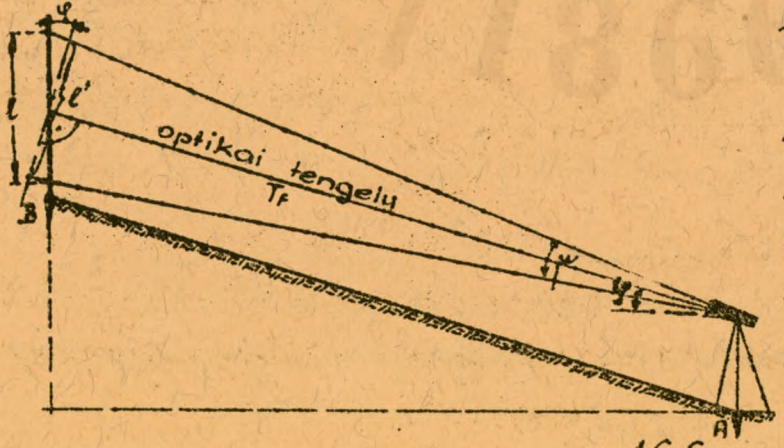
x-nek ezt az értékét behelyettesítve az előbbi egyenletbe lesz:

$$Tv = Tf \cos\varphi + l' \sin\varphi = kl \cos\varphi + a \cos\varphi + l' \sin\varphi$$

hol „l" a két távolságmérő-szál közé eső léchosszat, „l'" pedig a vízszintes irányzósíktól terpedő léchosszat jelenti.

Hogy az egyenlet utolsó tagját kiejtsük eljárhatunk úgy, hogy a lécen lévő távcsőhöz egy függőlegyezőt erősítünk és a lécet visszatoljuk addig, amíg a függőlegyező kerül a „B" pont fölé.

Minthogy azonban a lécen rendesen nincs távcső, azért ezt az eljárást a gyakorlatban nem szokták alkalmazni, hanem ferde terepen is függőleges lécet dolgoznak. Ebben az esetben - mivel a levezetett tétel csak arra az esetre vonatkozik, ha a léc merőleges az irányzótengelyre, azért a függőleges lécről leolva-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

sott léchosszat át kell számítani arra a léchosszra, amelyet akkor mernénk, ha a léc merőleges volna az irányzótengelyre. Jó közelítéssel, mivel a „μ" képképző szög kicsike, felvehetjük, hogy a távolságmérő szálaktól menő sugarak is merőlegesen érik a lécet (l'-l) s ezért írhatjuk, hogy:

$$\frac{l'}{2} = \frac{l}{2}\cos\varphi$$

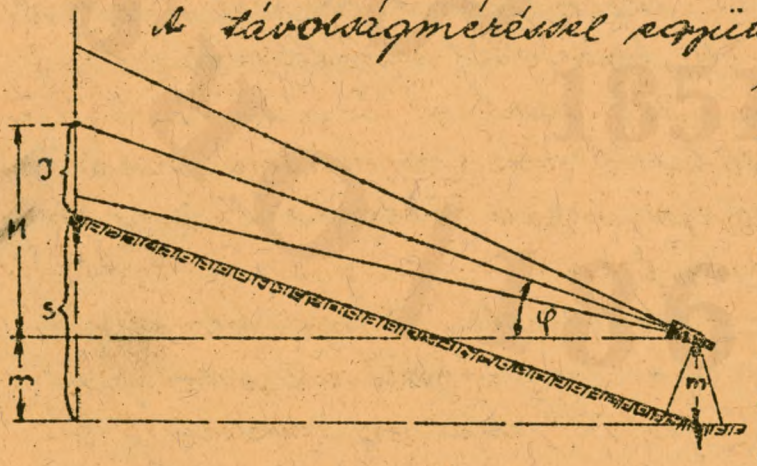
Innen „l'" értékét kifejezve és T_f képletébe helyettesítve: $T_f = bl\cos\varphi + a$. Vagy vízszintesre redukálva:

$$T_v = T_f\cos\varphi = bl\cos^2\varphi + a\cos\varphi$$

A redukálásra (az $l\cos^2\varphi$ értékekre) táblázatok állnak rendelkezésre. Mivel az „a" és „φ" egyaránt kis érték szokott lenni, az „a" redukálása nem ad észlelhető hozzávalót, ezért az összeadóállandót redukció nélkül vonjuk be számításainkba és rendesen a már redukált „$bl\cos^2\varphi$" hez adjuk.

A redukció révén – mivel a $\cos^2\varphi$ mindig kisebb az egységnél – a mért távolságoknál kisebbeket kapunk. Kis φ esetén mégis előfordul, hogy a redukált érték nagyobb, mint a ferde érték. Ez akkor áll elő, amikor a redukció kisebb, mint a hozzáadóállandó.

A távolságméréssel együtt meghatározhatjuk a szintkülönbségeket is. Ehhez le kell olvasnunk a vízszintes irányzással által elvágott irányzási magasságot (J) és le kell mérnünk az „m" műszermagasságot.



Az ábra alapján:

$$s + J = h + m$$

$$s = h + (m - J)$$

De: $h = T_v \cdot \operatorname{tg}\varphi = (bl\cos^2\varphi + a\cos\varphi)\operatorname{tg}\varphi$ vagy $\operatorname{tg}\varphi$-vel

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

beszorozva:

$$Sk = bl\cos^2\varphi \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} + a\cos\varphi \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$$

$$Sk = bl\sin\varphi\cos\varphi + a.\sin\varphi$$

de: $\sin\varphi\cos\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$, tehát

$$Sk = \frac{1}{2} \cdot bl\sin 2\varphi + a\sin\varphi.$$

Sk-nek ezt az értékét „s" képletébe helyettesítve:

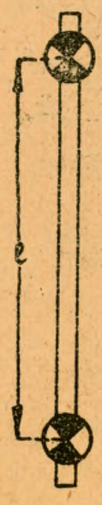
$$s = \frac{1}{2} \cdot bl\sin 2\varphi + a\sin\varphi + (m - y)$$

Az $(a.\sin\varphi)$ értéket rendesen elhanyagolják, helyesebben az „a"-t behozzuk a „s.l" mellé összeadóul $(bl+a)$. ~ Az $\frac{1}{2}\sin 2\varphi$ értékek táblázatból olvashatók ki.

A Reichenbach-féle távolságmérő biztokhatárvonalak mérésére kis pontossága miatt nem alkalmas, ellenben jól használható erdőgazdasági belső vonalak mérésére, tovább á topográfiai jelvételekhez.

Változó képlouzal mérő távolságmérők.

Ezeknél a távolságmérőknél két vízszintes szál van a távcső látómezejében. Az egyik, a vízszintes iránnyszál fix, a másik az alatt van és egy mikrométercsavar segítségével önmagával párhuzamosan eltolható. A két szál közötti távolság a mikrométercsavaron lévő dobról leolvasható, tehát a „K" érték mérhető. ~ A léc állandó hosszúságú, az állandó hosszt két tárcsával van megjelölve (tárcsás-léc.)



A távolság képletének levezetése ugyanaz, mint a Reichenbach-féle távolságmérőnél, csak itt az „l" állandó és a „K" változik. Tehát:

$$T = \frac{J}{K} \cdot l + a = J.l\frac{1}{K} + a$$

Mivel „J.l" állandó érték, „b"-t írhatunk helyette, vagyis lesz:

$$T = \frac{b}{K} + a$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

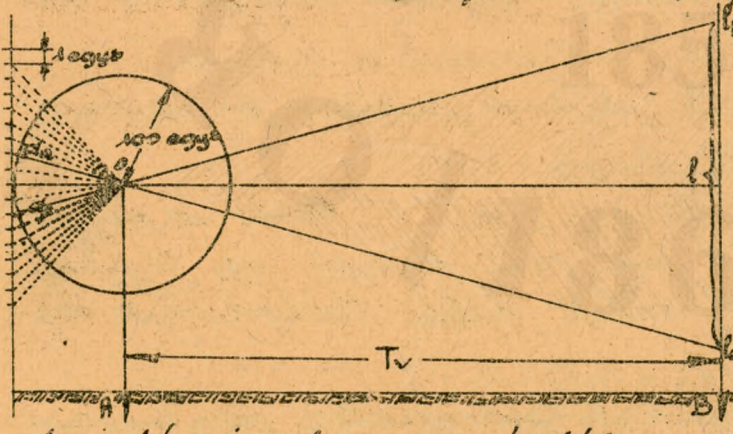
A műszer használata a következő: a függőlegesen felállított lécet az távcsővel úgy irányozzuk meg, hogy a fix távolságmérő-szál képe a léc felső végén lévő társa képének középpontjával vágjon össze. Az elmozdítható szál képét pedig a mikrométercsavar segítségével szállítjuk az alsó társa képének közepére. A dob beosztásáról vagy a „K", vagy pedig mindjárt az „$\frac{1}{K}$" értékeket olvashatjuk le.

Pontosabb eredményeket ad, mint az állandó képhosszal dolgozó műszer, mégsem terjedt el a gyakorlatban, mert jóval drágább és körmyesebben készül, mint az előbbi.

A precíziós optikai távolságmérés céljaira a tangenciális és a prizmás távolságmérők szolgálnak. Az előbbiek nehézkes szerkezetük miatt a gyakorlatban nem igen terjedtek el. Leggyakoribb közülük a

Krepsey-féle redukáló-tachymeter.

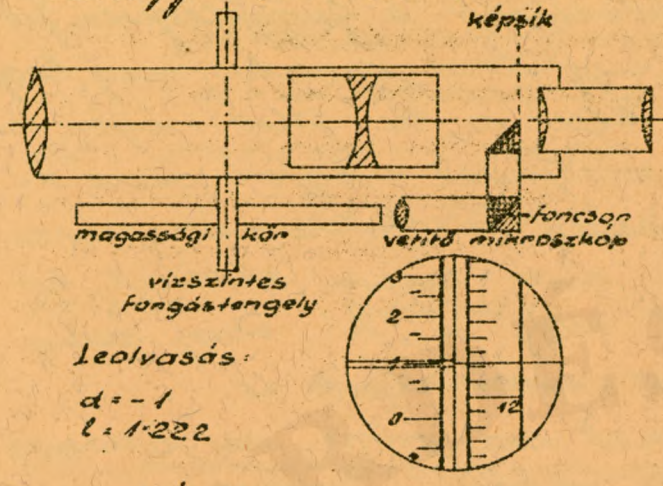
A tangenciális távolságmérők elmélete a következő: A műszer magasságikörének sugara adott érték: 100 egység (tetszőleges méretarányban). A magassági-körnek a vízszintes optikai tengelyre merőleges, képzelt érintője is osztással van ellátva: az osztásának nagysága: 1 egység ugyanabban a méretarányban, mint amilyen a 100 egységet mértük. Ezeket az osztásokat azután sugárirányban a magassági-körre vetítik, s így azon tangens-osztást kapnak.



Tehát a magassági-körbeosztásainak egymástól való távolságai nem egenlők, hanem az érintési pontok távolsága a „0°-tól állandóan rövidül. Éppen ezért az osztást nem lehet mechanikusan osztógéppel elvégezni, hanem min-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

deneggo értéket a műszerészek kell beállítania.



A magasságikör osztásai egy mikroszkóp és prizmás segítségével be van vetítve a távcsőbe, úgy hogy a távcső látómezejének bal felében a magasságikör látszik és csak a jobb fele használható irányzásra, illetve itt kell beállítani a lécet.

A műszer használata a következő: a lécet megirányozzuk olyan magasan, ahogyan csak lehet, úgy hogy a baloldalon látható kettős szál egy tangens-osztást közrefogjon és az ennek megfelelő „l_f" lécleolvasást végezzük ott, ahol a távcső jobb felében az egyes vízszintes szál a lécet éri. Ugyanígy végezzük az alsó leolvasást is.

A távcső két helyzete két hasonló háromszöget határoz meg: $0 f_f l_a \sim 0 d_f d_a$. A hasonlóság alapján írhatjuk:

$$\frac{T_v}{l_f - l_a} = \frac{100}{d_f - d_a}$$

$$T_v = l \cdot \frac{100}{d_f - d_a}$$

A két irányzást úgy kell elvégezni, hogy a $(d_f - d_a) > 1$ legyen, hogy minél kisebb legyen a szorzóállandó.

Pl. legyen $d_a = -9$, $d_f = -4$, akkor a szorzóállandó:

$$\frac{100}{-9-(-4)} = 20$$

Arra is ügyelni kell, hogy „l_a" 60 cm.-nél kisebb ne legyen, különben a refrakció miatt hibás leolvasást kapunk.

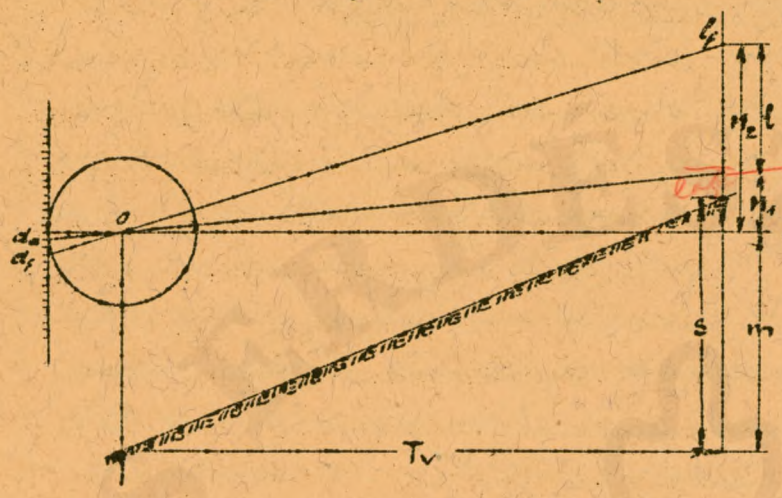
A Szepesy féle redukálótachymeter pontossága függ az osztásoktól és az „l" pontosságától, vagyis a műszer-hibáktól és a meggiggelés hibáitól.

Meggiggelés alatt a lécnek nem szabad mozog-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

mia, ezért ki van támasztva és függőlegesnek kell lennie, ami a lécen lévő libellával ellenőrizhető. A kaszterennél használnak felfüggesztett lécet is.

Távolságmérés gerde terepen.



Az ábra szerint itt is két hasonló háromszögünk van, amelyekben az alapok és a magasságok között egyenes arány van. Tehát:

$$\frac{T_v}{l} = \frac{100}{d_f - d_a} \quad \text{innen}$$

$$T_v = l \frac{100}{d_f - d_a}$$

Tagjai ugyanazt a képletet kaptuk, mint vízszintes terepnél, tehát ezzel a műszerrel közvetlenül a vízszintes hosszat kapjuk, bármilyen terepen is mérünk: ezért hívják ezt a műszert „redukáló-tachyméternek".

A műszerrel szintkülönbségeket is mérhetünk:

$$s + l_a = n_1 + m$$

$$s = n_1 + (m - l_a)$$

Azonban az $l_a CD$ és a COd_a hasonló háromszögekből: $\frac{n_1}{T_v} = \frac{d_a}{100}$ s innen $n_1 = 0{\cdot}0 T_v \cdot d_a$

Ezt behelyettesítve „s" képletébe:

$$s = 0{\cdot}0 T_v \cdot d_a + (m - l_a)$$

Az így kiszámított szintkülönbséget ellenőrizhetjük az $l_f CD \sim COd_f$ háromszögek segítségével:

$$s + l_f = n_2 + m$$

$$s = n_2 + (m - l_f)$$

De mert $\frac{n_2}{T_v} = \frac{d_f}{100}$ továbbá $n_2 = 0{\cdot}0 T_v d_f$ lesz

$$s = 0{\cdot}0 T_v d_f + (m - l_f)$$

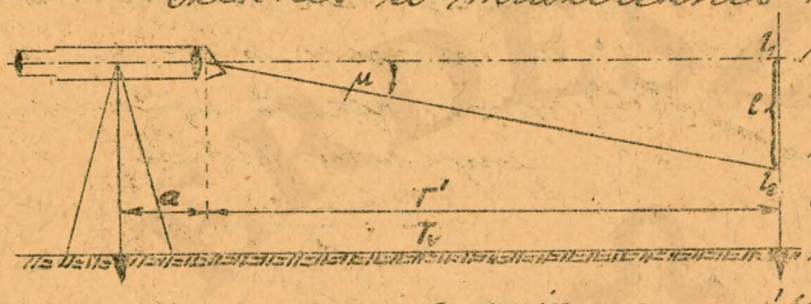
Méréskor különösen arra kell ügyelnünk, hogy az ellenőrzőlibella mindig bejátszék. Ha a magassági-kör nóniuszának indexe a magassági kör „0"-án áll, akkor a távcső libellájának be

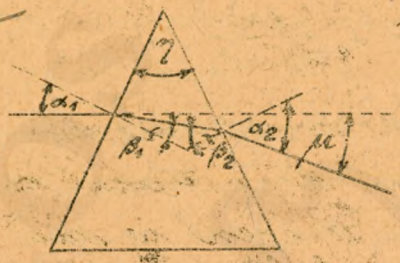
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kell játszania és az optikai tengelynek vízszintesnek kell lennie. ~ A távolságmérésnél elérhető pontosság gondos mérésnél 0·1%.

Prizmás távolságmérők.

Ezeknél a műszereknél a távcső tárgylencséje elé egy prizma helyezhető, amely az irányzósugarat eltéríti irányából. Az eltérítés szöge függ a prizma nyílásszögétől (η) és törési együtthatójától (n). Az optikai részben tárgyaltak alapján:



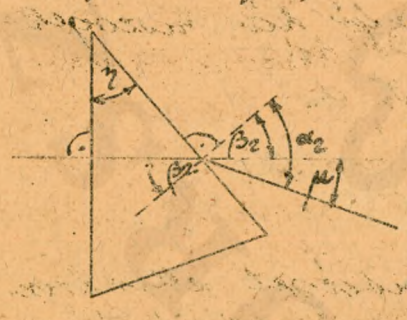


$$\sin\alpha_1 = n \sin\beta_1$$
$$\sin\alpha_2 = n \sin\beta_2$$
$$\mu = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2$$

De mert $\beta_1 + \beta_2 = \eta$, lesz a „μ" értéke:

$$\mu = \alpha_1 + \alpha_2 - \eta$$

Ha a prizmát úgy helyezzük el, hogy az irányzótengely a prizma tárgylencse felőli oldalára merőlegesen érje, akkor



$$\mu = \alpha_2 - \beta_2$$

Mivel pedig $\beta_2 = \eta$ merőlegesszárú szögek lévén, írhatjuk, hogy

$$\mu = \alpha_2 - \eta$$

De az $\frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2} = n$ egyenlőséget, mivel kis szögekről van szó írhatjuk a következő alakban is:

$$\frac{\alpha_2}{\beta_2} = n = \frac{\alpha_2}{\eta} \quad \text{s innen} \quad \alpha_2 = n\eta$$

Behelyettesítve:

$$\mu = n\eta - \eta = (n-1)\eta$$

Ennek a prizmaelhelyezésnek az az előnye, hogy a kívánt „μ" szögnek megfelelő „η" nyílású prizmát kiválaszthatjuk.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kérésnél a lécet először prizma nélkül irányoxzuk meg és leolvassuk az „l_1" értéket. Ezután a prizmát a távcső elé hajtjuk és leolvassuk az „l_2" értéket. Most már képezhetjük az $l_1 - l_2 = l$-et. Mivel a prizma mpilászöge állandó és mindig ugyanolyan helyzetben kerül a távcső elé, azért az optikai- (és irányzó) tengely irányváltozása is állandóan a „μ" szögnek megfelelő lesz.

A mért vízszintes távolság lesz:

$$T = T' + a$$

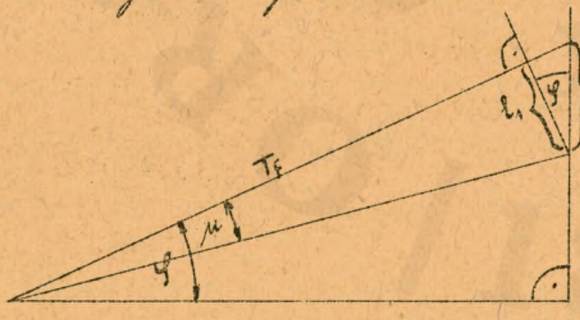
de: $\operatorname{tg}\mu = \frac{l}{T'}$ s innen $T' = \frac{l}{\operatorname{tg}\mu} = l \operatorname{ctg}\mu$. És mivel $\operatorname{ctg}\mu = b$ ugyanannál a műszernél konstans szorzóállandó, tehát a mért hossz lesz:

$$T = bl + a$$

hol „a" a prizma távolsága a műszer függőleges tengelyétől. A „μ"-t rendszerint úgy választják meg, hogy $\operatorname{ctg}\mu = 100$ legyen ($\mu \doteq 0°35'37''$)

A prizmás műszerek hátránya az, hogy kétszer kell velük leolvasni, mikor is a lécet ki kell támasztani és ügyelni kell arra, hogy a távcső el ne mozduljon, amikor a prizmát a tárgyplenzse elé fordítjuk.

A lécnek merőlegesnek kell lennie az lézer irányzótengelyre. Ezért ferde terepen, ha vízszintes léccel dolgozunk, akkor azon egy a merőleges irányt kijelölő távcsőnek kell lennie, ha pedig függőleges lécet használunk, akkor először az „l_1"-et át kell számítanunk „l"-re:



$$l_1 = l \cos\varphi$$

A ferde távolság pedig lesz:

$$T_f = bl_1 + a = bl\cos\varphi + a$$

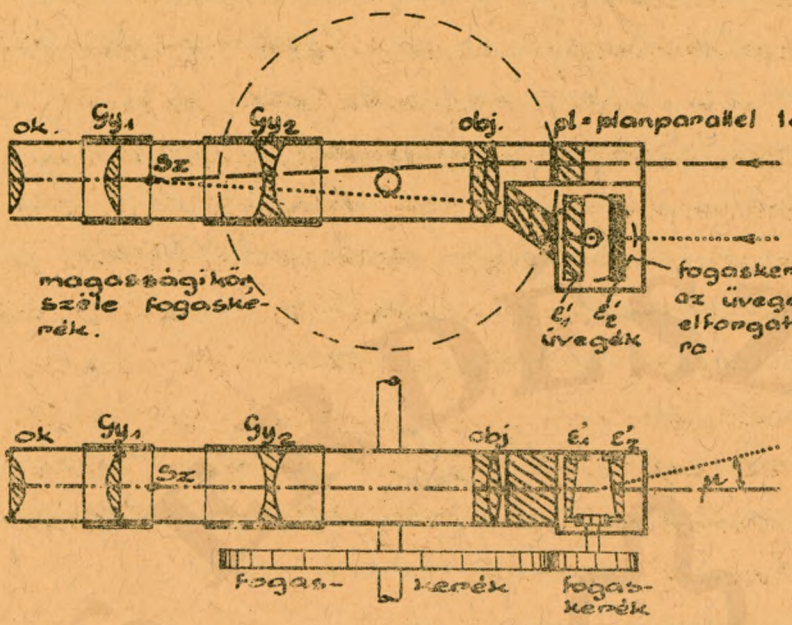
A ferde távolságból számíthatjuk a vízszintes hosszat:

$$T_v = T_f \cos\varphi = bl\cos^2\varphi + a\cos\varphi$$

A prizmás távolságmérők pontossága jóval nagyobb, mint a Reichenbach-féle távolságmérőké. Gondos munka mellett 0·08%-nak vehetjük a pontosságukat.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Boshardt-Zeiss-féle kettős képes távolságmérő



A Boshardt svájci kataszteri mérnök által szerkesztett és a Zeiss cég által gyártott távolságmérő távcsövében egyidejűleg látjuk a rendes és a prizmák által eltolt képet: éppedig a távcső felső felében a fénysugár változatlanul halad keresztül, az alsó felében pedig az élek által eltolt fénysugár. Hogy szögmérésnél az eltolt sugár ne zavarjon, azért a „Gy1" gyűrű elforgatásával az eltolt képet el lehet zárni, s így csak a rendes fénysugarat lehet észlelni. – A „Gy2" gyűrű a parallaxis megszüntetésére szolgál: forgatása által a homorú lencsét toljuk el addig, amíg az irányzott pontot élesen nem látjuk. – A kép eltolására az $é_1$ és $é_2$ üvegékek szolgálnak. Ezek együttes nyílásszöge egy olyan szög, amely mellett a $\operatorname{ctg} \mu = 100$. A két prizma egy vízszintes tengely körül elforgatható egy fogaskerék segítségével. A fogaskereket a magasságikör forgatja, melynek kerülete van fogazással ellátva. A két prizma forgásiránya ellentétes: így forgatva őket megváltozik az együttes nyílásszögük és ezáltal a „μ" is. Ha 180°-al forgatjuk el a prizmákat, akkor a kettő együtt mint egy planparallel lap működik, tehát a képet nem tolja el mivel a távcsőben a prizmák fordítva vannak és a fénysugár merőlegesen éri őket. – Mivel a $\operatorname{ctg} \mu$ az elforgatás szögének cos-a arányában

Élkelhelyezés



1, elméletben

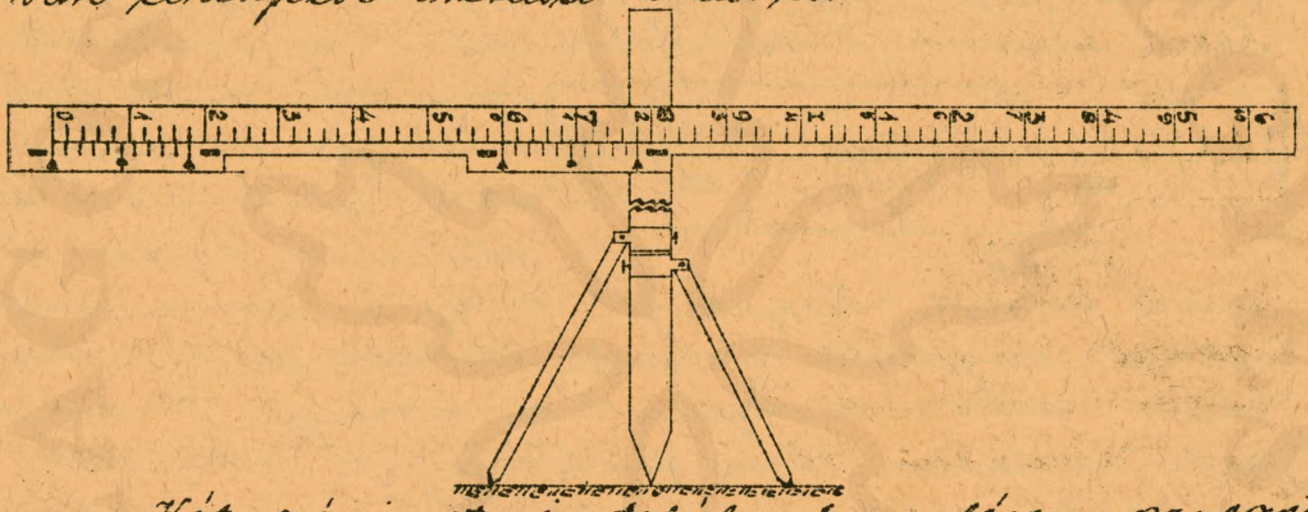


2, gyakorlatban

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

változik, azért gerde irányzásnál is közvetlenül a vízszintes távolságot kapjuk.

A távolságmérés mindig vízszintes léccel történik. Hogy a lécet az irányzótengelyre merőleges helyzetbe lehessen hozni, azért a lécre egy kis távcső van szerelve és mellette egy kis kollimátor van, amely a párhuzamos sugarakat egy keskeny téglalapalakú nyíláson bocsátja át. A műszertől ellenőrizhető, hogy a léc merőleges-e az irányzótengelyre, mert ebben az esetben a kollimátor világít, tehát egy éles fehér vonás látható. – A léc egy kitámasztott függőleges rúdon van elhelyezve. Osztása 2 cm-es.



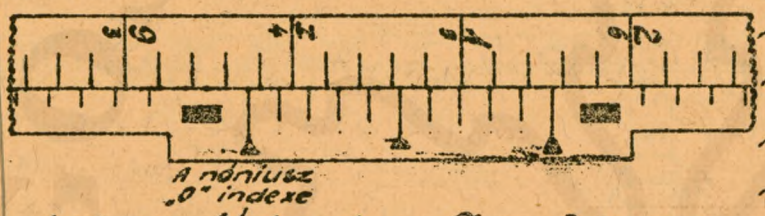
Két nóniusz is találunk a lécen: az egyik fekete vonásokkal van megjelölve; ezzel a felső fekete számozást kell leolvasni, a másik a 60 cm-es osztásnál kezdődik és piros vonásokkal van megjelölve; ezzel az alsó piros számozást kell leolvasni. Két nóniuszra azért van szükség, hogy kis távolságnál is a léc közepét használjuk és így a függőleges irányzószál benne maradjon az egyenesben.

A lécről közvetlenül 2 m.-t (2 cm × 100; tehát 100 · egy – b) olvashatunk le. A nóniusz 10-re részre van felosztva, tehát a nóniusz segítségével a 20 cm-ek olvashatók le. A távcsőben van egy planparallel lap (P_l) is (üvegmikrométer), amely egy dob segítségével annyira forgatható el, hogy a felső fénysugár 20 cm-el tolható el parallel. A

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

dob a két ütközőpont között 20 részre van osztva, tehát a dobról 1 cm közvetlenül, 1 mm pedig becsülve olvasható le.

A mérés menete a következő: megirányozzuk egyszerű képpel a lécet úgy, hogy a függőleges irányszál a rúd, a vízszintes szál pedig a vízszintes (távolságmérő-) léc közepén jelöljön. Először az okulár-csavar segítségével a szálkeresztet szemünk éleslátási távolába toszuk, most pedig a parallaxis-csavarral a léc képét is a szálkereszt síkjába toszuk: tehát élesen látjuk a szálkeresztet is meg a lécet is. Ezután elforditjuk a „Gy1" gyűrűt, hogy kettős képet lássunk. A távcsőben most a vízszintes irányszál alatt lévő nóniuszt az irányszál felett lévő beosztáskor képest eltolva látjuk. – Jegyük fel, hogy a piros vonásokkal megjelölt nóniusz látszik a távcsőben. Ekkor leolvasást végzünk a nóniusz „0"-ától jobbnak ábránkon 36 m. felel meg. A nóniuszon sem a 6-os sem pedig a 7-es nem vág: tehát vágatjuk a 6-os vonást azáltal, hogy az optikai mikrométerrel a vízszintes-szál felezi léc képét eltoljuk. Ekkor a nóniuszról 1·2 m-t olvasunk le, míg a dobról a centimétereket olvashatjuk le: legyen ez pl. 17 cm. Az egész leolvasás tehát lesz: 36 + 1·2 + 0·17 = 37·37 m.



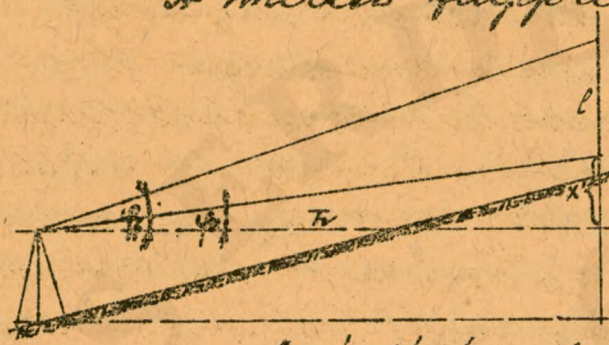
A Bosshardt-Zeiss féle távolságmérő az egyik legpontosabb optikai távolságmérő. Középhibája 100 m.-en ± 3 mm, kedvezőtlen körülmények között is legfeljebb 1-2 cm. Ez annyit jelent, hogy a mérés pontossága gondos szalagmérés pontosságának felel meg, s így sokszögmenetek oldalhosszainak mérésére is használható.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Távolságmérés alapvonallal és szögmérővel.

Ezt a mérési módot különösen a katonai méréseknél alkalmazzák: alapvonallal és szögértékekkel történik. Az alapvonal vagy bázis vízszintes, vagy függőleges helyzetű lehet.

A mérést függőleges léchelyzet mellett a mellékelt ábra mutatja, melynek alapján írhatjuk, hogy:



$$tg\varphi_a = \frac{x}{T_v}, \text{ innen } x = T_v\, tg\varphi_a$$

$$tg\varphi_f = \frac{l+x}{T_v}, \text{ innen } l+x = T_v\, tg\varphi_f$$

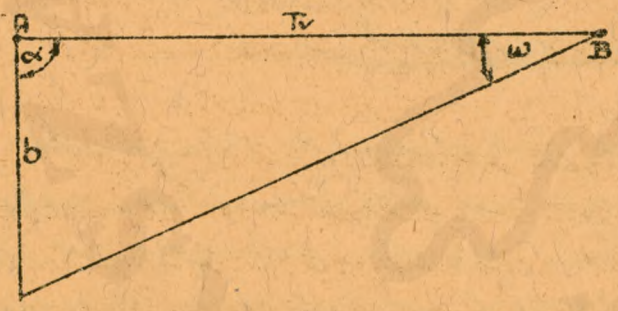
Avagy „x" értékét behelyettesítve:

$$T_v . tg\varphi_f = l + T_v\, tg\varphi_a$$

$$T_v (tg\varphi_f - tg\varphi_a) = l$$

$$T_v = \frac{l}{tg\varphi_f - tg\varphi_a}$$

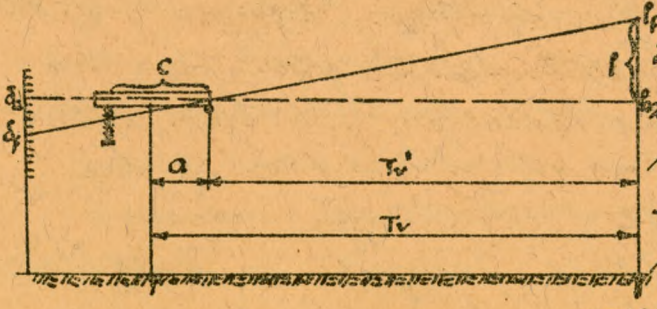
Pontosabb méréseknél vízszintes helyzetű lécet, vagy báziswonalat használunk. Ez utóbbit igen pontosan kell megmérnünk: a mérést rendszerint invarsodrompal végezzük. Az ábra alapján:



$$T_v = b\, \frac{\sin(\alpha+\omega)}{\sin\omega}$$

Hátránya ennek az hosszmérési eljárásnak, hogy sok munkával jár.

A Stampfer-féle távolságmérő.



Itt a Stampfer féle szintező műszereken lévő mikrométercsavart használhatjuk fel távolságmérésre. A mérés függőleges

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

síkbeli hasonló háromszögek képzésén alapszik.

Az ábra alapján:

$$T_v = T_v' + a$$

$$\frac{T_v'}{l} = \frac{c}{\delta_a - \delta_f} \quad \text{s innen} \quad T_v' = l \frac{c}{\delta_a - \delta_f}$$

$$T_v = l \frac{c}{\delta_a - \delta_f} + a$$

A gyakorlatban nem használják, mert hosszadalmas a kiértékelése, s így igen drága eljárás.

Méréskor az „l_a" és a „δ_a" értékeket vízszintes távcsőhelyzet mellett olvassuk le. Erre a célra a távcsövet ~és ezzel együtt az irányzóvonalat is~ az okulár közelében elhelyezett szintezőcsavarral emeljük vagy süllyesztjük az első excentrikusan elhelyezett forgástengely körül. A szintezőcsavar egy indexet mozgat egy mm.-skála előtt a „δ_a" és „δ_f" értékeket erről a skáláról és a szintezőcsavar dobjáról olvassuk le.

Szögmérő műszerek.

A pontok kölcsönös fekvésének meghatározásához szükségünk van a pontokat összekötő egyenesek hosszán kívül, azok irányának, ill. az egyenesek egymással bezárt szögeinek ismeretére is. Mindig függőleges és vízszintes síkbeli szögeket mérünk, ferde síkbelieket sohasem, mert térképeink vízszintes vetületben készülnek.

A függőleges síkbeli szögeket mérhetjük vagy a vízszintestől: „φ" (lejtszög, hajlás vagy dőlésszög), vagy a függőleges főiránytól: ζ (magassági- vagy zenit-szög). Első geodéziában rendszerint hajlásszöget, felső geodéziában pedig majdnem mindig magassági-szöget mérünk.

A vízszintes vetületbeli szögek is kétfélék:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

1., egy vagy több mezei vonal vagy irány vízszintes vetületének egy állandó kezdőiránnyal képezett szöge: csapásszög vagy azimut.

2., két irány vízszintes vetülete által képezett szög: közbezárt szög.

A vízszintes vetületbeli szögeket mindig az óramutató járásával egyező irányban mérjük.

A vízszintes vetületbeli szögek mérésére szolgáló műszerek két csoportba oszthatók:

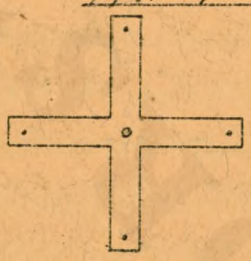
1., amelyekkel közvetlenül csak egy meghatározott szöget tűzhetünk ki, vagy mérhetünk meg.

2., amelyek tetszőleges szögek kitűzésére vagy megmérésére szolgálnak.

Az első csoportba tartoznak:

1., a szögtűző léckereszt
2., -"- hasáb
3., -"- dob
4., a tükrös szögtűzőcső
5., a szögtűző tükör
6., -"- prizmák
7., a tükörkereszt
8., a kettős szögtűző prizmák.

1., A szögtűző léckereszt.



Áll két, egymásra merőlegesen elhelyezett és középen összeerősített lécből. Alul a botállvány megerősítésére hüvely van felszerelve, a felső oldalon pedig a kereszteződési ponttól egyenlő távolságban a léckereszt lapjára merőlegesen 4 tű vagy szeg van a lécekbe verve. Ezek segítségével történik az irányzás.

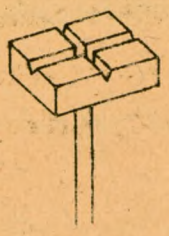
A léckereszt derékszögek kitűzésére szolgál, de kis pontossága miatt geodéziai célokra nem használható. (A pontosság vizsgálatát lásd a diopternál.)

2., A szögtűző hasáb,

Négyzetes-alapú fahasáb, melynek felső lap-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

jába két, egymásra merőleges rés van fűrészelve.

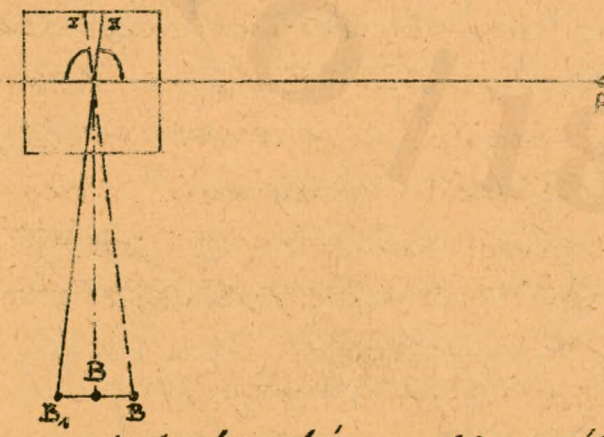


Ez is 90°-os szögek kitűzésére szolgál, de csekély pontossága miatt geodéziai célokra nem használható. Pontatlansága annál nagyobb, minél bővebb a két rés.

3., A szögtűző dob

Belül üres fémhasáb, vagy henger, alsó részén botállványra húzható hüvellyel, oldalán több szemmyílással vagy szemhasadékkal és ezeknek megfelelően a szemben lévő oldalon tárgynyílásokkal, melyekben lószőrszál van kifeszítve. Az irányzás a szemnyíláson és a tárgynyílásban kifeszített lószőrszálon keresztül történik. Az irányvonalak egymással 45° és 90°-ot zárnak be. A szögtűző dob tulajdonképen rövid dioptra s ezért pontossága nem nagy. Hogy ferde terepen is jól lehessen használni, kúp- vagy gömb-alakban is készítik. Sőtha osztott körrel is fel van szerelve, amelynek középpontja körül a dioptra elforgatható. Ezekkel tetszőleges nagyságú szöget ki lehet tűzni. Egyes szögtűző dobokon kompasz is van: ilyenkor csapásszögeket is mérhetünk velük.

Mivel az irányzás pontossága csak igen kicsi, azért kizárólag alárendelt vonalak kitűzésére használhatjuk (pl. erdőbecslésnél próbaterek kitűzésére.)

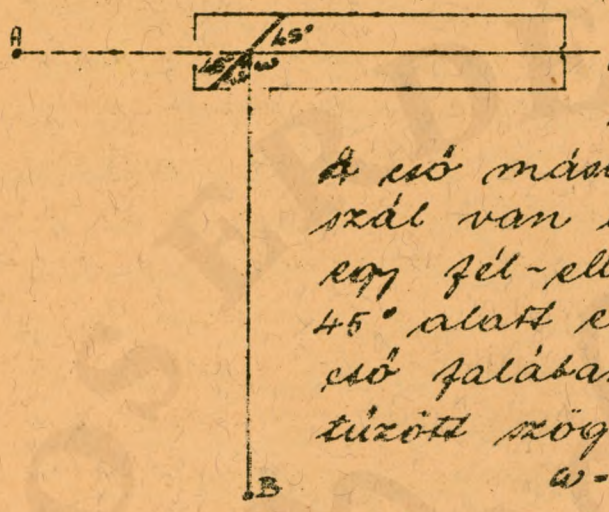


Használat előtt meg kell vizsgálnunk a műszert, hogy valóban 90°-ot tűz-e ki. A vizsgálatot úgy végezzük, hogy a terepen kiválasztunk egy „A" pontot és ezt megirányozzuk. Majd kitűzzük a kért merőlegest: kapjuk a „B" pontot. Ezután elforditjuk a dobot 90°-kal és újból megirányozzuk az „A" pontot. Ha a mű-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szer jó és valóban 90°-ot tűz ki, akkor a „B" irány ugyanaz marad. Ha egy „B_1" pontot kaptunk, akkor a műszer hibás. Ebben az esetben a helyes derékszöget megkapjuk, ha a $\overline{BB_1}$ távolságot megfelezzük.

4., A tükrös szögtűzőcső.

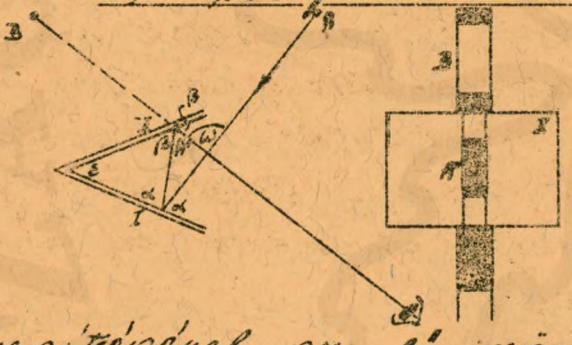


Ez egy hengeres cső, melynek egyik végén egy 0.1 m átmérőjű szemmyílás van. A cső másik végén függőleges lőrőrszál van és a cső fél lábómexejében egy fél-ellipszis alakú síktükör van 45° alatt elhelyezve. A tükör előtt a cső falában ablak van vágva. A kitűzött szög nagysága:

$$\omega = 180° - (45° + 45°) = 90°$$

A gyakorlatban nem terjedt el.

5., A szögtűző-tükör



Két egymáshoz „ε" szög alatt hajló síktükörből áll. A tükrök egy igazító-csavarokkal állítható pémpoglalatra vannak ráerősítve. Az igazítócsavarok segítségével az „ε" szög változtatható. A foglalat alsó oldalán fogantyúval van ellátva, amelyre függőlegező akasztható, hogy annak segítségével a bocső és visszavert sugár által bezárt szög csúcspontja levetíthető legyen a terepre. ~ Szögtűzőtükörrel való kitűzésnél a tükröt úgy tartjuk, hogy az „A" kitűzőrúd képe a II. tükörben látható legyen. Ekkor a tükör gölöttti ablakon át beintünk egy „B" kitűzőrudat a tükörben látható kitűzőrúd függőlegesbe. A kitűzött szög nagysága:

$$\omega = 180° - 2\beta + 180° - 2\alpha = 2[180° - (\alpha + \beta)]$$

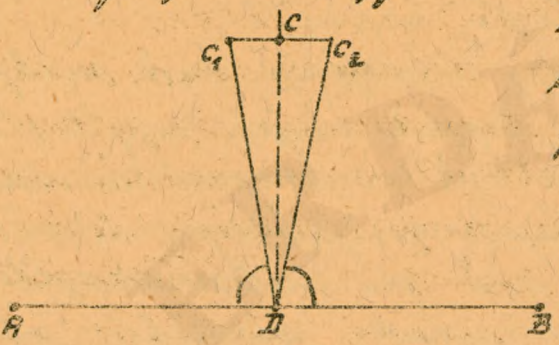
de $\varepsilon = 180° - (\alpha + \beta)$, és így

$$\omega = 2\varepsilon$$

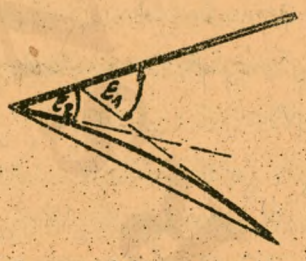
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A tükörrel kitűzött szög középhibája Fordán adatai szerint ±2'.

Használatbavétel előtt a tükröket is meg kell vizsgálnunk. 90°-os szögtűzőnél először megvizsgáljuk, hogy az „ε" valóban 45°-e? Ezt úgy végezzük el, hogy nagy gonddal kitűzzük egy egyenes 3 pontját: A, D és B-t. Ezután felállunk a D pontban és kitűzzük az $\overline{AD}$ egyeneshez a merőlegest; kapjuk a C_1 pontot. Most a $\overline{BD}$ egyeneshez tűzzük ki a merőlegest; kapjuk a C_2 pontot. Ha a tükör jó, akkor C_1 és C_2 egybeesik. Ha azonban „ε" nem 45°, akkor C_1 és C_2 nem esik egybe: a helyes C pont a $\overline{C_1C_2}$ jelzéskén van.



Ezután az igazítócsavarral addig csavarjuk a tükröt, amíg az „A" pont képe és a C pontban elhelyezett kitűzőrúd egy függőlegesbe nem esik. ~ Másik hibája lehet a szögtűző-tükörnek az, hogy nem sík a tükörfelület. Ebben az esetben a tükörfelület különböző pontjaira nézve az „ε" szög nem azonos, ezáltal a kitűzött szög is különböző lesz aszerint, hogy az „A"-ban lévő rúdtól jövő fénysugár a tükörnek melyik pontját éri.



Vizsgálatnál egy vonást húzunk a tükörre és a tükröt úgy mozgatjuk, hogy az „A"-ban lévő rúd képe a vonástól különböző távolságokra essék. Ha az így kitűzött C pontok különböznek egymástól, akkor a tükör lapja nem sík.

A hiba házilag nem javítható, de használható a tükör, ha a jelent megjelölt vonásra igazítjuk ki és kitűzéseknél vigyázunk arra, hogy az „A"-ban lévő rúd képe mindig erre a vonásra essék. ~ Hiba származik abból is, ha a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

tükröt nem tartjuk függőlegesen. Ekkor u.i. forgási síkbeli derékszöget tűzünk ki, amelynek vízszintes vetülete már nem derékszög.

A tükröket szokás fokívvel is ellátni, amelynek középpontja körül az egyik tükör elforgatható. A fokív mindjárt kétszeres fokértékekkel van számozva, ezáltal nem a tükrök egymáshoz való hajlását, hanem a kitűzött szög nagyságát lehet róla közvetlenül leolvasni. Az ilyen tükörrel tetszőleges szöget lehet kitűzni vagy mérni.

A gyakorlatban nem terjedt el.

6., A szögtűző prizma.

A szögtűző prizmák egyenletes-szövetű, korona- vagy flintüvegből csiszolt 3,4 vagy 5 oldalú hasábok. 90° vagy 180° kitűzésére szolgálnak.

A prizmába belépő fénysugár a törőfelület határán irányváltozást szenved, amint azt az optikai részben már láttuk. Tudjuk, hogy a fénysugárnak a beesési merőlegessel bezárt szögeire nézve fennáll:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n = \frac{v_1}{v_2}$$

hol v_1, v_2 a fény sebessége a két közegben. Pl. az üvegre általánosságban az „n" értéke – mivel a fény sebessége a levegőben átlagosan 300.000 km/sec az üvegben pedig 200.000 km/sec – lesz:

$$n = \frac{300.000}{200.000} = 1.5$$

hol „n" a prizma törésmutatója.

Pótlólag még egy fogalmat kell letárgyalnunk, amely a szögtűző prizmák kivitelezésénél fontos szerepet játszik és ez a teljes visszaverődés vagy totális reflexió. A fénysugárnak u.i. az a tulajdonsága, hogy ha egy törőfelületre egy bizonyosnál nagyobb szög alatt esik, akkor ha az új közeg ritkább, mint a régi, nem hatol az új közegbe, hanem mint egy tükörfelületről visszaverődik. – Keressük azt a szöget, amelyen túl a totális reflexió létrejön!

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Levegő - üveg esetén a törésmutató $n = 1.5$. De mert totális reflexió esetén $\alpha = 90°$, tehát $\sin\alpha = 1$ azért

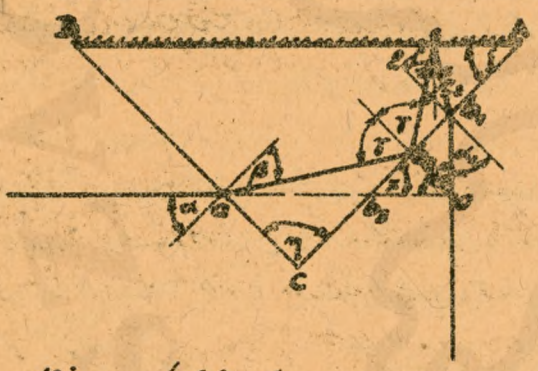
$$\sin\beta = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3} = 0.666667$$

Ez kereken 42°-os szögnek felel meg. Ha tehát a fénysugár ennél nagyobb szög alatt éri a prizma határlapját, akkor nem fog kilépni abból, hanem a határlapról, mint egy tükörfelületről visszaverődik.

Ez azért fontos a prizmák szempontjából, mert ha azt akarjuk, hogy 42°-nál kisebb szög alatt haladó sugár se hagyja el a prizmát, akkor a prizmának a fény útjába eső oldalát fonnacoroznunk kell, vagyis tükrözővé kell tennünk.

Nézzük ezután, hogy milyen lesz a fénysugár útja az egyes prizmákban!

1., a háromoldalú prizma.



Az ábrából kitűnik, hogy a fénysugár az „AB" oldallapra kevesebb szög alatt esik, ha tehát azt akarjuk, hogy onnan visszaverődjék, úgy ezt az oldalt fonnacoroznunk kell.

Vizsgáljuk meg ezután, hogy mekkora lesz a be- és kilépő fénysugár által bezárt „α" szög.

Az $a\,b_2\,C$ háromszögből felírhatjuk, hogy:

$$(90° - \beta) + (90° - \gamma) + \eta = 180° \text{ ; innen } \quad \gamma = \eta - \beta$$

Az $A\,b_2\,C$ háromszög alapján viszont:

$$(90° + \delta) + (90° - \gamma) + \xi = 180° \text{ ; innen } \quad \delta = \gamma - \xi$$

Avagy a „γ" értéket behelyettesítve:

$$\delta = \eta - \beta - \xi$$

Végül az $A\,c\,b_1$ háromszögből:

$$(90° - \varepsilon) + (90° - \delta) + \xi = 180° \text{ ; innen } \quad \varepsilon = \xi - \delta$$

vagy a „δ" értéket behelyettesítve:

$$\varepsilon = \xi - (\eta - \beta - \xi) = 2\xi + \beta - \eta$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az Ob_1b_3 háromszögben: $\omega + (90° - \alpha_1) + x = 180°$.
De a Cb_3a háromszögtől kifejezhetjük az „x"-et:

$$x + \eta + [180° - (90° + \alpha)] = 180°$$

$$x + \eta + 90° - \alpha = 180°$$

$$x = 90° - \eta + \alpha$$

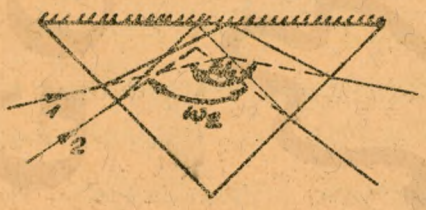
Ezt az előbbi egyenletbe helyettesítve:

$$\omega + (90° - \alpha_1) + (90° + \alpha) - \eta = 180°$$

$$\omega = \alpha_1 - \alpha + \eta$$

Ha $\alpha_1 = \alpha$, akkor $\omega = \eta$

Ez azonban csak abban az esetben áll fenn, ha a prizmában az előző ábra szerint kétszeres fényvisszaverődés volt. Erről úgy győződhetünk meg, hogy a prizmát egy függőleges tengely körül kis értékkel elforgatjuk. Ha a kép nem mozdul el, akkor a helyes képet látjuk, ha azonban a kép mozog, akkor csak egyszeres fényvisszaverődés volt a prizmában (l. az ábrát!) és ebben az esetben a prizma úgy működik, mintha egy síktükör volna.



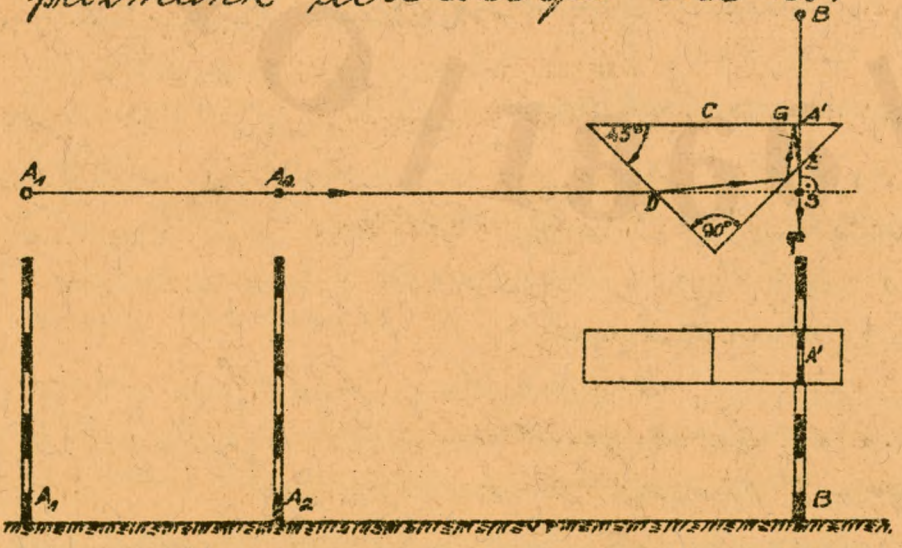
Az előbbiekben láttuk, hogy

$$\varepsilon = 2\varphi + \beta - \eta$$

Ha azonban $\alpha = \alpha_1$, akkor kell, hogy $\varepsilon = \beta$ legyen és így

$$\varphi = \frac{\eta}{2}$$

Ha tehát $\eta = 90°$, akkor $\varphi = 45°$ és ebben az esetben $\omega = 90°$ vagyis prizmánk derékszöget tűz ki.



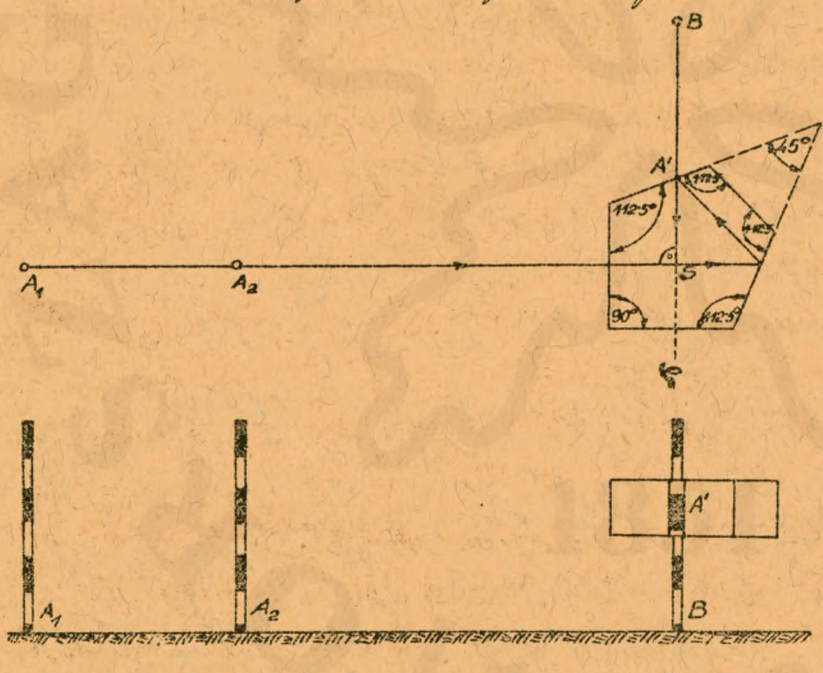
A háromoldalú prizmával való kitűzés végrehajtását mutatja a mellékelt ábra. Ha pl. az ábrabeli A_1, A_2 kitűzőrúdakkal adott egyenesre

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kell merőlegest állítanunk „S' pontban, akkor jelállunk „S' pontban függőlegesen tartott prizmánkkal úgy, hogy annak fonásoroxott oldallapja közel párhuzamos legyen az $\overline{A_1A_2}$ egyenessel. Ezután addig megyünk előre vagy hátra, amíg a két kitűzőrúd (A_1 és A_2) képe nem fedi egymást a prizmában. Ekkor prizmánk pontosan az $\overline{A_1A_2}$ egyenes „S' pontja fölött van.

Ha tehát most ugyanabban az irányban, mint amelyben a prizmába néztünk, elnézünk a prizma felett be tudjuk inteni a „B" kitűzőrudat. Amikor az A_1 és A_2 kitűzőrúdak közös képe (az ábrán: A') és a B kitűzőrúd egy függőlegesbe esik, akkor az ASB szög valóban derékszög lesz.

A szögtűző-prizmának másik, legelterjedtebb alakja a pentagonális prizma. Sugármenetét a mellékelt ábra mutatja. Önnek a prizmának két oldala van fonásoroxva, s ezek 45° alatt hajolnak egymáshoz. Mivel azonban ezeknek az oldalaknak teljes hosszra nem szerepel a szögtüzésben, azért le szokták csiszolni: ezáltal kapja ötszögletes alakját. A prizma másik két lapja 90°-ra áll egymáshoz. – A prizmának az ábrából kiolvasható tulajdonságai a következők.



1., a prizma elmélete ugyanaz, mint a szögtűző-tükröké: a be- és kilépő sugár ugyanazt a szöget zárja be a beesési merőlegessel.

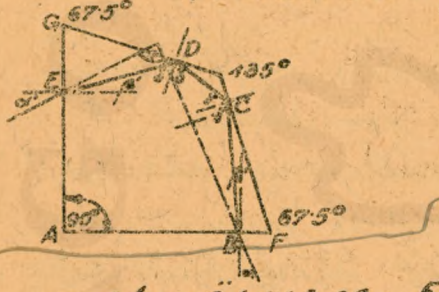
2., a kitűzött szög (w) a prizmában benne van,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

vagyis a prizma ebben a tekintetben is úgy viselkedik, mint egy szögtükör: a kitűzendő szöget nem fémtöréssel, hanem kizárólag visszaveréssel képezi.

Előnye ennek a prizmának, hogy a kép fényerős, a látómező nagy és benne zavaró képek nem keletkeznek. Használata teljesen azonos az előbbiével.

A gonosorozott prizmák közös hibája az, hogy a tükröző felület idővel elhomályosul: a tükör megvakul. Ennek a hibának kiküszöbölésére olyan prizmákat szerkesztettek, amelyekben a fémvegyár totális reflexiót szenved, tehát a gonosorozást kikerülték. Ilyen a négyszögletes Wollaston-féle prizma, amelynek alakját kiszolási szögeit és fémtörését az ábra mutatja. Derékszögek kitűzésére használják.



Elmélete a következő:

Az ABCDE ötszög belső szögeinek összege: $540° = 90° + \beta' + 2\delta + 2\gamma + 90° - \beta + 90°$. Összevonva:

$$270° = \beta' + 2\delta + 2\gamma - \beta$$

A BFC háromszögből: $180° = 67.5° + 90° + \beta + 90° - \gamma$, innen

$$\gamma = 67.5° + \beta$$

A DFE háromszögből: $180° = 67.5° + 90° - \beta' + 90° - \delta$, innen

$$\delta = 67.5° - \beta'$$

Vagy γ és δ értékét az előbbi képletbe helyettesítve:

$$270° = \beta' + 135° - 2\beta' + 135° + 2\beta - \beta$$

Összevonva lesz: $\beta = \beta'$ és ebből következik, hogy $\alpha = \alpha'$

Az ABKE négyszög belső szögeinek összege:

$$w + 90° + \alpha' + 90° - \alpha + 90° = 360°$$

Mivel azonban $\alpha = \alpha'$, ebből következik, hogy

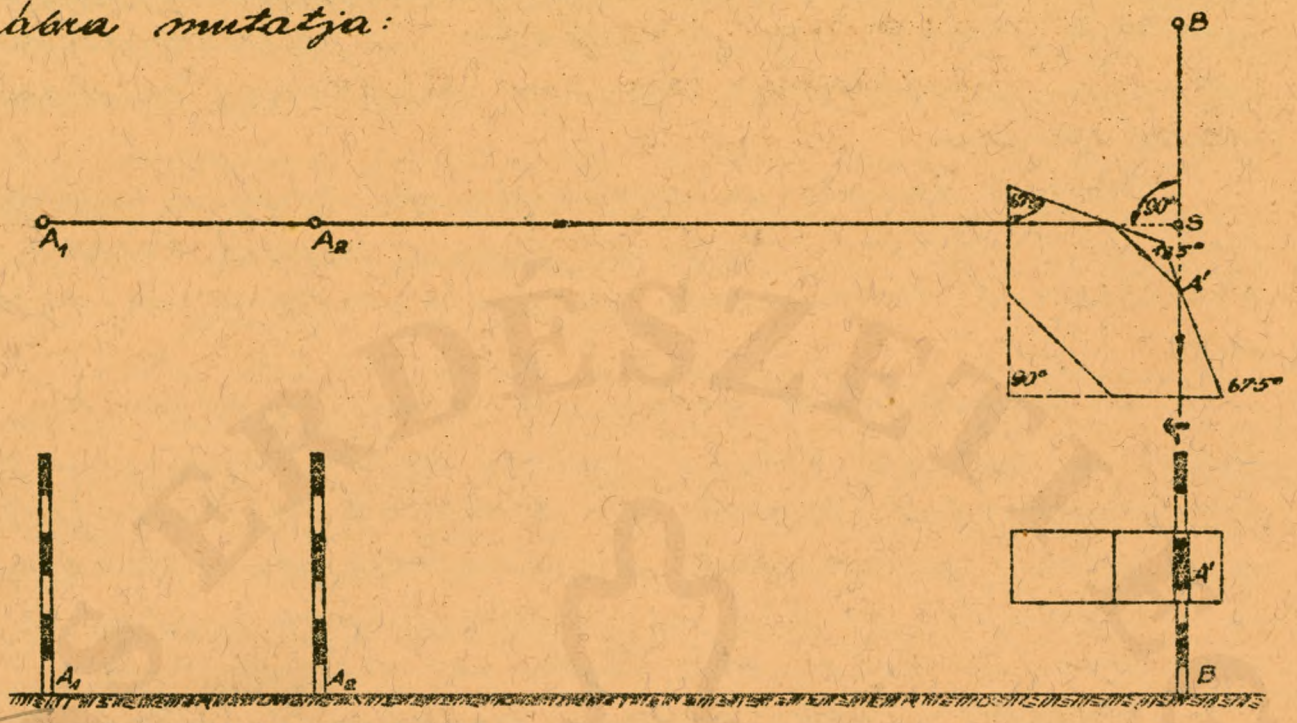
$$w = 90°$$

A 90°-nál lévő része a prizmának rendszerint le van csiszolva a vaggatott vonal szerint.

A prizmák által kitűzött szögek középhibája Zorbey szerint $\pm 1.1'$

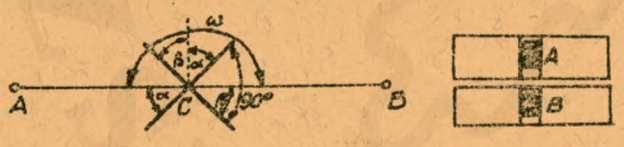
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A Wollaston-féle prizma alkalmazását az alábbi ábra mutatja:



7.1 A tükörkereszt.

180°-os szögek kitűzésére, vagyis egyenesek közbenső pontjainak felkeresésére szolgálnak. A tükörkereszt két egymás fölött merőlegesen elhelyezett tükörből áll: ha az egyenesben állunk vele, akkor az egyenest kijelölő két kitűzőrúd képe a két tükörben egymás fölött látszik és egy függőlegesre esik. A kitűzött szög nagysága az ábra szerint lesz:



$$\omega = (90° - \alpha) + \beta + \alpha + (90° - \beta) = 180°$$

Ez azonban csak akkor áll fenn, ha a tükrök valóban merőlegesek egymásra. Erre nézve úgy vizsgáljuk meg a tükörkereszt, hogy egy kitűzőrúddal megjelölt $\overline{AB}$ egyenesnek egy közbenső „C" pontját felkeresünk vele. Ha hibás a tükörkereszt, akkor „C" helyett „C'"-et tűzzük ki. Ezután függőleges tengelye körül 180°-kal megfordítjuk a tükörkeresztet és az ellenkező oldalról tűzzük ki a szintén hibás „C''" pontot. A helyes „C" pont a $\overline{C'C''}$ felezésében lesz. Ezt megjelöljük, majd a tükörkereszttel jóléje



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

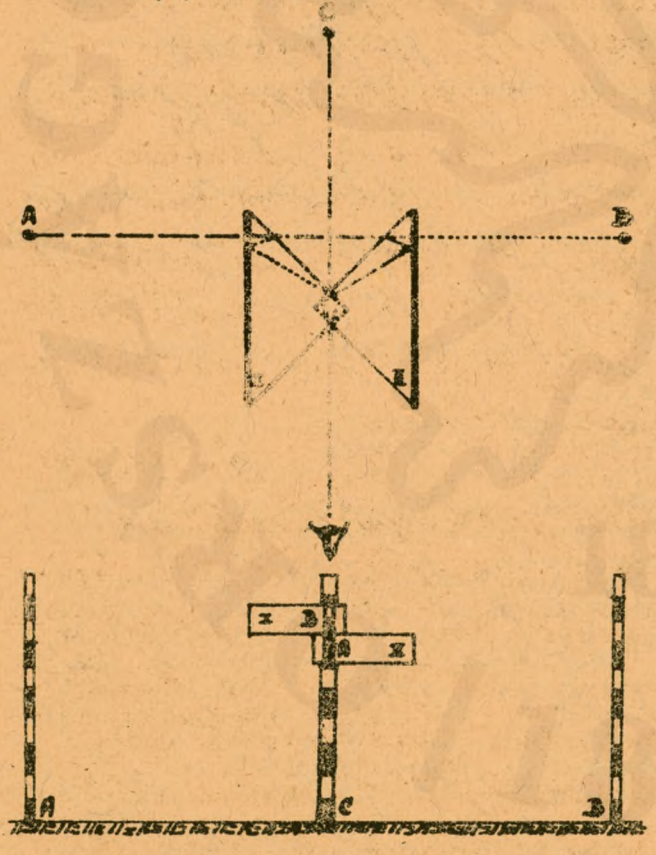
állva az elmozdítható tükröt az igazítócsavarokkal addig mozgatjuk, amíg az A és B kitűzőrudak képe egy függőlegesbe nem esik. Ekkor a két tükör merőlegesen áll egymásra.

8., A kettős prizmák.

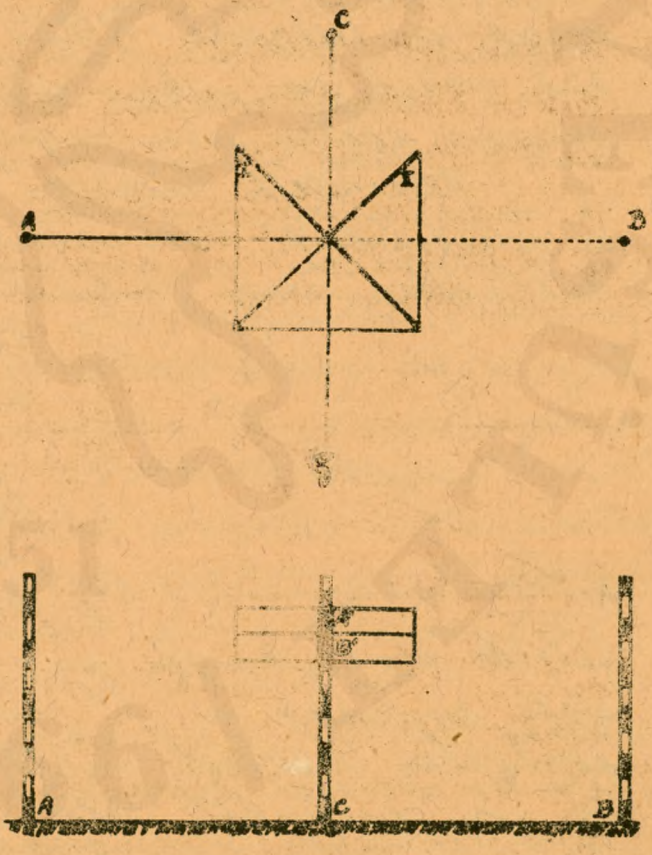
180°-os szögek kitűzésére készülnek prizmák is. Ezek két prizmából állnak melyek mindegyike 90°-os szögek tűz ki. Ezek megoldásuk van használatban, melyek közül legelterjedtebbek a

1., Starke-féle kettős prizma
2., Bauernfeind-féle " "
3., Kettős pentagonális prizma
4., Kennedy-féle kettős prizma.

Valamennyi alkalmas 90°-os szög kitűzésére is. Az egyes prizmákat mutatja az alábbi ábrák:



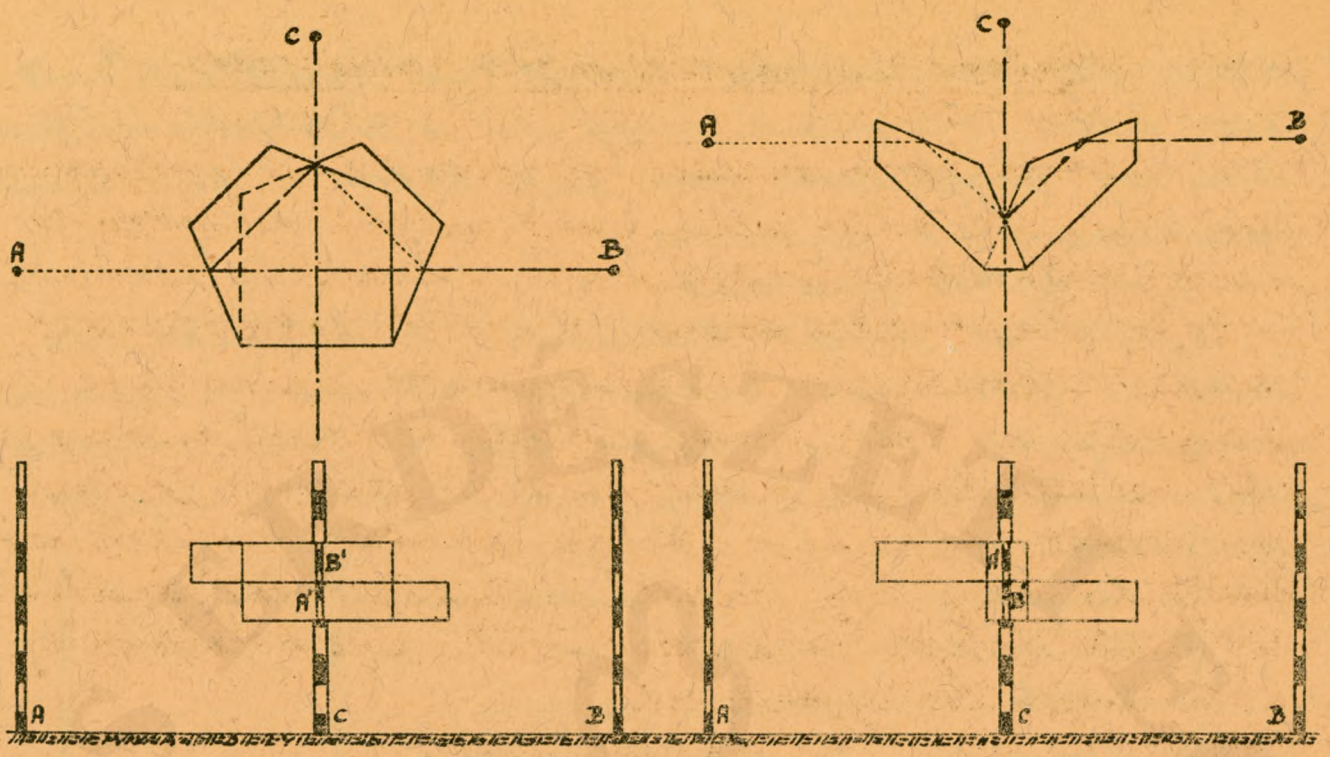
Starke-féle



Bauernfeind-féle

kettős prizma. (Rutzjobbról képen kívülre esik)

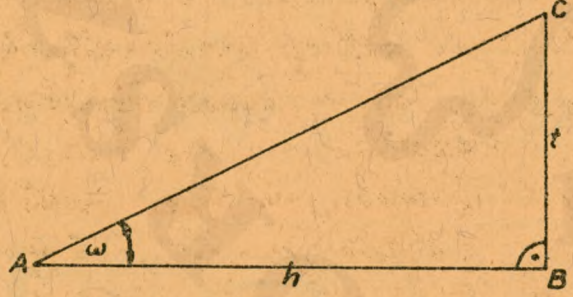
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



Kettős pentagonális prizma Hensoldt-féle kettős prizma

A prizmák vizsgálata ugyanúgy történik, mint a tükröké. Hibás prizmát javítani nem lehet, mert az után-csiszolás körülményes, házilag semmi esetre sem végezhető el.

Közvetett módon mind a tükröket, mind a prizmákat használhatjuk tetszészerinti szögek kitűzésére, vagy mérésére is. Ha pl. „ω" szöget kell kitűznünk „A" pontból, akkor



$tg\omega = \frac{t}{h}$, innen $t = h\,tg\omega$ egyenlet alapján felveszük „h" értékét pl. 10 m.-nek, kiszámítjuk a neki megfelelő „t"-t, majd az „A" pontból felmérjük az adott egyenesre a „h" hosszat, és az ennek végpontjába állított merőlegesre pedig a „t"-t. Az így kitűzött BAC szög nagysága „ω" lesz.

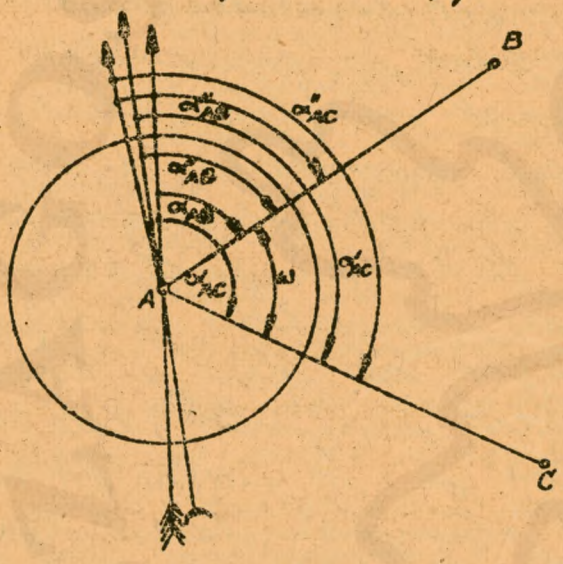
A tetszőleges szögek kitűzésére szolgáló műszerek lehetnek:

1., teljes csapászög-mérő műszerek
2., közbezárt szögeket mérő műszerek.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Delejes csapásszög-mérő műszerek.

Csapásszögön mérési vonalainknak egy állandó iránytól való elhajlását értjük. Az állandó kezdőirány lehet csillagászati észak-déli irány, delejes észak-déli irány, s lehet tetszőleges. E szerint beszélhetünk csillagászati azimutról, vagy ha a déli irány a kezdő szög, délszögről, ha az északi, akkor északi szögről, delejes azimutról, mindig a delejes északi iránytól számítjuk, vagy egy adott iránytól mért azimutról. ~ A delejes és csillagászati észak-déli irány nem egyezik egymással.



Ábránkon:
α_{AB} és α_{AC} delejes csapásszögek
α'_{AB} és α'_{AC} csillagászati -"-
α''_{AB} és α''_{AC} tetszésszerint felvett tengelyrendszerre vonatkoztatott csapásszögek.
ω a közbezárt szög, tehát az óramutató járása irányában a jobboldali irány azimutjából levonva a baloldali irány azimutját.

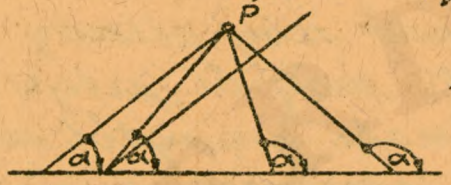
Mint látjuk, tulajdonképpen a csapásszögek is közbezárt szögek, vagyis a kezdőirányral ~a „0" irányral~ képzett közbezárt szögek. ~ Ha osztott körünk, limbuskörünk van, akkor arról irányértékeket, vagyis az osztott kör „0" irányától számított azimutokat olvashatunk le.

Ha delejes azimutot akarunk mérni, akkor olyan műszerre van szükségünk, amely a delejes észak-déli irányt állandóan kijelöli. Ez a műszer a delejtű: az általa kijelölt delejes csapásszögek bizonyos értékkel eltérnek a csillagászati csapásszögektől, ebből arra következtethetünk, hogy a delejes északi pólus és a Föld északi pólusa nem esik össze. Duperrey 1825-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ben végzett mérései szerint a deleji északi sarok 70°5' északi szélesség és Páristól a 100°45' nyugati hosszúság, a deleji déli sarok pedig 76° déli szélesség és 135° keleti hosszúság alatt fekszik szintén Páristól számítva. A pólusok helye változik.

Ha egy és ugyanazon egyenes csapászögét nagyobb távolságokban mérjük deleitűvel, nem kapunk azonos értékeket. A mért csapászögek (α) által szerkesztett vonalak a pólus (P) felé, mint egy középpont felé konvergálnak. Gyakorlatban a Föld nagy méreteihez viszonyítva egy-egyenesen mért csapászögeket kelet-nyugati irányban 10·5 km.-ig, észak-déli irányban 24 km.-ig egyenlőknek vehetjük. Általában 10 km.-ig nem vesszük számításba a konvergenciát. Ha a vonalunk 10 km.-nél hosszabb keleti irányban, és északra 24 km.-en túlhaladtunk, s a csapászögeket az óramutató járásával egyező irányban mértük, akkor az ezen a távolságon túl mért csapászögeket annyiszor kell 0·1"-kal kisebbítenünk, ahányszor a 10 illetve 24 km.-t meghaladtuk. Ellenkező irányban, tehát nyugat ill. dél felé, vagy ellenkező irányban mérve a szögeket, az előzők szerint növelnünk kell a csapászögeket. Gyakorlati jelentősége azonban ennek nincs, mert buszolával legfeljebb 1-2 km. hosszúságú vonalakat mérünk.



A deleitű azonban ugyanabban a pontban ugyanannak az egyenesnek a csapászögét mérve is változásokat mutat. Ennek okai:
Az évszázados változás: a deleji pólus 150 év alatt kileng egyik irányban 22°34'-et, majd a következő 150 év alatt visszatér és újabb 150 év alatt a másik irányban leng ki 22°34'-et. A teljes kilengés 300 év alatt tehát 45°08'. Az átlagos évi kilengés pedig 9'.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A mindennapos változás, mely legkisebb dec. hónapban: 2'~3', legnagyobb jún. és júl. hónapokban: 9'~10'; átlagosan tehát 6'-nek vehetjük. A kilengés legkisebb reggel 8 órakor és éjfélkor, legnagyobb délután 1 órakor.

Azoknál a buszoláknál, amelyekkel mi méréseinket végezzük, ez az évi és napi ingadozás nem számít, mert nem tudjuk érzékelni, de tudományos célú megfigyeléseknél már erre is figyelemmel kell lennünk.

Az említetteken kívül a delejtűre még más körülmények is lehetnek rendkívüli behatással: zivataros időben delejes zivatarok, elektromos kisugárzások: mindezek 1°~2°-os kitérést is idézhetnek elő.

Állandó zavarokat idézhetnek elő olyan anyagok nagyobb tömegben, amelyek hatással vannak a delejtűre pl. vas, nikkel, tellur, földjének, vasúti vonal, vasgyár, vaskerítés, azonkívül magasfeszültségű egyenáramú vezeték stb.

Nem bír azonban hatással a réz, ezüst, arany és ezért a delejes csapászög mérésére szolgáló műszereket rézből, osztott-körüket pedig jobb műszereknél ezüstből készítik. A felhasznált anyagoknak teljesen tiszták kell lenniök.

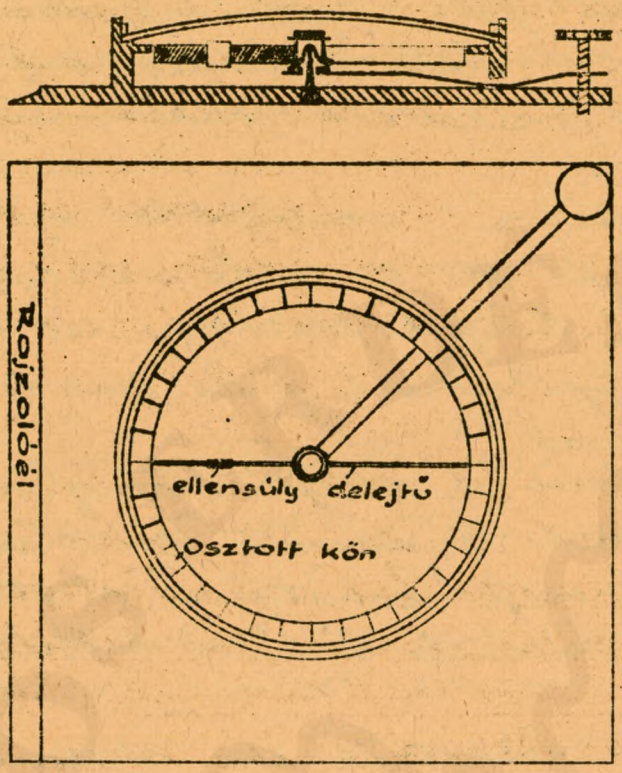
A delejtű egymagában mérésekre nem alkalmas, ezért megfelelően fel kell szerelni. Az így kapott műszer a:

Kompasz vagy tájoló.

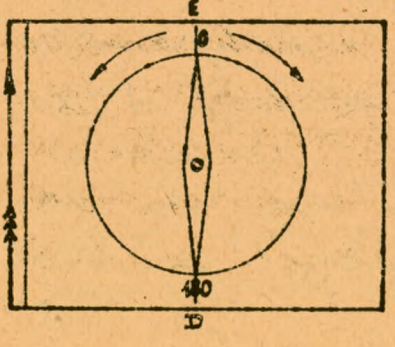
A delejtű fémházban van elhelyezve, amely fémház anyagának nem szabad a delejtűre hatással lennie. A fémház rézlapra van szerelve. A fémház kerületén van az osztott kör, mely finomabb műszereknél ezüstből

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

készül. Középen van egy acéltű, ezen helyezkedik el a delejtű, amelynek északi vége déli mágnességgel, déli vége északi mágnességgel van telítve. A tűnek északfelé mutató vége kékre van futtatva, a dél felé mutató vége pedig fehér. Az iránytű közepén kemény kőből (rendszerint gránát vagy achát) készült csapágy van: ebbe nyúlik a csap, egy hegyes acéltű. A csapágy és csap között a surlódásnak nem szabad nagynak lennie. ~ Minden kompaszon találunk egy kétkarú emelőt, amellyel az iránytűt felemeljük és a fémház üvegtetejéhez szorítjuk, ha nem mérünk a kompasszal. Így kiszögöljük ki egyrészt a finom acéltű hegyének, másrészt a csapágynak a kopását, mely az érzékenység rovására történnék. Az emelő egy csavarral rögzíthető, ez a delejtű kötőcsavarja. Mérésnél a csavart fel kell engedni, használaton kívül pedig mindig meg kell kötni.



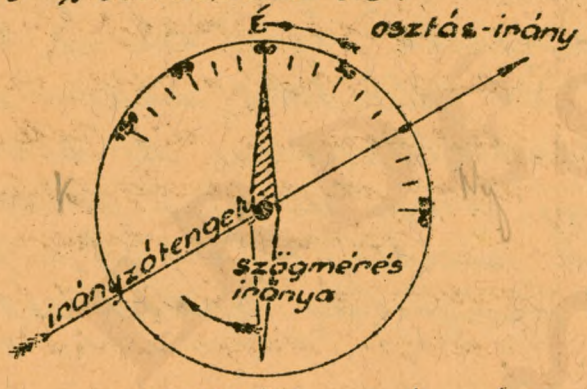
Mint említettük, a kompasz fémháza üveglappal van fedve, amelyet rézgyűrű szorít le. Ez arra szolgál, hogy szél, csapadék stb. ellen védje a delejtűt és hogy megkötésnél az emelő a delejtűt hozzá szoríthassa.

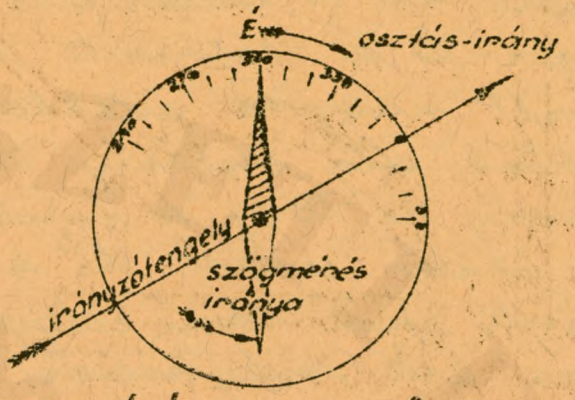


A kompasz osztott körének beosztása kétféle lehet: óramutató járásával egyező vagy ellenkező irányú. ~ Ha a kompasz osztott-köre az óramutató járásával ellenkező irányú, akkor

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a szöget az óramutató járásával egyező irányban mérjük. Ha az osztottkör iránya egyező az óramutató járásával, akkor a szöget mérjük ellenkező irányban, amint azt az alábbi ábrák szemléltetik:





Az osztottkör irányát a mérési jegyzőkönyvben jel kell tüntetni, mert téves felhordásnál a valódi rajz tükörképét kapjuk. (Lásd még a felhordó műszereknél!)

A kompasz rézlapjának egyik éle le van ferdén csiszolva, hogy ugyanazt a kompaszt nemcsak mérésre, hanem felhordásra is használhassuk. Ez az él a kompasz rajzolóéle.

A műszereken használatos kompaszoknak megfelelő pontosságúaknak kell lenniök. A kompaszok pontossági kellékei, amelyekre nézve használat előtt ellenőrizünk kell a kompaszt, a következők:

1., Az osztott kör osztásának pontosnak kell lennie.
2., A deleji tűnek érzékenynek kell lennie.
3., A kompasz ne tartalmazzon a delejtűre zavarólag ható anyagot.
4., A delejtű egyenes legyen
5., -"- központos -"-

Vizsgálat:

Ad 1., Hogy az osztott kör beosztásának pontosságáról meggyőződjünk, az osztott kör különböző részeivel ismert szögértékeket mérünk és megnézzük, hogy a kompasz ugyanazokat az értékeket adta-e.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ad 2., Hogy a deleitű érzékeny-e, arra nézve a következő a vizsgálat: a kompaszhoz közelítünk egy pillanatra olyan anyaggal, amely hat a deleitűre. Ennek hatására a deleitű kimozdul. Ha 30 másodperc alatt nyugalmi helyzetbe jön és a leolvasott szögérték nem tér el 2°-3°-nél nagyobb értékkel az előzőtől, akkor deleitünk elég érzékeny. Ellenkező esetben a hiba vagy az, hogy a csapágy, vagy a csap elkopott - ekkor ezeket ki kell cserélni -, vagy a deleitű már nem elégg mágneses: ekkor ezt újra kell mágnesezni.

Ad 3., Papírfa-lemezbe szúrt tűre ráhelyezzük a deleitűt és a kompaszt minden részével közelítünk felé. Ha a deleitű nem mozdul ki, akkor a kompaszban nincs olyan anyag, amely zavarólag hatna a tűre.

Ad 4., Ha a deleitű nem egyenes, akkor a két végén mért leolvasás különbsége nem lesz 180°-kal egyenlő. Ha ellenben jó a deleitű, akkor É-D vagy É+D 180°-kal egyenlő értékeket az északi-déli távolságnál kell leolvasnunk. Ellenőrzés csak bizonyos értékig engedhető meg. Kisértékű eltérés esetén használható a kompasz, ilyenkor a jelkordánál irányadó szögérték É és D középértéke.

$$\varepsilon_h = \frac{É + D \pm 180°}{2}$$

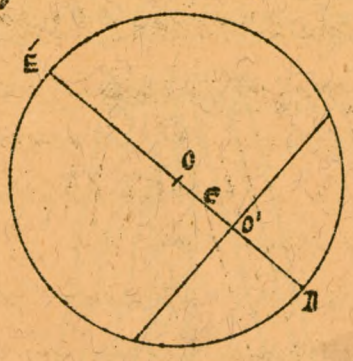
hol ε_h a helyes, irányadó szögérték, É és D pedig a leolvasott értékek.

Ha a deleitű csak görbe s a kompasz különben jó, akkor É és D között a különbség mindig állandó.

Ad 5., Ha a deleitű felfekvése nem központos, hanem külpontos, akkor az É és D között nem állandó a különbség, sőt van a deleitűnek olyan állása is, amikor a különb-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ség nulla. Ha ilyen helyzet nem adódik, akkor a külpontosságon kívül a delejtű hossztengelye sem egyenes. Ha csak külpontosságról van szó, akkor a két ívvégen nyert leolvasások közti különbség tekintetében egy teljes körülforgatás alatt 2 periódust különböztetünk meg. – Ábránkon „O" jelenti a helyes középpontot, „O'" a külpontos középpont, „e" pedig a külpontosság (excentricitás) értéke. Ha a delejtű ax $\overline{OO'}$ irányban áll, akkor



$$É = D \pm 180°$$

ha vixont merőleges ax $\overline{OO'}$ irányra, akkor a külpontosságból a maximális különbséget kapjuk ax É és D között.

Ezek a hibák kiesnek, ha ax É és D leolvasások számtani közepét vesszük.

$$É = \frac{É + D \pm 180°}{2}$$

Előfordul, hogy vízszintes osztott-kör mellett a delejtű nem vízszintes. Ez ax inklinációból származik, melynek kiküszöbölésére a delejtű környezete oldalán lévő tologatható ellensúlyt használjuk, amely már rajta lehet a delejtűn, de ha nincs, akkor magunk is elkészíthetjük vékony rézdrótból.

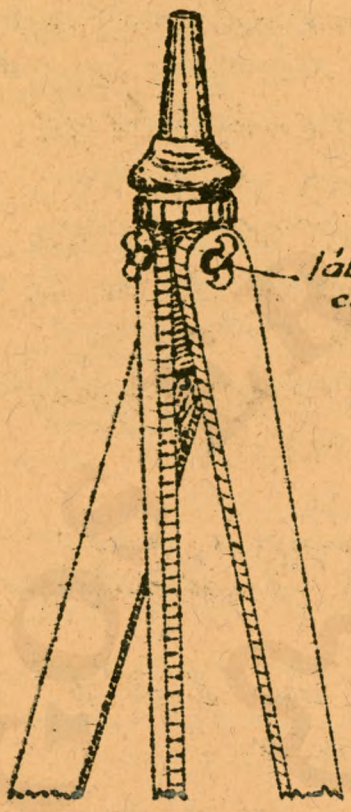
Busszola-műszerek.

A busszola-műszerek olyan vízszintes szögek mérő műszerek, amelyek a delejtés csapászög mérésére kompasszal vannak felszerelve. Két részből állnak: állványból és magából a műszerből.

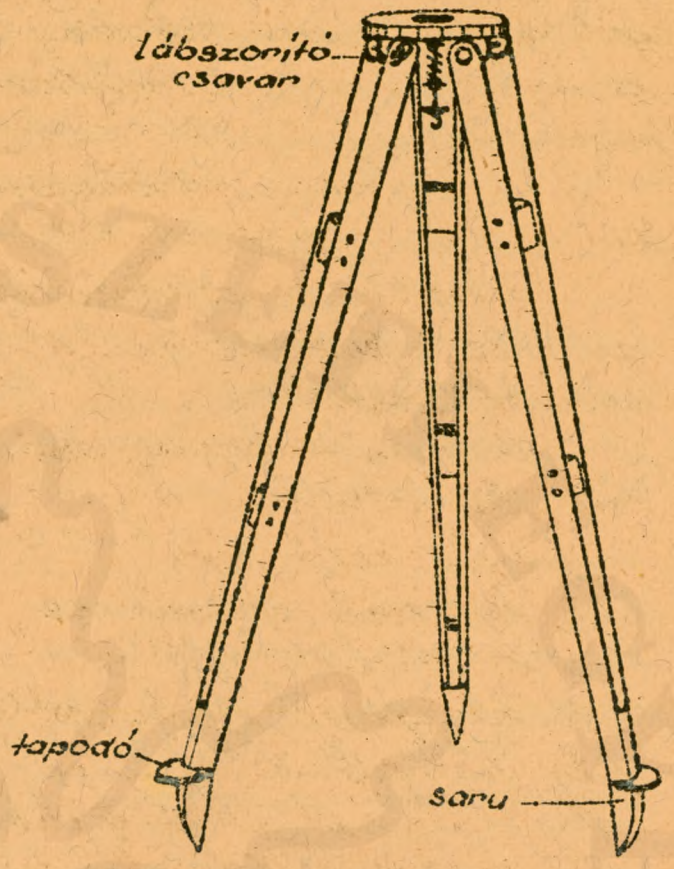
Az állvány kétféle lehet: csapos, vagy zámyéros-fejű; mindig három lábú. Környű

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szereknél a lábak gyengébbek, téglalap, vagy félgömbölyű keresztmetszetűek, míg nehezebb műszereknél merevebbek.



Csapos állvány



Tányéros állvány

A lábak alján szú van esetleg tapodóval. A 3 láb csavarokkal van hozzáerősítve az állványfejhez: ezek a lábszorító csavarok. Csapos állványfejnél a lábszorító-csavar orsója 3 ágú és bele van eresztve az állványfejbe.

Ha az állványfej csapos, akkor a műszer hüvelye kerül a csapra. Néhány állványnál a csapra egy csavarorsó van erősítve: ebben az esetben a műszeren van a csavaranya. Hátránya ennek a megoldásnak, hogy a nagy nyári melegben a fa összeszárad és a csavaranya kotyog az állvány fején.

Tányéros állványfejnél a lábak szilárdabbak. Ezeknél a műszert a tányérra helyezzük és a szorítócsavarral rögzítjük. A műszer a tányéron 5-6 cm-es értékkel eltolható, hogy könnyebben lehessen központosítani. A műszert az

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

állványhoz a kötőcsavar köti és a kötőcsavaron lévő csavarampa segítségével – amely a köldökrugót feszíti: – az állvány tányérjához szorítható a műszer az állványhoz, hogy mérés közben el ne mozduljon.

A műszer állványának a feje készülhet fából, vagy fémből.

Hazánk a műszernek legrégibb alakja, a dejtővel felszerelt dioptra ma már nem használatos.

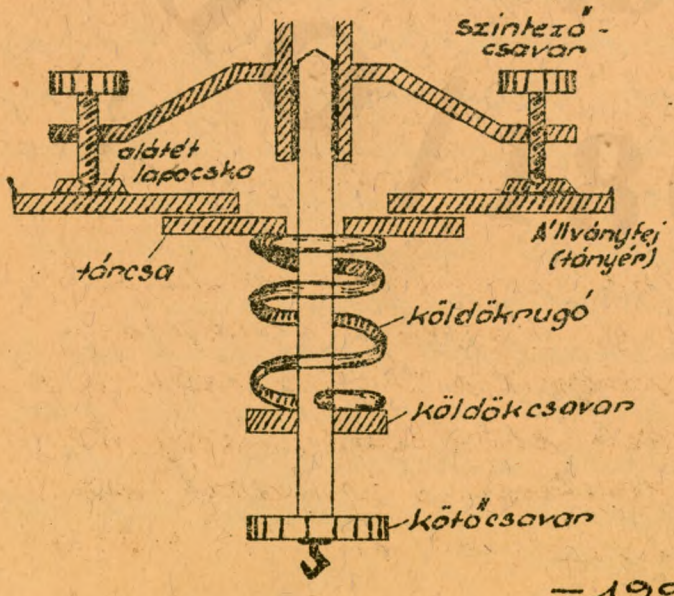
A mai buszola-műszerek a következő részekből állnak:

1., összekötő rész
2., szintező berendezés
3., szögmérő –"–
4., alhidade és függőleges tengely
5., irányzó berendezés
6., kötő- és parámycsavarok
7., vízszintes tengely

Ad 1., Az összekötő rész kapcsolja össze a műszert az állvánnyal. Kétféle lehet aszerint, hogy csapos, vagy tányéros-e az állványfej.

Csapos állványfejnél a műszer alul egy felhasított hüvelyben végződik. Ez a hüvely a hüvelyszorító-csavar segítségével erősíthető rá az állványfej csapjára.

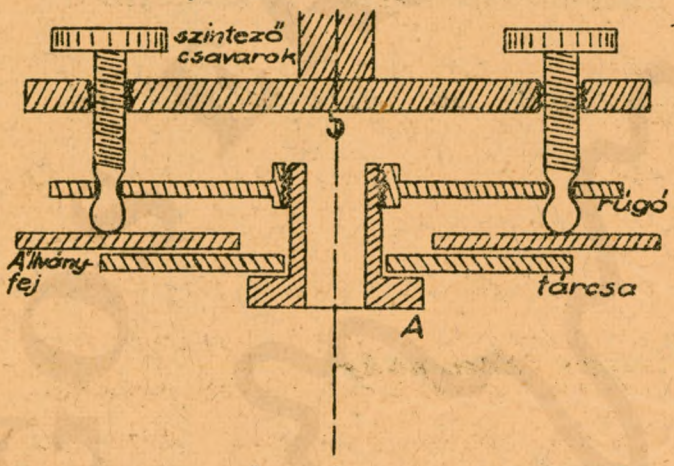
Tányéros állványfejnél a műszer-talp egy háromágú állványról áll, melynek végeiből nyúlnak ki a szintesítő csavarok, a középen lévő csavarmenetbe pedig a kötőcsavar csavarható be. – A köldökcsavar a köldökrugó és egy tárcsa segítségével szorítja hozzá a műszert az állványfejen levő tányér-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

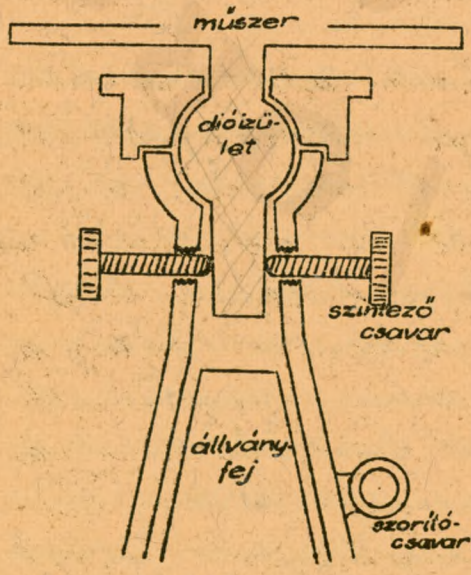
hoz. A zámyéron 5-6 cm-es nyílás van, ennek megfelelően a műszer eltolható az állványfejen azért, hogy könnyebben központosítható legyen. Hátránya ennek a berendezésnek, hogy a kötőcsavar hosszú, a függélyező zsinórját a csavar végén lévő horogra akasztjuk, s mivel a kötőcsavar könnyen meggörbül, a műszert nem tudjuk kellő pontossággal központosítani.

Újabb műszereknél ép ezért az állványfejhez a műszert az „A" kötőcsavarral erősítjük, amely egy fém tárcsába csavarható. A fém tárcsa mint egy rúgó működik és hozzászorítja a gömbalakú végződéssel kiképzett szintezőcsavarokat és így a műszert is az állványfejhez.



Az 2., A szintező-berendezés arra szolgál, hogy a műszert a libellák segítségével vízszintes helyzetbe hozhassuk. A műszer szintezését a szintezőcsavarok forgatásával végezzük.

Csapos állványfejű műszereknél a szintező csavarok elhelyezése kétféle:



az első típusnál a szintezőcsavarok vízszintes helyzetűek. A műszer alul diózületben van kiképezve, amelyből egy kis négyszögletes csap nyúlik ki: ezt fogja körül a négy szintezőcsavar. Szintezésnél a libellát mindig párhuzamos helyzetbe kell hozni két szintezőcsavarral.

A második berendezésnél két rúgó és két szintezőcsavar van a műszer alhidádéja alatt elhelyezve, melyek segítségével két libella hozható

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szintes helyzetbe. Szintezésnél a műszert úgy kell elforditani, hogy a libella párhuzamosan fekü-djön egy rúgóval és egy csavarral.

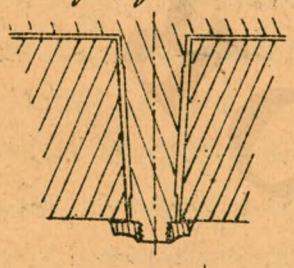
Tányéros állványfejnél 3 szintezőcsavart találunk, melyekkel szintén két egymásra merőleges csőlibella, vagy egy dobozlibella szintezhető. Szintezésnél a műszert úgy kell elforditanunk, hogy az egyik csőlibella párhuzamosan fekü-djék két csavarral. Dobozlibellánál pedig legjobb, ha azt egy csavar fölé helyezzük és úgy szintezzük be.

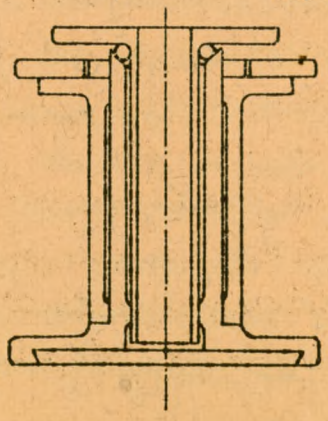
Ad 3., A szögmérő berendezés a kompaszból áll, amelynek osztott köre rendszerint az óramutató járásával ellenkező irányban van beosztva, de előfordul, hogy a beosztás egyezőirányú. Méréseknél ~ mint már említettük ~ a jegyzőkönyvbe az osztás irányát mindig jel kell jegyezni.

Némelyik buszolán van még a kompasz alatt a műszer álló részére egy osztott kör, az u. n. limbus-kör is szerelve megfelelő leolvasó berendezésekkel. Ezekkel a műszerekkel (buszola-theodolit) nemcsak delejes csapászöget, hanem közbezárt szöget is lehet mérni.

A hajlásszögek mérésére a magassági-kör szolgál: ezt az 5.-alatt tárgyaljuk.

Ad 4, Az alhidade vagy függőleges forgástengely körül forgatható el műszerünk. Régebbi műszereknél kúpos tengelyt találunk: ennek előnye, hogy ha a műszer csapja vagy csapágya hosszas használat után kopni kezdett, utána lehetett állitani.





Ma már hengeres tengelyt használnak, mivel a csapokat olyan kemény anyagból tudják készíteni, hogy a kopás elenyészően kicsi.

A Wild és a Wild-Zeiss féle műszereken is hengeres ten-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gelyeket találunk, golyós csapágyakkal.

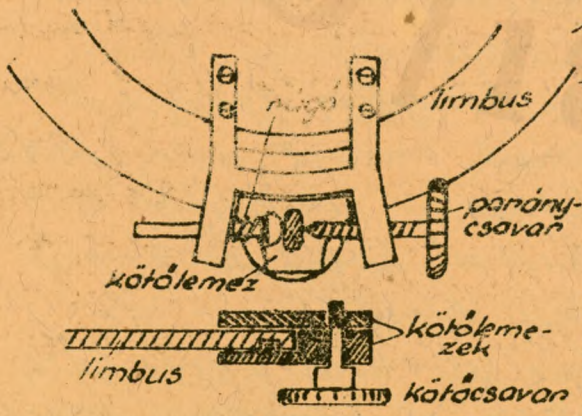
Ad 5., A műszerek irányzóberendezése a távcső. Ez egy vízszintes forgástengely körül forgatható, amely a távcsőtartókarra van szerelve, a távcsőtartó kar pedig az alhidádéra. Régebbi műszereknél kettős távcsőtartókar volt. Ez a forgástengely vízszintes helyzetét jobban biztosította, azonban a kompaszról való leolvasást, mivel az a két távcsőtartókar között volt elhelyezve, nehézkessé tette. Ezen a látrámon először úgy igyekeztek segíteni, hogy a kompaszt a vízszintes tengely fölé helyezték el, ez megint kényelmetlenné tette a leolvasást. - Az újabb műszereken csak egy távcsőtartókart alkalmaznak, melyet, hogy torzulások ne álhassanak elő, megfelelő merevre készítenek: vagy csőalakú, vagy bordázott.

A magassági-kör (függőleges limbus) a távcsőre (mozgó mag. kör) vagy a karra (álló mag. kör) van szerelve. Első esetben a nóniuszt álló, a másodikban pedig a távcsővel együtt forog a vízszintes tengely körül. - A magassági-körről olvashatjuk le a hajlásszögeket, vagy a tetőszögeket.

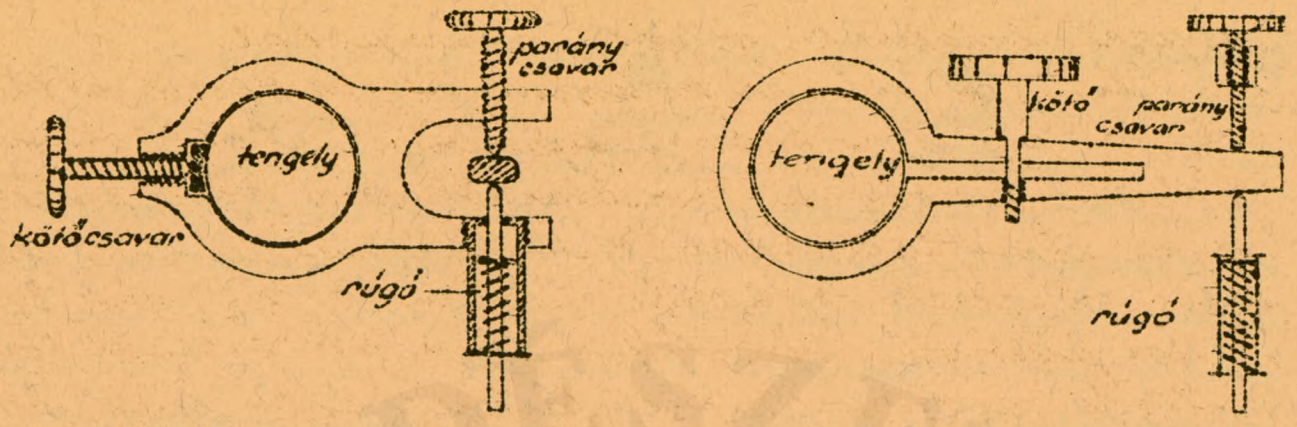
A busszola-műszerek távcsövén lehet távcsőlibella is szintezési célokat szolgáló műszereknél.

Ad 6., Az alhidádé és a vízszintes forgástengely megkötésére szolgálnak a kötőcsavarok; kis értékkel való elforgatásra pedig a parámycsavarokat használjuk.

A kötőcsavarok vagy a limbuskörök kerületén vannak elhelyezve, amikor is a limbuskörök két lemezzel közre vannak fogva. A lemezeket egy csavar segítségével össze lehet szorítani: ez a kötőcsavar. Vagy pedig a tengely van egy gyűrűvel körülvéve és ezt a gyűrűt lehet hozzászorítani a tengelyhez



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



egy kötőcsavarral.

A paránycsavar a tengely ill. ezzel együtt a távcső kis értékkel való elmozgatását teszi lehetővé. A tengely körül ugrani gyűrű forog, amely a kötőcsavar útján a tengellyel összekapcsolható. Ennek a gyűrűnek nyulványa van, amely a paránycsavar orsója és a vele szemben elhelyezett rúgó közé nyúlik és a csavarorsó csavarásával mozgatható kis értékig.

Ad 6., A vízszintes tengely a távcsőtartókarba van szerelve. Régebben ez is kúpos volt, ma azonban igen kemény anyagból ezt is hengeresre készítik.

A buszola-műszerek a kompasz és távcső helyzete szerint háromféle lehetnek:

1., teljesen központos műszerek: mind a távcső, mind a kompasz központos.

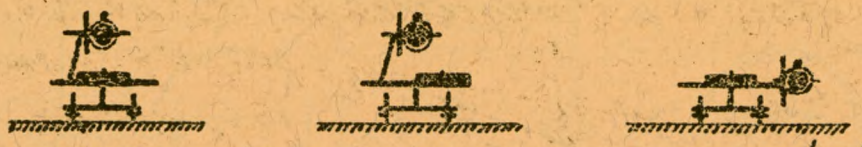
2., a kompasz külpontos, de az irányzótengely és az alhidade egy függőleges síkba esik. E műszereket a kompasz külpontossága ellenére központos műszereknek tekintjük és így is dolgozunk velük, mert a kompasz külpontosságából származó szöghiba csak 10 km.-es távolságon felül lenne érzékelhető.

3., a kompasz központos, a távcső pedig külpontos. Ezek a tulajdonképeni külpontos műszerek. A gyakorlatban nem igen terjedtek el. A külpontos műszerekkel való szögmérést a későbbiekben fogjuk tárgyalni.

A buszolák 3 rendszerét az ábrák mutat-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ják:

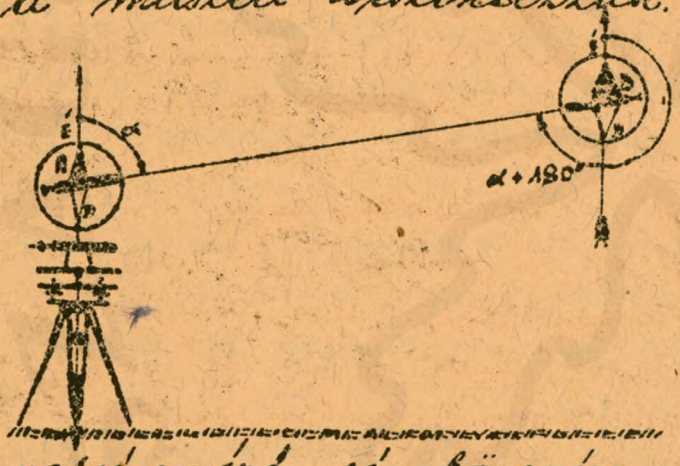


Ha a kompaszunk fokos beosztású, akkor a tizedeket becsüljük (0·1°=6'). Ha vizont a foknak megfelelő távolság még 3 részre van osztva, akkor a negyedeket becsüljük s így a leolvasási határ 5' ($\frac{1°}{3}$=20' ; $\frac{20'}{4}$=5') ~ Régi műszerek kompasza leszerelhető és felhordáshoz is használható.

A busszolákat 3 célra használhatjuk:

1., csapásszögek
2., közbezárt-szögek
3., magassági szögek mérésére.

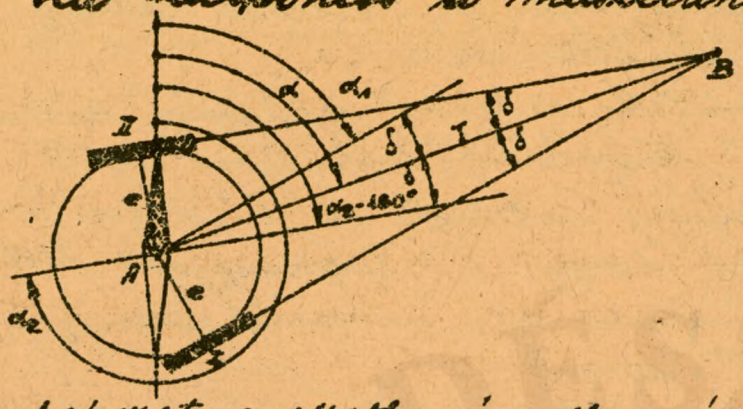
Ad 1.; A műszert a pont fölé állítjuk, a központosítást 1-2 cm pontossággig végezzük. Ezután a műszert beszintezzük. A busszolát tehát központos és szintes helyzetbe hozzuk, majd távcsövével megirányozzuk a mérési jelet úgy, hogy a függőleges irányszálat a paránycsavar segítségével ráállítjuk a kitűzőrúdra vagy a távolságmérő cél közepére. ~ Ha a delejtű mozgása megszünt, elvégezzük a leolvasást először az északi, azután a déli tűvégen. Az északi tűvégen nyert leolvasás az irányadó, a déli tűvégen csak azért kell leolvasnunk, hogy egyrészt ellenőrizzük: minden-e durva leolvasási hibánk, másrészt azért, hogy a kompasz hibáit (külpontos vagy görbe tű) kiejtsük.



Pontossabb méréseknél nemcsak „A", hanem „B" pontban is felállunk, mikor is „A" pontból előre-irányzást, „B" pontból hátrairányzást végzünk. A két mérés közepeménél 0 vagy 180°-os különbséget kapunk, ha durva hibát nem követtünk el.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ha **külpontos** a műszerünk, tehát az irányzó-



tengely nem központos, akkor a mérést rendes és áthajtott távcsővel végezzük. Tulajdonképpen az „α" szöget keressük. Az első, rendes távcsőhelyzet mellett végzett mérésnél az „α_1" szöget kapjuk, míg áthajtott távcsővel az „α_2" szöget. Mint az ábrából is látszik:

$$\alpha = \alpha_1 + \delta$$

$$\alpha = \alpha_2 \mp 180° - \delta$$

összeadva:

$$2\alpha = \alpha_1 + (\alpha_2 \mp 180°)$$

s ebből

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 \mp 180°}{2}$$

Tehát az előírást megkapjuk, ha a rendes távcsőhelyzet mellett kapott óraki és az áthajtott távcsőhelyzet melletti déli leolvasásnak középértékét vesszük. Az említett két leolvasás természetesen már az ugyanannál a távcsőállásnál leolvasott É és D tusok átlaga.

Előbbi ábránk alapján számítható az a szöghiba (δ), amely akkor terheli mérésünket, ha nem ismételjük meg áthajtott távcsővel.

$$\delta = \alpha - \alpha_1$$

$$\sin\delta = \frac{e}{f}$$ honnan δ számítható, s mint látjuk, egyenesen arányos a külpontossággal és fordítva aránylik az irányzott pont távolságához. – Az „α"-ra felírt fenti két egyenletet egymásból kivonva lesz:

$$0 = \alpha_1 - (\alpha_2 \mp 180°) + 2\delta$$

$$2\delta = (\alpha_2 \mp 180°) - \alpha_1$$

$$\delta = \frac{(\alpha_2 \mp 180°) - \alpha_1}{2}$$

De δ csak 0·1°-os eltérés esetén érzékelhető, mivel ez a leolvasási határérték: ha „δ" en-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

nél kisebb, akkor jölölleges a mérést áthajtott távcsővel megismételnünk.

Az először említett képlet alapján kiszámítható az a „T" távolság, amelyen belül adott „e" külpontosság mellett a „δ" hiba jelentkezhető. Tegyük fel, hogy „δ" legnagyobb értéke 3'. Ez esetben mivel kis szögről van szó:

$$\sin 3' = \operatorname{arc} 3'$$

$$e = T \cdot \operatorname{arc} 3' = \frac{T}{206265} \cdot 3'$$

s ebből

$$T = \frac{e \cdot 206265'}{3'} = \frac{e \cdot 206265''}{180''} \doteq 1146\,e$$

Pl. ha $e = 10$ cm, akkor $T = 1146 \cdot 10 = 11460$ cm

$T = 114{,}6$ m.

Tehát ennél a műszernél kb. 115 m. távolságon belül a szögeket rendes és áthajtott távcsővel kell mérnünk, ha azonban a távolság ennél nagyobb, akkor elég egy távcsőhelyzetben mérnünk, hogy a megengedett hibát ne lépjük át.

A gyakorlatban azonban külpontos műszerrel is csak egy mérést végeznek egy jegyzés alkalmazásával: vágnak egy akkora papírcsíkot, amekkora a külpontosság értéke s a jegyzőre ennyivel eltolja a mérési jelet abban az irányban, amely irányban a távcső jeleszik a műszer alhidade-tengelyétől.

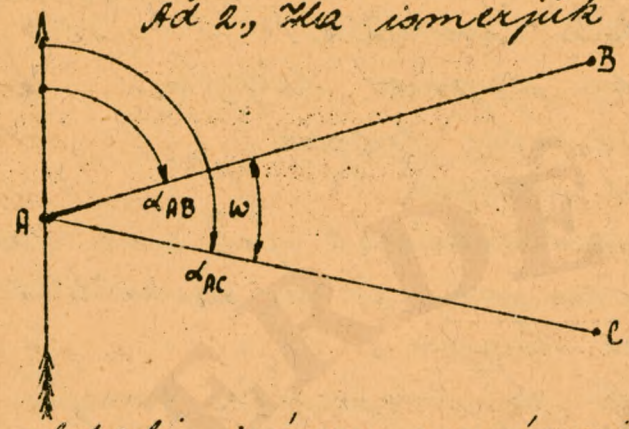
Minden műszernél meg kell nézni és fel kell jegyezni a kompász osztottkörének az irányát, mert a mért csapászögek iránya ellenkező, mint amilyen irányú volt az osztott-kör számozása.

Ad 3., A tusvola-műszerek távcsöve fel van szerelve magassági-körrel is, amely némelyik műszernél csonka is lehet. E körön hajlásszögeket mérünk, amelyekre azért van szükségünk, hogy a ferde irányban mért távolságokat redukálhassuk, vagy a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szintkülönbségeket számíthassuk. Jegyzőkönyvünkben mindig meg kell jelölnünk, hogy a hajlásszög (+) vagy (-) ~e.

Ad 2., Ha ismerjük a csapászögeket, akkor két tetszőleges irány közötti közbezárt szöget számíthatjuk. Mint az ábrán is látható:



$$\omega = \alpha_{AC} - \alpha_{AB}$$

Tehát a közbezárt szöget megkapjuk, ha a jobboldali irány csapászögéből kivonjuk a baloldali irány csapászögét.

A mezei méréси adatokat jegyzőkönyvbe vezetjük. Ennek alakját az alábbi minta mutatja:

Busszolamérési jegyzőkönyv

Mérőműszer neme száma, faja | Időjárás, Körbeosztás iránya, Összeadóállandó | Dátum, Felvevő mérnök

Állás	Irányok	Delejtűleolvasás É tűvégen	Delejtűleolvasás II tűvégen	Hajlásszög (φ)	h_f	h_v	Jegyzet	Vázrajz
pont		° ′	° ′	° ′				

A jegyzőkönyv másik oldalára nem táblázat kerül, hanem a méréskor készített vázrajz. A vázrajz esetleg a „Jegyzet"-rovatba is készíthető, de mindig nagy gondot kell rá fordítanunk.

A busszola-műszerek pontossági feltételei, melyekre nézve a műszert használat előtt meg kell vizsgálnunk, a következők:

1., A kompasznak pontosnak kell lennie.

2., A műszer nem tartalmazhat a delejtűre

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

zavarólag ható anyagot.

3., A libelláknak megfelelőknek kell lenniök.

4., Ha a távcső levehető, a távcsőtartó gyűrűknek egyenlőknek kell lenniök.

5., Az alhidade-tengely egyenes legyen

6., A kompaszkör vízszintes legyen.

7., A zeleji vízszintes legyen.

8., Ha a műszer távcsőlibellával fel van szerelve, akkor az irányzótengely és a távcsőlibella tengelye párhuzamos legyen.

9., Az irányzótengely és a vízszintes forgástengely egymásra merőlegesen álljon.

10., A vízszintes- és az alhidade-tengely egymásra merőleges legyen.

11., Az irányzótengelynek és a kompasz indexvonásának központos műszernél egy függőleges síkba kell esnie. Ha a kompasz, vagy a távcső külpontos, akkor az irányzótengelyen át fektethető függőleges síknak párhuzamosnak kell lennie az indexvonáson át fektethető függőleges síkkal.

12., Központos műszernél az irányzótengelynek központosnak kell lennie.

13., A szálkereszt megfelelő legyen.

14., A magasságikör nóniusza megfelelő legyen.

15., A távolságmérő léc beosztása jó legyen.

16., A paránycsavaroknak ne legyen holtmozgása.

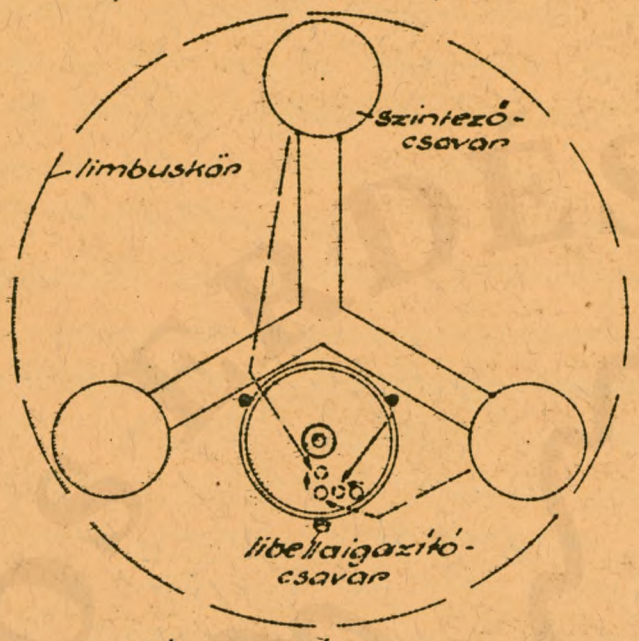
Ad 1., A kompasz vizsgálatát már láttuk.

Ad 2., Hasonlóan a kompasz vizsgálatához megnézzük, hogy nincs-e a műszerben vas-anyag. Ha volna, úgy ezt a részt a műszerészzel kicseréltetjük.

Ad 3., Az alhidade-libelláknál meg kell vizsgálnunk, hogy tengelyük merőleges-e az alhidade-tengelyre. Erre a műszer egyik alhidade-libelláját párhuzamos helyzetbe hozzuk két

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szintezőcsavarral, s beszintezzük. Ezután függőleges tengelye körül 180°-kal elforgatjuk a műszert, s ha bejátszik a libella, akkor jó, ha azonban nem, abban az esetben a hibát fél értékig a libellaigazítócsavarokkal, s a másik fél értékig a szintezőcsavarokkal igazítjuk ki. Az alhidádésikon lévő másik libellával hasonló módon járunk el.



Ha dobozlibella van a műszeren, akkor azt két szintezőcsavar közé kell hoznunk s beszintenünk. 180°-os elforgatás után az esetleges eltérést egyik fél értékig a libella-igazítócsavarokkal, másik fél értékig a szintezőcsavarokkal korrigáljuk.

Ad 4. A távcsőtartó gyűrűk egyenlőségének vizsgálata úgy történik, hogy a magasságjelzőt „0"-ra vágatjuk be és egy függőleges lécről leolvassuk azt az értéket, amelyet a vízszintes irányszál jelez. Ezután a távcsövet kiemeljük a távcsőtartó gyűrűkből, egy függőleges tengely körül elforgatjuk 180°-kal és úgy helyezzük vissza a gyűrűkbe. Ekkor a műszert is elforgatjuk függőleges tengelye körül 180°-kal és újból leolvasást végzünk a lécről. Ha a két leolvasás egyezik akkor egyenlőek a gyűrűk. Ellenkező esetben a gyűrűk igazítócsavarjaival végezzük a korrigálást, vagy pedig a műszert egy távcsőhelyzetre rektifikáljuk.

Nívóreglibellával sokkal egyszerűbben is elvégezhető az egész vizsgálat, melynek feladatképpen csak akkor van értelme, ha átfordított távcsővel is végzünk méréseket (elsősorban szintezésnél fontos!).

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ad 5., Az alhidade-tengely egyenességének vizsgálatát a távcsőlibellával végezzük. Vizsgálat alatt a műszernek szintesnek kell lennie. Az előzőleg megvizsgált távcsőlibellát bejátszatjuk, s lassan forgatjuk a műszert az alhidade-tengely körül. Közben figyeljük, hogy a buborék nem tér-e ki. Ha kitér, akkor az alhidade-tengely ferde. Ez a hiba régi műszereknél fordul elő, amikor a tengely kikopott. Csak műszerész igazíthatja ki a tengely beszigetgályozásával, illetve új csapágy készítésével.

Ad 6., A kompasz osztott-körének merőlegesnek kell lennie az alhidade-tengelyre. Ezt a vizsgálatot már kiigazított talpas-libellával végezzük el, amelynél tehát a felfekvés síkja párhuzamos a libella tengelyével. Ezt a libellát a beszintezett műszer kompasz-körére helyezzük különböző irányban. Ha minden helyzetben bejátszik a libella, akkor jó a műszer. Ha ellenben nem játszik be mindenütt, akkor a szögeket ferde síkban mérjük, s így helytelen eredményt kapunk. A hiba házilag is kiigazítható úgy, hogy az osztott-kör csavarjait felengedjük és vékony réslapokat helyezünk el az osztott kör alá szükség szerint úgy, hogy az osztott kör minden irányban vízszintes legyen.

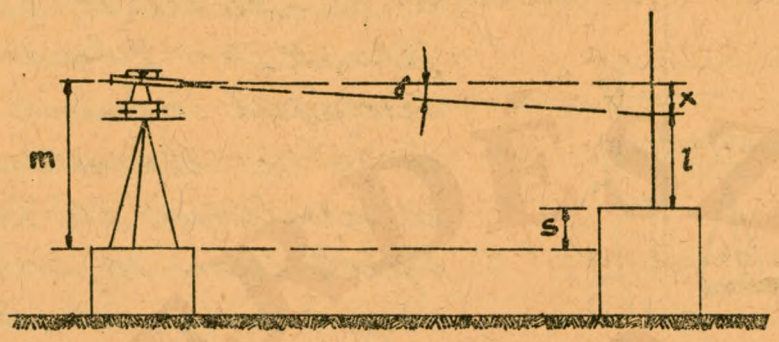
Ad 7., A delejtű vízszintességére a vizsgálatot az előzők után a következőképen végezzük: felengedjük a delejtűt és megnézzük, hogy az osztott-kört egyenlő magasságban éri-e mind a két tűvég. Ha nem, akkor a hibát az ellensúllyal javítjuk.

Ad 8., Az irányzótengely és távcsőlibella-tengely párhuzamosságra akkor fontos, ha szintkülönbségek mérésére is használjuk a műszert. A vizsgálatot kétféleképen végezhetjük el aszerint, hogy van-e két olyan pontunk, amelyek szintkülönbségét pontosan ismerjük (ilyen

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

pontjaink rendszerint a műszerteremben vannak), vagy pedig nincs s ilyenkor a szabadban végezzük el a vizsgálatot.

a., Műszerteremben van két konzolunk, melyeknek szintkülönbségét ismerjük. A műszert ráhelyezzük az egyik állványra és beszintezzük, ezután a másik állványra helyezett függőleges mérőlécről leolvassuk azt az értéket, melyet a vízszintes irányszál jelöl. Az ábrán látható adatok: „m" műszermagasság (szalaggal mérjük meg), „s" a két pillér közötti szintkülönbség, „l" lécleolvasás, „x" a hiba, melyek segítségével felírhatjuk a következő összefüggést:



$$m - s + l + x \qquad \text{ebből a hiba:}$$

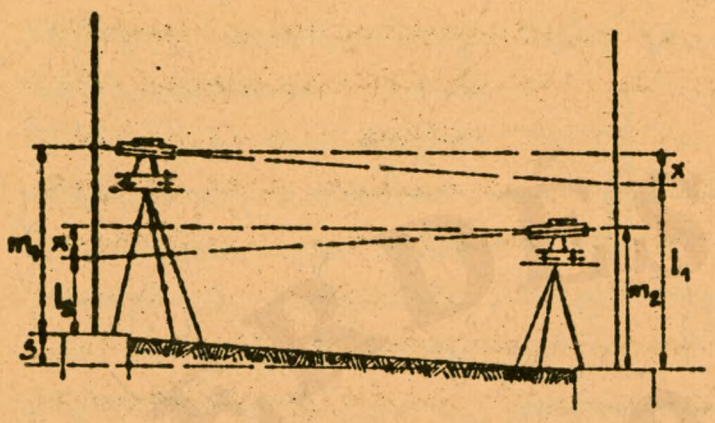
$$x = m - s - l$$

Ha tehát $m - s - l = 0$, akkor jó a műszerünk. Ha nem jó, akkor a távcső vízszintes szálát a helyes „$l + x$" leolvasására állítjuk be és az így kiézett libellát pedig értékig az igazítócsavarjaival játszatjuk be. Ha a libella nem igazítható, akkor a vízszintes irányszálat állítjuk be az „$l + x$" értékre a szálkereszt függőleges igazítócsavarjaival. Vannak műszerek, amelyeknél sem a libellának, sem a szálkeresztnek nincsenek igazító-csavarjai: ezeknél a távcső tárgylencséje emelhető ill. süllyeszthető igazítócsavarok segítségével. Itt tehát a tárgylencse középpontját toljuk el addig, amíg a vízszintes szál az „$l + x$" értéket jelzi.

b., Ha nincs két olyan pontunk, amelynek a pontos szintkülönbségét ismerjük, akkor egy közel vízszintes, egyenletes lejtésű terepen két pontot jelölünk meg, egymástól kb 20~30 m.-re, mert i-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lyen távolságtól a $m_1 m_2$-eket még jól tudjuk érzékelni. Ezután az „A" pontban felállítjuk a műszert, melynek távcsövén – miután a távcsőlibellát bejátszattuk – először visszafelé nézünk át és a közvetlenül a szemlencse elé helyezett lécen egy irón hegyét helyezzük a a kis körnek látott távcső látómezejének közepébe. Ezt az értéket, melyet az irón hegye jelöl, leolvassuk a lécről, miáltal az „m_1" műszermagasságot kaptuk. Most megirányozzuk a „B"-ben felállított lécet, s erről a vízszintes irányszál által kimetszett l_1 lécleolvasást végezzük. – Ezután „B"-ben állunk fel műszerünkkel és az előzőkhöz hasonlóan meghatározzuk „m_2"-t és „l_2"-t. Ekkor az ábra alapján felirhatjuk:



$$s + l_2 + x = m_2$$

és $$-m_1 \pm s = -l_1 \pm x$$ a másodikat

az elsőből kivonva: $$-m_1 l_2 + x = m_2 - l_1 - x$$

$$2x = m_1 + m_2 - l_1 - l_2$$

$$x = \frac{m_1 + m_2}{2} - \frac{l_1 + l_2}{2}$$

E képlet adja a hibát. Egy más alakban ugyanez a képlet:

$$x = \frac{m_1 - l_1}{2} + \frac{m_2 - l_2}{2}$$

A kiigazítás itt is ugyanúgy történik, mint az a.) pont alatt tárgyalt esetben. Az a szög, amellyel korrigálnunk kell a libellát, az

$$\operatorname{arc} \delta = \frac{x}{f}$$

képletből ki is számítható:

$$\delta'' = \rho'' \frac{x}{f}$$

c.) Ha távcsövünk hosztengelye körül elforgatható, akkor egy függőleges lécről beszintesített

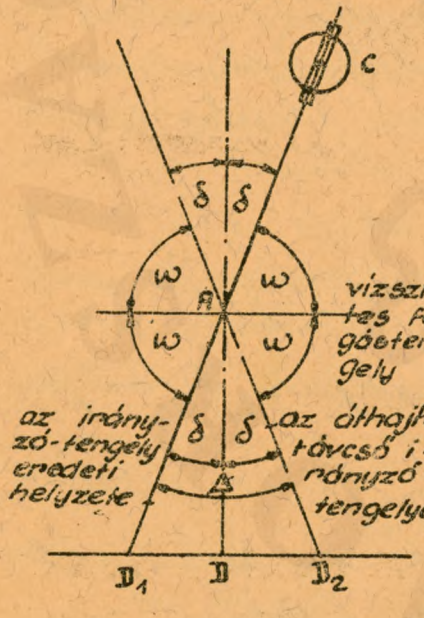
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

libella mellett leolvasást végzünk, ezután a távcsövet hosztengelye körül 180°-kal elforditjuk, s ha az ekkor végzett leolvasás az előbbiről eltér, akkor megfelezzük a különbséget és erre az értékre igazitjuk ki a műszert az a„ alatt tárgyaltak szerint.

Ad 9„ Az irányzótengely és a vizszintes tengely merőlegességéről a következő módokon győződhetünk meg:

a„ Ha a távcső a műszerről leemelhető és hosztengelye körül elforgatható, akkor felállunk egy jal előtt 20~30 m.-es távolságban. Ekkor a távcső első helyzetében beintünk a jalon egy irón hegyét, aztán a távcsövet hosztengelye körül 180°-kal elforgatjuk és ismét beintjük az iron hegyét a jalon. Ha az igy megjelölt két pont nem esik egybe, akkor a szálkeresztet igazitócsavarai segitségével a felezési pontra kell beállitani.

b„ Ha a távcső nem forditható el, de áthajtható, és a műszer központosságáról még nem győződtünk meg, akkor a vizsgálatot segédműszerrel végezhetjük el. „A" pontban felállunk a megvizsgálandó műszerrel, tőle 10~15 m-re „C" pontban a segédműszerrel. A megvizsgálandó műszer elé 15~20 m. távolságban egy vizszintes lécet helyezünk el, amelyen cm-es beosztás van. Most összeirányozzuk a két műszert és a segédműszerrel leolvasást végzünk a lécről (D_1). Ezután a vizsgálat alatt levő műszer távcsövét áthajtjuk és ujra leolvasást végzünk a lécről (D_2). Ha $D_1=D_2$ akkor a műszer jó. Ha nem egyenlő, akkor az ábra szerint: $90° = \omega + \delta$; $\delta = 90° - \omega$ Továbbá



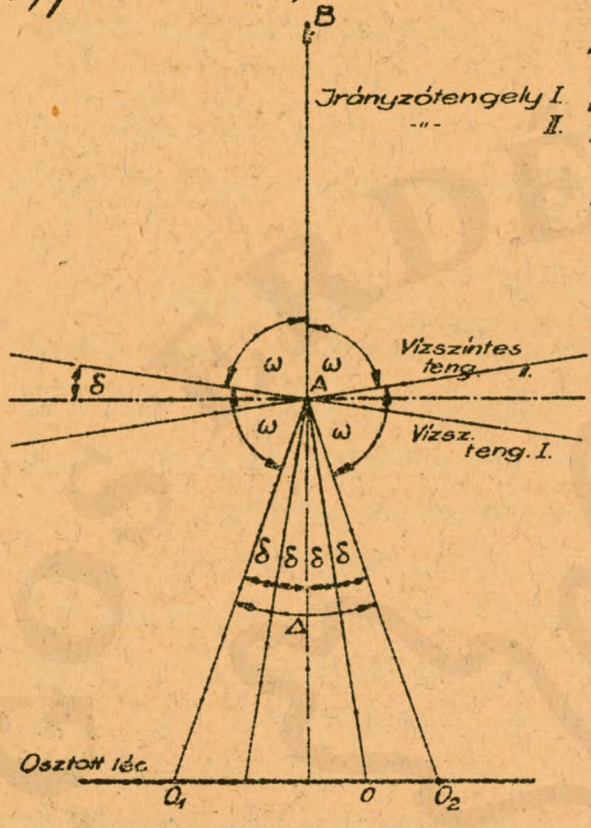
$180° - 2\omega = \Delta$, kettővel osztva: $90° - \omega = \frac{\Delta}{2} = \delta$

Tehát a $\overline{D_1 D_2}$ távolságot megfelezzük, s az igy

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kapott „0"-re tolják az irányzálakat annak vízszintes igazítócsavarjaival.

c.) Ha az irányzótengely központosságáról meggyőződtünk, akkor nincs szükségünk segédműszerre. „A"-t olyan helyen választjuk ki, hogy tőle nagy távolságra magas, kiálló részt (pl. toronycsúcs) találjunk; a másik irányban az $\overline{AB}$ egyenesre merőlegesen a műszertől mintegy 15-20 m. távolságban egy vízszintes, cm.-ekre osztott lécet helyezünk el.



Ezután „A" pontból megirányozzuk „B"-t és a távcsövet áthajtva leolvassuk a lécről az „O_1" értéket. Most az alhidade-tengely körül elforditva az áthajtott távcsövü műszert ismét megirányozzuk „B"-t s visszahajtva a távcsövet a lécről leolvassuk „O_2"-t. Itt

$$\omega + \delta = 90° \quad \text{ahonnan} \quad \delta = 90° - \omega$$

Az ábra szerint: $360° - 4\omega = \Delta$, vagy négygyel osztva: $90° - \omega = \frac{\Delta}{4} = \delta$, tehát $\Delta = 4\delta$

Tagpis itt a négyszeres hibát kapjuk. A helyes lécleolvasás lesz:

$$O = O_2 - \frac{O_2 - O_1}{4}$$

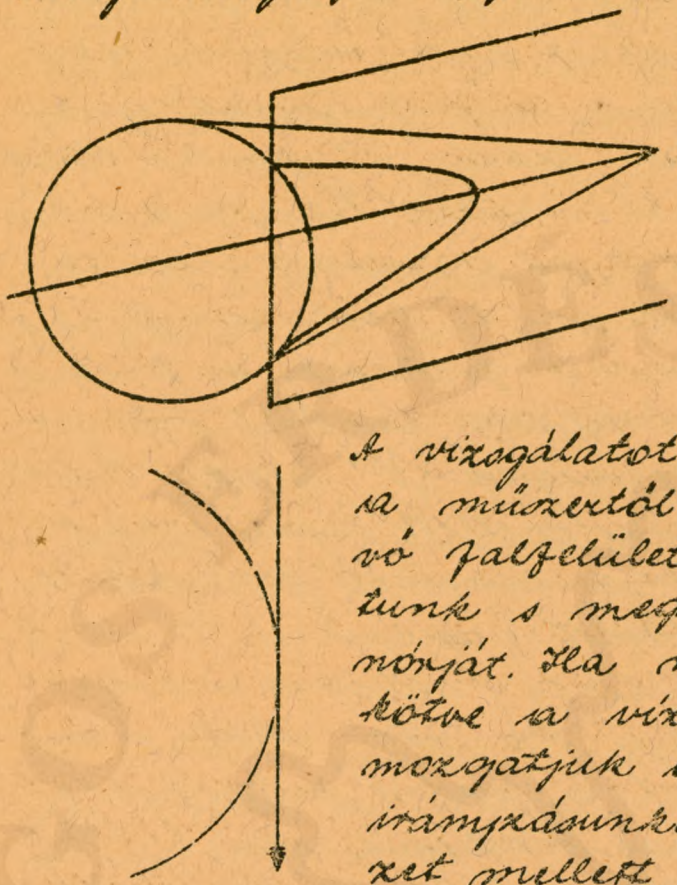
Erre a pontra kell állítanunk az irányzótengelyt, s ekkor a helyes leolvasás értéke:

$$O = \frac{4O_2 - O_2 + O_1}{4} = \frac{3O_2 + O_1}{4}$$

d.) Vannak olyan műszerek amelyek nem központosak és a távcsövük sem áthajtható. Tudnunk kell, hogyha az irányzótengely nem merőleges a vízszintes tengelyre, akkor ha a távcsövet elforgatjuk a vízszintes tengely körül, az i-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

irányzótengely kúpfelületet ír le, amint azt erős torzítással a mellékelt ábra mutatja. Ha most ezt a kúpfelületet egy a kúp tengelyével párhuzamos síkkal, pl. egy falfelülettel metszük, akkor a kimetszett görbe egy hyperbola lesz.



A vizsgálatot úgy végezzük el, hogy a műszertől 20-30 m. távolságban lévő falfelület elé függőlyezőt akasztunk s megirányozzuk annek zsinórját. Ha most az alhidadét lekötve a vízszintes tengely körül mozgatjuk a távcsövet, akkor ha irányzásunkat vízszintes távcsőhelyzet mellett végeztük, a szálkereszt közepe egy a függőlyező zsinórját érintő hyperbolát fog leírni. Ebben az esetben a hibát, a kollimációt, próbálgatással javítjuk addig, amíg a szálkereszt középpontja a függőlyező zsinórján nem mozog.

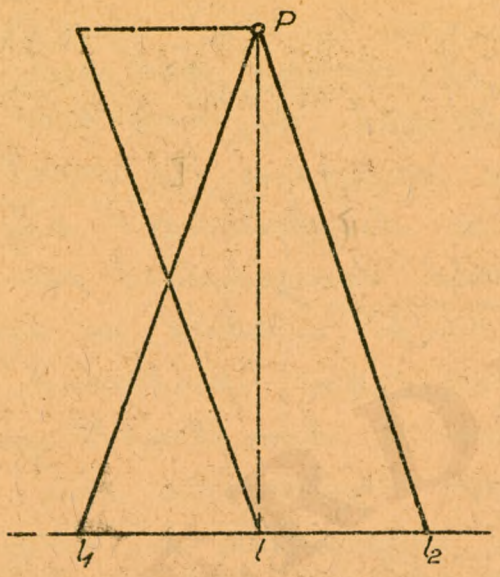
Az irányméres hibája: Δ a „δ" kollimáció-hibával terhelt műszernél vízszintes irányzás mellett $\Delta = \delta$. Ferde irányzásnál az irányérték hibája nő a hajlásszöggel: $\Delta = \frac{\delta}{\cos\varphi}$; A szögméres hibája pedig

$$\Delta w = \frac{\delta}{\cos\varphi_2} - \frac{\delta}{\cos\varphi_1} = \frac{\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2}{\cos\varphi_1 \cdot \cos\varphi_2}\,\delta$$

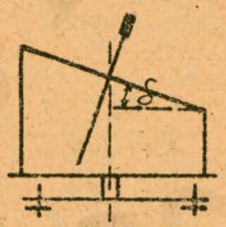
Ad 10., A vízszintes tengelynek merőlegesnek kell lennie az alhidade-tengelyre. Ha van tengelylibellánk, akkor könnyen meggyőződhetünk erről. De mivel buszola-műszereken nem szokott lenni és legtöbbször nem is lehet a műszerre tengelylibellát elhelyezni, más módszerhez kell folyamodnunk.

Egy magasan fekvő pont alatt elhelyezünk

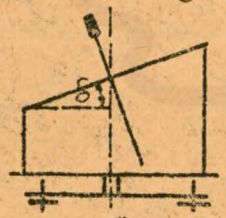
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



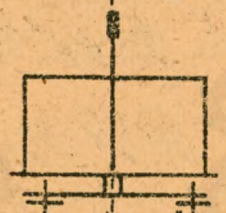
vízszintesen egy osztott lécet és tőle 15-20 m-re felállunk vizsgálat álló műszerünkkel. Ezután megirányozzuk a magasan fekvő „P" pontot. Kötött limbus mellett lehajtjuk a távcsövet és leolvasást végzünk a lécről: l_1. Most áthajtjuk a távcsövet, feloldjuk a limbust és áthajtott távcsővel irányozzuk meg a „P" pontot. Kötött limbus mellett újra lehajtjuk a távcsövet és újból leolvasást végzünk a lécről: l_2 Ha $l_1 = l_2$, akkor a műszer helyes. Ha nem, akkor a műszert a limbus parámpozavarával beállítjuk az $l = \frac{l_1 + l_2}{2}$ lécleolvasásra, a távcsövet felhajtjuk a „P" pont magasságába és addig emeljük, vagy süllyesztjük a vízszintes tengelyt az igazítócsavarokkal, amíg az irányszál közepe a „P" ponton nem fekszik.



I. távcső helyzet

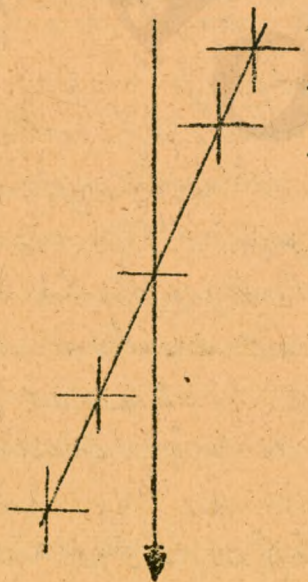


II. távcső helyzet



Kiigazított távcső helyzet

Ha a műszer nem hajtható át, akkor a beszintezett műszertől 20-25 m. távolságra felakasztott függőleges zsinórjára állítjuk a szálkeresztközepét. Ha a műszerünk jó, akkor a távcsövet föl-le hajtva a szálkeresztállandóan rajta marad a függőleges zsinórján. Ha ellenben hibás, akkor az ábrán látható ferde egyenest írja le a szálkeresztközepe. A javítás ebben az esetben is próbálgatással történik.

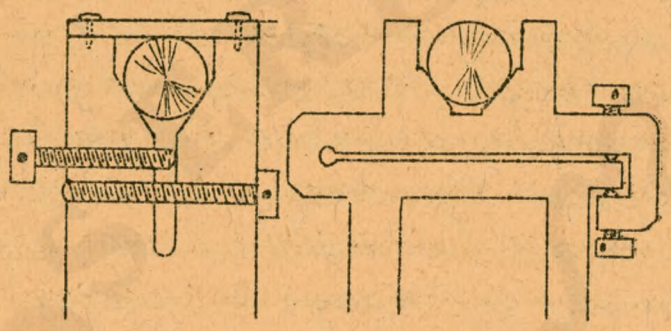


© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

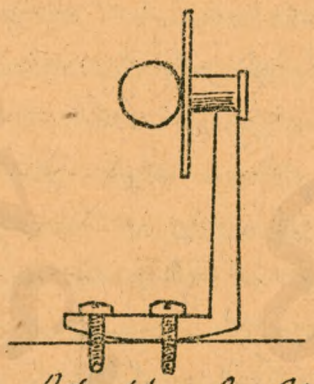
Az iránymérés hibája: $\Delta = \delta \operatorname{tg} \varphi$, ahol δ az a szög, amellyel a vízszintes tengely és alhidádatengely közötti szög a 90°-tól eltér, φ pedig a hajlásszög. A szögmérés hibája pedig:

$$\Delta w = \delta \operatorname{tg} \varphi_2 - \delta \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2} \cdot \delta$$

A hiba kiigazítására kettős távcsőtartókarnál az egyik kar fel van hasítva s itt egy húzó- és egy tolócsavart találunk. Ha a húzócsavarral összébb húzzuk a kar felhasított két részét, akkor a vízszintes tengelynek ez a része emelkedik, ellenkező esetben süllyed s ezáltal korrigálható a vízszintes tengely az alhidádára merőleges helyzetbe. A szerkezet másik megoldását az ábra mutatja.



Egy tartókar esetén annak talpa ívelt, és csavarok illetve alátétlemezkék segítségével változtathatjuk meg az állását. Itt tehát a távcsőtartókart hajlítjuk el és ezzel együtt a vízszintes tengelyt is, amíg az alhidade-tengelyre merőleges helyzetbe nem kerül.



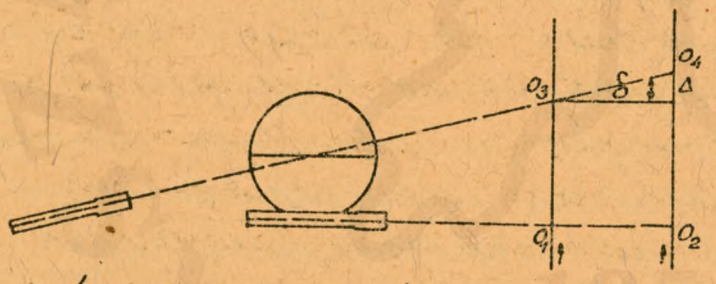
Ad 11., A függőleges irányzóvonalának és a kompassz indexvonásának egybe kell esnie.

a., Ha műszerünk központos, akkor segédműszerrel végezzük a vizsgálatot. A két műszert csak olyan messzire helyezzük egymástól, hogy a segédműszerrel meg tudjuk irányozni a vizsgálat alatt álló műszert (1·6 ~ 2 m.). Ezután összeirányozzuk a két műszert és megnézzük, hogy a segédműszer függőleges irányzála összevág-e a vizsgálat alatt álló műszer osztott körének 0 ~ 180°-os osztásával. Ha igen, akkor jó a műszerünk, de ha nem, úgy össze, akkor a kompassz osztott körét el

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kell forgatnunk a megfelelő értékig. Ha ez a kiigazítás igazítócsavarok híján nem végezhető el, akkor is lehet a műszerrel dolgozni, csak arra kell vigyáznunk, hogy zárt sokszöget csak ugyanazzal a műszerrel szabad végigmérnünk. Az ilyen műszer szisztematikus hibát ad, tehát javítható az eredmény azáltal, hogy a szögeket az indexvonás hibájával helyesbítjük.

b, Ha műszerünk nem központos, akkor is segédműszerre van szükségünk, mellyel 2~2·5 m. távolságból megirányozzuk a vizsgálandó műszer 0~180°-os indexvonását, s ekkor megkötjük mindkét műszer limbusát. Ilyenkor két függőleges síkunk van: az egyik a segédműszer függőleges irányzósíkja, mely a vizsgált műszer kompaszszának 0~180°-os indexén megy át, a másik pedig a vizsgált műszer függőleges irányzósíkja. Ha e két sík egymással párhuzamos, akkor műszerünk jó, ha azonban összehajlók, akkor műszerünket javítanunk kell.



A síkok kölcsönös helyzetét úgy határozzuk meg, hogy két különböző pontban megmérjük a két sík egymástól való távolságát. Ezért a vizsgálat alatt álló műszertől 15~20 m. távolságban elhelyezünk két egymástól 5-10 m.-re lévő vízszintes lécet egymással párhuzamosan, majd mindkét lécről mindkét műszerrel leolvasást végzünk. Ha a két sík parallel, akkor

$$O_3 - O_1 = O_4 - O_2$$

Ha azonban nem párhuzamosak, akkor

$$\Delta = (O_4 - O_2) - (O_3 - O_1)$$

és

$$tg\,\delta = \frac{\Delta}{t}$$

Ebből számítható az a „δ" szögérték, amellyel el kell forditanunk a kompasz osztott-körét

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hogy az indexvonás párhuzamos legyen az irányzótengellyel.

Ad 12., Központos műszernél az irányzótengelynek központosnak kell lennie. Erre nézve úgy vizsgáljuk meg a műszert, hogy tőle 3-4 m. távolságban lévő pontos mérési jelet megirányzunk vele rendes és áthajtott távcsővel és leolvassuk a két szöget. Jó műszernél a két érték között éppen 180° eltérés lesz.

Külpontos műszernél a külpontossági értéket a következőképen határozzuk meg: Két műszert összeirányzunk, miáltal a két függőleges irányzósík egy közös függőleges síkot fog adni. Ekkor a segédműszer távcsövét lehajtjuk és a vizsgálat alatt álló műszer függélyezőjé mellé a függőleges irányzósíkba egy másik függélyezőt intünk be. Ezután megmérjük a két függélyező-zsinór közti távolságot, ez lesz a műszer külpontossági értéke.

Ad 13., Az irányzószálak függőleges ill. vízszintes helyzetéről úgy győződünk meg, hogy pontosan beszintezett műszerrel kb. 20-25 m.-ről megirányozunk egy függélyezőzsinórt és a függőleges irányszálnak ezen rajta kell fekünie.- A vízszintes irányszálat pedig úgy vizsgáljuk meg, hogy a szintes műszerrel megirányozzuk egy villámhárító, vagy kerítéslléc hegyét és a műszert elforgatjuk az alhidadé paránycsavarja segítségével. Ha a csúcs végig a vízszintes irányszálon mozdul el, akkor valóban vízszintes az irányszálunk.

Ha az irányszál nem függőleges, akkor a diafragmát és ezzel együtt a szálkeresztet elforgatjuk addig, amíg a függőleges szál nem fedi a függélyező zsinórját. A diafragma elforgatására egy kis csavart találunk a szálkereszt igazítócsavarjai mellett.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ad 14, A magassági-kör „0" osztásának vágnia kell a nóniusz 0-ával, ha az irányzótengely vízszintes. Vizsgálatnál beszintezzük a műszert és a távcsövet és leolvasunk a magassági körről. Ha a két 0 osztás nem vág, akkor a nóniuszt csavarjainak jelengedése után a megfelelő értékig eltoljuk.

Ad 15, A távolságmérő-berendezés vizsgálatát már ismerjük a távolságmérő-berendezéseknél tárgyaltakból.

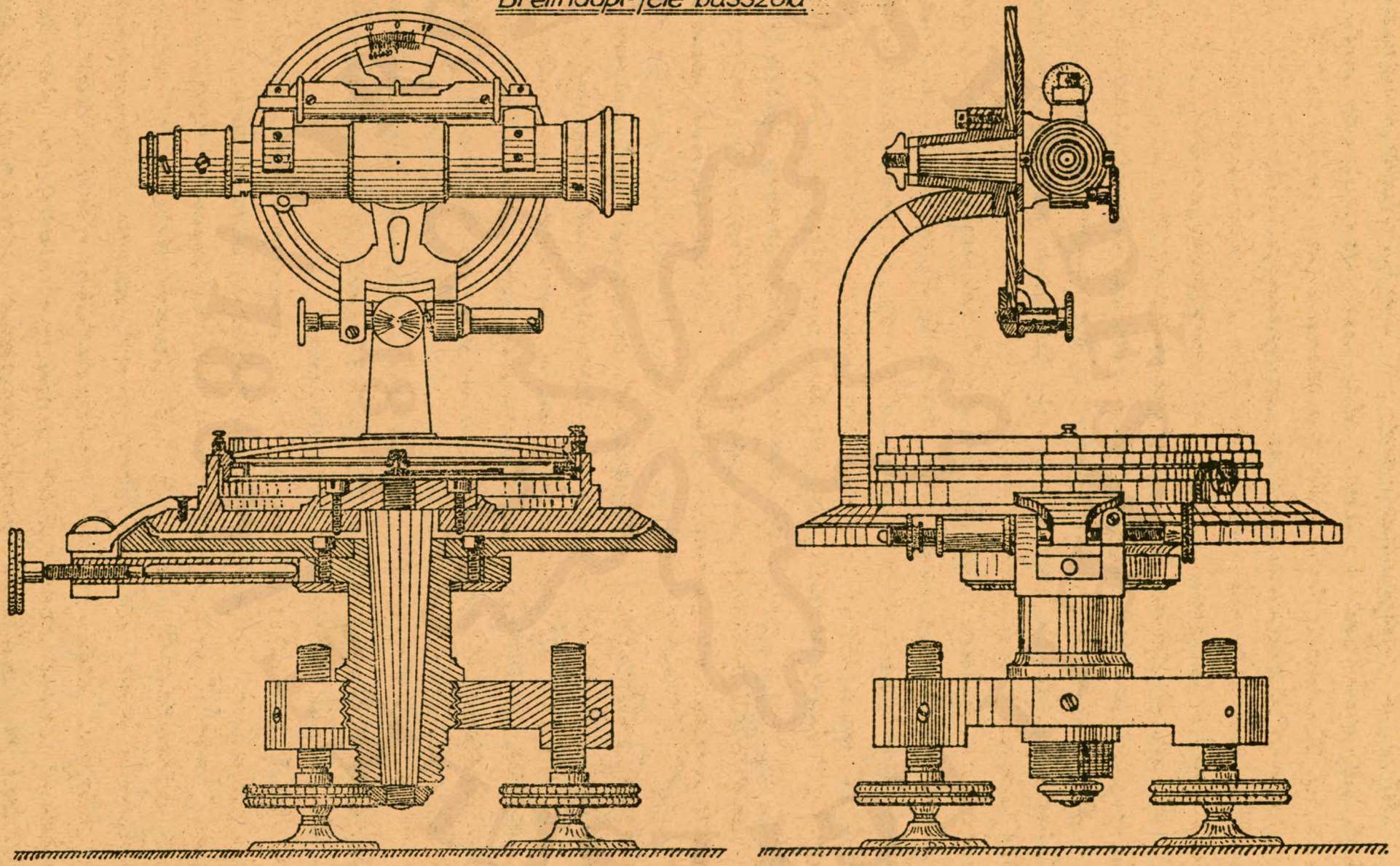
Ad 16, A műszeren lévő parányesavaroknak nem lehetnek holt mozdulataik. E hiba régi műszereknél szokott előfordulni. Ezre nézve úgy vizsgáljuk meg a műszert, hogy a leolvasó-készülék lupján keresztül figyeljük az osztott kört, miközben a parányesavart csavarjuk. Ha egy darabig nem mozdul el a leolvasó-készülék, majd hirtelen ugrik egyet, akkor hibás a parányesavar. Még szembetűnőbb a hiba, ha egy osztott élet irányzunk meg és azon figyeljük az ugrást. ~ Ilyenkor vagy a rúgó, vagy a csavar rossz; ezeket ki kell cserélni.

A műszerek vizsgálatát és igazításait munka közben hetenként vagy kéthetenként el kell végeznünk, mert a csavarok munkaközben meglazulnak. Dorsin vagy vasúton való szállítás után minden esetben el kell végezni a vizsgálatokat még új műszereknél is.

A műszereket egyébként gondosan és kímélettesen kell kezelnünk, óvnunk kell a nedvességtől, a hirtelen hőváltozásoktól, tehát pl. hideg helyiségből fűtött helyiségbe csak fokozatosan vihetjük be. Nem szabad a műszert közvetlen napsütésnek kitenni, mert az egyenlőtlen felmelegedés következtében torzulások állnak elő. Portól, homoktól szintén óvnunk kell a műszert, mert azok a tengelyeknél az olajjal elkeveredve kikoptatják, kiriszolják a műszert, ezért szeles idő után ~ különösen homokos vidéken a műszer forgásrészeit gondosan le kell

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Breithaupt-féle busszola



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

tisztítani, szárazra törülni és úgy ezeket, mint a csavarokat savmentes vaselin-olajjal be kell kenni.

Különleges busszolaműszerek.

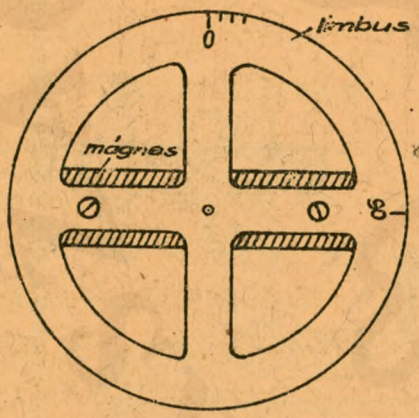
Igen sokszor a busszolaműszerek még fel vannak szerelve vízszintes osztott körrel ~ limbus körrel ~is, azért, hogy olyan helyen, ahol delejes zavarok vannak, a méréit közbezárt szögek segítségével végezhessük. Az ilyen műszerek legkorszerűbb alakja a

Wild-féle T0 busszola-teodolit.

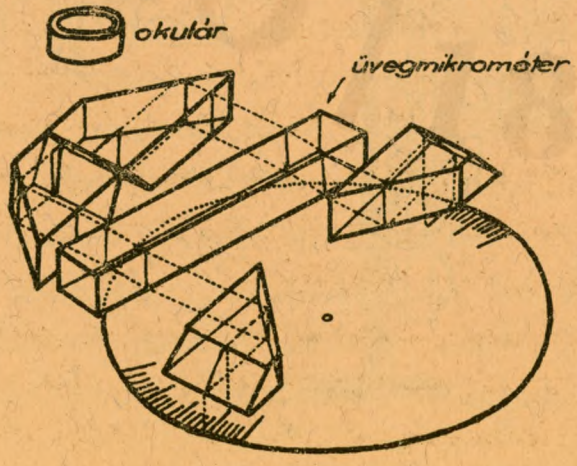
Mivel szögmérő- és leolvasó-berendezése a megszokottól eltér, szükségesnek tartjuk részletesebb ismertetését adni.



A vízszintes síkbeli szögek mérésére egy limbuskör szolgál, amely ellentétben a többi busszolaműszerrel, nem fix, hanem a delejtűre van erősítve és ezzel együtt forog. A limbuskör „0" osztása a delejtű északi, „180°" osztása pedig a delejtű déli irányába esik.



Ha a műszert mint teodolitot akarjuk használni, akkor egy emelő segítségével a delejtűt a limbuskörrel együtt nekifeszíthetjük a műszer vázának és a továbbiakban kötött limbusszal dolgozunk.



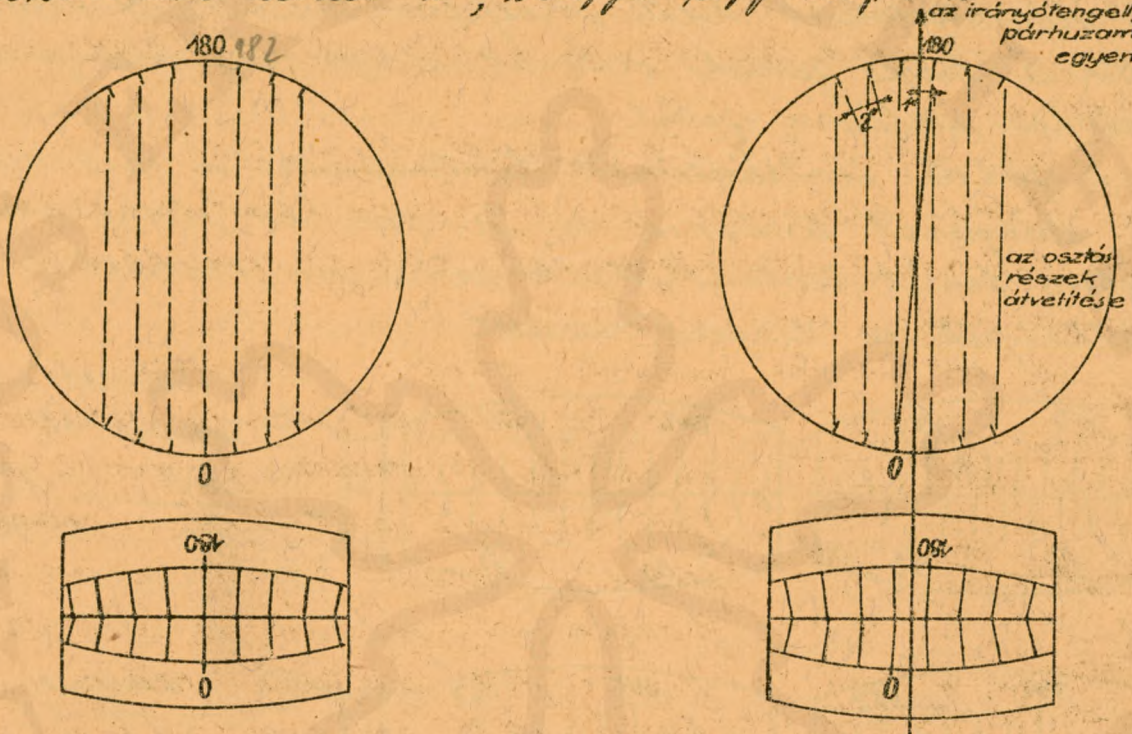
A leolvasóberendezés elve a következő: a műszer belsejében egy prizmarendszer van elhelyezve, mely a limbuskörnek egymáshoz 180° alatt álló beosztásait egy képbe, egymás mellé vetíti az irányzótengellyel pár-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hurzamos egyenesekkel.

A limbuskör beosztása két fokos, a tizes fokok meg vannak számozva.

Tegyük föl, hogy kiinduló állásban van a műszer, tehát a „0" és „180" képe összevág. Ha most a műszert elforgatjuk egy fokkal, akkor a „0" is, meg a „180" is elmozdul egy fokértékkel a kezdőirányhoz képest, a két kép egymáshoz viszonyított elmozdulása tehát 2°, vagyis egy teljes osztásrész.



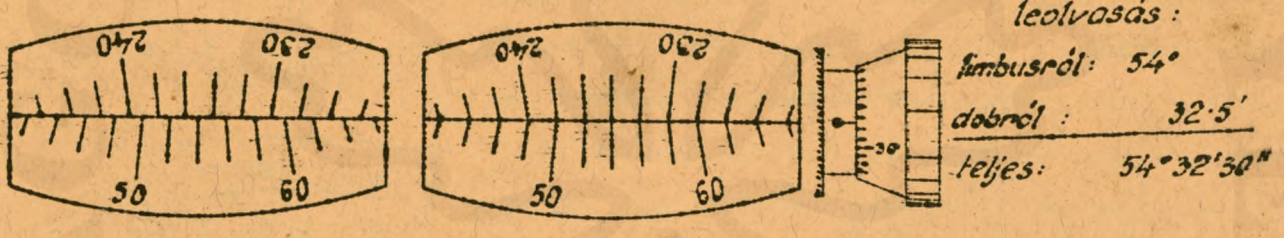
A vetítőberendezéssel tehát közvetlenül 1°-értéke olvasható le. Ha nem teljes fokmi elfordulásról van is szó, a két kép egymáshoz viszonyított elmozdulása minden esetben kétszeres lesz. A fokértéktörtrészeit egy az ábrán látható üvegmikrométerrel mérjük, mely a két kép egymáshoz való helyzetét ép egy fokkal tolhatja el.

Leolvasáskor tehát csak azt kell megállapítanunk, hogy melyik az a két osztásrész, amelyik 180°-ra áll egymáshoz. Ezre a célra a műszer üvegmikrométerével a limbusosztást úgy toljuk el, hogy az iránymutató (alsó, egyenesállású) és az átvetített (felső, fordítottállású) osztások képei összevágjanak. Ekkor megnézzük, hogy melyik az a két tízfokos osztásrész, amelyik között 180° kü-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lönbség van. Ilyen osztásképet esetleg többet is látunk: ezek közül az számít, amelyiknél az irányadó osztás baloldalon, az átvetített pedig jobboldalon van, vagyis amelyiknél az átvetített osztás a haladás irányába esik. Az ilymódon megállapított két osztás jelezőpontja lesz a keresett leolvasás. Mivel azonban a limbusosztás két fokos, nem kell mást tennünk, mint a két tizes-osztás között lévő alosztásokat kell megszámolnunk. Az így nyert szám a teljes fokok számát adja az irányadó tízfokos osztáson jelül.

A fokok törtrészeinek leolvasása a mikrométer dobjáról történik. Ez a fok 60 részre van beosztva, tehát leolvashatjuk róla a perceket és becsülhetjük a tizedperceket.



A limbuskör képe előtt és összevágatás után

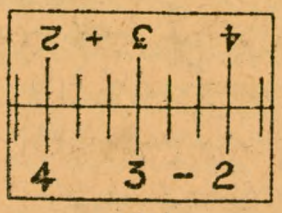
A mikrométer dobja.

A függőleges síkbeli szögek mérésére a függőleges limbus szolgál. Ennek osztása 20'-es, egyébként teljesen ugyanazon az elven működik, mint a vízszintes limbus, tehát erről 10'-es értékeket olvashatunk le közvetlenül. A magassági kör üvegmikrométerrel nincs felszerelve, így a tizedrészeket becsülnünk kell. Becslés útján az 1'-es pontosságot érjük el. A magassági körön az egyes fokok vannak megszámozva, méghpedig a vízszintes fölött lévők (+), a vízszintes alatt lévők (-) előjellel.

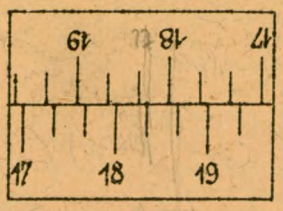
Leolvasáskor meghatározzuk a két azonos szám-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

értékű, de ellentétes előjelű osztásrész közé eső egész alosztások számát, megbecsüljük a tört-osztás értékét és az egészet hozzáadjuk az alsó mezőben leolvasott fokok számához.



-3° 0'



18° 17'

A leolvasás kis gyakorlattal könnyen, gyorsan végezhető és nem olyan fáradtító és szemrontó, mint a nóniusz leolvasása, emellett az eddig használt buszolaműszerek leolvasási határértékéről sokkal pontosabb leolvasást ad. ~ Nagy előnye még az is, hogy a műszer szintezése, irányzása és leolvasása egy helyből végezhető, éppen mert a vetített képes megoldás kiküszöböli a kétoldali leolvasást. Ezáltal a leolvasásból eredő hibák száma is le van csökkentve.

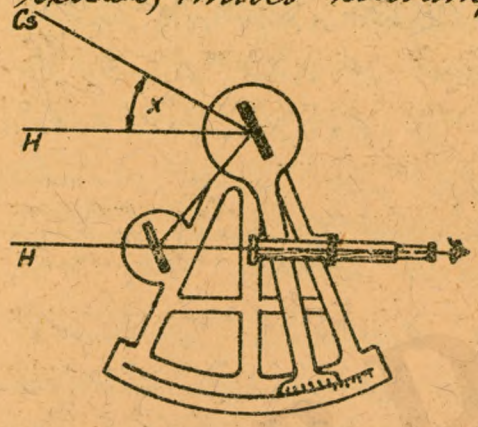
A műszer használatánál igen ügyelni kell arra, hogy a delejtűt a megkötő emelő segítségével óvatosan engedjük rá a forgó-csapra. A delejtű nehéz vasdarab: mintegy 80 m/m hosszú, 10-12 m/m széles, 2-3 m/m vastag, tehát jelentős súlya van. Ha hirtelen engedjük le, akkor a forgástap élgörbül, eltompul s így lekopva nem állhat be az észak-déli irányba. Nagyon kell ügyelni arra, hogy szállítás közben a delejtű mindig rögzítve legyen, mert ha felengedett tűvel visszük a műszert, akkor az teljesen tönkremehet. Minden műszerhez adva van egy pót csap, amelyet a műszer készletéhez tartozó csavarhúzó segítségével alulról lehet kicserélni.

A sextans.

Alsó geodéziában nincs jelentősége, felső geodéziában is csak tengerészeti helymeghatározásra használják. Geodéziai célokra már csak azért sem felel meg, mert nincsenek rajta li-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lelték, mivel állványa s így kézbe kell fogni. Ilyen: szögtükör, amelynél a tükrök által bezárt szög változtatható és az elmozdulás le is olvasható. Mivel szögtükör-tükörről van szó, a fokív beosztása kétszeres. A fokív egyébként 15-20 cm-es. Az egyik tükör fix, ennek alsó fele gonosorozott, felső fele átlátszó, középen indexvonással. Ezt az indexvonást állítjuk a megmérendő jelre (pl. a Nap képe a vízben) s a mozgó tükröt addig csavarjuk, míg a másik mérési jel (a Nap) képét nem látjuk a „H" irányban. A tükör előtt 4 db. diafragma van, melyek a Nap fényerejét szenzitik. Színük sötétkéktől pirosig változik és nagy súlyt kell fektetni a rásziolásukra, hogy pontosan planparallelek legyenek és így a fény irányát ne változtassák meg.

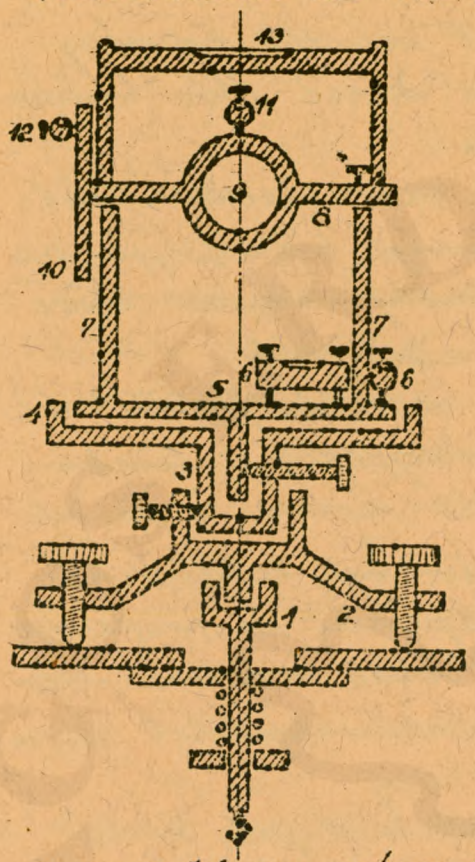


A teodolit.

A teodolitok vízszintes és függőleges síkbeli közbezárt szögek mérésére alkalmas műszerek. Régebben kúpos tengelyekkel készültek, de ma már ezeket is hengeres tengelyekkel, csatlag golyós csapágyakkal látják el, akár a busszola-műszereket. A teodolitok 3-féle rendszerben készülnek: angol, német és francia rendszerben, mindháromban lehet a műszer egyszerű és szorzóteodolit. A kettő között az a különbség, hogy míg az egyszerű teodolitoknál csakis az alhidade forgatható el, tehát a műszereken csak az erre szolgáló kötő- illetve parámycsavart találjuk meg, addig a szorzóteodolitok limbusa is elfordítható az alhidadeval együtt s e műszereken 2 vízszintes kötő- és parámycsavart találunk. Újabb szorzóteodolitoknál csak egy kötő- és parámycsavar van: az átváltás

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

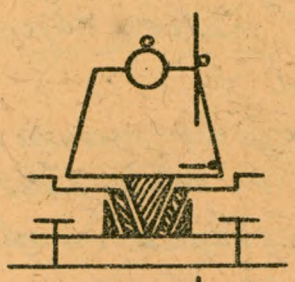
egy kis emelőkar segítségével történik. Előnye ennek a megoldásnak, hogy szorzó-szögmérésnél a paránycsavarokat nem cserélhetjük össze. Ilyen berendezésű a Bosshardt-Zeiss műszer.

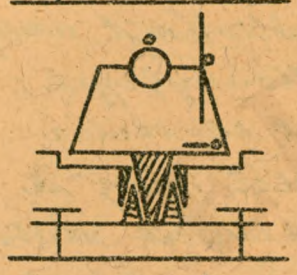


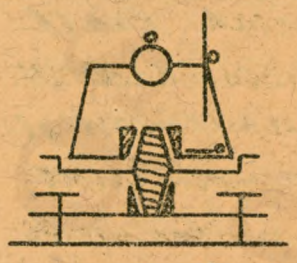
Ábránk a szorzóteodolit vázlatos rajzát mutatja. A teodolitoknál is megkülönböztetjük magát a műszert és az állványt, amely mindig tányéros állványfejjel van felszerelve, mert ez szilárdabb s csak így felel meg a teodolitoknál megkívánt stabilitás feltételének, s csak ezzel lehet pontos központosítást ill. pont-jelé-állást szabatosan elvégezni. A tányér rendszerint elmozdítható, hogy a központosításhoz a műszert nagyobb körön belül lehessen eltolni és így a műszer felállítását gyorsabban végezhessük el. – Alul a műszeren találjuk az összekötő-részt (1). Az alátét-rész (2) csonkakúp alakú és ezzel van összeépítve a műszer tengelye vagy csapágya (3). A csapágyhoz van erősítve a műszer limbuskörei (4); a csapágyban tengely van, ezen az alhidade (5) s az alhidade-síkon helyezkedik el két, egymásra merőleges libella (6). Az alhidadera van még szerelve a távcsőtartókar (7) is, amely teodolitoknál mindig kettős. Ezeken nyugszik a műszer vízszintes tengelye (8) a távcsővel (9). A távcsőtartókarok egyikén van a magassági körön nónius, a magassági limbus pedig (10) a távcsővel van összeköttetésben. A távcsövön rendesen távcsőlibella (11) van, hogy szintezésre is lehessen használni a műszert. A magassági kör leolvasó készülékére legtöbbször, de különösen azoknál a műszereknél, amelyek trigonometriai magasságmérésre is szolgálnak, ellenőrzőlibella (12) van

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

szerelve. Ezenkívül még egy tengelylibella is (13) tartozik a műszerhez.







A német rendszerű szorzóteodolitnál a hüvös csapágyba nyúlik a limbuskör tengelye, amely belül szintén csapágynak van kiképezve, mert ebbe nyúlik az alhidade csapja.

A Franciа-rendszerű szorzóteodolitnál a limbuskör csaphüvelye közrefogja az alátétrész csapját, amely viszont hüvelye az alhidade-tengelynek.

Az angol rendszerű szorzóteodolitoknál csak egy csap van: mégpedig a limbuson s így az alátét-részen és az alhidádén csak csaphüvelyt találunk.

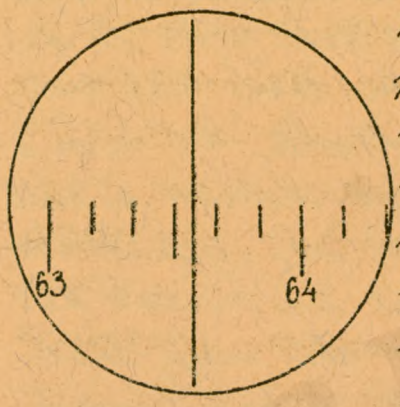
Ábráinkon hüvös csapokat és csapágyakat látunk, de a mai modern műszereknél hengeres csapokkal és csaphüvelyekkel ugyanezeket a rendszereket találjuk meg.

A teodolitműszerektől nagy pontosságot kívánunk meg. A műszerek pontossága különböző aszerint, hogy milyen pontosságú mérés céljaira szolgálnak. Legegyszerűbb teodolitoknál a leolvasás nóniusszal történik, leolvasási határértéke 1', 30", 20" szokott lenni. Sokszögelésre használják. Ha szorzó-rendszerű, akkor használható negyed-, ötödrendű háromszögelésre is. A nóniuszt a műszerre szerelt lupéval olvassuk le, a leolvasás mikéntjét már ismerjük. A teodolitokon mindig két leolvasóberendezés van, átellenes oldalon s kiigazított teodolitnál az egyik oldalon leolvasott szögérték a másik oldalon leolvasott szögértéktől 180°-kal különbözik. Ettől az eltérés csak igen kis érték lehet: a leolvasási határértéknek legfeljebb a háromszorosa.

Nagyobb pontosságot ad a leolvasásnál a belső mikroszkópos leolvasás. A limbuson az egy foknak megfelelő távolság 6 részre van osztva; a limbuskörnek ezt az osztásrészét, amely 10'-nek felel meg, a

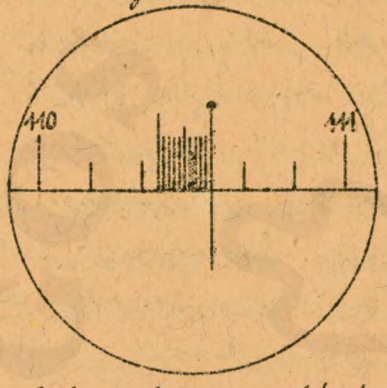
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

mikroszkóp tárgylencséje megnagyítva jelvetíti a mikroszkóp képsíkjába. Itt egy plánparallel üveglap van, amelyen a kisebb műszereknél egy indexvonás van, amelynek segítségével az ábrán szerint a 10' tizedrészét becsülhetjük, tehát a leolvasás 63°30', hozzáadva a 10' megbecsült 0·4 értékét, lesz:



63°34'

Nagyobb műszereknél a planparallel lapon a limbuskör jelvetítést, megnagyított képének megfelelő távolság két vonással meg van jelölve, a két vonás közötti rész pedig 10 részre van felosztva. Tehát ezek a kis osztásrészek 1'-nek felelnek meg. Ha a jóosztás a lemezen lévő egy alosztással sem vág pontosan, akkor becsüljük a tizedeket, s így a leolvasóberendezéssel – ha a limbus legkisebb osztásának értékét „A'"-mel, a planparallel lemezen lévő osztásrészek számát „n"-nel jelöljük, akkor $\frac{A'}{10 \cdot n}$ értéket olvashatunk le. – Ábránk szerint ez az érték: $\frac{10'}{10 \cdot 10} = \frac{10'}{100} = 0{\cdot}1' = 6''$



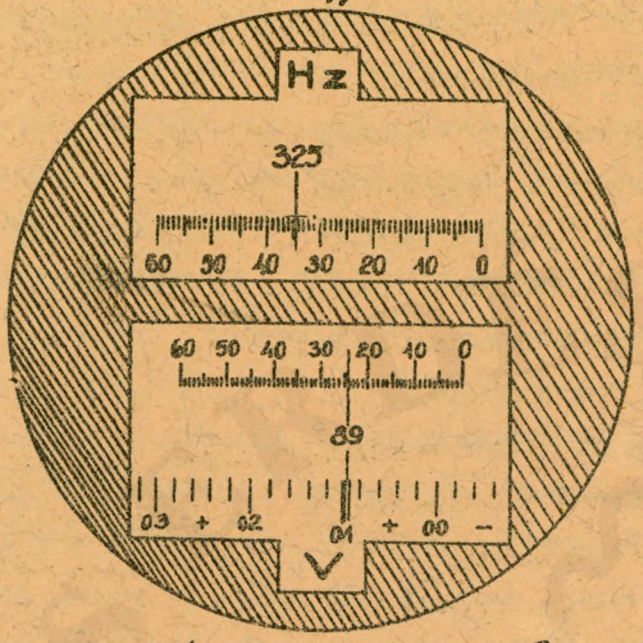
A leolvasásnál először a limbuson lévő osztások értékét határozzuk meg az üveglapon lévő osztás indexvonásáig. Ez egy ponttal van megjelölve. Innen visszafelé az üveglapon lévő osztásrészeket olvassuk le, a tizedeket becsüljük. Ábránkon a főosztásról közvetlenül leolvashatunk 110°30'-et, itt vág ugyanis a sűrű osztás kezdővonala, amelytől balra 3·8 osztásrészt olvashatunk le, s így a végleges leolvasás:

110°33·8' = 110°33'48"

Igen fontos, hogy ha a limbus valamely osztásrészét összevágatuk az üveglap indexvonásával, akkor az üveglapon lévő szélső osztásrész

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

pontosan vágjon az előző



beosztással, vagyis a felvetített kép és az üveglapon lévő két osztás összeesik. Ha nem esik össze, akkor a mikroszkópot az igazítócsavarjaival az osztott körhöz közelebb vagy távolabb kell vinni, amíg a megfelelő osztásrészek nem vágnak.

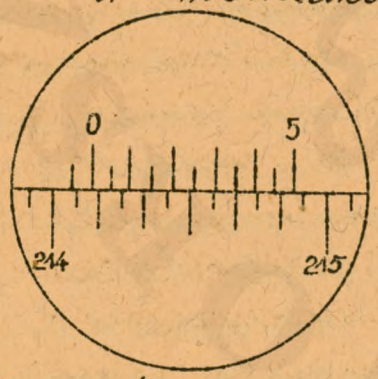
Ugyanezen az elven alapszik és ugyanilyen pontossággal ad a Bosshardt-Zeiss tachiméter leolvasása is mind a vízszintes (Hz), mind a magassági körön. Ezek az osztásoknak megfelelően elhelyezett prizmák segítségével egy a távcső mellett lévő mikroszkópban vannak felvetítve. Az osztott kör beosztása 1°-os. A képsíkban lévő üveglemezen ez a megnagyított 1°-os távolság 60 részre van felosztva. – A mikroszkópba nézve a fenti ábrát látjuk, vagyis a leolvasóberendezés mezejében két fehér parallelogrammát beosztásokkal. A felső „Hz" jelzésű mutatja a horizontális, vízszintes irányértékeket, az alsó „V" jelű a függőleges, vertikális síkbeli szöget, de meg kell jegyeznünk, hogy e műszer nem a dőlésszöget, tehát a kérdéses iránynak a vízszintessel bezárt szögét, hanem ennek pótszögét, a tetőszöget, tehát az irányzótengelynek a függőlegessel bezárt szögét mutatja. Mindkét skálán sűrű, álló beosztást találunk, amelyen az 1°-nak megfelelő távolság van 60 részre beosztva, tehát 1 kis beosztás 1'-nek felel meg. Ebben a beosztásban látjuk valahol az osztott kör vonását, amely meg van számozva. – Az alsó mezőben a fokokat jelentő számok felett van a sűrű osztás, alatta pedig egy másik,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

amelyről a tetőszög pótszögének, tehát a dőlésszögnek a tangensét olvashatjuk le 4 tizedesnyi pontossággal. A szögértékek leolvasásánál először a fokok számát olvassuk le, majd a perceket és a perc tizedrészeit becsüljük. Ábránkon a vízszintes síkbeli szög szerint: 325°34·6' = 325°34'36". A függőleges síkban pedig 89°24·2' = 89°24'12'. A dőlésszög tg-énél a tizedespont után álló két első számjegy közvetlenül leolvasható (ábránkon 0·00) s mivel a beosztás csak 5-ös, azért az egyes osztásrészek kétszeresen számítanak. Ábránkon leolvasható még 4 egész osztás és becsléssel 8 tized, tehát 48, ennek kétszerese 96; Tehát az egész leolvasás, a dőlésszög tangense: +0·0096. Tudjuk, hogy a tg (+∞)-től (−∞)-ig terjed. Az előjelek a mikroszkópban (ábra!) is jelezve vannak. Ha a tg-érték nagyobb az egységnél, akkor azt a mikroszkópon kívül, a távcső mellett a magassági kör burkolatán lévő beosztáson észlelhetjük.

Hasonló pontosságú leolvasást ad a Wild T0 buszolateodolit limbusa is (lásd a buszolaműszerek tárgyalásánál.)

A nóniuszos mikroszkópnál a mikroszkóp képsíkjában egy nóniusz van egy üveglemezre bekarcolva. Az osztott körön a legkisebb osztásrész értéke 5', a nóniusznak pedig 10 osztásrésze van, tehát a leolvasási határértéke 30". A használata ugyanaz, mint az egyszerű nóniuszé.



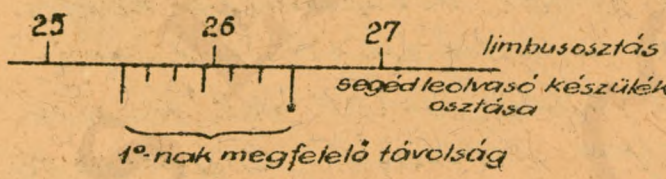
Leolvasás: 214°8'30". ~

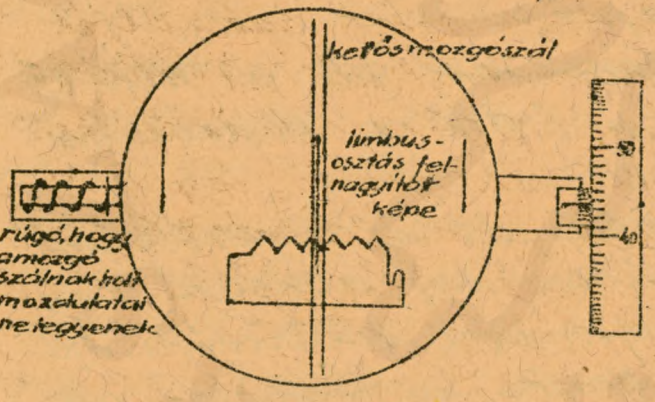
Parányecsavaros mikroszkóppal csak a felsőrendű háromszögelésnél használatos műszerek vannak felszerelve. Ezeknél a műszereknél az osztott kör legkisebb osztásrészének értéke 10'. Mivel az erős nagyítású mikroszkópban a fokok számozása nem látható, azért



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a mikroszkóp mellett egy segéd-leolvasókészülék van, amelyről a leolvasást 10'-ig végezzük. A körön egymás mellett két osztás van, a külsőt nagyítja meg a mikroszkóp: ez 10'-es beosztás, melyen nincs számozás, a belső fokos beosztás, ezen vannak a számok. Erről a belső beosztásról végzünk leolvasást a segéd-leolvasó-készülék segítségével, amely egy közönséges lupéval van felszerelve. A segéd-leolvasó-készülékben ponttal megjelölt indexvonásig olvassuk le a fokokat és ezután a segédléptéken (nem nóniusz!) olvassuk visszafelé a 10-es értékeket. Tehát az ábra leolvasása: 26° 20'. A 10'-nél kisebb értékeket a mikroszkópban olvassuk le. A mikroszkop képsíkjában egy üveg lap van kettős szállal. Az üveglap így a kettős szál is egy mikrométercsavar segítségével eltolható. A csavar menetmagasságát a limbus felvetített osztástávolságának az „n"-ed részé, tehát ha közrepogunk egy limbus-osztást a kettős szállal és ezután a csavart „n"-szer körülforgatjuk, akkor a kettős szál a következő osztást fogja közrefogni. Ha eltérés volna, akkor a mikroszkóp igazítócsavarjaival közelebb, vagy távolabb visszük a limbushoz mindaddig, amíg a nagyított kép meg nem felel a mikrométercsavar „n"-szeres körülfordításának. Hogy a csavar teljes körülfordításainak a számát ne kelljen számolnunk, azért a képsíkba egy fogazás van elhelyezve, amely fogazás két fogának az egymástól való távola egyenlő egy csavarmenetmagassággal. Ha az „n" ér-





© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ték 5-tel egyenlő, akkor a csavarmenet magasságának, tehát 2 pg közti távolságnak az értéke 2'. A 2'-nek a törtrészeit pedig a mikrométercsavar dobjáról olvashatjuk le. Ha a dob 60 részre van beosztva, akkor róla 2", ill. ha a tizedeket még becsüljük, 0·2" olvasható le. A leolvasásnál tehát a pogrésnél látható limbusosztást közrefogjuk a mozgó kettős szállal a mikrométercsavar segítségével. Ezután leolvasunk a fején látható indexvonástól, amely rendesen egy behasítással van megjelölve, visszafelé a teljes fogak számát, ezt megszorozva kettővel kapjuk a percek számát. Ezután a dobról végezünk leolvasást, ezt szintén megszorozzuk 2-vel, s kapjuk a másodperceket. A túloldali ábrában az indextől két fog van: ez 4'-nek felel meg. A dobról leolvasunk 43·6-et, ez 2-vel szorozva 87·2". Az egész leolvasás tehát

$$26°20' + 4' + 87{\cdot}2" = 26°25'27{\cdot}2"$$

A kettős leolvasási határértéket azért használják, mert a műszerek két, diametrálisan elhelyezett leolvasókészülékkel vannak felszerelve és a két leolvasás számtani közepét kell venni, így a 2-vel való osztást kiejthetjük s a középértéket összeadással nyerjük. Pl. a fenti leolvasásunk volt

I. mikroszkópon:	26°	2'	43·6"
II. -"-		2'	48·3"
A középérték lesz:	26°	25'	31·9"

A teodolitokon mindig 2 leolvasóberendezés van (okát az alábbiakban látni fogjuk.), sőt régen 4 leolvasóberendezést is használtak.

Hogy a helyes vetületbeli szöget kapjuk, szintesítenünk kell a műszert: ezt a vélt 2 alhidade-libella szolgálja.

A távcső szilárdságát minden esetben kettős távcsőtartókar biztosítja.

A magassági körre rendesen egy ellenőrzőlibella van felszerelve, melynek a trigonometriai

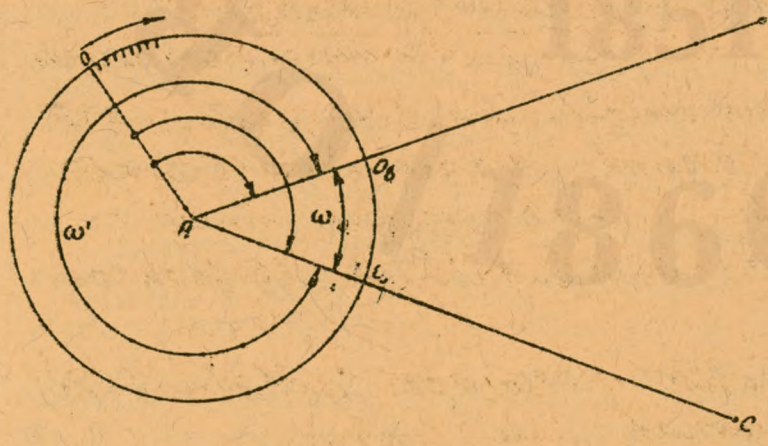
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

magasságmérésnél van fontos szerepe. Gyakran van a távcsövön is libella, ez sokszor reverziós libella. A teodolitok nyereglibellával is el vannak szerelve, úgy a vizsgálatok könnyebben végezhetők és asztronómiai méréseknél a műszer pontosabban szintezhető be. Ha a teodolit mindezekkel fel van szerelve, akkor egyetemes vagy univerzális műszernek nevezzük, mert mindenféle mérési munkára használható.

Némely műszerre kompasz is szerelhető, ez tetjeskörű, vagy csonka lehet. Az utóbbi esetben az irányzótengelynek a delejes észak-déli irányba való beállítására szolgál, hogy innen a limbus segítségével delejes csapásszögeket mérhessünk. Egyes kompaszokon az irányvonás elforgatható, ill. a delejes deklinációra beállítható. Ezekkel a műszerekkel közvetlenül a csillagászati észak-déli iránytól mérhetjük a csapásszögeket.

A távcsöveken gyakran találunk távcsőtoldalékot, amelynek segítségével Nap ellen végezhetünk irányzást. Gyakran tartozika még a műszernek egy füstözött üvegű is, amely 45° alatt helyezhető el a távcső elé és arra szolgál, hogy éjjeli csillagmegfigyeléseknél egyenes jelmyt vehessünk a távcsőbe s ezáltal az irányszálakat láthassuk.

A teodolitok limbusköre mindig az óramutató járásával egyenlő irányban van osztva, mégpedig 360°-ra, vagy 400 g-re. A teodolittal mért irányértékek kezdőirányát a limbuskör „0" osztásrésze jelöli ki, ez tehát tetszésszerinti, s csak attól függ, hogy a műszert hogyan állították fel. Ha tehát csak egy irányértéket mérünk, akkor az határozatlan.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Teodolittal rendszerint közbezárt szöget mérünk, ez a két szögszár irányértékének a különbsége. Egy pontból kiinduló két irány két közbezárt szöget jelöl ki, amelyek összege 360°-kal egyenlő. Ábránkon $w + w' = 360°$. Teodolittal a megmérendő szöget úgy határozzuk meg, hogy arccal a szög felé fordulunk, s a közbezárt szöget megkapjuk, ha először megirányozzuk a baloldali szögszárat, majd a jobboldalit, és a jobboldali leolvasásból levonjuk a baloldali leolvasást: $w = \theta_j - \theta_b$

Sokszögmenet esetén megirányozzuk az elmaradó szögszárat, majd az előremenő szögszárat és az előremenő szögszár megirányzásánál nyert irányértékből kivonjuk az elmaradó szögszárnál nyert leolvasást.



Tehát a bezárt szögek a haladás irányában balkéz felé esnek. ~ Ha a jobboldali leolvasás kisebb a baloldalinál, akkor a jobboldalihoz 360°-ot adunk és így végezzük el a levonást. Ebben az esetben a műszer úgy áll, hogy a limbus 0°-os osztása a két szögszár között van.

A teodolit-műszerek pontossági kellékei.

1.) A beosztásoknak pontosaknak kell lenniök.

2.) A leolvasóberendezéseknek diametrális helyzetűeknek kell lenniök.

3.) Az alhidádénak és a limbusnak központosnak kell lennie.

4.) A lemezhető libellák jelzőkvéri síkjának és tengelyének párhuzamosnak kell lennie.

5.) A vízszintes tengely forgócsapjainak egyenlőknek és körszelvényűeknek kell lenniök.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

6., A műszeren lévő libellák tengelyének az alhidade-tengelyre merőlegeseknek kell lenniük.

7., Szorzóteodolitnál az alhidade- és limbus-forgástengelynek egybe kell esnie, vagy legalább párhuzamosnak kell lennie.

8., Az irányzótengelynek és a távcsőlibella tengelyének párhuzamosnak kell lennie.

9., Az irányzótengelynek és a vízszintes forgástengelynek egymásra közelítően merőlegesnek kell lennie.

10., A vízszintes- és az alhidade-tengelynek egymásra közelítően merőlegesnek kell lennie.

11., Az irányzótengelynek központosnak kell lennie.

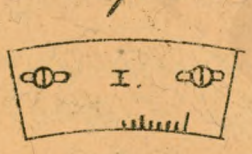
12., Az irányzószálaknak megfelelőknek kell lenniök.

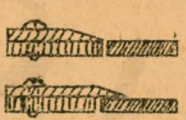
13., Igazított műszereknél vízszintes távcsőhelyzet mellett a magasságikör „0" osztásának egybe kell vágnia a magasságikör nóniuszának „0" osztásával.

14., A távolságmérő berendezésnek helyesnek kell lennie.

15., A parámycsavaroknak nem szabad holt mozdulatokat végezniök.

Ad 1., Vizsgálat a bevágásokra nézve: Mindenekelőtt megnézzük, hogy a nóniusz két végső osztása pontosan egybevág-e a főosztás megfelelő két osztásával. Ha nem egyezik, akkor két eset lehetséges: vagy hibás a nóniusz, vagy pedig túlságosan közel vagy messze jelöli az osztott





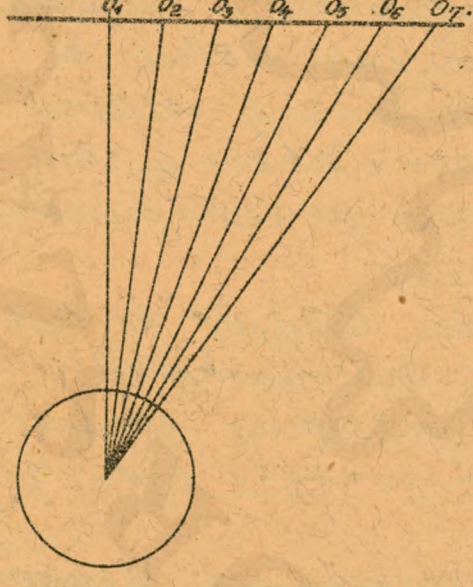
körtől. Utóbbi esetben a nóniuszt kilyukasztani vagy beljebb kell tolni, ami könnyen elvégezhető, mert a nóniusz lemezén a szorítócsavarok részére hosszúkás, szélesebb nyílás van, amelyet a csavarfej eltakar. A csavarok felengedése után a nóniusz-laposka kis értékig eltolható, és így a hiba korrigálását lehetővé teszi. Ritkább hibát tudunk kijavítani akkor, ha a nóniusz az osztott kör mellett jelöli, mint ha az osztott kör felett

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

helyezkedik el.

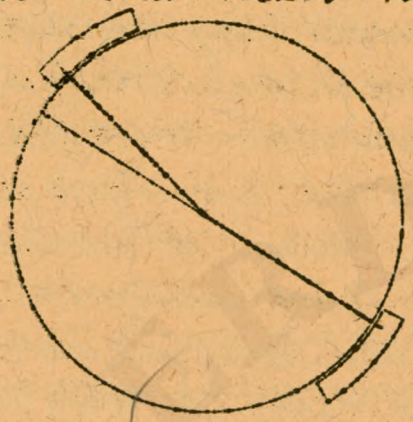
A nóniuszok vizsgálata után az osztott körök osztásait ellenőrizzük, még pedig 5-10°-onként elforgatva a műszert és a nóniusz „0" osztásrészét összevágatva a főosztás egy osztásrészével meggyőződjük, hogy az utolsó osztásrész is vág-e a főosztás megfelelő osztásrészével. Ha a körön olyan osztásrészeket találunk, amelyek nem vágnak akkor azon a helyen hibás a limbus osztása. Az ilyen műszerrel nem lehet dolgozni, hanem le kell csiszolni a hibás osztásrészeket és újra kell osztatni. Bár ez a hiba ritkán fordul elő, mert a műszerek köreit igen pontos osztógépekkel osztják, az ilyen hibával terhelt műszert nem szabad átvennünk.

Hogy magának, a nóniusznak osztásrészei helyesek-e, arra nézve úgy vizsgáljuk a műszert, hogy a vízszintes kör nóniuszának vizsgálata esetén egy vízszintes, a függőleges kör nóniuszának vizsgálatánál pedig egy függőleges osztott lécről végzünk leolvasásokat úgy, hogy a nóniusznak mindig az egymásután következő osztásrészeit vágatjuk egybe a főosztás osztásrészeivel. Tehát a műszert egymásután elforgatjuk a parányesavarral, a leolvasási határértéknek megfelelő szögértékkel. A leolvasás értékeinek a tg.-függvény szerint kell növülnie. Gyakorlatilag, minthogy a szögértékek igen kicsikék, egymással egyenlőek lesznek az értékek, mert növekedésüket nem tudjuk érzékelni. Ha valamelyik osztásnál kisebb, vagy nagyobb változást találunk, úgy a nóniusz hibás, és azt újjal kell kiosztáltatni. Fontos a vizsgálatnál az, hogy a léc pontosan legyen elhelyezve.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ad 2., A leolvasóberendezéseknek diametrális helyzetűeknek kell lenniök. E vizsgálatot az iránymérésre nézve már láttuk a kuszolánál. A két leolvasás közti különségnek 180°-nak kell lennie.

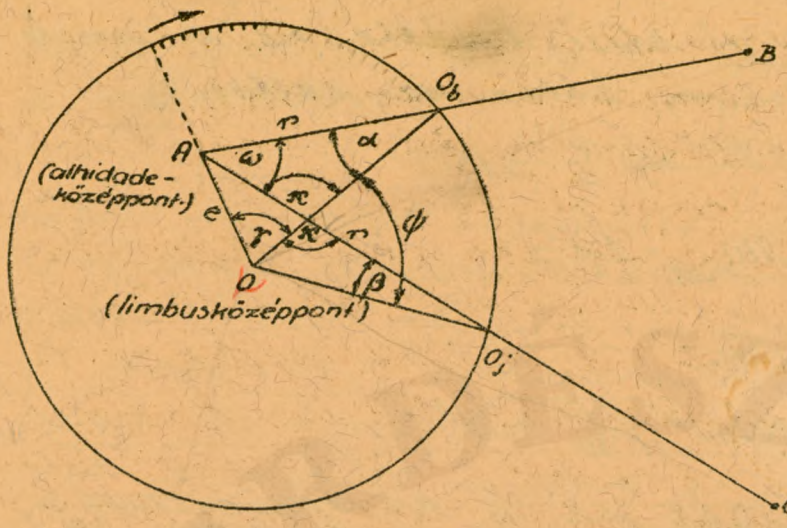


Ha a 180°-tól való eltérés minden leolvasásnál állandó érték, akkor az említett feltétel nincs kielégítve. E hibát úgy igazítjuk ki, hogy az egyik nóniuszt megfelelő értékkel eltoljuk. A kiigazítást a fóoztásnak azon a részén végezzük, ahol az osztógép a kör osztását megkezdte. Ezen a helyen jobb műszereknél a kezdőosztás felett egy pontot találunk. ~ Ha a műszeren végzett leolvasásoknál azt látjuk, hogy a 180°-tól való eltérés nagysága változó és a max. eltérés után „0"-ig csökken, majd ismét nő, akkor nem központos a műszerünk, de a diametrális leolvasóberendezések feltétele ki van elégítve. Ha azonban a különbség változó ugyan, de 0-ra sohasem csökken, akkor a műszer alhidadetengelye külpontos és a leolvasókészülékek sem diametrálisak.

Az ilyen műszer iránymérési hibáját ki tudjuk ejteni azáltal, hogy két leolvasókészüléken végzünk leolvasást s ezeknek számtani közepét vesszük, amint ezt a következő pontnál látni fogjuk.

Ad 3., Vizsgálat az alhidadetengely központosságára nézve: ill. az ebből származó hiba. „A" pontból irányzást végzünk „B" majd „C" felé s a nóniuszokról leolvasunk. Az alhidadetengely külpontossága miatt a kívánt „w" szög helyett „ψ" szöget mértük: $\psi = o_j - o_b$, mivel a szöget a limbuskörről olvassuk le. ~ A külpontosság értéke távolságban kifejezve „e", szögben kifejezve pedig „γ". Az ábrából látható:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



$\kappa = 180° - (\omega + \alpha)$

$\kappa = 180° - (\psi + \beta)$

A baloldalak egyenlősége miatt a jobboldalaknak is egyenlőknek kell lenniök, tehát

$\omega + \alpha = \psi + \beta$

$\omega = \psi + (\beta - \alpha)$

De $(\beta - \alpha) = \Delta\omega$, ezzel az értékkel tér el ω a ψ-től.

O_bAL háromszögből:

$$\frac{e}{r} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$$

O_jAL háromszögből:

$$\frac{e}{r} = \frac{\sin\beta}{\sin(\gamma+\psi)}$$

$\sin\alpha = \frac{e}{r}\sin\gamma = \frac{e\sin\gamma}{r} = \alpha$; $\sin\beta = \frac{e}{r}\cdot\sin(\gamma+\psi) = \frac{e\sin(\gamma+\psi)}{r} = \beta$

Az arcusra való áttérés az „α" és „β" szögek kicsisége miatt engedhető meg.

$$\alpha'' = \rho'' \cdot \frac{e}{r}\cdot\sin\gamma$$

$$\beta'' = \rho'' \cdot \frac{e}{r}\cdot\sin(\gamma+\psi)$$

$$\Delta\omega = \beta'' - \alpha'' = \rho'' \cdot \frac{e}{r}\cdot(\sin(\gamma+\psi) - \sin\gamma)$$

Mivel $\sin(\gamma+\psi) - \sin\gamma = 2\cos\frac{\gamma+\psi+\gamma}{2}\cdot\sin\frac{\gamma+\psi-\gamma}{2}$, lesz:

$$\Delta\omega = 2\rho''\frac{e}{r}\cos\frac{2\gamma+\psi}{2}\cdot\sin\frac{\psi}{2}$$

Amint látjuk, a külpontosságból eredő szöghiba egyenesen arányos az „e" excentricitással, függ az „γ" és „ψ" szögektől és fordítva arányos „r"-el.

Mikor lesz $\Delta\omega = 0$?

Ha: 1., $e = 0$

2., $r = \infty$

3., $\sin\frac{\psi}{2} = 0$, vagyis $\frac{\psi}{2} = 0°$ vagy $180°$

4., $\cos(\gamma + \frac{\psi}{2}) = 0$, vagyis $\gamma + \frac{\psi}{2} = 90°$ vagy $270°$

Amint a 2.-ből látszik, nagyon nagy sugarú limbuskörrel pontosságban mérhetünk. Régebben ezért használtak nagy limbusköröket.

Levezetett képletünkből megállapítható az is, hogy $\Delta\omega$ mikor éri el maximális értékét:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

akkor, ha „ε" nagy, „r" kicsi, továbbá ha a sin.-és cos. együtthatók maximum. Ebben az esetben

$$\cos\frac{2\Gamma+\Psi}{2}\cdot\sin\frac{\Psi}{2}\doteq 1$$

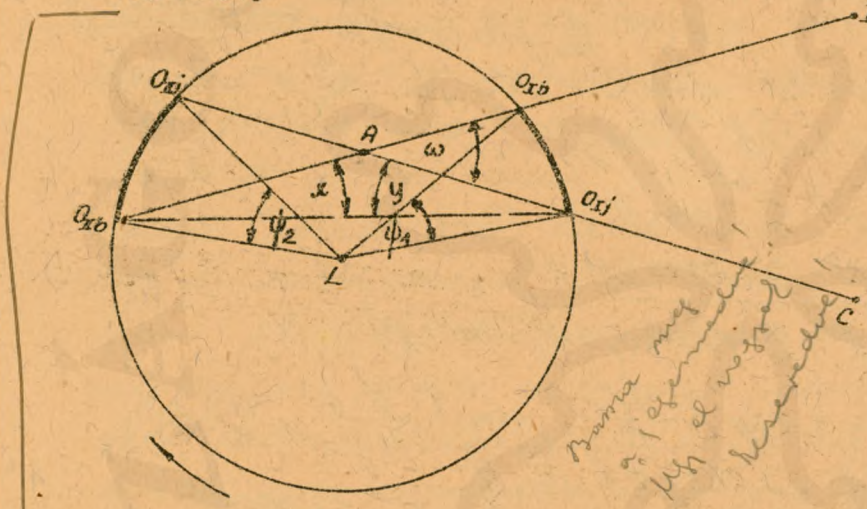
és

$$\Delta\omega_{max}=2\rho\frac{\varepsilon}{r}$$

Pl. $r=80\,mm$; $\varepsilon=0{\cdot}01\,mm$

$$\Delta\omega_{max}=2\cdot 206265''\cdot\frac{0{\cdot}01}{80}\doteq 51''$$

Tehát elég nagy hibát ad a kis külpontossági érték is, s ugyanezt a hibát kapjuk közbezárt szögünkben is, ha nem pontosan állunk fel a pontunk jelé, vagyis ha nem központosítunk kellően.



Az alhidade-tengely külpontosságából eredő hiba kiejthető akkor, ha két ponton állásról végzünk leolvasást:

Az ábra alapján:

$$\Psi_1 = O_{I\,j} - O_{I\,b}$$

$$\Psi_2 = O_{II\,j} - O_{II\,b}$$

$$\omega = x + y$$

mert „ω" az $AO_{I\,j}O_{I\,b}$ háromszög külső szöge. Mivel pedig a kerületi szög a fele az ugyanazon köríven nyugvó középponti szögnek:

$$x=\frac{\Psi_1}{2}\quad ;\quad y=\frac{\Psi_2}{2}$$

Ezen az értékeket behelyettesítve „ω" egyenletébe:

$$\omega=\frac{\Psi_1}{2}+\frac{\Psi_2}{2}=\frac{O_{I\,j}-O_{I\,b}}{2}+\frac{O_{II\,j}-O_{II\,b}}{2}$$

Közös törtvonalon:

$$\omega=\frac{O_{I\,j}-O_{I\,b}+O_{II\,j}-O_{II\,b}}{2}$$

A jobboldalhoz hozzáadva és kivonva 90°-ot:

$$\omega=\frac{O_{I\,j}-O_{I\,b}+O_{II\,j}-O_{II\,b}}{2}+90^\circ-90^\circ$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

közös nevezőre hozva a jobboldalt és elvégezve a műveleteket:

$$\omega = \frac{o_{Ij} + (o_{IIj} \pm 180°)}{2} - \frac{o_{Ib} + (o_{IIb} \pm 180°)}{2}$$

Tehát a helyes közbezárt szöget kapjuk, ha két nóniusszal dolgozunk. Általános szabályként jegyezzük meg: minden irányzás után először az I, majd a II. nóniuszon kell leolvasást végeznünk. Irányadónak az I-es nóniuszról leolvasott szögértéket vesszük és ehhez hozzáadjuk a II-es nóniuszról leolvasott szög 180°-kal megváltoztatott (+ vagy −) értékét és az összeget osztjuk 2-vel. Így kapjuk a helyes értéket a másik szögszárnál is.

Pl: $o_{Ij} = 36°42'20''$ $o_{IIj} = 216°42'30''$

Ebből a helyes $o_j = 36°42'25''$

A két nóniuszleolvasás közötti eltérés igazított műszernél legfeljebb a leolvasási határérték 3-szorosa lehet.

Pl. 10"-es leolvasási határértékkel bíró műszernél: $o_{Ib} = 359°36'10''$ $o_{IIb} = 179°35'40''$

$o_b = 359°35'55''$

Ezt kivonva a fenti o_j-ből:

$\omega = o_j - o_b$ $\omega = 36°42'25'' - 359°35'55''$

$\omega = 37°06'30''$

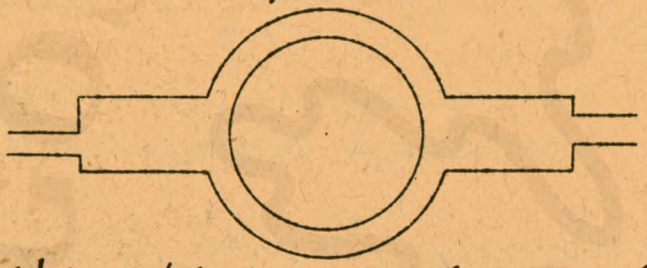
(Láttuk, hogy 360°-at kellett o_j-hez adnunk, hogy a kivonást elvégezhessük, mivel túlhaladtunk egyszer a limbus „0" osztásán.)

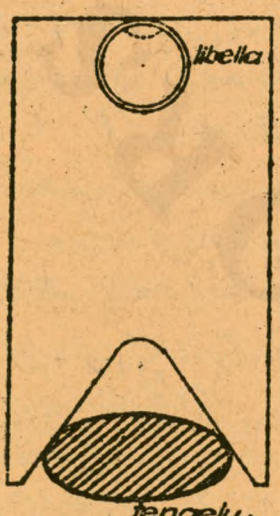
Ad 4., A leemelhető libellák tengelyének párhuzamosnak kell lennie a felfekvési síkjukkal. E feltételre nézve a műszert szintesítenünk kell előbb, azután hajthatjuk végre a vizsgálatot. A libellát a műszerre helyezve, úgy, hogy a libella két szintezőcsavarral párhuzamos legyen, bejátszatjuk, majd a libellát 180°-kal elforgatjuk. Ha ekkor nem játszik be, akkor fél értékig a libella igazító csavarjával, fél értékig pedig a műszer szintesítőcsavarjával igazítjuk ki az eltérést.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Többször ismételjük ezt mindaddig, amíg a libella buborékja mindkét helyzetben bejátszik. A tengelylibellát ezenkívül még megvizsgáljuk arra nézve is, hogy nincs-e keresztbenállása. Ezt úgy vizsgáljuk meg, hogy a libellát egy beszintezett műszer vízszintes tengelyére helyezzük, ezután lassan forgatjuk a tengelyen. Ha a buborék állandóan bejátszik, akkor nincs keresztbenállás. Ha kitér, akkor a vízszintes igazítócsavarokkal igazítjuk ki ezt a hibát.

Ad 5., A tengelycsapok egyenlőtlenségét kiigazított tengelylibellával tudjuk igazítani. A távcső vízszintes tengelyére helyezünk egy tengelylibellát. Ha az bejátszik, akkor a távcsövet kiemeljük a távcsőtartókar csapjaiból és 180°-kal elforgatva egy függőleges tengely körül visszahelyezzük. A libellát ráhelyezve, ha a buborék kitér, akkor a két csap nem egyenlő. Hazilag kiigazítani nem lehet. A műszer azonban használható eredeti távcsőállás mellett, de álzsektetett távcsővel ilyen műszerrel nem mérhetünk. Arra nézve, hogy a vízszintes tengely csapjai körkeresztszelvényűek-e, a vizsgálatot úgy végezzük el, hogy a tengelyre egy igazított tengelylibellát helyezünk, a műszert beszintezzük ezután lassan elforgatjuk a távcsövet és figyeljük a libellát. Ha a libella buborékja nem tér ki, akkor a tengelycsap körkeresztszelvényű. Ha kitér, akkor ellipszikus; műszerészzel le kell esztergályoztatni.





Ad. 6., Az összes libellák vizsgálatát láttuk már a bukszolaműszereknél.

Ad. 7., Szorzótrodolitoknál az alhidade-ten-

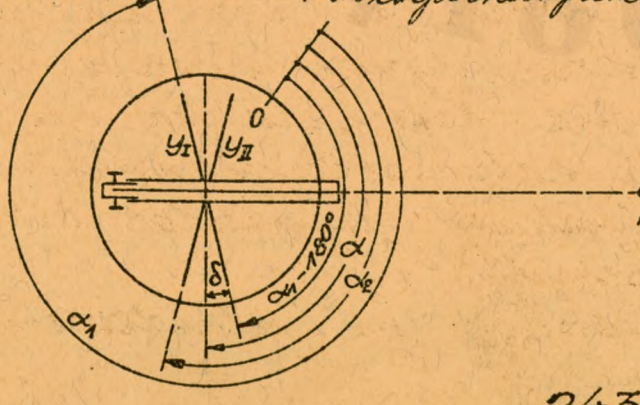
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gelynek és a limbustengelynek egybe kell esnie, vagy legalábbis párhuzamosaknak kell lenniök. A műszert mindig az alhidadeval szintesítjük, mert azon vannak a libellák. Ha szintesítés után megkötjük az alhidádet és a limbust kiengedve forgatjuk a műszert, akkor hiba esetén a libellák kitérnek. Az ebből származó iránymérési hiba: $\Delta = \delta \cos\alpha \operatorname{tg}\varphi$, hol „$\varphi$" a hajlásszög, az „$\alpha$" az ábra szerint a mért iránytól az elhajlás vízszintes vetületének a szöge, „δ" pedig a tengelynek a függőlegestől való elhajlása; számítható a tengelylibella buborékjának maximális kitéréséből, ha a libella érzékenységét ismerjük. A szögmérés hibája:

$$\Delta w = \delta(\cos\alpha_2 \operatorname{tg}\varphi_2 - \cos\alpha_1 \operatorname{tg}\varphi_1)$$

Ad 8., Az irányzótengely és libellatengely párhuzamosságára nézve a vizsgálatot láttuk a buxszolaműszereknél.

Ad. 9., Az irányzótengelynek és a vízszintes tengelynek közvetlenül merőlegesnek kell lennie egymásra. Eltérés esetén a kollimációnak nevezett hibát kapjuk. A vizsgálat egyik módját láttuk a buxszolároknál. Vizsgálhatjuk a műszert még a következő egyszerű módon. Az alhidade-tengelyt függőleges helyzetbe hozzuk, ezután megirányozunk egy nagy távolságban lévő pontot és leolvasást végzünk az



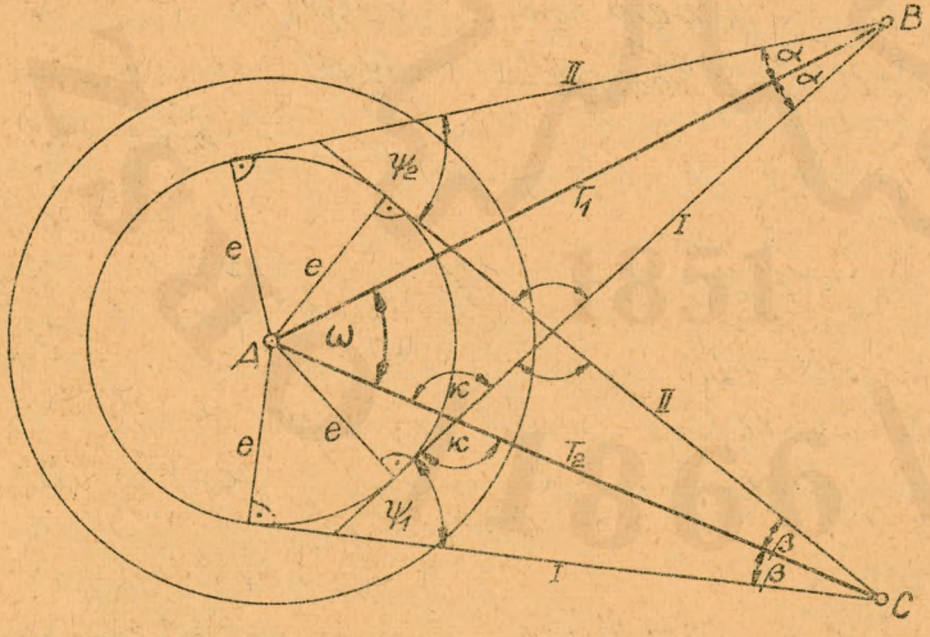
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

I. nóniuszról (α_1). Ezután áthajtjuk a távcsövet, újból megirányozzuk ugyanazt a pontot és újból leolvasunk az I-es nóniuszról (α_2). Az első leolvasást megváltoztatjuk most 180°-kal, lesz ($\alpha_1 \pm 180°$). Ha az így nyert érték egyezik az „α_2"-vel, akkor jó a műszer, ha ellenben nem, akkor $\alpha_2 - (\alpha_1 \pm 180°)$ értéknek a felét véve, ezt hozzáadjuk az ($\alpha_1 \pm 180°$) hoz, miáltal nyerjük „α"-t: erre állítjuk be az nóniuszt. A szálkeresztet ekkor el fog tékozni a „P" pontból, tehát rá kell állítani a szálkeresztet igazítócsavarjaival.

Ad 10., A vízszintes forgástengelynek merőlegesnek kell lennie a függőleges tengelyre. Az erre vonatkozó vizsgálatot láttuk a libellánál. Ebből a hibából származó irányméréai hiba: $\Delta = \delta \operatorname{tg} \varphi$, hol „$\varphi$" a hajlásszög. A szögmérés hibája pedig

$$\Delta w = \delta \operatorname{tg} \varphi_2 - \delta \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2} \cdot \delta$$

Ad 11., Az irányzótengelynek központosnak kell lennie. Vizsgáljuk meg az irányzótengely külpontosságából származó hibát! Legyen a műszer alhidádetengelye „A"-ban „e" pedig jelentse az irányzótengely külpontosságát. Meg akarjuk mérni a BAC szöget. Irányzást végzünk rendes távcsőhelyzet mellett a „B" felé aztán a „C" felé. Az „ω" szög helyett a két irány a ψ_1 zárja be. Ezután áthajtjuk a távcsövet és újra megirányozzuk a B és C pontokat. Az áthajtott távcsőnél a két irányzótengely az



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

„w" helyett a „ψ_2" szöget zárja be. Ha csak rendes távcsőhelyzet mellett mérjük a szöget, akkor

$$\varkappa = 180° - w - \alpha \quad \text{és} \quad \varkappa = 180° - \psi_1 - \beta$$

A fenti két egyenlőségből:

$$w + \alpha = \psi_1 + \beta \quad \text{s innen:} \quad w = \psi_1 + \beta - \alpha$$

Az „w" szög hibája: $\Delta w = \beta - \alpha$, mert „w" helyett ψ_1-et mértünk. Az ábra alapján felírhatjuk:

$$\sin\alpha = \frac{e}{T_1} = \alpha, \text{ mivel kis szög, és így} \quad \alpha'' = \rho'' \cdot \frac{e}{T_1}$$

$$\sin\beta = \frac{e}{T_2} = \beta \quad \text{és} \quad \beta'' = \rho'' \cdot \frac{e}{T_2}$$

ezeket behelyettesítve a Δw képletébe:

$$\Delta w = \rho'' \cdot e \cdot \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \rho'' \cdot e \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}$$

A levezetett egyenletből kiolvasható, hogy az irányzókúp külpontosságából eredő Δw szöghiba „e"-vel, T_1 és T_2 különbségével egyenesen, T_1 és T_2 szorzatával fordítottan arányos. ~ A jegyzet második részében tárgyalt sokszögmeneteknél az oldalaknak azért kell közel egyenlőknek lenniök, hogy ez a hiba kiessék. Ebben az esetben ugyanis $T_1 - T_2 \doteq 0$ s így az egész szorzat 0-vá válik, tehát Δw szöghiba kiesik.

Pl. $e = 0{\cdot}002$ m; $T_1 = 220$ m.; $T_2 = 20$ m. A szöghiba

$$\Delta w = 206265 \cdot 0{\cdot}002 \cdot \frac{200}{220.20} \doteq 19''$$

Ebből látjuk, hogy a hiba $T_1 = T_2$ esetén kieshet de látjuk azt is, hogy ezzel a hibával szemben nem olyan érzékeny a mérés, mint az alhidade-tengely külpontosságával szemben.

A hibát kiejthetjük úgy is, hogy a mérést áthajtott távcsővel is elvégezzük és a két mérési eredmény számtani közepét vesszük. Ugyanis: az előzők szerint rendes távcsőállás esetén:

$$w + \alpha = \psi_1 + \beta$$

ugyanúgy áthajtott távcsőnél:

$$w + \beta = \psi_2 + \alpha$$

A két egyenletet összeadva:

$$2w + \alpha + \beta = \psi_1 + \psi_2 + \alpha + \beta$$

és ebből:

$$w = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2}$$

Az irányzótengely külpontosságából eredő hi-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ha ilyen módon teljesen kiesik, éppen ezért minden vízmérést rendes és utókajött távcsőhelyzet mellett kell elvégeznünk.

Ad 12., Az irányszálak vizsgálatát tárgyaltuk a buszolánál.

Ad 13., Hogy a magassági kör „0" osztása vízszintes irányoztengely mellett egybevág-e a nóniusz „0" osztásával, arra nézve a vizsgálatot már láttuk a buszolánál. Ezzel kapcsolatban megvizsgáljuk, hogy a magassági kör ellenőrzőlibellája éjáltszik-e. Ha nem, akkor a hibát teljes értékig a libella igazítócsavarjával kell kiigazítanunk.

Ad 14., A távolságmérő berendezés vizsgálatát már láttuk a közvetett távolságmérésnél.

Ad 15., A paránycsavarok vizsgálatát ismerjük a buszolánál tárgyaltakból.

A teodolitműszerek használata.

Teodolitméréseknél a mérési pontok pontosan meg vannak jelölve a cövekbe vert kis-fejű szeggel, vagy a cövekre rajzolt kereszttel.

A műszer felállításánál az állványfej tányérja lehetőleg vízszintes helyzetű kell legyen és a függelyező hegyének pontosan a mérési jelre kell mutatnia. A talpcsavarok megkúzása után szintezzük a műszert. Szintezésnél a műszer kitér központos helyzetéből, különösen, ha hosszú a műszer kötőcsavarja. Tehát abból kell központosítani azzal, hogy a műszert az állvány tányérján a szükségeshez mérten eltoljuk. Ezalatt a műszer kölcsönös kúpja tekintetesen csak egész lazán van megkúzva, hogy a műszert könnyen eltolhassuk. A már egyszer szintezett műszer utólagos központosításánál arra kell vigyáznunk, hogy a műszert csak kúzzuk ill. toljuk a megfelelő helyre: jo-

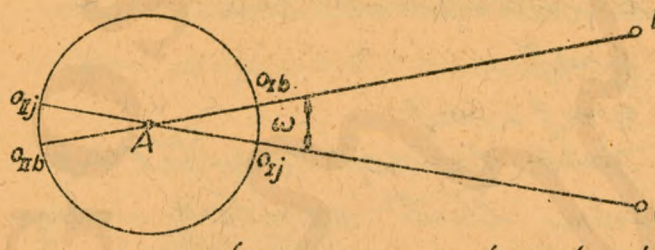
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gatnunk nem szabad, mert akkor igen nagy értékkel kimozdul a szintes helyzetből, különösen akkor, ha az állvány tányérja erősen eltér a vízszintestől. ~ Teodolitméréseknél a központosításban csak 0·1 ~ 0·2 mm eltérés van megengedve.

A teodolitműszereket több célra alkalmazhatjuk:

1., Irányméré́s,
2., Egyszerű szögmérés,
3., Szorzó szögmérés
4., Magassági szögmérés
5., Külpontos szögmérés.

Ad 1., Irányméréénél a rendes távcsőhelyzet mellett a két nóniuszról leolvasott értékek számtani közepét vesszük, áthajtott távcsőhelyzet mellett hasonlóan, s a végleges irányérték most már a két számtani középnek a számtani közepe lesz.



Pl.

Állás	irányzott	Limbus leolvasás I / II	Középérték $\frac{I + (II \pm 180°)}{2}$	Irányérték végleges közepe $\frac{b+j}{2}$
pont		° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″
F	E b	265 00 00 / 85 00 20	265 00 10	265 00 25
F	E j	85 00 30 / 265 00 50	85 00 40	

Irányértékünk csak akkor válik kiküszöbölté, ha ismerjük a kezdőirányt.

A közbezárt szögeket a jobboldali és baloldali irányérték különbsége adja: $\omega = o_j - o_b$

Rendes távcsőhelyzet mellett a magassági kör a távcső baloldalán van, áthajtottnál a jobboldalon.

Napsütésben végzett méréseknél hiba származik abból, hogy a műszer tengelyrendszere az egyoldalú felmelegedés következtében elferdül. Különösen érzékelhető hiba származik ebből, ha a műszer gúlán, magas állványon áll. Hogy ezt a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

hibát csökkentsük és a csapcsurlódásból származó hibát kiejtsük, a mérést rendes távcsőhelyzet mellett mindig balról jobbra végezzük, áthajtott távcsővel pedig jobbról balra. Így ezek a hibák két távcsőhelyzet mellett végzett mérésnél kompenzálódnak.

Ha két irányérték különbségét képezzük a fentiek szerint, akkor ez a 2., alatti egyszerű szögmérés.

Az irány- és szögmérés pontossága.

Legyen „m_α" az iránymérés középhibája, „m_ω" a szögmérés középhibája, „m_i" az irányzás középhibája és „m_o" a leolvasás középhibája. Akkor, ha két leolvasókészüléken végeztünk leolvasást, ez:

$$m_\alpha^2 = m_i^2 + \frac{1}{2} m_o^2$$

és

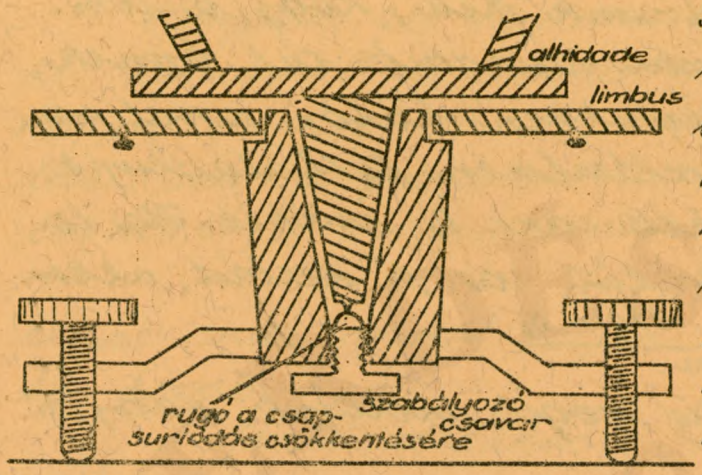
$$m_\omega^2 = 2 m_\alpha^2 = 2 m_i^2 + m_o^2$$

Az irányzás középhibája jobb teodolitoknál 1-2 km-nél nagyobb távolságban lévő pontok irányzásánál $\pm 1'' \sim \pm 2''$. Ha az irányzott pont távolsága kisebb, akkor ennek a 2-4-szerese. A leolvasás középhibája a leolvasási határérték 1/4 ~ 1/2 értékével vehető egyenlőnek.

Pontosabb méréseknél a mérést meg kell ismételni. Hogy a körosztás hibájából származó eltérést csökkentsük, az osztott-kör különböző helyein végezzük a mérést. Ezt azáltal érjük el, hogy az osztott-kört a mérés megismétlésénél elforgatjuk. Szögteodolitnál a limbuskör elforgatása igen egyszerű. Egyszerű teodolitoknál ismétlés esetén szintén elforgatjuk a limbust, de ezt csak úgy tehetjük, ha a köldökrúgót feloldjuk és az egész műszert elforgatjuk. Ebben az esetben természetesen újra kell központosítanunk és szintéznünk. ~ Mind szögző-, mind egyszerű teodolit használata alkalmával az elforgatás értéke kb. $\frac{180^\circ}{n}$ legyen, mely képletben „n" a mérés ismétlésének számát mutatja. Tehát 3-szoros ismétlésnél az egyszeri elforgatás szöge:

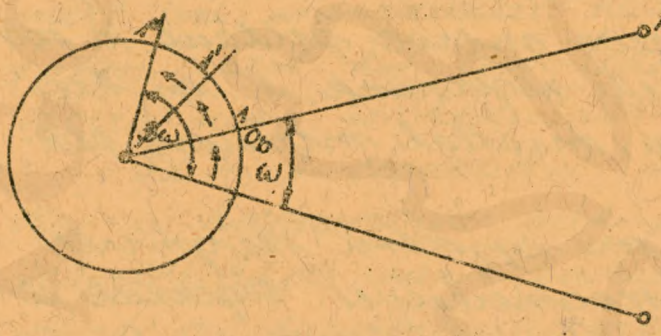
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$\frac{180°}{3} = 60°$



Itt jegyezzük meg, hogy egyes nagy műszereknél a limbus nincs szilárdan a műszer alvázára felszerelve, nincs is kötő- és rögzítőcsavarja, hanem csak rá van húzva, és alulról a rajta lévő gombok, vagy hüllők segítségével elforgatható.

Ad 3., Szorzó szögmérés rakás szorzó-teodolittal végezhető. Ekkor a körbezárt szöget „n"-szer (ahányszor szorzunk) visszük föl a limbuskörre, s a helyes értéke az így kapott leolvasáskülönbség n-ed része lesz. A mérését úgy végezzük el, hogy megirányozzuk „A" pontot kötött limbus és felengedett alhidade mellett.



és leolvassuk mindkét nóniuszról; kapjuk o_b-t. Ugyanúgy megirányozzuk „B"-t is, de csak az I-es nóniuszról olvassunk le és ezt a „jegyzet"-rovatba írjuk, majd kivonjuk belőle az „A" megirányzásánál nyert szögértéket. Ezt ellenőrzésül végezzük, mert most már tudjuk, hogy „n"-szeres szorzás után kb. mekkora lesz a szögünk. Ezután kötött alhidade és felengedett limbus mellett irányozzuk meg „A"-t. Ekkor az ábrabeli „1" pont már az „1'" helyre került s ha most felengedett alhidade és kötött limbus mellett újra megirányozzuk „B"-t, akkor a szöget kétszer hordtuk fel a limbusra. Így ismételjük az eljárást addig, amíg elérjük a kívánt szorzások számát. Legvégül ismét „B" felé irányzunk s leolvasást végzünk mindkét nóniuszról: o_f. A most leolvasott

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

értéke és a legelőször leolvasott érték különbsége adja nw-t, s így $w = \frac{o_j - o_b}{n}$.

Mérés közben figyelnünk kell, hogy a limbus „0" osztását hányszor haladtuk túl. Ennek feljegyzésére jegyzőkönyvünkben külön rovat van. Valahányszor a „0" osztásrészen túlhaladtunk, 360°-kal növelnünk kell az o_j értékét. Ha tehát „m"-szer haladtuk túl a „0" osztást, akkor

$$w = \frac{o_j + m \cdot 360° - o_b}{n}.$$

„m" lehet 0 is, ha kis szöget mértünk, vagy „n" kicsi.

Áthajtott távcsővel fordított irányban kell megismételnünk a mérést szorzó szögmérés esetén is.

Az elmondottakból látszik a szorzó szögmérés előnyös volta. Háromszor mérve például a szöget, csak 2 leolvasást kell végeznünk, s így kiesik (n-1) leolvasási hiba, miáltal mérésünk pontossága nagyobb lesz.

Hasonlítsuk össze az egyszerű szögmérés középhibáját a szorzó szögmérésével. Végezzük el ugyanannak a szögnek a mérését egyszerű szögméréssel n-szer és aztán n-szeri szögszorzással. Ha az irányzás középhibáját m_i-vel, a leolvasás középhibáját pedig m_o-val jelöljük, az egyszeriien mért szög középhibáját μ-vel, a szorzással mért szöget pedig μ_s-sel jelöljük, akkor lesz:

$$\mu = \sqrt{\frac{2}{n}(m_i^2 + m_o^2)}$$

és

$$\mu_s = \sqrt{\frac{2}{n}\left(m_i^2 + \frac{m_o^2}{n}\right)}$$

Például legyen egy műszerünk, amelynél az irányzás középhibája: $m_i = \pm 1''$, a leolvasási határérték 20"; mivel két nóniuszról végzünk leolvasást, az $m_o = \pm 10''$. Behelyettesítve ezeket az értékeket, $n = 10$-szeri ismétlést ill. szorzást véve kapjuk, hogy $\mu = \pm 4{\cdot}5''$ és $\mu_s = \pm 1{\cdot}5''$; tehát a szorzás

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

jelentékenyen kisebb középhibát ad, mert az m_o az m_i-hez viszonyítva nagy.

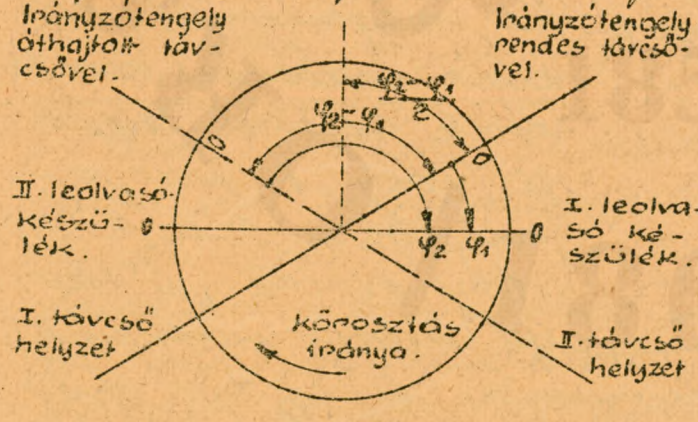
Tegyünk fel egy másik példát: olyan műszerrel, amelynél a leolvasókészülék zökkel pontosság legyen $m_i = \pm 1''$ és $m_o = \pm 2''$, a szorzások és számítások száma ugyancsak $n = 10$. Behelyettesítve az értékeket és a számítást elvégezve lesz:

$$\mu = \pm 1.0'' \quad \text{és} \quad \mu_s = \pm 0.5''$$

tehát már nincs olyan nagy különbség a kettő között.

A fenti példákból látszik, hogy szorzó szögmérésnek csak addig van értelme, amíg a leolvasásból eredő hibánk nagyobb az irányzásnál elkövetett hibánál. Ha az irányzásból eredő hiba nagyobb, akkor szorzó szögmérést nem végzünk, mert az irányzással halmoznánk csak a hibát. Éppen ezért kis leolvasási határértékkel író műszerek nem is készülnek szorzó rendszerben.

Ad 4, A teodolittal való magassági-szögmérés. Ha a hajlásszögre csak a vízszintes távolság kiszámításához van szükségünk, akkor úgy mérünk, mint az összolaműszerekkel: a leolvasást elégséges az egyik leolvasókészülékkel elvégezni. Ha azonban a trigonometriai magasságmérés céljából mérjük a magassági szöget, akkor a leolvasást mindig, mind a két leolvasókészüléken el kell végeznünk, és a szögmérést áthajtott távcsővel is meg kell ismételni. A leolvasások végzése előtt a magassági mindig gondosan be és áthajtott távcső szög összegének zérushelyzet mellett mért két egyenlő kell legyen 90°-kal: $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 90°$. Ha eltér ettől az értéktől, akkor ez az eltérés magá-



gi-kör ellenőrző libelláját be kell játszatni. ~ A rendes

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a műszer indexhibáját. ~ Az áthajtott távcsővel mért szögértékből levonva a rendes távcsőhelyzet mellett mért szögértéket kapjuk a kétszeres zenit távolságot, tehát: $\zeta = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$

Példa.

rendes távcsőhelyzet melletti leolvasás:

I. nóniuszon: 34°46'20"

II. -"- 214°46'40"

$\varphi_1 = \frac{I + (II \pm 180°)}{2} = 34°46'30"$

áthajtott távcsőhelyzet melletti leolvasás:

I. nóniuszon: 145°13'40"

II. -"- 325°14'00"

$\varphi_2 = \frac{I + (II \pm 180°)}{2} = 145°13'50"$

$\varphi_1 + \varphi_2 = 180°00'20"$ $\quad \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = 90°00'10"$, tehát az indexhiba 10".

$\varphi_2 - \varphi_1 = 110°27'20"$ $\quad \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \zeta = 55°13'40"$ = tetőszög

A hajlásszög pedig:

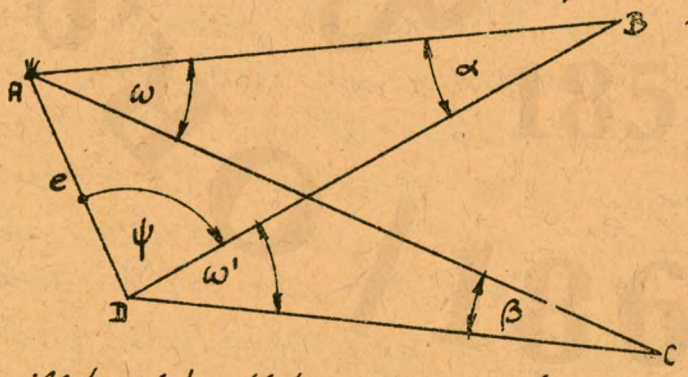
$\varphi = 90° - \zeta = 34°46'20"$

Ad 5., Külpontos szögmérésnél két lehetőséggel állhatunk szemben:

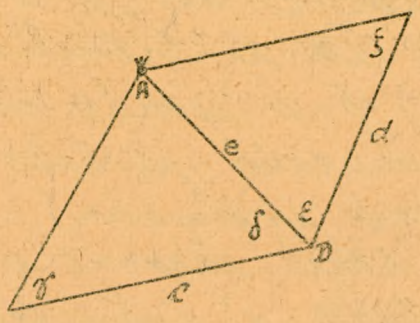
a., szögpontunk külpontos

b., irámpontunk külpontos.

a., Külpontos szögpontról beszélünk akkor, ha megmérendő szögünk csúcsában nem tudunk felállni. Tegyük fel, hogy „A" pont, amelyből a „B"és „C" irány közötti „ω" szöget kellene mérnünk, villámhárító, vagy toronycsúcs és így ott nem tudunk műszerünkkel felállni. „A" ponttól „e" távolságra (legfeljebb 10~15~20 m-re). „D" pontból mérjük az „ω'" szöget. Az „e" értéke néha közvetlenül mérhető, vagy leggyakrabban két segédháromszögből számítjuk, amikor is mérjük a



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



„c" és „d" oldalakat, valamint a γ, δ, ε és ζ szögeket. Ezeknek az adatoknak a segítségével számítjuk először az egyik, azután a másik háromszögből az „e" értékét. A két értéknek közel egyeznie kell.

Az előbbi ábrán jelzett ψ szöget a külpontossági vonaltól mindig az óramutató járásával egyező irányban mérjük. Felírhatjuk, hogy:

$$\omega + \alpha = \omega' + \beta \quad \text{a ebből} \quad \omega = \omega' + \beta - \alpha$$

E képletben β és α ismeretlen: ezeket kell meghatároznunk: $\sin\alpha = \frac{e}{a}\sin\psi = 2$

$$\sin\beta = \frac{e}{b}\sin(\omega' + \psi) = \beta$$

Mivel az „a" és „b" oldalakhoz viszonyítva az „e" kis érték, s így α és β is kis szög, melynek sin-a helyett az arcust vehetjük. Azaz $2 = \frac{\alpha}{\rho''}$ és $\beta = \frac{\beta}{\rho''}$ egyenletekbe az arcus-értékeket behelyettesítve:

$$\alpha'' = \rho''\cdot\frac{e\cdot\sin\psi}{a} \quad \text{és} \quad \beta'' = \rho''\cdot\frac{e\cdot\sin(\omega'+\psi)}{b}$$

értékeket kapjuk; ezeket „ω" képletébe téve:

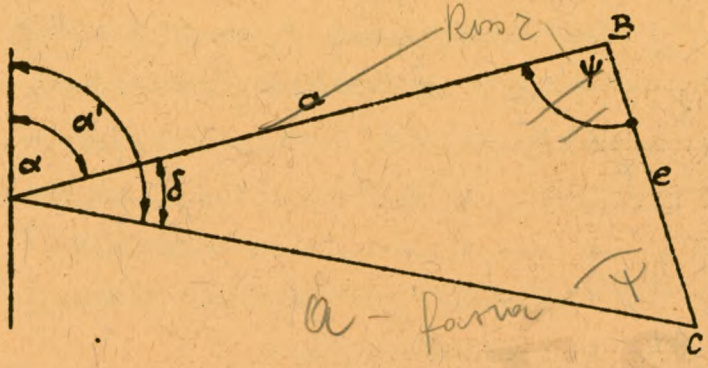
$$\omega = \omega' + \rho''\cdot e\left(\frac{\sin(\omega'+\psi)}{b} - \frac{\sin\psi}{a}\right)$$

E képletből ω', e és ψ mérhető, ρ'' adott (206264) meg kell tehát még határoznunk „a"-t és „b"-t.

Mint tudjuk, „e" értéke kicsi, „a" és „b" viszont, ha háromszögelésről van szó, 3–40 km. Éppen ezért a-t és b-t elegendő 100 m. pontossággal megállapítani: vagy katonai térképről, vagy méretarányos vázrajzról mérjük le. Ha így nem lehet, akkor közelítéssel dolgozunk, esetleg valamely háromszögből számítjuk „a"-t és „b"-t.

b., Külpontos irányérték redukálásáról akkor beszélünk, ha irányozandó pontunk (B) nem látható, de közel hozzá megirányozhatunk egy

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.



pontot (C). Az „e"-t és ψ-t itt is mérnünk kell: ψ-t ismét az óramutató járásával egyező irányban. Az ábra szerint a keresett „α" irányérték helyett csak az α'-et tudjuk mérni: $\alpha = \alpha' - \delta$

A sin. tételből:

$$\frac{e}{a} = \frac{\sin\delta}{\sin(\delta+\psi)} = \frac{\sin\delta}{\sin\delta\cos\psi + \cos\delta\sin\psi}$$

Mindkét oldalnak a reciprokát véve:

$$\frac{a}{e} = \frac{\sin\delta\cos\psi + \cos\delta\sin\psi}{\sin\delta} = \cos\psi + \operatorname{ctg}\delta\sin\psi$$

s innen $$\operatorname{ctg}\delta = \frac{\frac{a}{e} - \cos\psi}{\sin\psi}$$ amely érték pozitív és negatív előjelű egyaránt lehet.

A teodolitméréseknél használt jegyzőkönyv külső alakja:

Dátum
Műszer neme és száma.
Vezető
Mérnök.

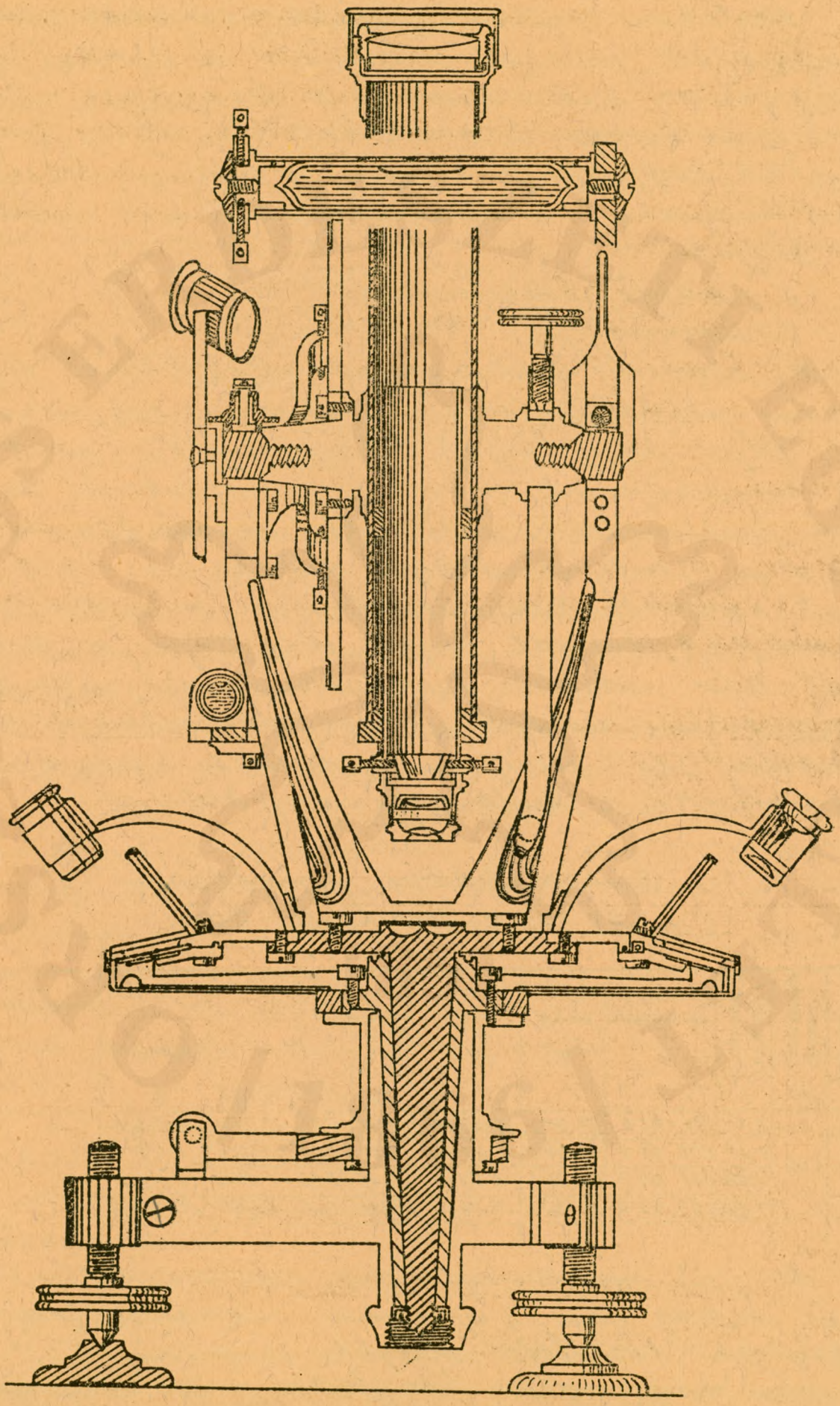
Állás pont.	Irányzott	Magasságikör helyzete	Limbus leolvasás I / II	$\frac{I+(II\pm180^\circ)}{2}$	$o_j - o_b$	$\frac{b+j}{2}$	h_v	Jegyzet
			° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	° ′ ″	m	
a	1	b	67 06 30 / 247 06 00	67 06 15	63 02 00		32·22 / 32·20 / 32·21	
a	XIII	b	130 08 15 / 310 08 30	130 08 15		63 02 15		
a	XII	j	310 07 00 / 130 07 30	310 07 15	63 02 30		43·60 / 43·62 / 43·61	
a	1	j	247 04 30 / 67 05 00	247 04 45				

A jegyzőkönyv másik oldalára kerül a vázrajz.

Teodolitméréseknél a távolságot rendszerint külön, szalaggal mérjük.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Teodolit.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Tachiméterek.

Általában tachimétereknek nevezzük azokat a műszereket, amelyek szögmérésre és optikai távolságmérésre alkalmasak. ~ A topográfiai célokra készített különleges tachiméterek rendszerint könnyű műszerek, hogy nehéz terepen is gyorsan lehessen velük dolgozni. ~ A tachimétereket két csoportra osztjuk:

1., egyszerű tachiméterek
2., redukáló -"-

1., Az egyszerű tachiméterek alkotórészei: távcső optikai távolságmérővel; limbuskör egy nóniuszszal; teljes, vagy csonka magassági kör, egyéb részei megegyeznek, mint a teodolitoknál. Az egyszerű tachiméterek tehát kis univerzális műszerek, s a ferde távolságot mérik.

2., A redukáló tachiméterek már a vízszintesre redukált hosszat adják meg. Ilyen a Bosshardt~Zeiss redukáló tachiméter, amelynek a távolságmérőberendezését a távolságmérőknél, szögleolvasását (tg!) pedig a teodolitok tárgyalásánál ismertettük. Különleges jegyzőkönyve:

Tachimetrálási jegyzőkönyv.
42.375 sz. Bosshardt-Zeiss.

Állás pont	Irányzott	Műszermagasság m	Irányzási magasság I	Limbus leolvasás ° '	Hajlásszög φ ° '	tgφ	Vízszintes hossz h_v	m-I	$h_v tg\varphi$	$h_v tg\varphi + (m-I)$ S	Jegyzet.
64	1	1·44	1·67	188 40·0	97 20·1	-0·1286	15·69	-0·23	-2·018	-2·248	
	2		1·66	209 02·0	92 46·0	-0·0484	17·00	-0·20	-0·823	-1·023	
	3		1·68	311 45·5	94 06·4	-0·0718	15·15	-0·24	-1·088	-1·328	
	4		1·59	325 23·6	80 32·4	+0·1734	28·00	-0·15	+4·855	+4·705	

Az „m" műszermagasságra minden tachimetrálásnál szükség van, s a távcső vízszintes forgástengelyének középétől mérjük a földig. A „I" irányzási magasság az az érték, amit a függő-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

leges lécről a vízszintes irányzásnál leolvasunk.

A Szepesy féle tachiméter szintén a redukált hosszakat adja. Jegyzőkönyve:

Dátum Időjárás

Műszer: 163 Szepesy. Számnok.

Állópont	Irányzott pont	Műszermagasság	d_1 / d_2	$K = \frac{100}{d_2 - d_1}$	l_1 / l_2	$L = l_2 - l_1$	$t = KL$	Limbus leolvasás	Szintkülönbség	A kétszer számított szintkülönbség számtani közepe	Jegyzet
I	18	1·35	-25	+4·0	0·407	1·831	7·324	247°03'00"	-0·898	-0·893	
			0		2·238			67°03'00"	-0·888		
	19		-32	+2·777	0·167	2·368	6·576	254°16'20"	-0·921	-0·922	
			+4		2·535			74°16'00"	-0·922		
	20		-25	+3·333	0·364	2·342	7·805	310°43'00"	-0·965	-0·966	
			+5		2·706			130°42'40"	-0·966		
	21		+16	+9·091	0·396	2·172	19·746	318°33'00"	+2·205	+2·205	
			-5		2·568			138°33'00	+2·205		

Vannak speciális redukáló-tachiméterek is. A Tichi-Starke-féle tachiméter a gyakorlatban nem terjedt el. Anallatikus távcsöve van, a távolságmérésnél tehát nincs összeadóállandó. Távcső libellája reverziós.

A képtávolság egy okulármikrométer segítségével beállítható. A magassági körön két osztás van: a „D" és a „K", ezekről olvashatjuk le a hajlásszögnek megfelelő redukált „k_D" képtávolságot a távolság részére és a „k_{sz}" képtávolságot a szintkülönbség részére. Ha tehát a felállított léc egy kerek osztására (l_0) ráállítjuk a felső fix távolságmérő szálat és a távcső ilyen állása mellett leolvassuk a magassági-kör D oszlopáról a k_D értéket, beállítjuk a mozgó szálat a mikrométercsavarral a k_D értékre és leolvassuk a lécen az így beállított második távolságmérő szálat: $l_2 - t$, lesz a szintkülönbség: $s = m - l_0 + 100(l_k - l_0)$, hol „m" a műszermagasság.

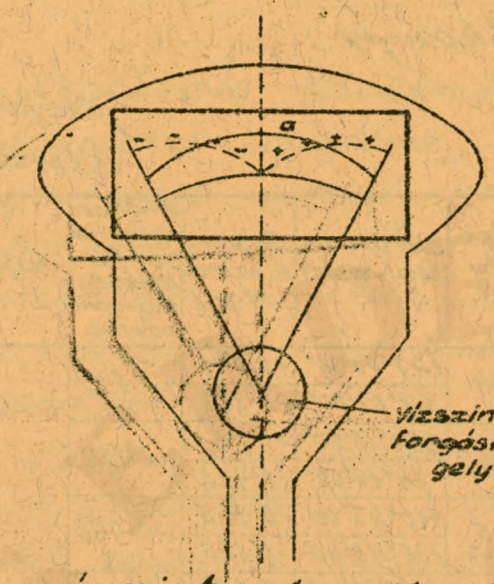
A kollimációs hibát a tárgylencse elmozdításával javítjuk.

A műszerhez van logaritmikus beoxtási távolságmérő léc is: ebben az esetben a távolság le-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gadarimuát 4 tizedesig lehet róla leolvasni.

A Kammer - Fennel féle tachiméter tulajdonképen egy diagramm segítségével redukál. A műszer függőleges léccel dolgozik. - A diagrammban a középső (a) görbe a képtávolságnak, a $\cos^2\varphi$-nek megfelelően; a két oldalt látható görbe magassági-görbe pedig az $\frac{1}{2} \cdot \sin 2\varphi$-nek megfelelően van megszerkesztve. A diagramm



a vízszintes tengely felett külpontosan van elhelyezve (az egész távcső a vízszintes tengelyhez viszonyítva külpontos.). A diagramm prizmák és egy lencse segítségével a távcső képsíkjába van beeresztve, és a „φ" hajlásszögnek megfelelő értékkel elmozdul. A lécről a távolsági görbénél leolvasott érték 100-szorosa adja a vízszintes hosszat, a magassági görbénél leolvasott léchossz 20-szorosa pedig adja a szintkülönbséget.

Nem valami pontos, mert még a Reichenbach féle távolságmérőnél is rosszabb eredményt ad. Kizárólag topográfiai felvételekhez használható. Javított alakjának - melyet a Breuthaupt-cég gyártott - már a tengelyében van a diagramm elhelyezve: így a távcső is központos. Ez a műszer valamivel pontosabb eredményt ad az előbbinél, mindazonáltal a gyakorlatban ez nem terjedt el.

Fotogrammetriai műszerek.

A tachimetriához hasonló pontosságú eredményt adnak. Ezekkel a geodézia külön ágában, a fotogrammetriában fogunk foglalkozni.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Bessel és Hansell elj.-ának

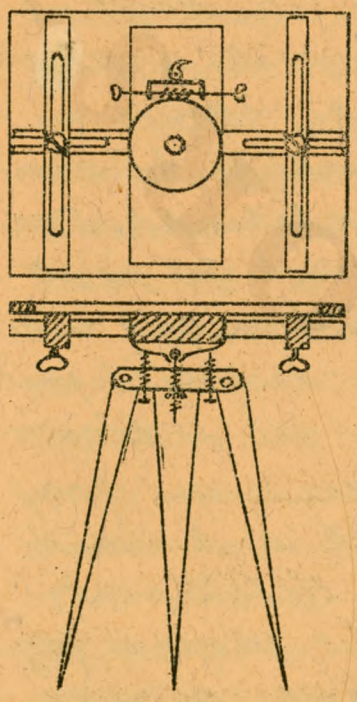
A mérőasztal.

A mérőasztal az a műszer, amellyel a terepen közvetlenül készíthetjük el a térképet anélkül, hogy matematikai számításokra volna szükségünk: a térképet tisztán grafikusan szerkesztjük. Előnye a gyors munka, hátránya viszont az, hogy pontossága korlátolt, mert az egész berendezés nehéz és csak nehezen állítható fel, továbbá hátránya az is, hogy csak egy eredeti térkép készül, ha ez tönkremegy, új felvételre van szükség.

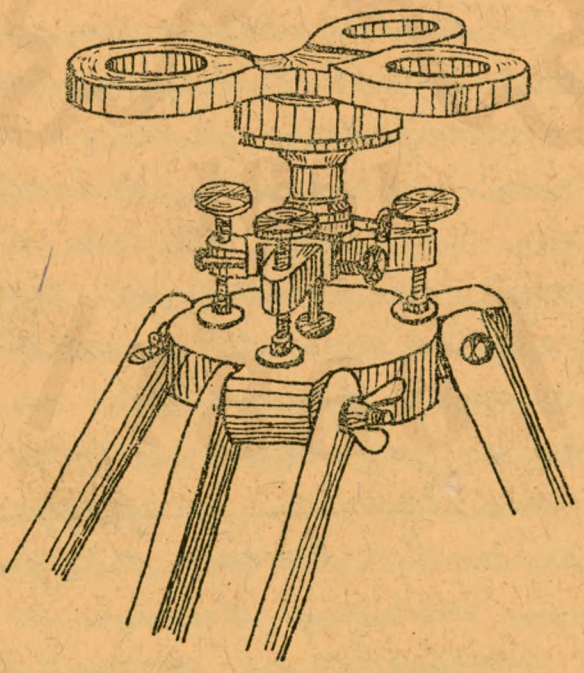
Használata régebben igen el volt terjedve: a régi kataszteri felvételeket mind ezzel készítették. Ma, amikor numerikusan dolgozunk, már nem használják térképezésre, csak vázrajzok készítésénél használnak egészen kömpü felépítésű részletező-asztalokat.

Maga a mérőasztal áll a rajztáblából, a műszerállból és az összekötő-részből. Ez utóbbi kiképzése szerint 3-fajta mérőasztalt különböztetünk meg:

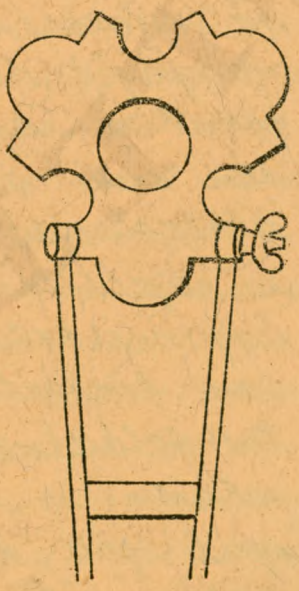
Kraft-féle



Starke-féle

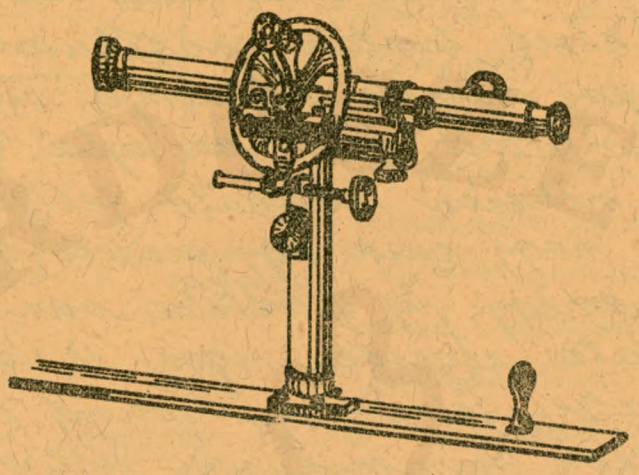


Cséti-féle



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Az asztal fel van még szerelve libellával, tájékozó kompasszal, függőleyezővillával és valamilyen irányzó-eszközzel. Az utóbbi lehet dioptrás-vonalzó, vagy távcsöves vonalzó.



A dioptrás vonalzóról már volt szó. A távcsöves vonalzó pedig nem más, mint egy vízszintes tengely körül forgatható távcső, amelynek a tartókarja egy sárgaréz vonalzóra van szerelve. A távcső irányzótengelye egy függőleges síkba esik a vonalzó rajzolólével.

A mérőasztal használata nagyon sok az elven alapszik, mint a többi vízszintes-szögeket mérő műszeré azzal a különbséggel, hogy itt a szögek nagyságát nem számokban fejezzük ki, hanem azokat a rajzlapon mindjárt ábrázoljuk is. Ez azonban csak akkor lehetséges, ha az asztalunkkal az ábrázolandó szög csúcspontjában állunk fel és ott a rajztábla lapját vízszintesre állítjuk, vagyis csak úgy mérhetünk vele helyesen, ha a kiinduló pontban központosan és szintesen állunk fel. A központos fölállásra vonatkozóan megjegyezzük azt, hogy sohasem a mérőasztal közepét állítjuk a kiinduló pont fölé, hanem mindig annak a térbeli pontnak a képét, amelyből az irányzást végezni fogjuk. Ha a pont képe még nincs rajta a rajzlapunkon, akkor a pontot felfüggelyezzük és meg-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

jelöljük a rajzlapon. Mindkét esetben függőleges villát használunk, amelyet azonban használat előtt meg kell vízszintezni.

Ha készülő térképünkön a megrajzolandó szög egyik szára és csúcspontja is megvan, akkor a rajzlapunkon lévő irány a neki megfelelő természetes vonal függőleges síkjába toxandó; vagyis az asztalunkat tájékoznunk kell.

A mérőasztal használatánál tehát 3 mozzanatot kell megkülönböztetnünk: az asztal vízszintezését, központosítását és tájékozását. Ezeket a műveleteket először csak durván, tiszta szemmértékre végezzük el, s csak azután pontosan.

A durva felállításnál először központosítjuk, azután tájékozzuk és végül szintezzük az asztalt, míg a pontosnál először szintezünk, azután pontosan tájékozzuk és végül pontosan központosítjuk a műszert. Tehát az asztalnak, ha pont fölé állítottuk, teljesen központosnak, tájékozottnak és szintesnek kell lennie.

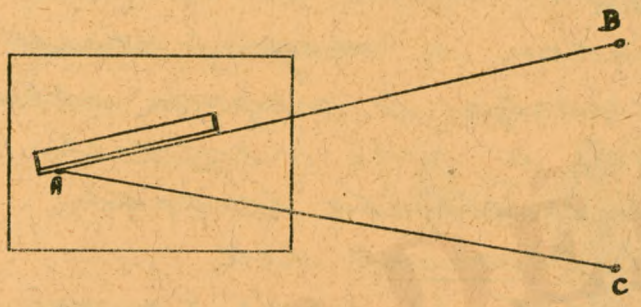
Hogyha a mérőasztalon még fölvétel nem történt, tehát sem szög csúcspont, sem irány nincs még rajta, akkor az asztal tájékozását és központosítását úgy kell elvégeznünk, hogy az asztal az első állópont fölött olyan helyzetben legyen, mely mellett a fölmérendő területem az asztalra rájár s ezután csak szintesítünk és az állópontot felfüggesztjük.

A mérőasztal szintes, központos és tájékozott felállítása után ugyanabban az állásban az asztallábak helyzetét változtatnunk már nem szabad, úgy hogy a mérés alatt az összes rögzítő-, rögzítő- és kötőcsavaroknak meg kell húzva lenniük, s ezeket addig, míg más állópontba át nem megyünk, fölengedni nem szabad.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Egyszerű szögfelvétel.

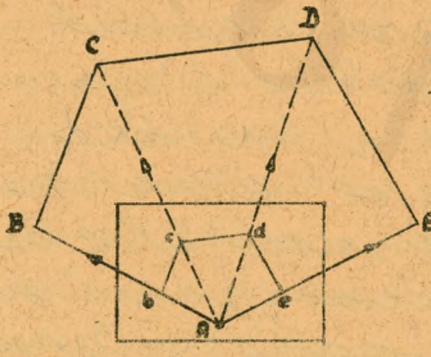
Az egyszerű szögfelvételnél az asztal felállítása után irányzókészülékünk vonalzóját rajzoló élével az álláspontunknak megfelelő rajzlapi pont mellé fektetjük úgy, hogy a vonalzó mellett „laposhegyű kemény" ceruzával meghúzandó vonal a ponton haladjon át. Ezután az irányzókészüléket elforgatjuk a másik irányukba, de mindig ügyelünk arra, hogy a rajzolóél a rajzlapon lévő ponton menjen keresztül. Ezen eljárással egy pontból akárhány irányt is felvehetünk.



Az egyes tereppontokat, határvonalakat viszont úgy veszük fel, hogy törési pontjaikat mérési jellel megjelöljük, majd álláspontunkból a mérési jeleket megirányozzuk, és az irányokat megrajzoljuk. A mérési jeleknek álláspontunktól való távolságát szalaggal megmérjük, s mérve a terep hajlásszögét a távolságokat vízszintesre redukáljuk. Most már a megfelelő irányokra felhordjuk a távolságokat a kiszerkesztési lépték szerint és így a pontok helyét és azok összességéből a határvonal képét megkaptuk.

Területidomok felvétele.

A területidomok felvételénél azt a módszert követjük, hogy a területidomot, vagy annak egyes részeit az irányvonalak által legegyszerűbb területidomokra, háromszögekre bontjuk s az így nyert háromszögekhez teljesen hasonló háromszögeket szerkesztünk a rajzlapon is. Azonban ahhoz, hogy hasonló háromszögeket szerkeszthessünk, a terepen lévő háromszögeknek annyi alkotórészét kell meg-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

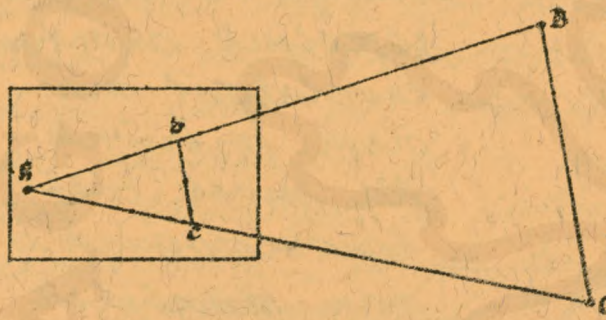
méréünk, amennyi a háromszögeket is meghatározza.~

Egy háromszög meg van határozva, ha
1., ismerjük két oldalát és a közbezárt szöget
2., egy oldalát és a rajta fekvő két szöget
3., egy oldalát és két szöget, amelyek közül az egyik rajta, a másik szemközt fekszik.

Ezen 3 eset szerint megkülönböztetünk az első esetben oldalmetszést; másodikban előremetszést s a harmadik esetben hátrametszést.

1., Oldalmetszés.

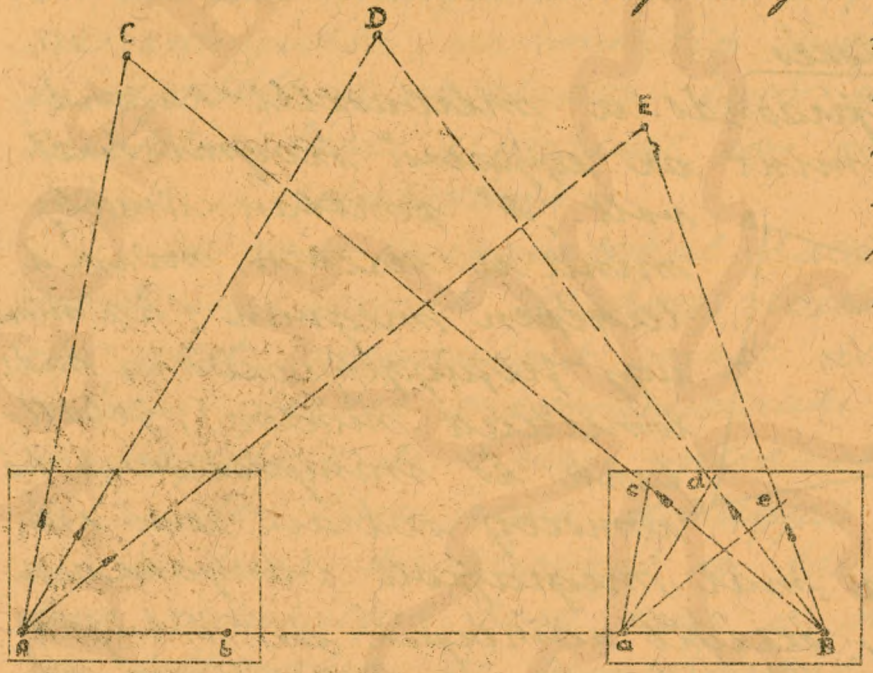
Ennél az eljárásnál a mérőasztal használata ugyanaz, mint az egyszerű szögmérésnél volt. „A" pontban, amely mind a terepen, mind a térképen megvan (ha nincs, úgy felvüggesztjük a már ismertetett módon), felállunk és irányzunk a háromszög szárait adó irányokat, majd a már megrajzolt irányokra a kiértékelési arány szerint számítjuk az irányoknak megfelelő távolságok vízszintesre redukált hosszát. Így megkaptuk a terepen lévő háromszögnek a rajzlapunkon a kicsinyített képét.~ Előnye ennek az eljárásnak, hogy egy álláspontról, tehát a műszer nehézkes felállítása nélkül sok pont kölcsönös fekvése határozható meg. Hátránya viszont az, hogy igen sok hosszat kell mérni, s így a felvétel hosszadalmassá válik. Gyorsabb az eljárás, ha a távcsöves vonalzónkat optikai távolságmérővel szereljük fel. Ebben az esetben azonban a hosszmérési adatok kevésbbé pontosak és az irányok hossza 50°-nél vagy 100 m.-nél nagyobb nem lehet.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

2. Előremetszés.

Kiválasztunk két pontot, amely pontok mindegyikéből a többi szóbeeső pont jól látható. A két pontot összekötő egyenes lesz az alapvonalunk. Ennek az alapvonalnak a két végéből metszük előre az összes pontokat. Felállítjuk az asztalt az alapvonal egyik végpontjába, megirányozzuk a másik végpontot, megrajzoljuk ezt az irányt és rávisszük a választott méretarányban az alapvonal vízszintes irányát. Ezután megirányozzuk a háromszög harmadik csúcsául szolgáló mérési jelet s ezt az irányt is megrajzoljuk, azonban távolságot már nem mérünk. Ha most több háromszögünk is van, amelynek alapja a térképünkön is rajtalévő $\overline{AB}$ egyenes, úgy most sorban megirányozzuk azoknak is a harmadik csúcsát, s megrajzoljuk az irányokat, de távolságokat itt sem mérünk. (Lásd ábra I. helyzet.) – Miután „A"-ból minden irányt képét megrajzoltuk, átmegyünk az asztallal a „C" pontba. Itt az asztalt felállítjuk „C" szerint központosítjuk, „A" szerint tájékozzuk, majd sorba megirányozzuk „B", „D", „E" stb. pontokat és az irányokat meg is rajzoljuk. Ahol az „C"-ből mindegyik irányok képei metszik az „A"-ból rajzolt irányok megfelelő képeit, ott lesznek a keresett „B, D, E" pontok képei. (Lásd: ábra I. helyzet.)



Ha a megirányzott és a már megszerkesztett pontok valamely területidom határpontjai,

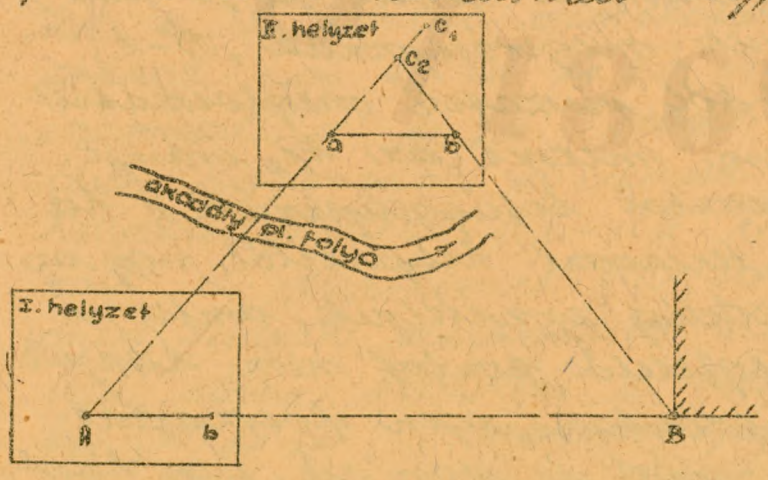
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

úgy a területidom határvonalát minden nehézség nélkül megkapjuk, ha ezen pontokat egymással összekötjük.

Ilyen esetben, amikor előremetszéssel több háromszöget veszünk fel, igen ügyelnünk kell arra, hogy a kiinduló-pontokat jól válasszuk meg. Ezt úgy kell eszközölnünk, hogy egy pontból minél több pontot lehessen látni, s a meghúzandó irányok, amelyek egymást metszik 25-30°-nál kisebb 150°-155°-nál nagyobb szög alatt ne találkozzanak, mert éles metszés esetén az irányok metszéspontjának fekvését nehéz a papíroson megállapítani. Ahol ilyen eset előfordul, ott oldalmetszést alkalmazunk. Ellenőrzésül célszerű a pontokat még egy harmadik pontból is bemetszeni. - Az előremetszésnek igen nagy előnye, hogy csak egy oldalhosszat kell mérni, és hogy az állópontok és a megirányzott pontok között bárminemű, a látást nem akadályozó tereptárgy (folyó, tó, vízmadár stb.) lehet.

3, Hátrametszés.

Olyankor oldalmetszést nem alkalmazhatunk, mert csak az egyik oldal mérhető jól meg, de ennek a mérhető oldalnak másik végpontjában nem lehet, vagy nem akarunk feláll ni, tehát előremetszést sem alkalmazhatunk, akkor feladatunkat hátrametszéssel oldjuk meg. Ebből a célból a megmérhető oldalnak a műszer felállítására alkalmas végpontja fölé állva megirányozzuk a másik két pontot, az irányokat meghúzzuk s a mérhető oldalt lemérjük, annak redukált hosszát a kiszerkesztési léptékszerint a megrajzolt irányra mérjük.



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A másik vonalnak a hosszát szemmértékre megbecsüljük s az így nyert megközelítő hosszát visszük át a kisebbítési arány segélyével az ezen oldalnak megfelelő irányra. (Lásd ábra I. helyzet.) Ezután a méróasztallal átmegyünk a csak becsült hosszúságú mezei vonal másik végpontja fölé, s itt az asztalt a közelítően felvett „c_1" pont szerint a „C" terepponttal központosítjuk s tájékozzuk $\overline{c_1 A}$ szerint. Ezután a már pontosan meghatározott „B" pont képe mellé fektetjük irányzókészülékünket s megirányozzuk az ennek megfelelő „B" terepontot. Az így kapott irányt „B" pont képétől hátrafelé meghúzzuk mindaddig, amíg metszi az $\overline{A c_1}$ irányt. Ha az így nyert metszésünk egyezik a csak közelítőleg felvett „c_1" ponttal, úgy ez azt jelenti, hogy $\overline{AC}$ hosszát helyesen becsültük meg, s így a valódi pontot határoztuk meg első felállásunkban is.

Hogyha azonban $\overline{bB}$ irány nem a „c_1" pontban metszi az $\overline{A c_1}$ irányt, akkor nem volt helyes a becslésünk és így a „c_1" sem a „C" terepont valódi képe. - Hogy a helyes „c" pontot a rajzlapunkon megkapjuk, most úgy járunk el, hogy a $\overline{Bb}$ irány és az $\overline{A c_1}$ irány metszéspontját „c_2"-t az eltolt készülék szorítócsavarjának a felengedésével állítjuk a terepen lévő „C" pont fölé s ismét az $\overline{c_2 A}$ irány szerint tájékozzuk a táblánkat. Pontos tájékozás, központosítás és szintezés után irányzókészülékünket ismét az „A" asztalpont mellé helyezzük, megirányozzuk „B"-t, majd az irányt „b"-ből visszafelé meghosszabbítjuk addig, amíg nem metszi az $\overline{A c_2}$ irányt. Az így nyert metszéspontot lefüggőlyezzük, s ha most is eltér a „C" terepont helyzetétől, úgy az eddigi eljárásunkat addig ismételjük, amíg a valódi helyzetnek megfelelő pontot nem kapjuk.

Ez az eljárás azonban igen hosszadalmas és ha csak egy mód is van rá, úgy hasz-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

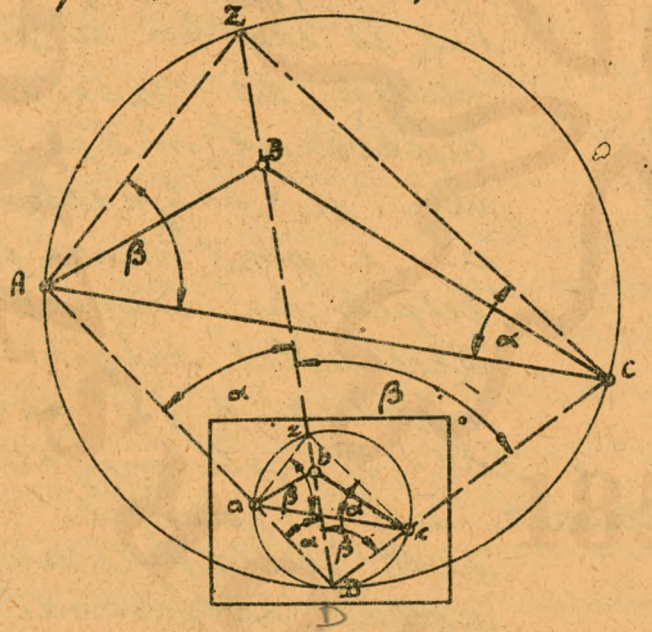
nálatát minden körülmények között kerüljük, s inkább az előbbi két módszer valamelyikét alkalmazzuk.

Pothenot-féle feladat.

Először az az eset, hogy rajzlapunkon 3 térbeli pont képe van adva, s ezen 3 pont segítségével kellene egy negyedik pont képét meghatározni. Ezt többféle eljárással végezhetjük, mi azonban csak kettőt: a Bessel-féle és a gyakorlati megoldást fogjuk tárgyalni. Natto, Lehmann és még mások is dolgoztak ki eljárásokat a Pothenot-feladat megoldására, ezek a grafikus megoldások azonban ma már csak elméleti jelentőséggel bírnak.

1.) A Bessel-féle eljárás.

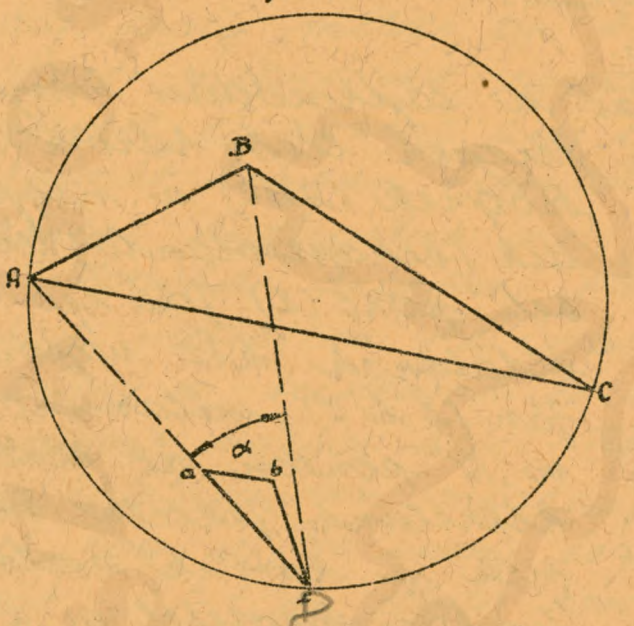
Ennél az eljárásnál a tájékozódási irány megállapítása céljából a terepen lévő háromszögnek (ABC) a negyedik (bekapcsolandó) térbeli pont (D) felé eső oldalának két végpontján (A és C), valamint a „D" ponton át tört képzelünk fektetve. Ennek a körnek asztalunkon megfelel a „a", „b" és a még ismeretlen „d" ponton áthaladó kör. (Rásd az ábrát!)



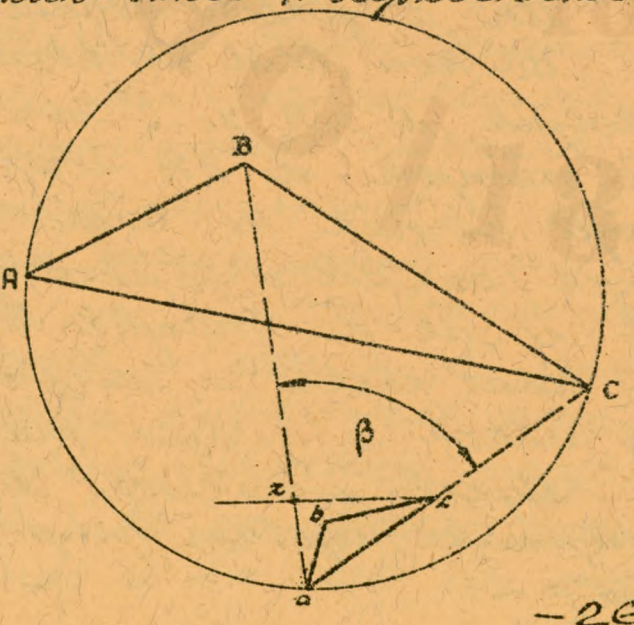
Ha a D pontot összekötjük „A", „B" és „C" pontokkal, úgy a $\overline{DA}$ és $\overline{DC}$ irányok a $\overline{DB}$ középiránnyal „α" és „β" szöget zárnak be. Természetesen ugyanezek a szögek, az asztal tájékozott helyzete mellett $\overline{da}$-$\overline{db}$ és $\overline{db}$-$\overline{dc}$ irányok között is jelentkeznek. Ha tehát ezeket a szögeket meg tudjuk szerkeszteni, akkor a feladat meg van oldva. Azonban „d" helyzete ismeretlen, és így „α" és „β", csúcspontjának rajzlapi helyét

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

sem tudjuk megállapítani. Vagyis a tájékozó-, vagy középirány (DB) meghosszabbításának a körívvel alkotott „Z" metszéspontját, mint a tájékozó iránynak egy pontját összekötjük „A" és „C" pontokkal, úgy ezen irányoknak a mérőasztalon „za" és „zc" irányok felelnek meg. A „AcZ" szög szintén α, a „ZAc" szög pedig szintén β lesz mivel ugyanazon íven nyugvó kerületi szögek. Minthogy α-nak „C" ill. „c" csúcspontja és „ca" szárának fekvése, azonkívül β-nak „A" ill. „a" csúcspontja és „ac" szárának fekvése a mérőasztalon ismeretes, ezeket a szögeket megszerkeszthetjük a következőképpen:



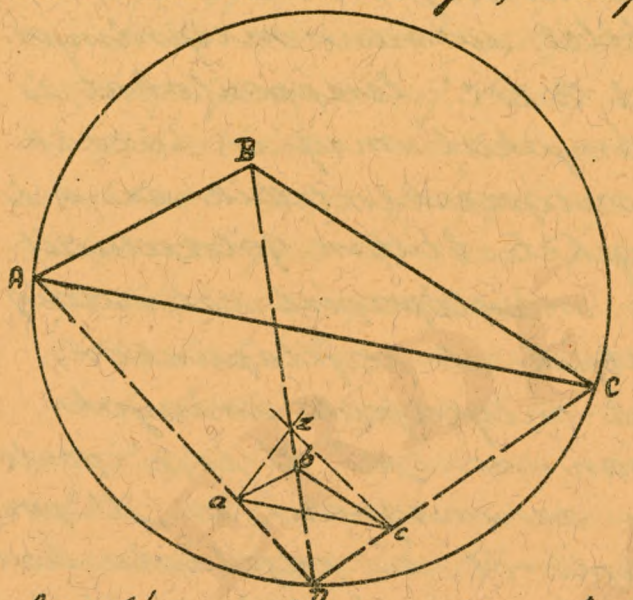
mérőasztalunkkal felállunk a „D" tereppontban, „c" szerint központosítjuk azt és ezután a „ca" oldalt „DA" szerint tájékozzuk, majd ebben a helyzetben a „c" pont mellé feltesszük az irányzókészüléket, megirányozzuk a „B" pontot s a nyert irányt „c"-től „B" felé meghúzzuk. Ezzel megszerkesztettük az „α" szöget.



Most feloldjuk az asztal kötőcsavarját s központosítjuk „a" szerint és „ac"-t tájékozzuk „DC" szerint. Ezután az „a" pont mellé tett irányzókészülékkel ismét megirányozzuk „B" tereppontot. Meghúzva az „a"-tól „B" fe-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lé menő irányt, megszerkesztettük a „β" szöget. Az előbbi és a mostani irány metszéspontja adja a „z" tájékozó-pontot, s ha most az irányzókészülék vonalzóját „b" és „z" pontok mellé helyezzük s az asztalt elforgatjuk annyira, hogy „B" tereppont az irányzótengelybe essék, akkor az asztal tájékozva lesz.



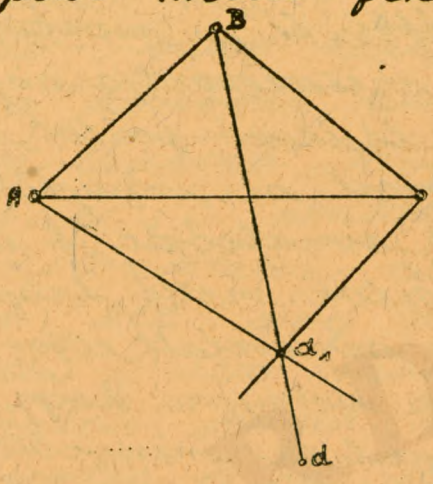
Ezután „a", majd „c" mellé fektetve irányzókészülékünket, most már az asztal elfordítása nélkül megirányozzuk „a"-tól „A"-t, „c"-től „C"-t. Ezek az irányok megrajzolásuk után a keresett „d" pontban metszik egymást és a „bz" tájékozódási irányt. Ha az így kapott „d" nem esik egy függőlegesbe a terepen lévő „D" ponttal, akkor az asztalt eltoljuk, ügyelve arra, hogy tájékozott maradjon ~ mindaddig, amíg „d" a „D" jölé kerül. Most újból visszametszük a pontot, éppen úgy ahogyan a hátrametszésnél már láttuk. ~ Ez az eljárás elég gyors, de hátránya, hogy olyankor, amikor az „ADC" pontokon átfektetett kör igen közel halad a „B" terepponthoz, akkor rövid tájékozási irányt kapunk és így a tájékozás bizonytalan. Ha a kör a „B" ponton is áthalad, akkor „z" összeesik „b"-vel tehát egyáltalán nem kapunk tájékozási irányt és így a feladatunk határozatlan.

2., A gyakorlati megoldás.

A gyakorlati mérésnél „d" pontot úgy határozzuk meg, hogy mérőasztalunkkal felállunk a „D" pontban és a rajzlapra egy pauz-papirt helyezünk el és rajzszögekkel lerögzítjük. Ezután a „D" pont képét a függőlegyezővillával felhozzuk az átlátszó papirra. Az így megjelölt

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

pont mellé zektetve az irányzókészülékünk rajzolóélét sorban megirányozzuk „A, B és C" tereppontokat, és az irányokat meg is húzzuk. Ezzel megszerkesztettük az α és β szögeket. Ezután fölszabadítva a másolópapirt azt addig csúsztatjuk el rajzlapunkon, míg a megrajzolt irányok pontosan az „a", „b" és „c" pontokon mennek át. Amikor ez megvan, a „d" pontot leszúrjuk a másolópapirról a rajzlapra. Most a rajzlapon lévő „ab" irány segítségével tájékozzuk az asztalt és „d" szerint központositunk. Ha már szintes, tájékozott és központos, akkor „a" és „c"-ből a „Aa" és a „Cc" irányok segítségével hátrametszük a „d" pontot. Ha ez összeesik az átszúrt „d" ponttal, akkor feladatunk meg van oldva. Ha azonban nem esik össze, hanem egy „d_1" pontot kapunk, akkor ezzerint kell újból központositanunk és „dB" szerint tájékoznunk az asztalt. Ezután újból hátrametszést végzünk „A" és „C"-ből. Az igy kapott új metszés „d_2" már igen közel fog esni a „d_1" hez. Ezt az eljárást folytatjuk mindaddig, amig a központositott és visszametszett pont össze nem esik.



A méróasztal pontossági kellékei:

Hogy a mérést kellő pontossággal végezhessük, szükséges, hogy a rajztábla sima, egyenes, sikfelületü és repedésmentes legyen. Fontos az is, hogy a tábla szoritó-, kötő- és parámpaszavarjai jól működjenek. Igen nagy sulyt kell helyeznünk az irányzókészülék pontosságára, megbizhatóságára, mert kizen ettől függ tulajdonképen az, hogy a méres milyen pontos, megbizható lesz.

Ha a müszerünk dioptrás vonalzóval van felszerelve (csak vázrajzok készitésére használha-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

tó), úgy a következő vizsgálatok végezendők el:

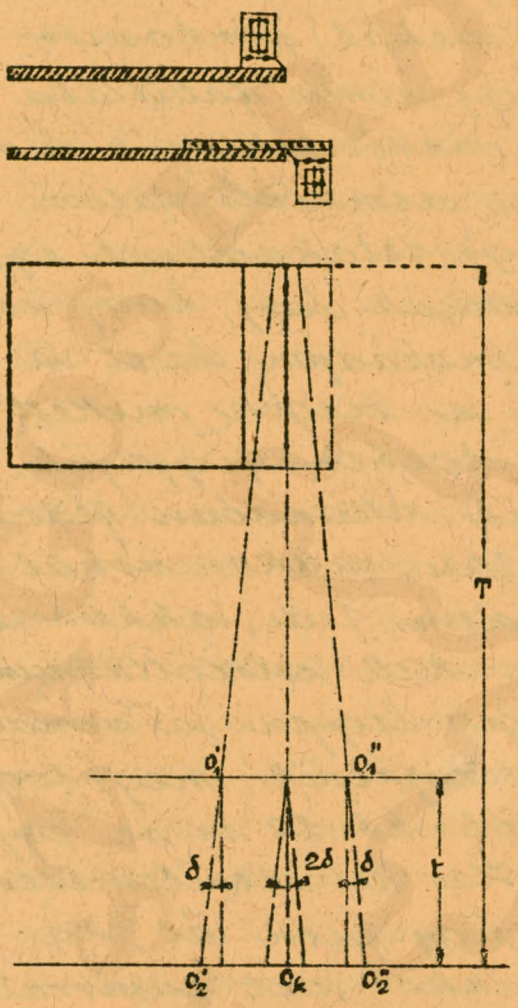
1., A vonalzó rajzolóéle egyenes legyen. Ezt úgy vizsgáljuk meg, hogy egy papiron a vonalzó rajzolóéle mellett vonalat húzunk, majd a vonalzót egy függőleges tengely körül 180°-kal elforgatjuk és az előbb húzott vonal mellé fektetjük pontosan majd ismét meghúzzuk a vonalat. Ha a rajzolóél jó, akkor a két vonal fedi egymást. ~ Másik, sokkal pontosabb vizsgálati mód az, hogy egy sima fatáblába két szöget verünk és ezek mellé fektetjük a vonalzó rajzolóélét. Ezután a szemközti falon megjelölünk egy pontot, vagy felakasztunk egy függőleget s azt megirányozzuk úgy, hogy a rajzolóél a szegek mellett maradjon. Most a diopteres vonalzót szorosan a szegek mellett előre-hátra mozgatjuk és közben figyeljük, hogy függőleges irányzékunk állandóan fedi-e a megirányzott jelet. Ha fedi, akkor vonalzónk rajzolóéle jó, de ha nem fedi, akkor a rajzolóélet műszerészszel le kell csiszoltatnunk.

2., Az irányzékok merőleges legyen a vonalzó alsó lapjára. Ezt úgy vizsgáljuk meg, hogy bevizsgált asztalunktól kb. 20 m-re egy függőleget akasztunk fel. Ha a szemlemezen egy köralakú nyílás van, úgy ezen át, ha hosszúkás szemnyílás van, akkor azt papírral leragasztjuk és egy tűvel lyukat szúrunk rajta és ezen át nézzük, hogy a tárgynyílás függőleges irányszála összevág-e a függőleges zsinórjával. Ha igen, akkor a függőleges irányzékok valóban függőlegesek s így merőlegesek a vízszintes asztallapra. Ha azonban a függőleges irányszál nem fedi végig a függőleges zsinórt, akkor az irányzékszál valamint az irányzékok nem lehet függőlegesek, tehát a vonalzó vízszintes alsó lapjára sem lehet merőlegesek. A hibát a tárgylemez kétoldalú megemelésével, vagy a füg-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gőleges irányszál egyik végének áthelyezésével javítjuk. A vizsgálatot mindaddig kell ismételnünk, míg a tárgylemez függőleges irányszálának helyzete teljesen pontos nem lesz.

3.) Az irányzóvonalnak össze kell esnie, vagy párhuzamosnak kell lennie a vonalzó élével – Ezt a vizsgálatot ugyancsak vízszintesre állított mérőasztal mellett végezzük el. A vonalzót a rajzolóélével pontosan az asztallap egyik széle mellett helyezzük el, s az asztaltól bizonyos távolságra (10–15 m.) egymással párhuzamosan, az irányzótengelyre pedig merőlegesen lefektetett két osztott lécről leolvassuk azokat az osztásértékeket, amelyeket irányszálunk elvág. Ezután a dioptrás vonalzót egy másik deszka, vagy rajztábla szélére erősítjük úgy, hogy a vonalzó rajzolóéle a deszka, vagy rajztábla hosszabb éle felé forduljon és szabad maradjon. Ekkor a deszkát úgy fordítjuk meg, hogy a dioptra lefelé forduljon, és ráhelyezzük az asztallapra úgy, hogy a vonalzó rajzolóéle a mérőasztalnak ugyanazon éle mellé essék, mint az előbb. (Lásd az ábrát!) Most újra leolvassuk a két lécről levágott értékeket. Ha a leolvasás mindkét helyzetben azonos, ez azt jelenti, hogy az irányzóink mindkét esetben ugyanabba a függőleges síkba esett, amely függőleges sík egyúttal a vonalzó élén is áthaladt, tehát az irányzóink a vonalzó élével összecsik.



Ha azonban mindkét lécen más és más le-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

olvasásokat nyerünk, akkor ez azt jelenti, hogy az irányzóik is két külön síkba esett a vonalzó két helyzete mellett, amelyek sem egymással, sem pedig a vonalzó élén át fektetett síkkal nem esnek össze. A párhuzamostól való eltérést a két léc-hosszúság fele és a két lécközötti távolsághoz való viszonyával fejezhetjük ki:

$$tg\delta = \frac{\overline{O_2'O_2''} - \overline{O_1'O_1''}}{2t}.$$

A kiigazítást pedig a szem-, vagy tárgylemez-nek forgáscsapját alkotó csavarok segítségével végezzük azáltal, hogy az egyik csavart ki-, a másikat becsavarva, a lemezt oldalt eltoljuk. Az eltolás nagyságát, mivel az irányzóvik a vonalzó éle mellett is elhaladhat, az

$$(O_2'' - O_x) : T = \frac{(O_2'' - O_2') - (O_1'' - O_1')}{2} \cdot t$$

arányból kapjuk, ha innen O_x-et kifejezzük.

$$O_x = O_2'' - \frac{T}{t} \cdot \frac{(O_2'' - O_2') - (O_1'' - O_1')}{2}$$

értékkel kiegészítve (vagy nagyobbítva) az utolsó lécleolvasást, kapjuk azt a lécoztást, melyre a távolabbi lécen az irányszálat be kell vágatni.

A távcsöves vonalzó pontossági kellékei:

1, A vonalzó éle egyenes legyen (L. dioptrás vonalzó)

2, Az irányzótengely merőleges legyen a vízszintes tengelyre (L. Busszola-műszerek.)

3, A távcső vízszintes tengelye párhuzamos legyen a vonalzó alsó lapjával. (L. busszola: vízszintes- és alhidádatengely merőlegessége.)

4, Az irányzótengely egy függőleges síkban essék a vonalzó élével. (L. dioptrás vonalzó.)

5, Az egyik irányszál függőleges, a másik vízszintes legyen. (L. busszola: irányszálak.)

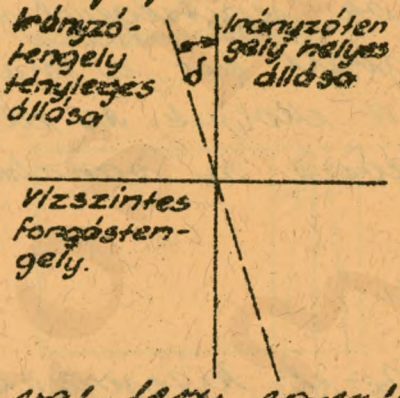
6, A távolságmérőléc lecsztása megfeleljen az opt. távolságmérő állandójának. (L. Reichenbach-féle távmérő)

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A szögmérési hibák összefoglalása.

A vízszintes síkbeli szögeket mérő műszerekkel egyrészt a műszer hibái, másrészt a mérési jelek megirányozásakor és a szögek leolvasásakor elkövetett hibák miatt a szögek nagyságát is hibásan kapjuk. Ezek a hibák a hibaforrások szerint a következő értékkel bírnak:

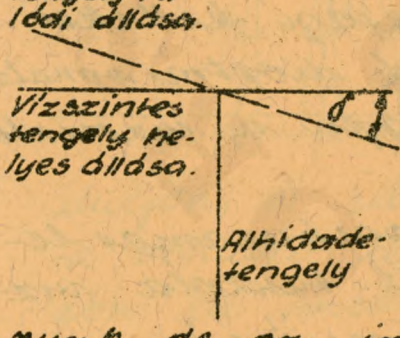
1, Az irányzótengely nem merőleges a vízszintes tengelyre (kollimáció-hiba: δ): $\Delta = \frac{\delta}{\cos\varphi}$, hol „$\Delta$" az



iránymérés hibája, „φ" pedig a hajlásszög, amely mellett az irányzás történt. (φ-t a magassági-körről olvassuk le.

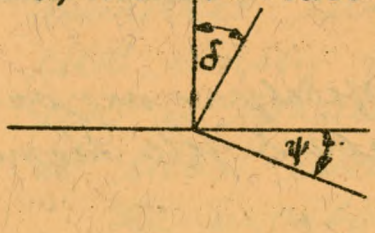
Ha $\varphi = 0°$, vagyis az irányzás vízszintesen történt, úgy az iránymérés hibája (Δ) a kollimáció-hibával lesz egyenlő, mivel $\cos 0° = 1$ és így $\Delta = \frac{\delta}{1} = \delta$. Átfordított távcsővel is végezve a mérést, a két mérés számtani közepét véve a hiba kiesik.

2, A vízszintes tengely nem merőleges az alhidade-tengelyre (vagy a távcsöves vonalzónál a vízszintes tengely nem párhuzamos a vonalzó alsó lapjával.) $\Delta = \delta \operatorname{tg}\varphi$, hol „$\Delta$" az



iránymérés hibája, „φ" pedig ismét az irányzás hajlásszöge. Ha $\varphi = 0°$, akkor $\operatorname{tg}\varphi = 0$ és így $\Delta = \delta \cdot 0 = 0$. Vagyis vízszintes irányzás mellett a szög helyes értékét kapjuk. Ha azonban nem vízszintesen irányozunk, de az irányzást áthajtott távcsővel megismételjük, akkor – mivel a hibák ellenkező előjellel lépnek fel – a hiba kiesik.

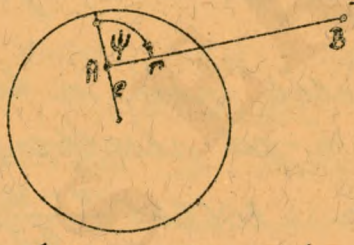
3, Az alhidadetengely beszintezett műszernél nem függőleges: a függőlegestől való eltérés: δ, a forgó alhidadetengelyen áttekintett függőleges síknak a függőleges iránysíktól



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

való elhajlása ψ. Az iránymérés hibája lesz:
$\Delta = \delta \sin\psi \cdot \operatorname{tg}\varphi$, hol φ az irányozás hajlásszöge. Ha $\varphi = 0°$, akkor $\operatorname{tg}\varphi = 0$ és így $\psi = 0°$, valamint $\sin\psi = 0$, amikor is $\Delta = 0$. Tagyis vízszintes irányozás esetén, valamint akkor, amikor a ferde alhidade-tengely függőleges síkja egybeesik a függőleges iránykésítkkal, akkor az iránymérés és ezzel együtt a szögmérés hibája is „0" lesz.

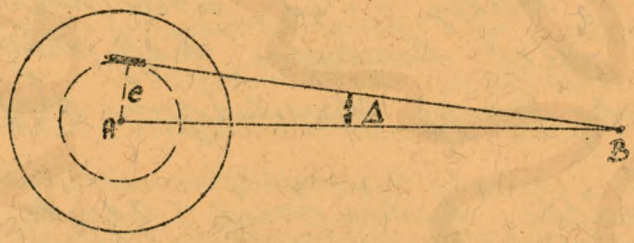
4., Az alhidadetengely és a limbuskör nem központos, akkor az iránymérés hibája:



$$\Delta = 206265 \cdot \frac{\sin\psi}{\frac{r}{e}\cos\psi}$$

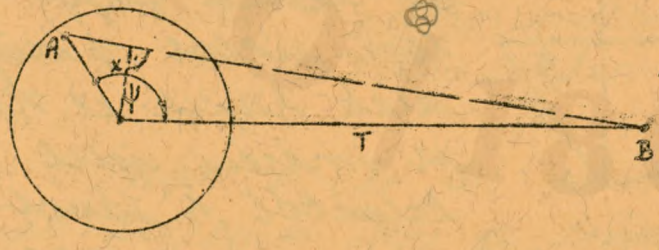
hol „r" a nóniuszok sugara, ψ pedig a külpontossági irányérték. A hiba „0" lesz, ha $\psi = 0°$ vagy $180°$ és ha „e" = 0.

5., Külpontos távcső esetén az iránymérés hibája: $\Delta = 206265 \frac{e}{T}$



$\Delta = 0$, ha $e = 0$, tehát ha a távcső nem külpontos, vagy ha $T = \infty$, tehát ha az irányzás távolsága a külpontossági értékhez képest nagy. Az irányzásnak ~~az hajtott~~ távcsővel való megismétlése esetén mivel a hibák ellenkező előjellel lépnek fel, az iránymérés hibája kiesik.

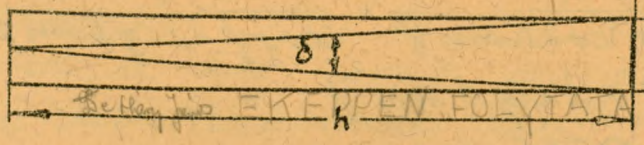
6., Az iránymérés hibája, ha a műszer (buszszola, teodolit, mérőasztal) nincs megfelelően központosítva:



$\Delta = 206265 \frac{x}{T} = 206265 \frac{e}{T} \sin\psi$
hol „e" a műszer külpontossága, ψ pedig a külpontossági irányérték.

$\Delta = 0$ abban az esetben, ha $e = 0$, $T = \infty$, $\psi = 0°$ vagy $180°$.

7. Rajzasztalon és térképeken, ha az irányokat vastag vonallal húzzuk meg, akkor az irányhiba a vonal átlóban

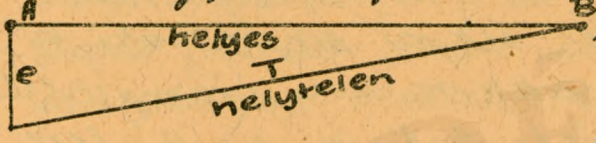


KÉPEN FOLYTATJA

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

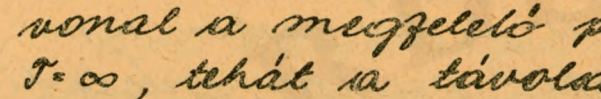
ja és széle között jelentkezik: $\Delta = 206265 \cdot \frac{v}{h}$
$\Delta = 0$, ha $v = 0$, vagy $h = \infty$, vagyis hosszú, vékony vonalaknál a hiba elenyészik.

8., Kéróasztalnál és térképeknél a vonalat nem a megfelelő ponton át, hanem attól „e" távolságra húzzuk, akkor az irány hibája: $\Delta = 206265 \frac{e}{T}$



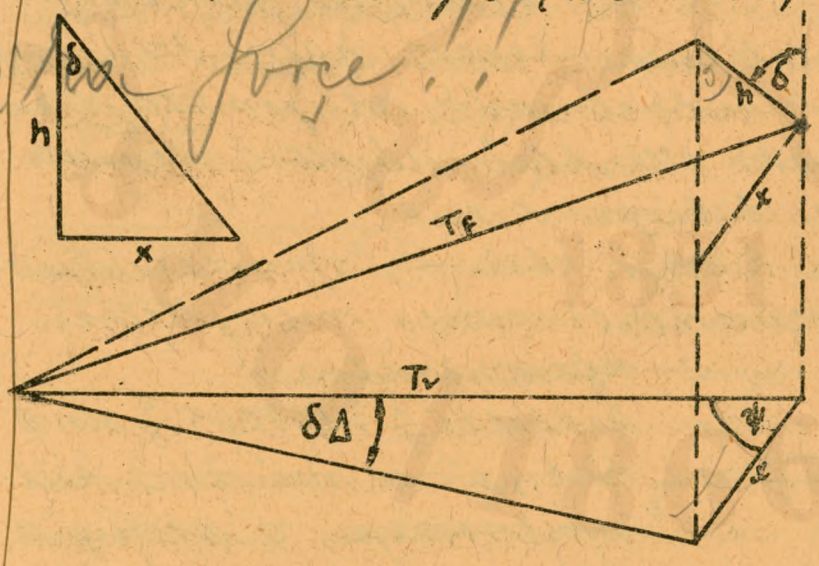
$\Delta = 0$, ha $e = 0$, vagyis a vonal a megfelelő ponton megy át, vagy ha $T = \infty$, tehát a távolság nagy a külpontossághoz viszonyítva.

9., A megirányzott pont mérési jelét nem a közepén, hanem ettől vastagságának n-ed részében irányoztuk meg: $\Delta = 206265 \frac{\frac{v}{2} - \frac{v_n}{2}}{T} = 206265 \frac{v - v_n}{2T}$



hol „v" a mérési jel vastagsága, „T" pedig a pont távolsága. $\Delta = 0$, ha $v_n = 0$, vagy $T = \infty$, ami azt jelenti, hogy a mérési jelet közepén kell megirányozni, különben csak nagy távolságon enyészik el a hiba.

10. A mérési jel (mérőléc, kitűzőrúd) ferde. Ha a mérési jel a függőlegestől „δ" szöggel tér el, akkor a mérési jelen át vett függőleges sík a térbeli vonalon az képzelt függőleges síktól ψ szög alatt hajlik el. Ha a mérési jelet talpától „h" távolságban „γ" magassági szög alatt irányoztuk meg, akkor az ábra szerint az alsó háromszögből:



$$\frac{z}{T_v} = \frac{\sin\Delta}{\sin(\Delta+\psi)} = \frac{\sin\Delta}{\sin\Delta\cos\psi + \cos\Delta\sin\psi} = \frac{1}{\cos\psi + \operatorname{ctg}\Delta\sin\psi}$$

és innen: $T_v = x\cos\psi + x\operatorname{ctg}\Delta\sin\psi$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ebből $\operatorname{ctg}\Delta = \frac{T_v - x\cos\psi}{x\sin\psi}$

viszont $\operatorname{tg}\Delta = \frac{x\sin\psi}{T_v - x\cos\psi}$

de a felső (külön is kirajzolt) háromszögből $x = h.\sin\delta$, s ezt behelyettesítve:

$$\operatorname{tg}\Delta = \frac{h.\sin\delta.\sin\psi}{T_v - h\sin\delta\cos\psi}$$

Kis szögek esetén vehetjük „Δ" arcusát:

$$\Delta'' = 206265 \cdot \frac{h.\sin\delta.\sin\psi}{T_v - h\sin\delta\cos\psi}$$

$\Delta = 0$, ha $h = 0$, $\psi = 0$, $\delta = 0$, vagy ha $T_v = \infty$.

A hiba kiejtése céljából méréseknél lehetőleg a mérési jel sarját kell megirányoznunk, ha ezt nem lehet, akkor olyan módon irányzunk, ahogyan csak lehet.

A kitűzőrúd függőlegesre-állítását a gyakorlatban függőlyukkal végezzük, a mérőléceknél pedig dobozlibellát is szoktak használni.

Mindezeket figyelembevéve a műszert úgy kell használnunk, hogy az iránymérési ~~...~~ lehetőleg kiessenek, vagy legalább is a legkisebb értékkel szerepeljenek mérésünkben.

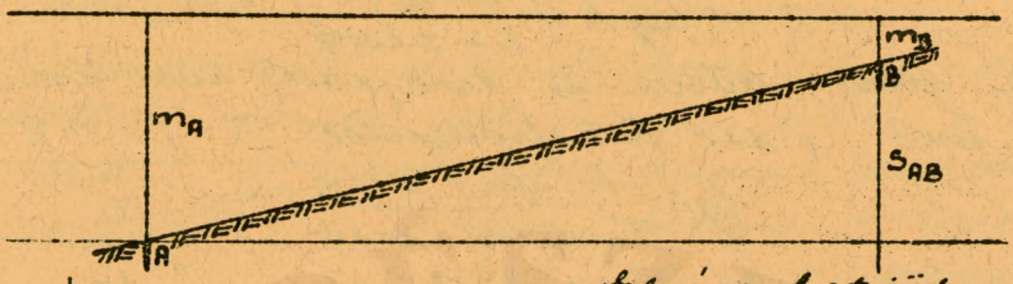
Miután a szög nem egyéb, mint két irányérték különbsége, a szög hibáját megkapjuk, ha a két irányméres hibájának a különbségét képezzük.

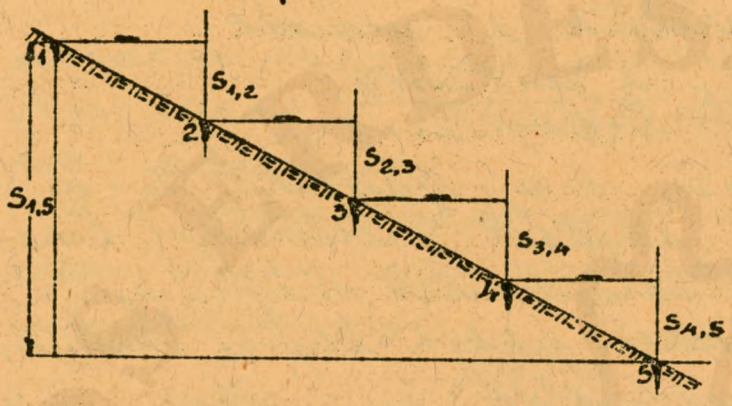
Pontok kölcsönös magassági fekvésének megmérésére szolgáló műszerek.
(Szintmérő műszerek:)

Ha „A" és „B" pontok magasságkülönbségét keressük, úgy a legegyszerűbb eljárás az, hogy képzeletben előállítunk egy vízszintes síkot és megmérjük az „A" illetve „B" pontoknak ettől számított „m_A" és „m_B" távolságait. Ezen adatokból a két pont magasságkülönbsége, vagyis a szintkülönbség lesz: $s = m_A - m_B$. Ezt

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

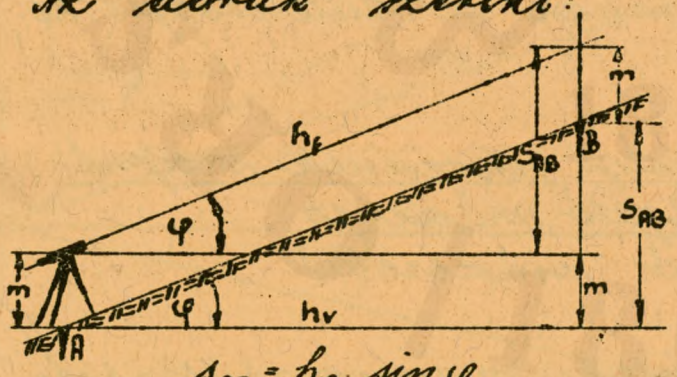
az eljárást közönséges szintezésnek, vagy geometriai szintezésnek nevezzük.



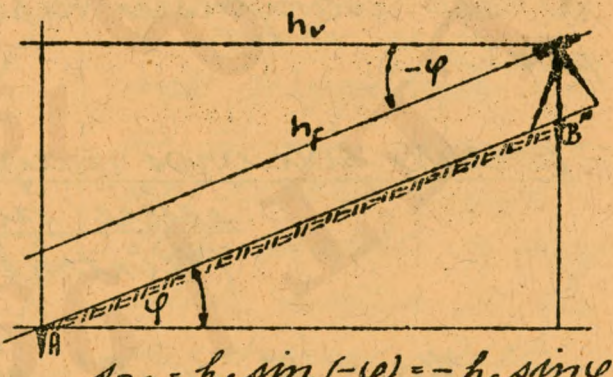


Elvégezhetjük ezt a mérést az u. n. lépcsős méréssel (staflizás) is, amelyre a 4 m. hosszú libellás léc szolgál. A mérés kivitelét a mellékelt ábra mutatja.

Két pont kölcsönös magasságának a meghatározására alkalmazhatunk busszola- és teodolit-műszert is, ha van távcsőlibellája és jól van igazítva. De mérhetünk magasságokat az előbbi busszola- és teodolit-műszerekkel is, amelyeknek nincs távcsőlibellája, ha a műszerek magassági-köre fel van szerelve állványlibellával. Ezt az eljárást trigonometriai szintezésnek, illetve trigonometriai magasságmérésnek nevezzük az ábrák szerint:



$s_{AB} = h_f \cdot \sin\varphi$



$s_{BA} = h_f \sin(-\varphi) = -h_f \sin\varphi$

Ez az eljárás kevésbé pontos, azért a tachimetrikus felvételeknél használjuk, vagy ha egymástól nagy távolságban lévő pontok szintkülönbségét akarjuk meghatározni, tekintet nélkül a közbenső pontokra (pl. a háromszögelt pontok szintmagasságának a meghatározásánál.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

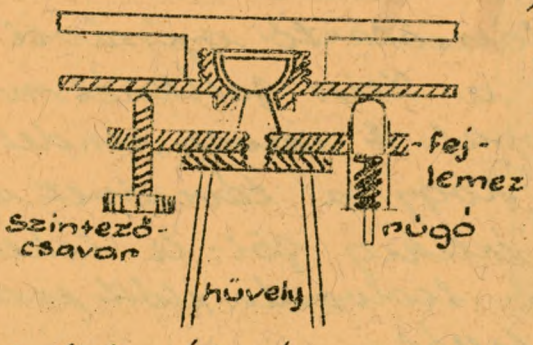
Ebben az esetben azonban a magassági-kör két leolvasókészülékén kell leolvasást végeznünk és két távcsőfekvésben kell mérnünk.

A közvetlen szintmérés, amint láttuk, abban áll, hogy a terepen lévő pontok fölött (vagy alatt) felveszünk egy vízszintes síkot, s a pontoknak ettől a síktól való távolságát mérve a mérési adatok különbségéből nyerjük a pontok kölcsönös magassági fekvését. A vízszintes irány kijelölésére több eszköz alkalmas, így a már tárgyalt libellás léc, távcsőlibellás buszola, vagy teodolit, de ezek mellett vannak kizárólag a szintmérés céljait szolgáló műszerek is, ezek a szintező-műszerek. A pontoknak a viszonyítósíktól való függőleges síktávolságának mérésére a szintmérő-lécek szolgálnak. A pontok kölcsönös magasságának megállapítását, más szóval magát a mérési eljárást szintezésnek nevezzük.

A szintező műszerek.

A szintezőműszer áll az állványból, amely lehet csapos, vagy tányéros és magából a műszerből, amelynek két része van: az összekötőrész és az alhidade.

Az összekötő-rész lehet hüvelyes (kisebb pontosságú műszereknél, csapos állványfejhez) és három talpcsavaros (nagyobb pontossági műszereknél, tányéros állványfejhez.)



Az összekötőrész kiképzése szerint más és más a műszer szintesítésére szolgáló berendezése is.

Hüvelyes műszereknél a hüvely felső részén három, vagy négyszögalakú fejlemez van, amelyen két szintezőcsavar hatol át és ezekkel szemben 1 vagy 2 rúgó

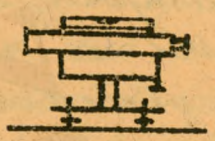
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

van. Hátránya ennek a megoldásnak, hogy az állótengely, vagy alhidade gömbcsuklószerűen van kiképezve s ezáltal igen rövid, amiért könnyen kikopik és lötyögés áll elő. Azonkívül a rugók működése is megbízhatatlan.

A modern szintezőműszerek összekötőrésze háromágú, mint a busszola- és teodolitműszereké és szintezésükre három szintezőcsavar szolgál. Előnye a stabil állás, amely azáltal van biztosítva, hogy függőleges tengelye hosszú és tüpus kiképzésű.

Az alhidade-tengely-csapra van erősítve a kétkarú távcsőtartó, amelyen a két távcsőtartó-gyűrű van elhelyezve. Ezek közül az egyik, rendesen a szemlencsefelőli, mikrométercsavarral emelhető, vagy süllyeszthető. A távcsőtartó az alhidade körül elforgatható, rögzítésére kötőcsavar, kis értékkel való elmozdítására parámycsavar szolgál. A távcsőtartón foglalnak helyet az alhidade-libellák, amelyekkel a műszert beszintezzük. Régebbi műszereken a távcsőtartó karok végén vannak a távcsőtartó gyűrűk (l. 1. ábra), míg újabb műszereknél a távcső közvetlenül a távcsőtartóra van erősítve. (l. 2., ábra.) Az előbbi a Stampfer-féle műszereken fordul elő, míg a másodikat a modern Zeiss és Wild-féle műszereknél. Mindkét típusnál megtaláljuk a szintező-parámycsavart, amely a Stampfer-féle műszereknél az okulári-felőli oldalon a távcsőtartó gyűrűvel van összeköttetésben, míg a Zeiss-féléknél magával a távcsőtartó oszloppal. A csavar rendeltetése mindkét esetben az, hogy a távcsövet a távcsőlibellával együtt kis értékig föl-le lehessen billenteni. A lécről való leolvasás előtt ezzel állítjuk be pontosan a libellát.

1.)

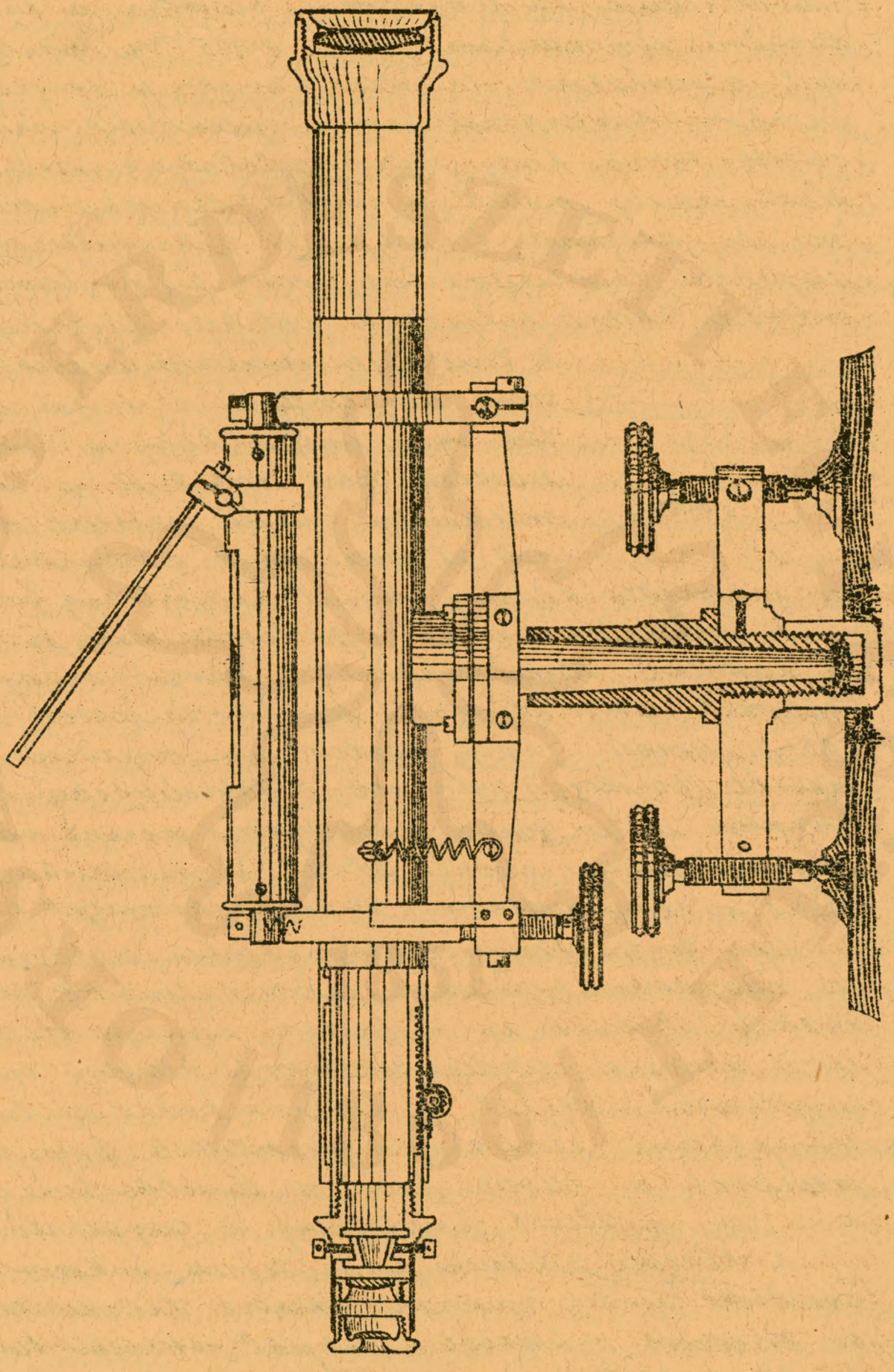


2.)



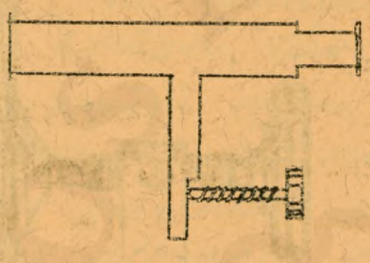
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Szintező műszer



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A Hampfer-féle szintezőműszerek mikrométercsavarjának menetmagassága 0·5 m/m, s miután a csavar dobja 100 részre van beosztva, a távcsőtartógyűrű elmozdulását $\frac{0{\cdot}5}{100} = 0{\cdot}005$ m/m pontossággal olvashatjuk le róla. Ennek a beosztásnak azonban szintezésnél semmi jelentősége nincs, legfeljebb annyi, hogy megállapíthatjuk azt az értéket, amely mellett a libella tengelye merőleges az alhidade-tengelyre. A mikrométercsavart egyébként távolságmérésre, vagy kis hajlásszögek mérésére használhatjuk. (L. optikai távolságmérők.)



A Zeiss-féle szintezőműszereknél viszont úgy történik a távcső süllyesztése vagy emelése, hogy a távcsőhöz rögzített kart toljuk el a mikrométercsavar útján, miáltal a távcső és vele együtt a távcsőlibella a vízszintes tengely körül kis értékig forgatható.

A szintezőműszerek legfontosabb része a távcső a rajtalévő távcsőlibellával. A távcső nagyítása változik aszerint, amint kis- (15~20-szoros), közép- (25~30-szoros), vagy pontos, u.n. precizios műszerről (40-szeres) van szó. A távcsőlibella érzékenysége is a fenti osztályozás szerint változik, amennyiben az elsőnél 20"~30", a másodiknál 10"~15" s a harmadiknál 5"-es érzékenységet találunk.

Igen fontos, hogy szintezés közben a távcsőlibella állandóan beigazodjék, ezért különböző berendezéseket találunk a műszereken, amelyek lehetővé teszik, hogy a libellát irányozás közben is megfigyelhessük. (Ezeket a berendezéseket a libellák tárgyalásánál részletesen ismertettük.) Egyes műszereknél a libella képe a távcsőbe lesz vetítve, s így a lécekkel egyidejűleg is figyelhető.

A közepes pontosságú műszerek sokszor limbusokkal is jól vannak szerelve. Kis szintezőkön és precizios műszereken ilyent sohasem találunk.

A szintezőműszer szerves kiegészítője a szintező

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

léc. Ez rendszerint 3–5 m. hosszú, 8–12 cm. széles, 15–20 m/m vastag léc, amely két darabból van összeteve egymásközött csuklós összeköttéssel.

A közönséges szintezőlécek beosztása teljesen azonos a távolságmérő lécekével. (L. optikai távolságmérés.) – A Zeiss féle szintezőlécek 2 cm-es beosztásúak (precíziós lécek), de a hozzájuk tartozó műszerek üvegmikrométerrel vannak felszerelve, úgy, hogy a lécleolvasást a mikrométer dobjáról vegzett becsléssel tized m/m-ig végezhetjük.

A lécket rendesen kézzel szoktuk tartani, de pontosabb méréseknél azt ki is támasztjuk, hogy ezáltal a léc mozgását megakadályozzuk. Mérés közben a léc függőlegesen tartandó. Ezt azáltal érjük el, hogy a lécen mellmagasságban egy kis dobozlibellát helyezünk el, s úgy tartjuk a lécet, hogy a libella beigazodjék. Ha nincs a lécen libella, akkor úgy állapítjuk meg a helyes léchelyzetet, hogy a figuránssal lassan előre-hátra döntetjük a lécet, miközben irányzunk. Ott ahol a legkisebb értéket kapjuk, olvassuk le a lécet. Ez az eljárás csak alárendeltebb méréseknél alkalmazható. pontos szintezésnél a lécet libellával kell függőlegesre állítanunk.

Az eddigtárgyalt léceken kívül a gyakorlatban még nagyon sokfélét használnak. Van olyan léc is, amelyen az osztóvonalak vastagsága nem nagyobb, mint a távcsőben látott szálkereszté. Ezeket a lécket csak ott lehet használni, ahol állandó távolságkmellett szintezünk. Használnak még u. n. szintező szalagokat is: ezek dm.-es és cm.-es beosztással ellátott viaszosvászon tekercsek, melyeket szintezéskor egy másik lécre (pl. öles beosztású távolságmérőlécre) erősítenek. Igen jó gyakorlati megoldás.

Precíziós szintezőműszerekhez a Zeiss és Wild cég olyan lécket gyárt, amelyen a beosztás egy invarszalagon van. A szalag alul jíven van a lécre

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

rögzítve, felül pedig rúgó feszíti ki. Ezeknél a lécreknél a léc nedvesség és hőmérséklet hosszváltozását a szalag nem veszi át.

A szintezőműszerek használata.

A szintezőműszerekkel jelöljük ki azok fölött a pontok fölött a vízszintes irányt, amelyeknek kölcsönös magassági fekvését meg akarjuk határozni. A vízszintes irány kijelölése a távcsőlibella segélyével történik, melynek tengelye, ha a buborék bejátszik, vízszintes. A libella tengelye azonban nem alkalmas arra, hogy az általa kijelölt vízszintes iránytól a pontok merőleges távolságát megmérjük: erre a célra a libella tengelyével párhuzamossá tett irányzótengelyt, ill. a távcső vízszintes irányzószálát használjuk fel. A pontoknak az irányzótengelytől mért függőleges távolságát a szintező-lécről olvassuk le úgy, hogy a pont felett a lécet függőlegesen felállítjuk s megirányozzuk, majd leolvassuk azt a lécosztást, melyet a vízszintes irányszál elvág.

Szintezésnél mindig kell mérnünk a pontnak a műszertől való távolságát, mert a megfigyelések súlyát a távolságok reciprokával vesszük egyenlőknek. A hossz-szelvények megszerkesztésénél is szükségünk van a pontok egymástól való távolságára.

A szintezőműszer felállítása lényegileg ugyanúgy történik, mint a többi műszeré: először az alhidade-tengelyt kell függőleges helyzetbe hozni az alhidade-libellákkal, azután pedig a távcső irányzótengelyét hozzuk az alhidade-tengelyre merőleges helyzetbe, amit a szintező-parányszavarral végezünk azáltal hogy a távcsőlibellát bejátszatjuk. A Stampfer féle műszereknél ezt legegyszerűbben úgy végezhetjük el, hogy a parányszavart a műszerszekrénybe ragasztott adatkimutatásban ta-

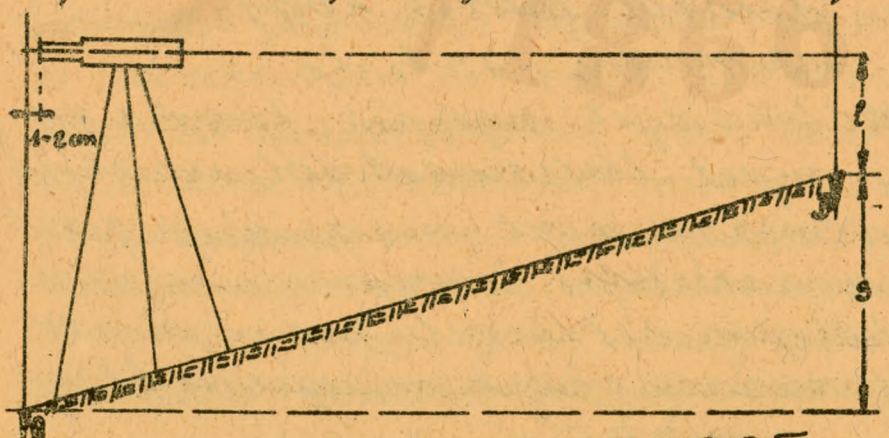
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

lálható éléire bevágatjuk. Ha ez az adatunk nem volna meg, akkor a műszert beszintezzük az alhidade-libellákkal, ezután a távcsőlibellát a szintező parámpozsarral jóratjuk be és jelöljük a parámpozsarnak azt az állását, amely mellett a buborék bejátszik. Most elforgatjuk a távcsövet és vele együtt a távcsőlibellát is az alhidadetengely körül 180°-kal, s ha a buborék kimondult, úgy a szintezőpozsarral újra bejáratjuk és a rajzot állását újra feljegyezzük. Ezután a parámpozsar dobját a két leolvasás számtani közepére állítjuk be, ezáltal a buborék fél kitérését hoztuk be a parámpozsarral. A másik felét az alhidade-szintezőpozsarral hozzuk be. Ezután a műszert forgatva a távcsőlibella minden helyzetben be fog játszani.

A műszer pontos beszintezése után foghatunk csak hozzá a szintezéshez, de vigyázni kell arra, hogy amikor leolvasást végzünk, a távcsőlibella mindig bejátszását és a léc függőleges legyen. Magát a szintezést kétféleképen végezhetjük: végpontból, vagy középpontból.

1. Végpontból való szintezés.

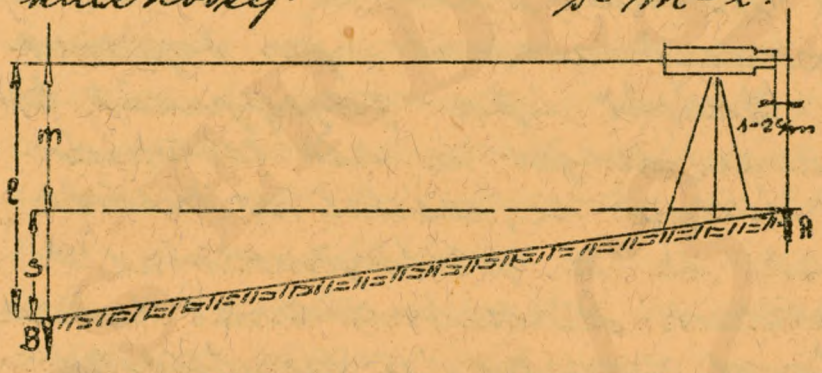
Ennél a módszernél úgy járunk el, hogy az a pont, amelyikre vonatkozólag a másik pont magassági fekvését meg akarjuk határozni, elé felállítjuk a műszert, majd a már ismert módon beszintezzük azt. Ekkor a műszer irányítótengelyének magasságát (m) mérjük meg úgy, hogy a pontra állított



lécen a vízszintes középpontnak helyére egy irón heggyel jelet intünk és ezt leolvassuk a lécen. Most a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

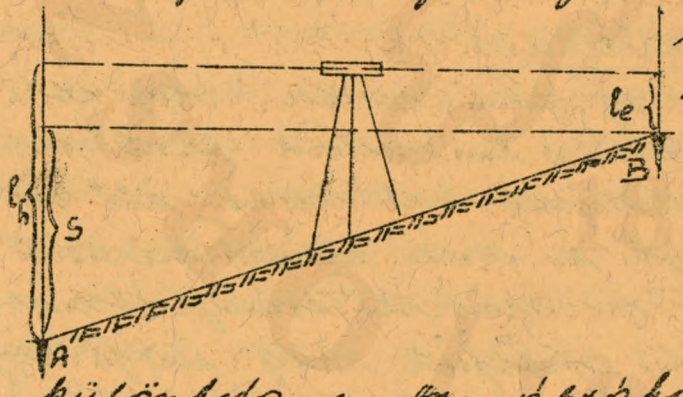
a másik mérési jel fölött függőlegesen elhelyezett lécet megirányozzuk és a távcsőlibella buborékját újból bejátszatva leolvassuk azt a lécosztást, amelyet a vízszintes irányszál elvág. A műszermagasság és a lécleolvasás különbsége adja azt a magasságot, amennyivel „B" az „A" fölött van, mert $m = s + l$, ahonnan a szintkülönbség: $s = m - l$.



Ha a „B" pont mélyebben fekszik, mint az „A", akkor „s" negatív értékű lesz, mert az (m - l) különbségben m < l.

2., Középpontból való szintezés.

Ennél az eljárásnál a két pont által adott egyenesben, vagy azon kívül (a távcsőlibella által kijelölt vízszintes vonal a távcsövet forgatva egy vízszintes síkot határoz meg s ettől a síktól bárhol mérhető a pontok függőleges távolsága.), a pontoktól közel egyforma távolságra állítjuk fel a műszert. A lécet előbb az egyik, majd a másik pontba állíttatjuk, megirányozzuk és leolvassuk a vízszintes irányszál által levágott értékeket: l_h és l_e -t. A két pont közötti szintkülönbség: s. Az ábrából látszik, hogy



$$s + l_e = l_h \quad \text{ahonnan} \quad s = l_h - l_e$$

vagyis a szintkülönbséget nyerjük, ha abban a pontban nyert lécleolvasásból, amelyre vonatkozólag a másik pont magassági jelzését meg akarjuk határozni, levonjuk a másik pontnál nyert lécleolvasást. Ilyen pedig szintezési menetnél minden pont magasságát az

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

előtelévőre vonatkoztatjuk, úgy is mondhatjuk, hogy a szintkülönbséget nyerjük, ha az elmaradó pontnál végzett léceolvasásból (l_h) levonjuk az előremenő pontnál végzett léceolvasást (l_e).

Természetesen, ha az elmaradó pont magasabban van, mint az előremenő pont, akkor a szintkülönbség előjele (–) lesz.

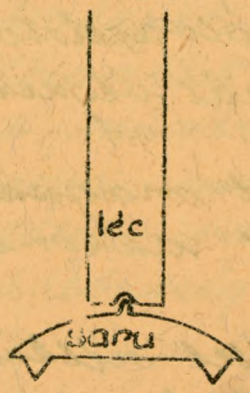
A gyakorlatban csaknem kivétel nélkül a középpontból való szintezést alkalmazzuk. A végpontból való szintezéssel szemben az az előnye, hogy kevesebb műszerfelállásra van szükség, s így a mérés gyorsabb, azonkívül kétszer akkora távolságban lévő pontok szintkülönbségét tudjuk meghatározni, mint végpontos feldolgozás. Előnye még az is, hogy nem kell műszermagasságot mérnünk, ami végpontból való mérésnél elkerülhetetlen és nem teljesen megbízható.

Sűrű előfordul, hogy valamely sokszögmenetnél egyszerre akarunk szintezni és közbezárt szöget mérni. Ezt a feladatot libellussal felszerelt szintezőműszerrel és távcsőlibellával bíró buszolával ill. teodolittal egyaránt elvégezhetjük. Az ilyen összetett esetben azonban mindig a végpontban (és nem előtte!) kell a műszert felállítanunk. Először műszerrel végezzük el a mérést, célszerű azt átfordított távcsővel megismételni (mindkét esetben pontosan beszintezett távcsőlibellával!) és a két leolvasás számtani közepét venni. Buszolánál és teodolitnál ez csak akkor lehetséges, ha rendelkezik távcsőlibellával van a műszer felszerelve, a szintezőműszereknél pedig a távcső rendesen a hossztengelye körül elforgatható. Nagy gondot kell még fordítanunk a műszermagasság mérésére is.

Ha olyan pont, vagy pontok magasságkülönbségét keressük alappontunkra vonatkoztatva, a-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

melyek minesenek mérési jellel megjelölve (közbenső pontok), akkor ezeknél sohasem tesszük a szintező lécet a földre, hanem az u. n. szintezősarut használjuk, amelyet a mellékelt ábra mutat. A szintezősaru egy gömbszelet-alakú vastalp, alul három tövissel, amelyet a földbe szúrunk be. A saru felső részén egy gomb van, amely a léc nek egy mélyedésébe illik, s így a léc nem csúszhatik le a saruról. A saruknak az a célja, hogy mérés közben, különösen laza talajon a léc ne süllyedjen, mert ez nagy hibát okozhat. A süllyedés különösen akkor szokott előfordulni, amikor a lécet átfordítjuk a másik műszerállás felé (folytonos szintezésnél). A sarukat a földbe jól bele kell taposni.



Szintezőműszerek pontossági kellékei.

Hogy a szintezőműszerekkel a megfelelő pontosságot elérhessük, szükséges, hogy:

1., a libellák tengelye merőleges legyen az alhidade-tengelyre.

Erre-nézve ugyanúgy végezzük el a vizsgálatot, amint azt a buszolák tárgyalásánál már láttuk. A leemelhető távcsőlibellával felszerelt műszereknél először a szintező-parámycsavart állítjuk be az adott leolvasásra, vagy ha az nincs adva, úgy meghatározzuk, amint azt a 6., alatt látni fogjuk, s a további vizsgálat azonos a buszoláknál elmondottakkal.

2., az irányzótengely összeesék az optikai tengellyel.

Vizsgálatot lásd a buszoláknál.

3., a távcsőtartó gyűrűk egyenlő átmérőjűek legyenek.

A műszert magyjából beszintezzük, majd a szintező-parámycsavarral bejátszatjuk a távcsőlibellát. Ezután, ha a libella a távcső fölött

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

van elhelyezve, úgy a gyűrűkből a távcsövet a libellával együtt kiemeljük és 180°-kal megfordítva tesszük vissza a gyűrűkbe s megfigyeljük, hogy a buborék most is bejátszik-e. Ha igen, akkor a gyűrűk pontosan egyenlő átmérőjűek, de ha a buborék nem játszik be, akkor a gyűrű igazítócsavarával játszatjuk be és a vizsgálatot megismételjük.

Ha a távcsőlibella a távcső alatt van elhelyezve, akkor a buborék bejátszatása után a műszertől 25–30 m-re felállított függőleges lécről leolvasunk azt az osztásrészt, amelyet a vízszintes irányszál elvág. Ezután a távcsövet a libellával együtt kiemeljük, 180°-kal elforgatjuk és visszahelyezve a tartógyűrűkbe újból megirányozzuk a lécet és leolvasását megismételjük róla. Ha a két leolvasás egyezik, akkor egyenlőek a távcsőtartó gyűrűk. Ha azonban nem egyezik, akkor a távcsövet addig emeljük, vagy süllyesztjük a gyűrű igazítócsavarjaival, amíg a lécről az első leolvasást nyerjük.

Egyes szintezőműszereknél minden a távcsőtartó gyűrűknek igazítócsavarjai. Itt tehát nem tudjuk a hibát javítani ezért a távcsövet mindig csak egy fekvésben használjuk.

4. Az irányszótengely párhuzamos legyen a távcsőlibella tengelyével.

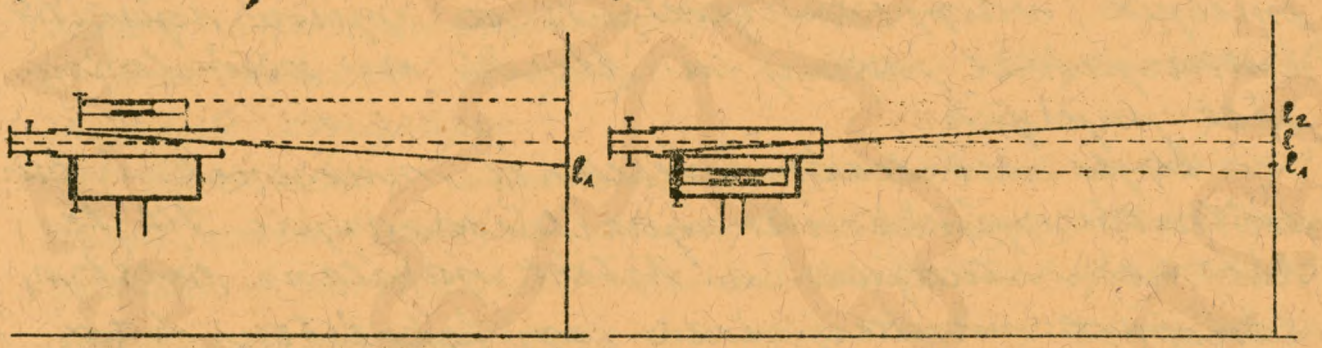
Vizsgálatát és kijavítását lásd a kiegyenlítőknél!

Abban az esetben, ha az iránykereszetet már a távcső hossztengelyére hoztuk a 2. alatti vizsgálat alapján, de az még mindig nem párhuzamos a libellatengellyel, akkor a kijavítást a szintezőcsavarral végezzük úgy, hogy a szálkeresztet rávágatjuk a helyes értékre utána pedig a távcsőlibellát játszatjuk be a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

libella igazító-csavarjai segítségével.

Ha a műszer reverziós libellával van felszerelve, akkor a vizsgálatot egy állásponthól végezhetjük el. Felállítjuk szintesen a műszert és tőle 20~30 m. távolságra egy függőleges, kitámasztható lécet állítunk fel. A távcsőlibella pontos bejátszatása után leolvasást végzünk a lécről (l_1). Ezután a távcsövet a hosztengelye körül átfordítjuk 180°-kal, a libellát ellenőrizzük, hogy bejátszik-e, ha kitért, utánaállítjuk. Ekkor újra leolvasást végzünk a lécről (l_2). Ha $l_1 = l_2$, akkor a libellatengely párhuzamos az irányzótengellyel. Ha nem, akkor a kétszeres hibát kaptuk, tehát $l = \frac{l_1 + l_2}{2}$ értékre állítjuk be az irányszálat a találtezett függőleges igazítócsavarjával. Ha a műszer távcsövén nincsenek függőleges igazítócsavarok, akkor a szintező parámycsavarral állítjuk be a léc. leolvasást, ezzel kitér a libella buborékja: ezt teljes értékig a libella igazítócsavarjával állítjuk be.

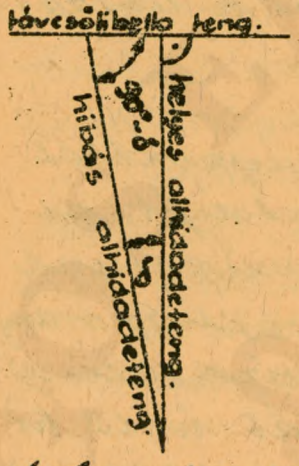


5., Az egyik irányszál vízszintes, a másik függőleges legyen. A vizsgálatot lásd a buszolásnál.

6., Az irányzótengely merőleges legyen az alhidade-tengelyre. Vizsgálatunk a következő: a műszert beszintezzük és úgy fordítjuk el a távcsövet, hogy a libella távcsőlibellája egy szintezőcsavar jóllé kerüljön. Itt bejátszatjuk a távcsőlibellát a szintező-parámycsavar segítségével. Amikor a buborék bejátszik, leolvasunk a csavar dobját (o_1), vagy ha az beosztással nem bír, bekarcolással megjelöljük a távcsőtartó egyik vezető-nyílvány on a távcsőtartó végjelének helyzetét.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ezután elforditjuk az egész felső részt 180°-kal s megfigyeljük a távcsőlibella buborékját, hogy bejátszik-e. Ha igen, akkor a műszer megfelel a merőlegességi feltételnek. A parámycsavarról végzett leolvasás, vagy az abba karcolt jel lesz a műszer normál-pontja, melyre a szintező-parámycsavart a műszer felállításánál be kell állítani. ~ Hogyha azonban a távcsőlibella buborékja az elforgatás után nem játszik be, akkor ez azt jelenti, hogy a körülforditás a függőlegestől „δ" szöggel eltérő alhidade-tengely körül történt. Ebben az esetben a vizszintesitett libellatengely a nem függőleges alhidadetengellyel 90°-δ szöget zár be. A 180°-kal való körülforgatás után ugyancsak 90°-δ a libellatengely és az alhidadetengely által bezárt szög, tehát a libella-tengely két helyzete által bezárt szög:



$$2(90°-\delta) = 180°-2\delta$$

illetve: $180°-(180°-2\delta) = 2\delta$ szöget zárja be. Ennek a szögnek $\frac{2\delta}{2}$ buborékkitérés felel meg, vagyis a buborékkitérés fele. Hogyha a távcsőlibella buborékját a második (180°-kal elforgatott) helyzetben is be akarjuk játszatni, akkor a libella tengelyét a szintező parámycsavar segitségével 2δ szöggel kell kimozditanunk. Ennek a kimozditásnak a parámycsavaron új leolvasás (O_{II}), vagy a vezetőmpilvány új jel felel meg. A két leolvasás, vagy a két jel közötti hosszúság: $O_{II}-O_I$ a 2δ szögértéknek felel meg, a $\frac{2\delta}{2}=\delta$ szögértéknek pedig $\frac{O_{II}-O_I}{2}$ leolvasáskülönbség. ~ Eljárásunk tehát az lesz, hogy a tengelylibella buborékját a libellairgazító-csavarokkal fél értékkel bejátszatjuk, a másik fél értéket pedig a szintezőcsavarokkal hozzuk be. A vizsgálatot meg kell ismételnünk. Többszöri ismétlés után, ha a tengely-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

libella buborékja minden helyzetben bejátszik, úgy a műszerünk jó, és feljegyezve, vagy megjelölve a szintezőrúdnak mostani állását, egyúttal a normálpontot is megkaptuk.

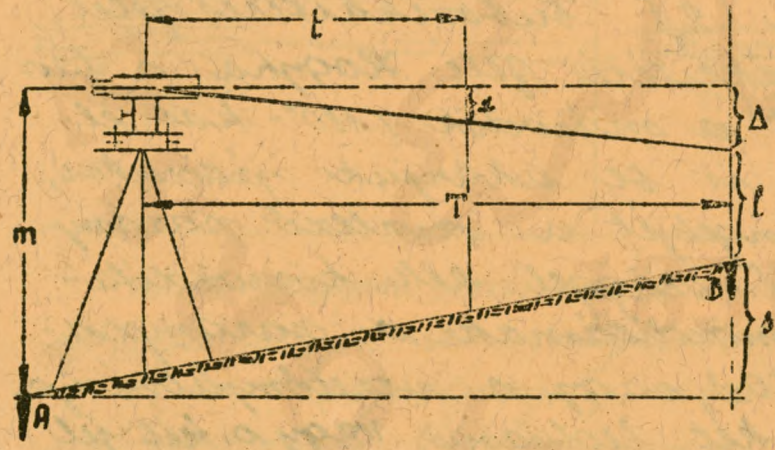
Szintmérési hibák

A mérési hibák egyrészt a műszer ki nem küszöbölt hibáitól, másrészt a mérésnél elkövetett hibákból erednek, és a következőkben foglalhatók össze:

1.) Az irányzótengely nem párhuzamos a libellatengellyel.

a.) Végpontból való szintezésnél:

Tudjuk már az előzőkből, hogy a végpontból való szintezésnél két pont szintkülönbségét az $s = m - l$ egyenlet adja. Ha azonban műszerünk a fentemlített hibával van terhelve, úgy irányzótengelyünk nem zogja a valódi vízszintes síkot kijelölni s ezért a lécleolvasásnál is $\pm\Delta$ hibát követünk el. Hogy a helyes szintkülönbséget meg tudjuk határozni, ismernünk kell a „Δ" hibát előjelével együtt. – A műszernél a vízszintes irányzósík eltérése a valódi vízszintestől nem értékelhető, azért az „m" műszermagasság meghatározását hibamentesnek vehetjük. Figyelembevéve a lécleolvasás „$\pm\Delta$" hibáját a „B" pontnak „A"-ra vonatkozó szintkülönbsége lesz:



$$s + l \pm \Delta = m \qquad \text{innen}$$

$s \pm \Delta = m - l = s_1$, vagyis az „$m - l$" érték egy Δ hibával terhelt szintkülönbséget ad, vagyis a helyes „s" helyett egy hibás „s_1"-értéket. Tehát

$$s = m - l \mp \Delta = s_1 \mp \Delta$$

A hiba kiküszöböléséről már volt szó a buxzola-műszereknél, amikor az irányzótengely és

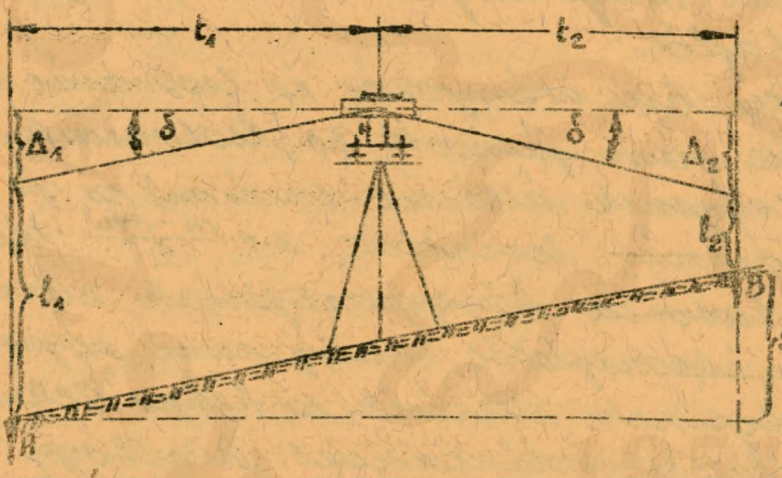
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a libella-tengely párhuzamosságát vizsgálták és igazították ki. Ha nem igazították ki a műszert, csak a „t" távolságban lévő lécen a vízszintestől való ±x eltérést határozták meg, akkor a méréseinket kell helyesbítenünk úgy, hogy a hibát egységnyi távolságra vonatkoztatjuk. Ha „δ_1"-el jelöljük a helyes- és hibás szintkülönbségek egységnyi eltérését, akkor az ábra alapján a következő arányt írhatjuk fel: $\delta_1 : x = 1 : t$, ahonnan $\delta_1 = \frac{x}{t}$.

Ennek segítségével a helyes szintkülönbséget képezhetjük, hogyha a műszer és léc közötti „T" vízszintes távolságot ismerjük: $\pm\Delta = T\delta_1$ továbbá az $s_1 = s_1 \mp \Delta$-ból a helyes szintkülönbséget képezve: $s = s_1 \mp T\delta_1$ jelleket kapjuk.

b„ Középpontból való szintezésnél.

A hátrairányzásnál a leolvasásunk a helyes leolvasástól $\pm\Delta_1$ hibával fog eltérni, előreirányzásnál pedig $\pm\Delta_2$ hibát ad az, ha az irányzótengely és a libella-tengely nem párhuzamos. Amint az ábrából látszik:



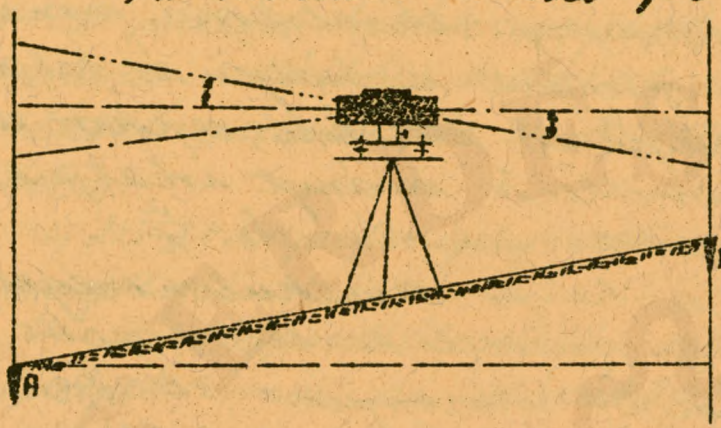
$s + l_2 \pm \Delta_2 = l_1 \pm \Delta_1$, tehát $s = l_1 \pm \Delta_1 - l_2 \mp \Delta_2$ innen $s \mp \Delta_1 \pm \Delta_2 = l_1 - l_2 = s_1$ s_1 akkor lesz egyenlő a keresett s-sel, ha $\Delta_1 = \Delta_2$, ez pedig akkor áll elő, ha a műszer távolsága a két lécállástól egyenlő.

Ezek szerint a végpontból való szintezésnél az irányzótengely és a távcsőlibella-tengely nem párhuzamos fekvéséből származó hibát csak kiküszöbölhetjük ki, a központi fölállásnál viszont a hiba a szintkülönbségek képzésénél csökken, mert ellenkező előjelű, és ha a két léctávolság egyenlő, akkor teljesen

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kiesik. Ezért alkalmazzák a gyakorlatban mindenütt a középponttól való szintezést, mégpedig szabatos szintezéseknél egynlő távolságokkal.

2., A műszer nincs jól szintezítve.



Ha a műszer nincs jól szintezítve, akkor az első leolvasás után elforgatva a műszert a libella buborékja kitér, s ezáltal nemcsak a végponton való, de a középponti gyalálásnál is hibás szintkülönbségeket nyerhetünk. Középponti gyalálásnál az irányzótengely az egyik léc megirányozásánál és leolvasásánál lehet vízszintes, vagy a vízszintestől egyik oldalra elhajló, a másik léc megirányozásánál pedig a másik oldalra elhajló.

Abban az esetben, ha irányozás és leolvasás alkalmával a buborék nem játszott be, leolvassuk a buborék mindkét végének állását (n és m) is és a libellák tárgyalásánál levezetett $x = \frac{n-m}{2}$ képletből nyerjük a buborék középpontjának eltérését a libella normálpontjától, vagy ami egyre megy a buborék végeinek eltérését a helyes jelzéstől, kiejtve a libella osztásaival. Minthogy pedig egy osztásával való kitérésnek „ε" szög felel meg (ez a libella érzékenysége.), melyel a libellatengely és a vele párhuzamos irányzótengely a vízszintestől elhajlik, akkor „x" osztásoznak „x.ε" szögérték felel meg. Hogyha a léc a műszertől „S" távolságban van, akkor az irányzótengely az „x.ε" szögértének és a „S" távolságnak megfelelő „Δ" ívhosszal fog a lécen a helyes jelzéstől eltérni, vagyis

$$x.\varepsilon'' = S''.\frac{\Delta}{S}$$

s innen

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$\Delta = x\,T\,\frac{\varepsilon''}{\rho''} = 0{\cdot}0048462 \cdot T \cdot x \cdot \varepsilon'' \ {}^{m}/_{m}$$

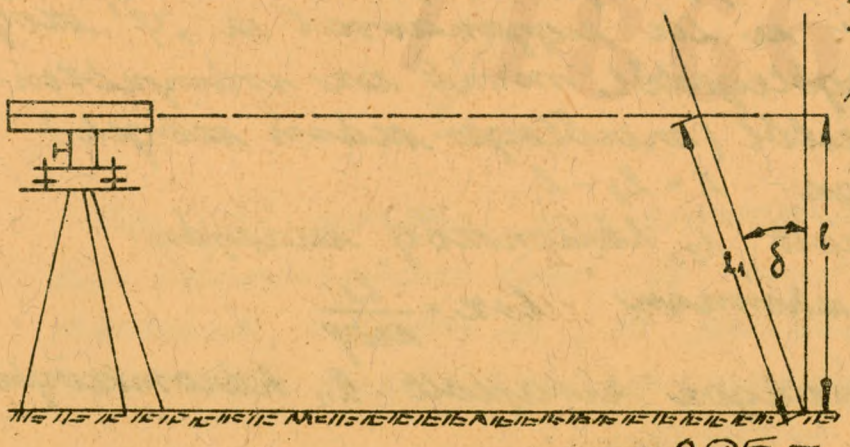
hol „T" méterekben van kifejezve.

Ebből tehát az tűnik ki, hogy az irányozás és leolvasás hibája a távolsággal, a buborék-kitérés nagyságával és az „ε" szög növekedésével — illetve mivel „ε" nagysága a libella érzékenységével fordított arányban áll: a libellaérzékenység csökkenésével — növekszik.

Egyszerű szintezésnél tehát előbb gondosan be kell állítani a libellát és csak azután szabad a lécről leolvasást végezni. Mivel gondos beállításnál is kitér a buborék 1~1·5 parttal, azért precíziós szintezéseknél a fenti képlettel számítani kell a lécleolvasás korrekcióját. Ehhez ismernünk kell a libella érzékenységét: „ε"-t, le kell olvasnunk a kitérés nagyságát: x-et és meg kell mérnünk a léc távolságát a műszertől: T.

Kiszámítva a „Δ" hiba nagyságát, ezzel csökkentjük a nyert lécleolvasást, ha a buborék a léc felé tér ki, mert ebben az esetben a libella tengelye és az ezzel párhuzamos irányzó-tengely a léc jelöli oldalon a vízszintes fölé emelkedik s így a valódinál nagyobb leolvasást kapunk; ha viszont a buborék a lécel ellenkező oldalra tér ki, akkor az irányzótengely a vízszintes alá süllyed, ezzel a valódinál kisebb leolvasást kapunk, tehát lécleolvasást növelnünk kell.

3., Leolvasáskor a léc nem volt függőleges.



Ez az eset akkor szokott előállani, ha a léc nincs dobozlibellával felszerelve, vagy ha van is libellája, a munkás nem játszatja be. Ebben

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

az esetben a helyes „l" lécleolvasás helyett „l_1" hibás leolvasást mérünk. A leolvasás hibája: $\Delta = l_1 - l$.
Ha a léc elhajlása a függőlegestől: „δ", akkor

$$l = l_1 \cos\delta$$

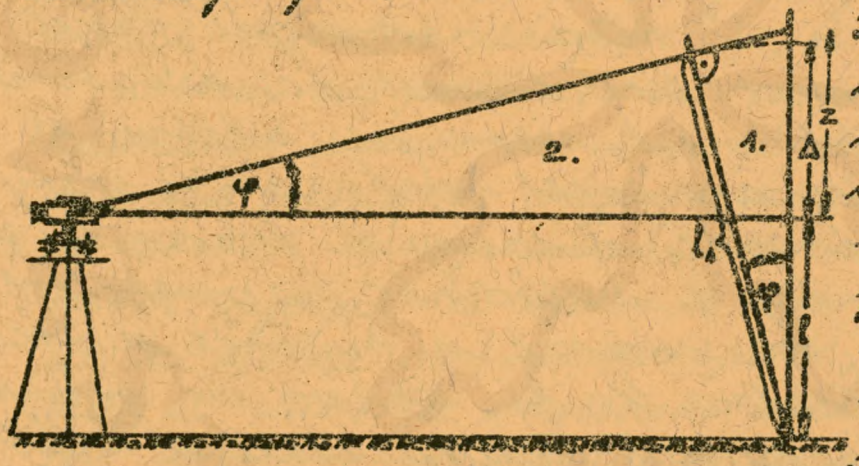
ezt az értéket az előbbi egyenletbe behelyettesítve:

$$\Delta = l_1 - l_1 \cos\delta = l_1(1 - \cos\delta)$$

lesz a hiba értéke. A fenti képletből láthatjuk, hogy a „Δ" akkor lesz „0", ha „$\delta = 0$", mivel $\cos 0 = 1$ s innen $\Delta = l_1(1-1) = l_1 \cdot 0 = 0$

Ha $\Delta = 0$, akkor „l" a leolvasás lehető legkisebb értéke. Ezen legkisebb leolvasás mellett a léc mindig függőlegesen áll. Ezért mondtuk már a szintezés általános ismertetésében, hogy ha a lécen minos libella, akkor a munkával lassan előre-hátra döntjük a lécet és ahol a legkisebb leolvasást kapjuk, az lesz a helyes érték.

4. Az irányzótengely nem párhuzamos a libellatengellyel és leolvasáskor a léc nem függőleges.



Ha az előző három esetből két hiba egyszerre lép fel, akkor a mért legkisebb leolvasás nem fogja a helyes „l" értéket szolgáltatni, hanem egy hibás „l_1"-et olvasunk le.

Ebben az esetben a léc a nem vízszintes irányzótengelyre merőleges a legkisebb leolvasásnál, tehát nem függőleges helyzetű. A legrövidebb leolvasáskor a léc ugyanannyi a „φ" szöggel tér el a függőlegestől, mint az irányzótengely a vízszintestől (merőleges-szárú szögek.)
A hiba nagysága: $\Delta = l_1 - l$
Az ábrán kirajzolt 1„ háromszög alapján:

$$\cos\varphi = \frac{l_1}{l+z} \quad \text{ahonnan} \quad l+z = \frac{l_1}{\cos\varphi}$$

Az ugyancsak vastagon kirajzolt 2„ háromszögből

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

pedig: $x = T \cdot tg\varphi - \frac{T \cdot \varphi''}{\rho''}$ mivel kis szögről van szó. Az értékeket behelyettesítve lesz:

$$\Delta = l_1 - \left(\frac{l_1}{\cos\varphi} - \frac{T\varphi''}{\rho''}\right)$$

Vagy másképen írva:

$$\Delta = \frac{T \cdot \varphi''}{\rho''} - \frac{l_1(1-\cos\varphi)}{\cos\varphi}$$

A kiindulás-képletből: $l = l_1 - \Delta$, és Δ értékét behelyettesítve:

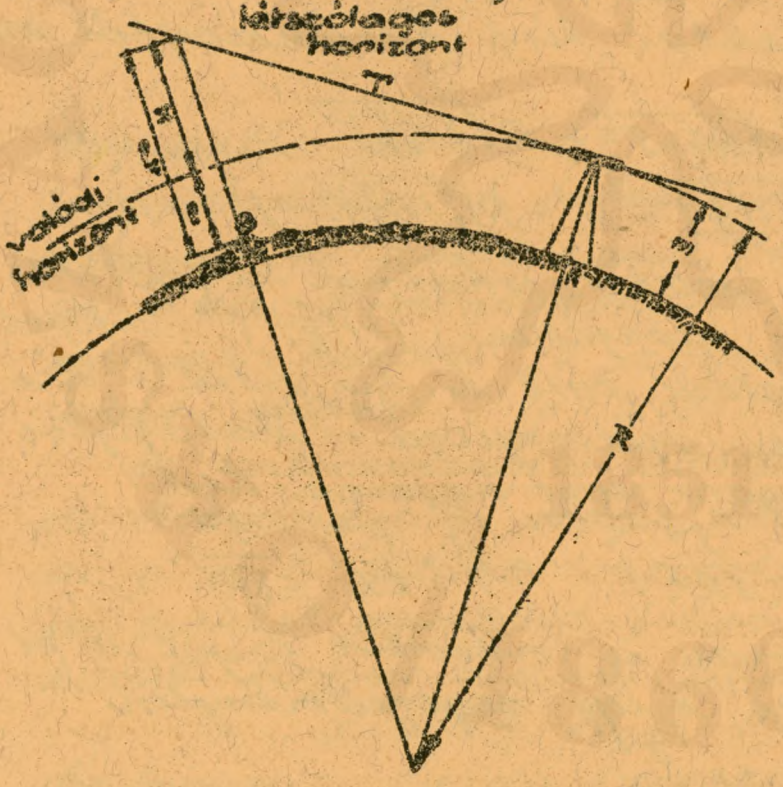
$$l = l_1 - \frac{T \cdot \varphi''}{\rho''} + \frac{l_1(1-\cos\varphi)}{\cos\varphi} = \frac{l_1}{\cos\varphi}(\cos\varphi + 1 - \cos\varphi) - \frac{T\varphi''}{\rho''}$$

végeredményben:

$$l = \frac{l_1}{\cos\varphi} \mp f(\pm\varphi'')$$

5., A Föld gömb-alakjából és a sugártörésből (refrakció) eredő mérési hiba.

Földünk gömb-alakjánál fogva a valódi vízszintes, vagyis a valódi horizont is gömb-alakkal bír. Ezzel szemben álláspontunkban (A) műszerünk vízszintes irányzóvonala a valódi horizontot érintő sík, melyet látszólagos horizontnak nevezünk. A látszólagos horizont eltérése a valódi horizonttól — minél távolabb megyünk a műszerünktől, annál nagyobb lesz.



Ha „A" pontra vonatkozólag a „T" vízszintes távolságban levő „B" pont szintmagasságát keressük, akkor a „B" pontban függőlegesen felállított lécen nem a valódi horizont által

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

nyújtott „l", hanem az irányzótengely által kijelölt látszólagos horizontnak megfelelő „l_1" léchosszúságot nyerjük, mely a helyes léchosszúságnál „x" értékkel nagyobb.

Tudjuk azt, hogy $m = l + s$, ebből $s = m - l$ lenne a két pont helyes szintkülönbsége, mi azonban ehelyett egy hibás, „s_1" szintkülönbséget kapunk, amely kifejezhető az $s_1 = m - l_1$ egyenlettel De $l_1 = l + x$ értéket behelyettesítve $s_1 = m - l - x$ et kapunk. Mivel pedig $m - l = s$, végeredményben lesz: $s_1 = s - x$ A helyes szintkülönbség pedig lesz:

$$s = s_1 + x = m - l_1 + x = m - (l_1 - x)$$

Szavakban: a hibás szintkülönbséget „x" értékkel nagyobbítani, illetve a nyert lécleolvasást (l_1) kis „x" értékkel kisebbíteni kell, hogy a helyes szintkülönbséget kapjuk.

Kérdés: mekkora ez az „x" érték? Ezt az R, T és R+x oldalakkal bíró háromszögből számíthatjuk ki:

$$R + x = \sqrt{R^2 + T^2} = R\sqrt{1 + \left(\frac{T}{R}\right)^2} \qquad \text{és}$$

innen

$$x = R\sqrt{1 + \left(\frac{T}{R}\right)^2} - R = R\left[\sqrt{1 + \left(\frac{T}{R}\right)^2} - 1\right]$$

A gyökjel alatti értéket írhatjuk a következő binom kifejezés alakjában: $\left[1 + \left(\frac{T}{R}\right)^2\right]^{1/2}$; mivel a második tag valódi tört és kis érték — „R" igen nagy a „T"-hez viszonyítva — sorbafejtve egy erősen konvergáló sort kapunk. Lesz:

$$x = R\left(1 + \frac{T^2}{2R^2} - \frac{T^4}{8R^4} + \cdots - 1\right) = \frac{T^2}{2R} - \frac{T^4}{8R^3}$$

A gyakorlatban már a második tagot is el szokták hanyagolni, s így végeredményben

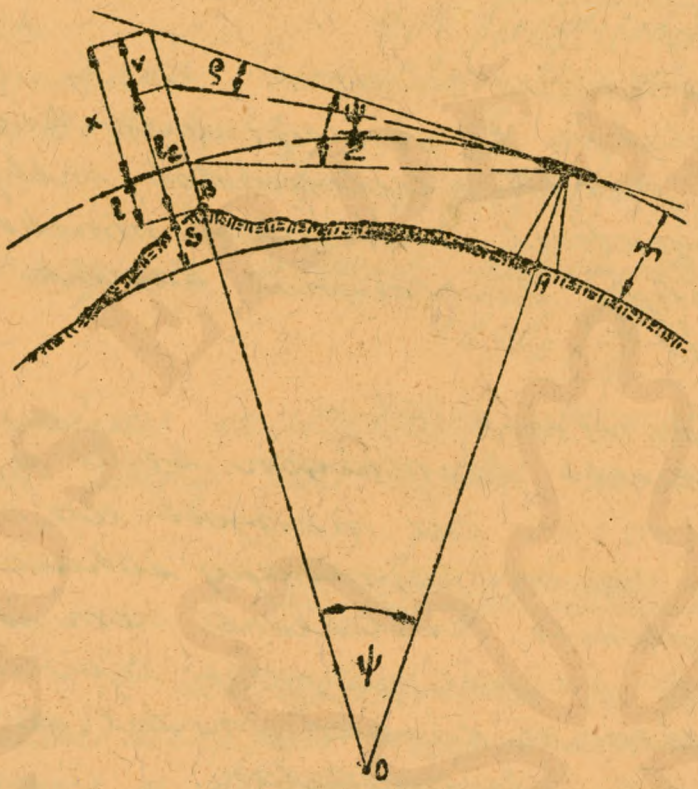
$$x = \frac{T^2}{2R}$$

lesz az az érték, amellyel a lécleolvasást, illetve a képezett szintkülönbséget meg kell változtatnunk. Ez 100 m.-en 0·8 m/m.

Azonban műszerünk irányzótengelye és az

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ezzel összesü látósugár nem követheti merevon a valóságos horizont érintőjének egyenes irányát, hanem a Föld-gömböt körülvevő levegő változó sürüségü rétegein áthatolva törést szenved.



Emiatt elhagyja az irányzótengely által kijelölt egyenes irányt és a „B" pontban függőlegesen felállított lécet nem ott találja, ahol az irányzótengely által kijelölt egyenes, hanem ennél mélyebben. A lécen azt az „l_2" leolvasást fogjuk nyerni, ahol megtört irányú irányzósugarunk a lécet találni fogja.

Így aztán nem „l_2", hanem $l_2 = l + \Delta$ leolvasást fogunk kapni. A látósugár iránya az egyenes iránnyal „ρ" szöget zárja be, melynek nagysága az „A" és „B" pontokon át haladó függőleges irányok közötti „ψ" szögnek 1/13-val egyenlő.

Gauss szerint $\rho = 0{\cdot}0653\,\psi$

Az irányzótengely álláspontunkban a valódi horizontal $\frac{\psi}{2}$ szöget zár be. Mivel azonban a „ρ" és $\frac{\psi}{2}$ szögek meglehetősen kicsinyek, azért az ezekkel szemközt fekvő oldalak és a szögek között egyenes viszony állítható fel, vagyis:

$$x : v = \frac{\psi}{2} : \rho = \frac{\psi}{2} : 0{\cdot}0653\,\psi$$

és innen: $x : v = 1 : 0{\cdot}1306$ vagy ugyanezen arány alapján írhatjuk:

$$(x - v) : x = (1 - 0{\cdot}1306) : 1$$

$$\frac{x - v}{x} = \frac{1 - 0{\cdot}1306}{1} = 0{\cdot}8694$$

De $x - v = \Delta$, tehát $\Delta = 0{\cdot}8694\,x$. Továbbá lát-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

tuk, hogy $x = \frac{T^2}{2R}$; ezt behelyettesítve lesz:

$$\Delta = 0{\cdot}8694 \frac{T^2}{2R} = 0{\cdot}4347 \frac{T^2}{R}$$

„R"-et átlagosan 6.370,000 m.-nek véve:

$$\Delta = 0{\cdot}000.000.068.24\, T^2$$

vagy másképen írva:

$$\Delta = 6824\, T^2 . 10^{-11}$$

lesz a Föld gömb-alakja és a refrakció következtében mert eltérés a helyes leolvasástól, melyeltérés a távolság négyzetével arányosan növekszik. Nézzük meg, hogy milyen távolságnál kapunk $\Delta = 1^{mm}m = 0{\cdot}001\, m$ hibát?

$$T = \sqrt{\frac{0{\cdot}001}{0{\cdot}000.000.068.24}} = 121\, m.$$

vagyis 121 m.-nél kisebb távolságon belül a „Δ" értéke kisebb, míg 121 m-en túl nagyobb lesz, mint $1^{mm}m$. A gyakorlatban 100 m. távolságig sohasem veszük a hibát figyelembe. Szintezésnél nem is szabad a lécet 50~60 m.-nél nagyobb távolságba küldeni; mert ezen a távolságon túl az ^{mm}-ek becslése már nagyon bizonytalan.

Középpontból való szintezésnél, ha a léctávolságok egyenlőek, a Föld gömb-alakjából és a refrakcióból származó hibák is kiesnek, mivel a szintkülönbség képezésénél a hibák egyenlő nagyok, de ellentétes előjelűek lévén megsemmisítik egymást. Ha a léctávolságok nem egyenlőek, akkor csak redukálódik a hiba.

A szintmérési hibák nagysága.

A szintmérés pontossága változik aszerint, amint végpontból, vagy középpontból szintezünk.

A végpontból való szintezésnél minden fölálláskor $\pm\delta = \sqrt{(\pm\delta_l)^2 + (\pm\delta_m)^2}$ lesz a szintkülönbség (s) középhibája a hibahalmozódás törvényei szerint. (L. hibaelmélet), hol $(\pm\delta_l)$ a léc-leolvasás, $(\pm\delta_m)$ a műszermagasság mérésének középhibája. ~ Hosszabb vonalak szintezésénél, vagyis amikor „n" szer felállva a műszerrel $n\,h = H$ hosszú vonalon (hol „h" rendesen 50 m.)

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

végezünk szintmérését, a két végpont közötti középhiba: $\pm\delta = \sqrt{n[(\pm\delta_t)^2 + (\pm\delta_m)^2]}$ de $n = \frac{H}{h}$

s így lesz:

$$\pm\delta = \sqrt{\frac{H}{h}[(\pm\delta_t)^2 + (\pm\delta_m)^2]}$$

Középpontból való szintezésnél egyes esetekben $\pm\delta = \sqrt{(\pm\delta_t)^2 + (\pm\delta_t)^2} = \pm\delta_t\sqrt{2}$

Hosszabb vonalak szintezésénél pedig, hol $2n\,h = H$ s így $n = \frac{H}{2h}$

$$\pm\delta = \sqrt{n(\pm\delta_t)^2 + n(\pm\delta_t)^2} = \pm\delta_t\sqrt{2n}$$

vagy „n" értékét behelyettesítve:

$$\pm\delta = \delta_t\sqrt{\frac{H}{h}}$$

Országos szintezéseknél ± 4 mm/km, a gyakorlatban pedig ± 20 mm/km. a megengedett középhiba.

Erdőy olv.

Területszámító műszerek.

A területszámítás a gölmérő és a mérési adatok alapján megszerkesztett területidomok képe, vagyis a térkép alapján történik. A területidomok alakja rendszerint szabálytalan sokszög, melyeknek területi nagyságát vagy síkmértani úton, vagy pedig erre a célra szerkesztett műszerekkel mechanikai úton számítjuk ki.

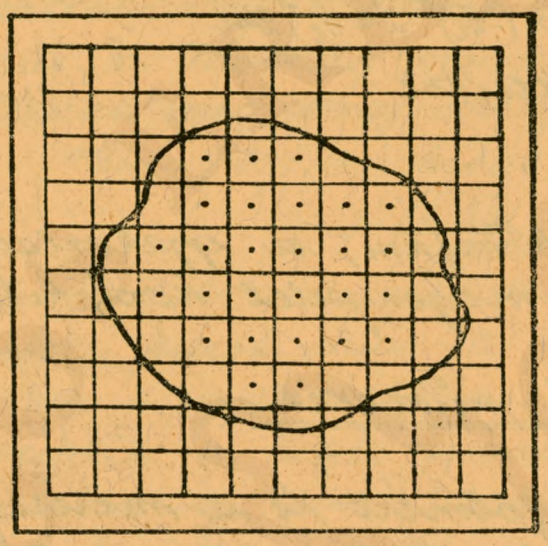
1, Területszámítás síkmértani úton.

Meghatározhatjuk valamely szabálytalan idom területét azáltal, hogy azt egyszerű idomokra (háromszög, négyszög, trapéz) bontjuk s ezen idomok területének összege adja a keresett szabálytalan idom területét. Ezzel a második részben – a területszámítás és területosztás keretén belül – részletesen fogunk foglalkozni, itt csupán azokat a műszereket tárgyaljuk, amelyeknek a segítségével az egyszerű idomokra való bontás, valamint azok területeinek összegezése gyorsabban és könnyebben végezhető.

Igen elterjedt számítási mód a szabálytalan területek négyzetekre való bontása. Erre a célra

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

u. n. négyzetes hálót használunk. A négyzetes háló alkalmazása abban áll, hogy a területidomot egy derékszögű négyszöggel vesszük körül, mely négyszöget a térkép léptékéről levett hosszúsággal, lépedig rendesen 4, 5, 8, 10, 50, 100 öl vagy méter oldalhosszal bíró négyzetekből álló hálózattal vonjuk be. Hogy azonban ne legyen szükséges térképünket ceruzavonalakkal behálózni, azért készítenek üvegből, vagy celluloidból ilyen négyzetes hálókat. Ezeket <u>üveglanimétereknek</u> nevezzük. Használatuk igen egyszerű. Az üveglanimétert ráhelyezzük a kiszámítandó területre és megszámoljuk, hogy hány teljes négyszög esik a terület-idomba. Ezután jönnek sorra azok a négyzetek, amelyek csak részben esnek a területidomba. Itt a gyakorlatban úgy járunk el, hogy minden kockánál külön megbecsüljük, hogy hány tized része esik a megmérendő területre. A becsült értékeket és a teljes kockák területét összegezve kapjuk a megmérendő idom területét. Ellenőrzésül ezután a teljesen, vagy részben üres kockák területét is meg kell határoznunk az előbbi módon. Az így kapott két terület összegének közel egyeznie kell az üveglanimiméter teljes területével. Az eltérés a becslés hibájából adódik és a meghatározandó terület nagyságának javítására használjuk.



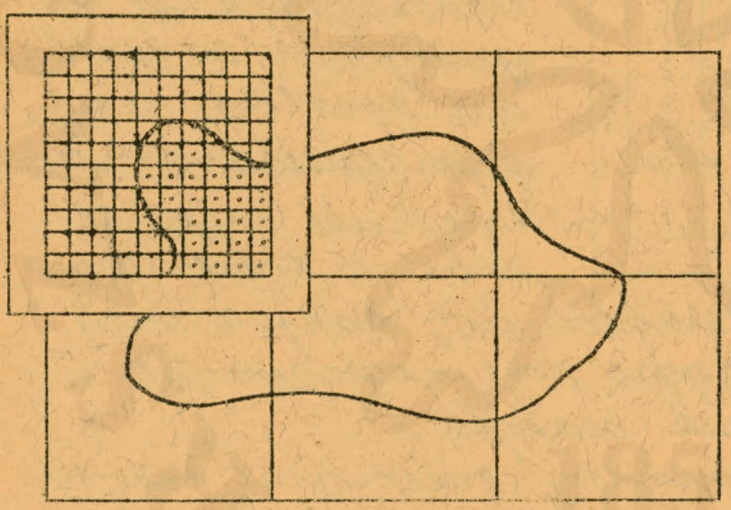
Pl. Elfogott, teljes kockák száma: 642
" rész- -"- -"- : 41·2
Összesen: 683·2

Üres, teljes kockák száma: 793
-"- rész- -"- -"- 92·4
Összesen: 885·4

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Mért kockák száma összesen: 1568·6
Összes kockák valódi száma: −1600·0
Teljes hiba: − 31·4
A teljes hibából a fedett kockákra esik: − 13·7
-"- -"- az üres -"- -"- − 17·7
Összesen: − 31·4
A keresett terület tehát lesz: 683·2 − 13·7 = 669·5 kocka.

Az üveglaniméter rendszerint négyzetmilliméteres beosztású. Használat előtt meg kell határozni, hogy a térképen lévő $1\,mm^2$-nek mekkora terület felel meg a természetben.
Pl. 1:2000 méretaránynál $1\,mm$: 2 m, tehát $1\,mm^2$: 4 m^2, vagy 1": 100° méretaránynál: 1" = 2·634 cm, tehát 26·34 mm-nek a térképen 100° felel meg a természetben. 1 mm-nek pedig $\frac{100}{26{\cdot}34} = 3{\cdot}796°$ felel meg. Ezekszerint $1\,mm^2$-nek $3{\cdot}796^2 = 14{\cdot}4\,□°$ felel meg. A



gyakran előfordul, hogy üveglaniméterünk kisebb, mint a megmérendő terület nagysága. Ilyenkor az üveglaniméter hálózatának megfelelő négyzetekre bontjuk a megmérendő síkidomot és mindenegyes ilyen keret-négyzetbe eső területrészt az üveglaniméterrel határozzuk meg az előbbi módon. Az egyes négyzetekben mért területek összege adja a síkidom területét.

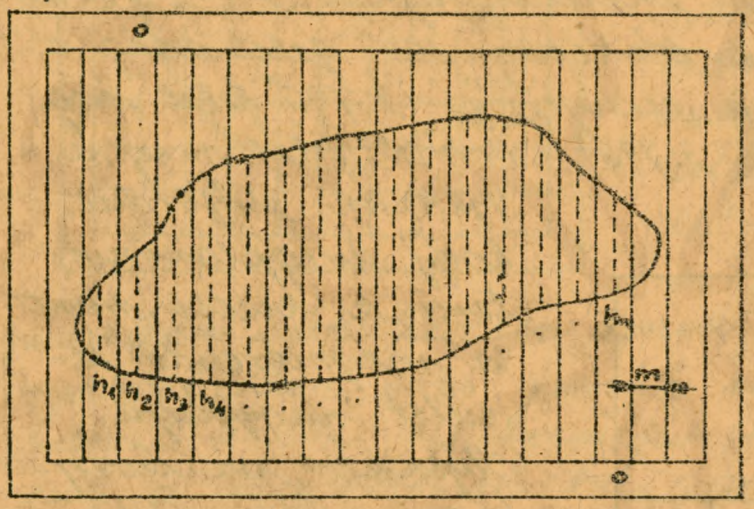
Üveglaniméter helyett igen jól használható a papírkereskedésekben kapható átlátszó papírra nyomott milliméter-háló is.

A területmeghatározás másik módja a trapézekre való bontás. Ez azonban görbe vonalakkal

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

határolt idomoknál igen hosszadalmas volna, mert térképünkön a meghatározandó területet vékony sávokra kellene bontanunk, ami magát a térképet is tönkretenné a sok vonallal. Ezért a sávokra való bontásra külön eszközt szerkesztettek: ez az Alder-féle híres planiméter, vagy hárfa. Ennek vázát egy téglalapalakú rézkeret képezi amelynek hosszabb oldalai között, egymástól 1/10 hüvelyk, vagy 2 m/m távolságban hőzőrszálak vannak kifeszítve. Minden 10. szál vörös, minden 5. szál sárga színű.

A készülék használata abban áll, hogy ráhelyezzük a megmérendő területre, miáltal a síkidomot egyenlő magasságú trapézekre bontottuk. Egy-egy trapéz területe egyenlő a középvonalának és magasságának szorzatával. Minthogy pedig a magasság minden trapéznál ugyanaz, azért a trapézekre bontott egész síkidom területét úgy kapjuk meg, ha a közös magassággal (m) megszorozzuk a trapézek középvonalának összegét.

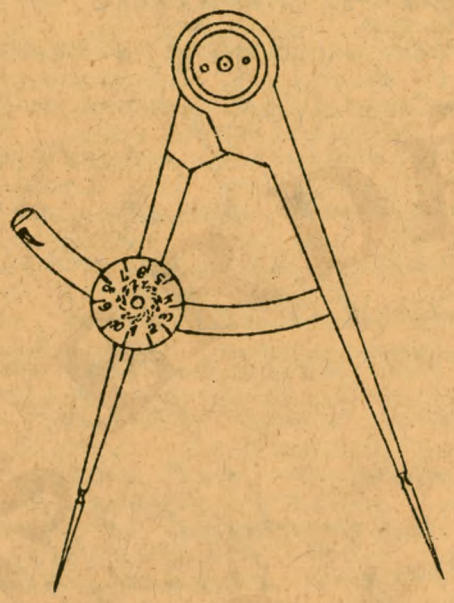


Hogy ne kelljen minden középvonal hosszát a térkép léptékéről külön-külön leméri, úgy járunk el, hogy az első középvonal hosszát (h_1) körzőbe fogjuk és ezt a körzőmpárt átvive a második középvonalra, annak (h_2) hosszával megtoldjuk. Ezt az eljárást folytatólag addig ismételjük, amíg a kimért körző szárai között lévő távolságot a léptékünkről megfelelő pontossággal le tudjuk olvasni. Az így leolvasott hosszat feljegyezzük majd ott folytatjuk a középvonalak mérését, ahol azt abbahagyjuk, egészen addig, míg az összes középvonalak hosszát meg

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

nem mértük. A középvonalak hosszának összege szorozva „m"-mel adja a keresett idom területét.

A középvonalak összegezésére is szerkesztettek külön műszert: ilyen az u. n. szárasz-körző. Ez egy rendes kitági mérőkörző, amelynek szárait azonban csak 2·5"-nyi távolságra lehet kinyitani. Ez a távolság 1":40°-es méretarányban éppen 100°-nek felel meg s innen kapta a műszer a „szárasz-körző" elnevezést. Hogy a 2·5"-nyi körzőnyílások számát se kelljen megjegyeznünk, a körző egyik szára számolótárcsával van ellátva, amely tárcsa minden teljes körzőnyílásnál egy osztásrészszel fordul el. A mérés befejeztével a tárcsáról leolvashatjuk a teljes körzőnyílások számát, a maradék-rész nyílás-nagyságát a térkép léptékéről mérjük le a lehető legpontosabban.



Mérés előtt meg kell még határoznunk az „m" magasságok terméozetbeni hosszát is a méretarány segítségével.

Pl. ha a kúrok egymástóli távolsága 2 $^{m}/_{m}$, akkor ennek 1:2000-es méretarány mellett 4 m. felel meg, avagy 1" 100°-es méretarány esetén, mivel 1°=72", lesz az általános méretarányszám 1:72×100 = 1:7200, tehát 1 $^{m}/_{m}$-nek 7·2 m, 2 $^{m}/_{m}$-nek pedig 14·4 m. felel meg.

Ha a kárfa tizedhüvelykes beosztású, akkor 1":100°-es térképnél 0·1":10°, vagy ugyanennél a kárfánál 1:2000 méretarány esetén, mivel $1'' : \left(\frac{2000}{72}\right)^{\circ} = 1'' : 27{\cdot}77^{\circ}$ az „m" értéke lesz: 0·1":2·78°.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

2, A területszámításnak másik módja a mechanikai úton való területszámítás. Ennél a területszámítási eljárásnál erre a célra szolgáló műszerekkel, a planiméterekkel közvetlenül mérjük meg a térképen lévő idom területét. A planiméterek tulajdonképpen integrátorok, amelyekkel az $F=\int f(x)dx$ alakú integrálok számértékei határozhatók meg. Tudjuk ugyanis a matematikából, hogy ha van egy görbénk, amelynek az egyenletét ismerjük, akkor azon görbevonal által bezárt területet meg tudjuk határozni, ha a görbe egyenletét integráljuk. Ha tehát meg tudnók állapítani a térképünkön lévő terület határológörbéjének az egyenletét, akkor ezt integrálva megkapnánk a terület nagyságát. A határoló görbe azonban legtöbbször szabálytalan, és így teljesen lehetetlen annak egyenletét felírni. De nincs is szükségünk az egyenletre, mert az integrálást grafikusan is el tudjuk végezni. Ezt a grafikus integrálást automatikusan hajtják végre a különböző fajta planiméterek. A sokfajta planiméter közül a gyakorlat a kerületen-járó planimétereket használja, mert hisz a terület a kerület által van adva. A kerületen-járó planiméterek elve és kivitele azerint változik, amint a terület-integrál-kifejezést derékszögű ($F=\int f(x)dx$), vagy sarkpontos ($F=\int f(\varphi)d\varphi$) koordinátarendszerre vonatkoztatjuk. Ezerint megkülönböztetünk ortogonális v. lineáris és sarkpontos vagy poláris planimétereket. Ezen csoportosításon belül is igen különböző lehet a planiméterek szerkezete, de valamennyinél felfedhető egy képzeletbeli pályája, amelyet a sarkpontos planiméternél a vezetőkar jelöl ki, egy mérőkar és egy integrálorsó vagy henger, amelynek teljes fordulatait egy számlálókorongról, a tört részeket pedig magának az orsónak a számozásáról egy nónius segítségével olvashatjuk le.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A mérőkar végén van a vezetőtű. Az integráló és a vezetőtű közötti távolság lehet állandó, és lehet változó, legtöbbször változó, hosszas egy nónius segítségével tized $^{m}/_{m}$. pontosságig leolvasható. ~ A mérés valamennyi kerületen-járó planiméterrel azonos módon történik. A planimétert úgy helyezzük el a rajzlapon, hogy a vezetőtűvel a megmérendő terület határológörbéje bejárható legyen. Ezután leolvasuk az integrálorsó mérés előtti állását (O_K) és a tűt egyenletes sebességgel végigvezetjük a területet határoló görbén, anélkül, hogy a vonalról letérnénk, vagy a tűvel felkarcolnánk a térképet. Ha a tűvel a kiindulópontba visszaérünk újra leolvasuk a számolókorong állását (O_V), s mivel a műszer úgy van szerkesztve, hogy a terület arányos az integrálorsó fordulataival, írhatjuk:

$$T = C.(O_V - O_K)$$

A „C" a műszerre jellemző, a vezetőkar hosszától és a térkép méretarányától függő állandó, melynek meghatározását később fogjuk tárgyalni.

Mivel a gyakorlatban leginkább a sarkpontos planiméter van elterjedve, azért a következőkben ezzel fogunk részletesebben foglalkozni.

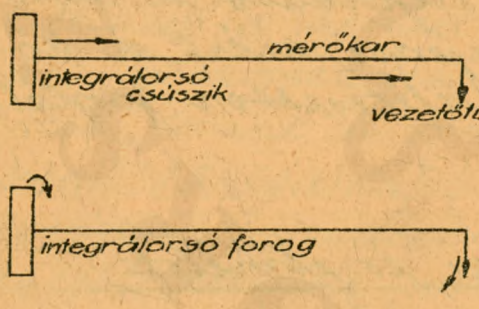
A sarkpontos planiméter és elmélete.

A sarkpontos planiméter két fémrúdból áll, amelyek csuklósan vannak egymással összekapcsolva. A csuklós kapcsolás a mérőkar egyik végének közelében van elhelyezve, a kar hosszabb végén a vezetőtűt, rövidebb végén pedig az integrálorsót találjuk. Az integrálorsó egy a mérőkarral párhuzamos, vízszintes tengely körül forog. A tengely csapágyai igen finomak, hogy az integrál-

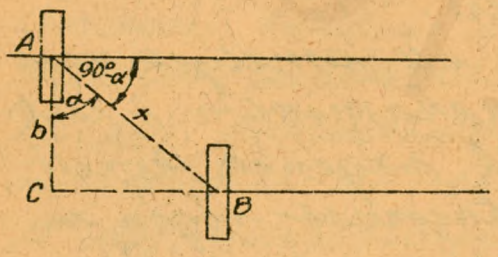
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

orsó holt mozdulat nélkül, igen könnyen forogjon és így a mérőkar minden mozdulatát átvegye. Ezen a tengelyen egy végtelen csavar van, amely az integrálorsó egyszeri körülfordulása után a számlálókorong fogaskerekét egy értékkel elforgatja ~ A vezetőkar egyik végén van a csukló, amely összeköti a mérőkarral, a másik végén pedig egy hegyes tű van, amelyet a rajzlapba szúrunk, s az egész műszer ezen lesz mint tű, mint pólus körül elfordítható. A rögzítőtűt még súllyal is le szokták szorítani. A vezető-kar hossza állandó.

Az integrálorsó 100 részre beosztott koronggal bír, (nem azonos a számláló-koronggal!), amelyről egy nónius segítségével a korongosztásokat tized-pontosságig tudjuk leolvasni, tehát az integrálorsó teljes körülfordulásának 1/1000-részét is meg tudjuk mérni (a számláló-korongról pedig csakis a teljes körülfordulások számát olvashatjuk le.). Az integrálorsó a térképen fekszik föl s ezen csúszik, vagy gurul aszerint, hogy milyen irányba mozdítjuk el a vezetőtűt. Ha a vezetőtűt a mérőkar hosszirányában mozdítjuk el, akkor az integrálorsó csúszik, ha pedig a mérőkar irányára merőlegesen mozdítjuk el a vezetőtűt, akkor az integrálorsó elfordul.



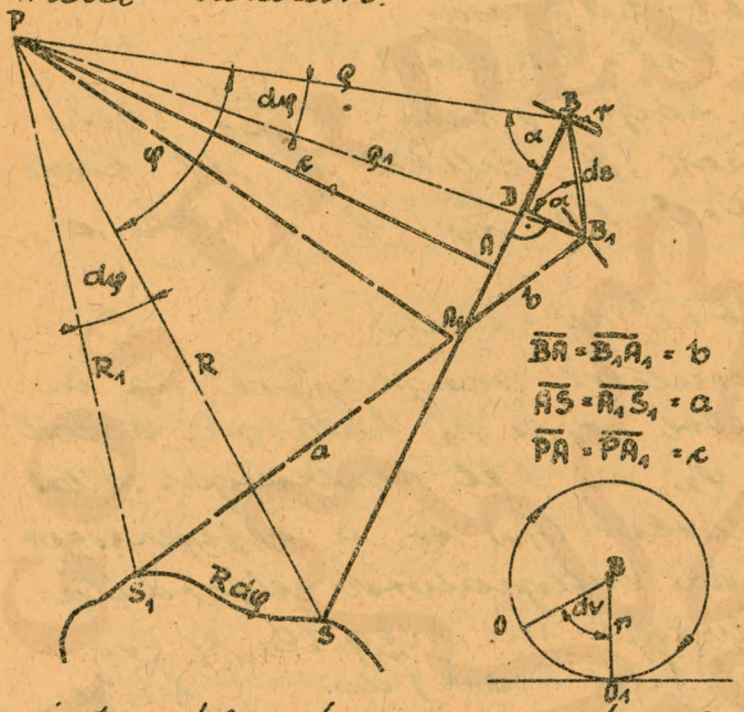
Más irányban elmozdítva a vezetőtűt, az integrálorsó részben csúszó, részben gördülő mozgást végez. Ha pl. az integrálorsó az „A" pontból a „B"-be jut el az „s" uton, akkor úgy képzelhetjük el az integrálorsó elfordulási értékét, mintha „A"-tól „C"-ig gördült, „C"-től „B"-ig pedig csúszott volna. Tehát az elfordulás értéke: b, ha az út az integrálorsó sík-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

jával α, illetve a tengellyel, és így a mérőkarral $90°-\alpha$ szöget zárt be, lesz: $b = x \cdot \cos\alpha$

Eddigi tárgyalásaink folyamán láttuk, hogy a sarkpontos planiméter úgy használjuk, hogy a vezetőkar végét bekúrjuk a térképbe, és a mérőkaron lévő vezetőtűt körülvezetjük a megmérendő terület határán.



$\overline{BA} = \overline{B_1A_1} = b$
$\overline{AS} = \overline{A_1S_1} = a$
$\overline{PA} = \overline{PA_1} = r$

Tegyen a póluspontunk: P, a vezetőtű kezdőállása: S. Mozgassuk el a vezetőtűt a megmérendő terület határvonalán differenciális távolsággal, míg az S_1 helyzetbe kerül. Nézzük most, hogy milyen változás állt be a vezetőkar és a mérőkar egymásközti helyzetében, illetve az integrálorsó eredeti és elmozdított helyzetében. Az „A" csukló a vezetőkar, mint sugár körül egy körívet mozdult el, ugyanígy az integrálorsó is. Mivel végtelen kis elmozdulás esetén $\rho = \rho_1$ és $R = R_1$, továbbá az integrálorsó kerülete által megtett út: $\widehat{OO_1} = r\,dv$, írhatjuk, hogy

$$\widehat{OO_1} = \overline{B_1D} = ds \cdot \cos\alpha = r\,dv$$

(: Az integrálorsó a $\overline{BD}$ szakaszon csúszott! :)
De az integrálorsó útját kifejezhetjük $ds = \rho\,d\varphi$-vel is, hol „$d\varphi$" a differenciális elmozdulás szöge. Az így kapott „ds" értéket behelyettesítve az előbbi képletbe, lesz:

$$\rho \cdot \cos\alpha \cdot d\varphi = r\,dv$$

és ebből:

$$\rho \cdot \cos\alpha = r\frac{dv}{d\varphi}$$

A PSS_1 háromszög területe lesz:

$$dT = \frac{1}{2}R(R\,d\varphi) = \frac{1}{2} \cdot R^2 d\varphi$$

A BPS háromszögből a cos. tétel alapján ír-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kapjuk, hogy: $R^2 = (a+b)^2 + \rho^2 - 2(a+b)\rho\cos\alpha$

Másrészt a P+B háromszögből ugyanezek az ismert tétel alapján: $c^2 = b^2 + \rho^2 - 2b\rho\cos\alpha$

Hajtsuk végre a felső egyenletben a négyzetreemelést és vonjuk ki belőle az alsó egyenletet. Lesz:

$$R^2 = a^2 + 2ab + b^2 + \rho^2 - 2a\rho\cos\alpha - 2b\rho\cos\alpha$$
$$-c^2 = \quad -b^2 + \rho^2 \quad + 2b\rho\cos\alpha$$

$$R^2 - c^2 = a^2 + 2ab - 2a\rho\cos\alpha$$

Innen $R^2 = a^2 + 2ab + c^2 - 2a\rho\cos\alpha$

Az előbbiekben láttuk, hogy $\rho\cdot\cos\alpha = r\frac{dv}{d\varphi}$. Behelyettesítve az így kapott „R" értéket a „dT" képletbe: $dT = \frac{1}{2}\left(a^2 + 2ab + c^2 - 2ar\frac{dv}{d\varphi}\right)d\varphi$. Más alakban:

$$dT = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + c^2)d\varphi - ar\,dv$$

És végül az egész területet megkapjuk, ha az egyenletet φ_1 és φ_2, illetve v_1 és v_2 határok között integráljuk, ahol φ_1 és φ_2 a két vezérsugár által bezárt szög a kiinduláskor (φ_1) és a befejezéskor (φ_2), viszont v_1 és v_2 az integrálorsó elfordulása, melyet a két leolvasás ad meg (O_k és O_v).

Tehát $T = \frac{1}{2}(a^2 + 2ab + c^2)\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi - ar\int_{v_1}^{v_2} dv$; ha pedig $\varphi_1 = \varphi_2$, ami akkor áll fenn, ha teljesen körüljártuk a területet, akkor

$$T = -ar(v_2 - v_1) = c(v_1 - v_2)$$

Az „ar" szorzat értéke, mivel „a" a mérőkar hossza és „r" az integrálorsó sugara állandó, jelöljük „c"-vel s az a műszer állandója. Viszont azt is láttuk már, hogy a $(v_1 - v_2)$ nem más, mint az integrálorsó elfordulása, melyet a kezdeti és végső leolvasás ad, tehát végeredményben

$$T = c(O_v - O_k)$$

A planiméter állandójának (c) meghatározása.

Az $ar = c$ egyenlőségből következik, hogy a mérőkar változásával egyenlő arányban változik a „c" értéke is. Ezért, ha „a" hosszúságú mérőkarnak „c" állandó felelt meg, akkor az „a_1" mérőkarhosszúságnak valami „c_1" állandó fog megfelelni: $c_1 : c = a_1 : a$, innen $c_1 = c\frac{a_1}{a}$ lesz a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

keresett műszerállandó. ~ De változik a műszer állandója a térkép kiterítési aránya szerint is, hiszen ugyanannak a térképi területnek bármely térképen ugyanaz a leolvasás, a természetben pedig más és más terület felel meg aszerint, hogy milyen a térkép méretaránya. Épen ezért minden planimetrálás előtt meg kell határoznunk az adott méretaránynak állandó karhossz mellett megfelelő állandót, vagy adott méretaránynak adott állandó mellett megfelelő karhosszat.

A planiméter állandóját a gyakorlatban mindig egy ismert terület segítségével határozzuk meg. A próbaidom alakja vagy négyzet, vagy kör, melyet adott oldalhosszal illetve sugárral rajzolunk, s melynek természetbeni területét a méretarány segítségével számítani tudjuk.

Hüvelyk-öles térképeknél rendesen 1" oldalhosszal bíró négyzetet használunk, melynek területe tehát, ha a méretarány: $1'' : k'' \quad : \quad T = k^2$.

Általános méretarányú térképeknél rendszerint 100 m.-es oldalhosszal bíró négyzetet rajzolunk fel, tehát 1:2000 méretarányú térképen 5 cm.-es oldalú négyzetet, melynek természetbeni területe: $T = 10.000\ m^2 = 1\ ha$ lesz.

Ezután a terület határvonalán végigvezetjük a mérőkar vezetőtűjét és leolvassuk az integrálórán kezdő és végső állását. Az ismert képlet alapján: $T = k^2 = c\,(o_v - o_k)$, ahonnan

$$c = \frac{k^2}{o_v - o_k}$$

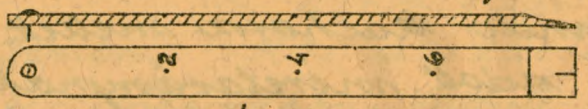
Ebben az esetben a mérőkar hossza tetszőleges, de az egész mérés alatt állandó értékű.

Az állandó meghatározásánál a vezetőtűt egyszer az óramutató járásával egyező (k_v) azután ellenkező (k_k) irányban vezetjük körül. Az egyező iránynál nyert ($o_v - o_k$) és az ellenkező iránynál nyert ($o_k' - o_v'$) értékeknek egyezniök kellene, ha műszerünk teljesen pontos lenne és nem

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

volnának megfigyelési hibáink. Az eltérés legfeljebb 3 egység lehet, ha ennél több, akkor igazítani kell a planiméteren. A két értéknek a számtani közepét vesszük, mint végleges leolvasást.

A régi műszereknél rézlemezbe vésett, adott területű körök szolgáltak próbaterületül. Az újabb műszerekhez egy próbasugár van mellékelve.



Ez egy fém lap, amelynek egyik végéhez közel egy kis tű van. A tűt a rajzlapba szúrjuk és körülötte elforgatható a próbasugár. A tűtől pontosan egy, vagy két cm. távolságban kis pontok vannak bevésve: ezek egyikébe helyezzük a vezetőtűt. A próbasugár másik végén indexvonás van. Ha ezt megjelöljük a papíron, akkor a vezetőtűvel egy kört rajzolhatunk le. A kör területét a sugártól számíthatjuk. A további eljárás megegyezik az előbbivel.

Minthogy az állandó meghatározásához tetszőleges mérőkar-hosszúságot vettünk, a meghatározott „c" az egész-számokon kívül még sok tizedes jegyet tartalmazhat. Az ilyen állandóval a térképen való területszámítás meglehetősen kellemetlen, mivel az $(O_V - O_K)$ értéket egy igen hosszú számmal kell szorozni. Ezért úgy járunk el, hogy az állandóhoz közel-eső egész-számot választunk állandónak és kiszámítjuk az ennek megfelelő karhosszúságot:

a „T" terület „a" karhosszúság mellett:

$$T = a + (O_V - O_K) = c\,(O_V - O_K)$$

és ugyanez a terület „a'" karhosszúság mellett:

$$T = a' + (O'_V - O'_K) = c'\,(O'_V - O'_K)$$

A baloldalak egyenlősége folytán a jobb-oldalak is egyenlőek lesznek:

$$a + (O_V - O_K) = a' + (O'_V - O'_K); \quad a\,(O_V - O_K) = a'\,(O'_V - O'_K)$$

$$c\,(O_V - O_K) = c'\,(O'_V - O'_K), \text{ innen } (O'_V - O'_K) = \frac{c}{c'}\,(O_V - O_K)$$

Vagy ezt az értéket az előbbi egyenletbe téve:

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$a\,(O_V - O_K) = a'\,\frac{c}{c'}\,(O_V - O_K)$$

és ebből

$$a = a'\,\frac{c}{c'}$$

lesz a keresett karhosszúság. A fenti eredményre jutunk akkor is, ha a karhossz és az állandó viszonyát arányalakban írjuk fel: $a : a' = c : c'$ és innen

$$a = a'\,\frac{c}{c'}$$

Ha a mérőkart beállítottuk az így kiszámított karhosszra, akkor az összes, ugyanazon méretarányban készült térképeken lévő területek nagyságát megkapjuk, azáltal, hogy a megfelelő leolvasáskülönbségeket megszorozzuk az adott állandóval.

A fenti levezetésből azt is látjuk, hogy az állandó és a karhossz között egyenes-arány áll fenn, vagyis nagyobb karhossznak nagyobb állandó felel meg. Ebből viszont az következik, hogy nagyobb állandó esetén egy leolvasási egységnek nagyobb terület felel meg s emiatt kisebb lesz a mérés pontossága. Tehát a planiméter pontossága fordítottan arányos a mérőkar hosszával.

Ha az így beállított karhosszal más méretarányú térképen is akarunk méréseket végezni úgy arra vonatkozóan ismét meg kell állapítanunk a „c" állandót. Itt ismét használhatjuk a próbaidomos eljárást, de számíthatjuk is az új állandót. Mivel próbaterület természetbeni nagysága „k" méretarányban „T" és „k_1" méretarányban „T_1", lesz:

$$T = k^2 = c\,(O_V - O_K)$$

$$T_1 = k_1^2 = c_1\,(O_V - O_K)$$

Ugyanis a rajzlapon mindkét esetben ugyanakkora a próbaterület, s így a leolvasások is egyeznek mindkét esetben. Osszuk el a két egyenletet egymással. Lesz:

$$\frac{c\,(O_V - O_K)}{c_1\,(O_V - O_K)} = \frac{k^2}{k_1^2}$$

és innen az új méretaránynak megfelelő állandó:

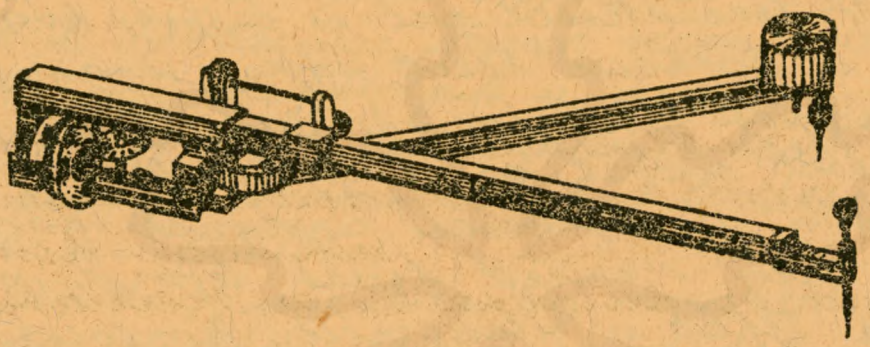
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

$$k_1 = k \frac{k_1^2}{k^2}$$

Az állandó meghatározásánál mindig ügyelnünk kell arra, hogy erős kicsinyítésű térképeken rövidebb karhosszal kell mérnünk, mint gyengébb kicsinyítésű térképeken.

A sarkpontos planiméterek közül legelterjedtebbek az Amsler és a Coradi-féle planiméterek.

Az Amsler-féle sarkpontos planimétert az jellemzi, hogy a vezetőkar és a mérőkar csuklós összeköttetése állandó, emiélfogva a vezetőkar a mérőkarnak mindig ugyanazon az oldalán foglal helyet.



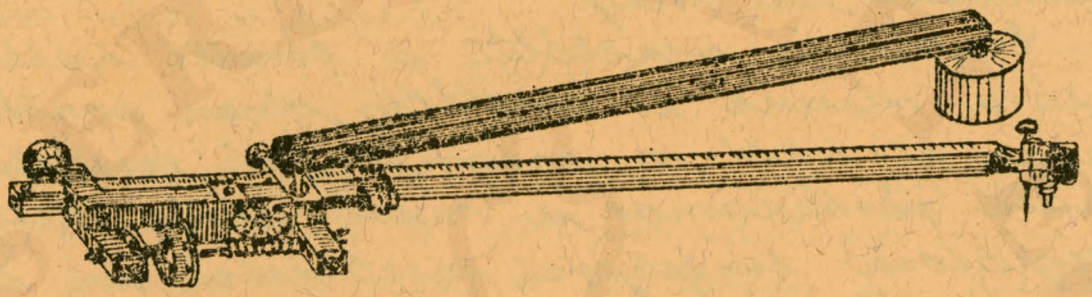
A mérőkar két oldalán beosztást találunk a karhosszúság beállítására. Az egyik beosztás az öles, a másik a méteres mértékrendszerben az egyes méretarányoknak megfelelően van számozva és mellé van írva az illető karhossznak és méretaránynak megfelelő állandó értéke is.

Ennél a planiméternél a mérést egyszer az óramutató járásával egyező, másodszor ellenkező irányban kell végezni.

A Coradi-féle, vagy kompenzációs planimétert az előbbivel szemben az jellemzi, hogy a csuklós összeköttetést a vezetőkar végén kiképezett gömbvégződésű csap alkotja, amely a mérőkar hüvelyébe mélyesztett csapba ízül s ezáltal egy könnyen szétbontható összeköttetést eredményez. Ennél a planiméternél a vezető-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

kar a mérőkar bármelyik oldalára szabadon áthelyezhető, miáltal a mérésből egyes hibákat ki lehet küszöbölni. Szerkezete egyébként nem tér el lényegesen az Amsler féle planiméterétől, mégis nagyobb pontosságot érhetünk el vele már csak azért is, mert a mérőkar hosszát egy a mérőkar hüvelyén elhelyezett mikrosz segítségével 0.1 mm-es pontossággal tudjuk beállítani.



Ezeknél a műszereknél a méretarányok nincsenek a mérőkaron feltüntetve, hanem a műszer dobozában táblázatosan van kimutatva az állandó a karhossz és a méretarány függvényében.
Ezekkel a mérést mindig az óramutató járásával egyező irányban végezzük, de az első mérésnél a vezetőkar a mérőkar jobb oldalán, a második mérésnél pedig a bal oldalán van.

Nagyobb területek mérésére újabban megkettőzhető vezetőkarú planiméterek is készülnek.

A szerkesztés planiméterek használata.

Mielőtt a planiméterrel a mérést megkezdenénk, az előbb tárgyaltak alapján be kell állítanunk a mérőkar hosszát, ha a műszer állandóját ismerjük, vagy pedig meg kell határoznunk az állandót az adott karhossz és méretarány mellett. Ezután a vízszintes rajzasztalon kifeszített térképre helyezzük a műszert. A vezetőkar pólusát úgy kell elhelyeznünk, hogy a vezetőtűvel az egész felmé-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

rendő területet körülejárhassuk, és a vezető-kar és mérőkar által bezárt szög lehetőleg ne legyen kisebb 30°-nál és ne legyen nagyobb 150°-nál, mert ezeken túl az integráló-ró nem veszi át a forgó mozgást. Ha egy állás-ból így nem tudnánk az idom körül vezetni a vezetőtűt, akkor vékony vonalakkal több részre osztjuk fel a területet és részletekben határozzuk azt meg.

Ezután a vezetőtűt a terület határvo-nalára visszük és lehetőleg olyan pontba he-lyezzük el, ahol a megmérendő területidom vonala párhuzamos a mérőkarral illetve az integráló-ró tengelyével, mert ebben az esetben ha nem is térünk vissza egész pontosan a kiindulási pontba, még jó helyes eredményt ka-punk, mert az integráló-ró itt csak csúszó mozgást végez. Ezt a pontot megjelöljük és leolvassuk az integráló-ró kezdőállását (O_K). Most végigvisszük a vezetőtűt az óramutató járásával egyező irányban a határvonalon, s amikor visszaérkeztünk a kezdőpontba, újra leolvassuk az integráló-ró állását (O_V). Ez-által nyertük az első megfigyelést. Ezután az ellenkező irányban megismételjük a mérést. A kapott ($O_V - O_K$) és ($O_K' - O_V'$) értékek számtani kö-zepét megszorozva az állandóval, kapjuk a keresett terület nagyságát.

Fontos, hogy az integráló-ró elfordulását a lehető legnagyobb pontossággal határozzuk meg. A leolvasást mindig a számlálókorongon kezd-jük, az integráló-rón folytatjuk és az integ-rálo-ró nóniuszán fejezzük be. A számlálóko-rongról az ezreseket és százasokat, az integ-rálo-ról a tizeseket, a nóniuszról pedig az egyeseket olvassuk le.

Pontosabb eredményt kapunk valamely terület meghatározásánál, ha a terület hatá-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

rán a mérőkar vezetőtűjét nem egyszer, hanem egymásután „n"-szer vezetjük végig először az óramutató járásával egyező, majd ellenkező irányban. Ebben az esetben

$$T_1 = c\,\frac{O_v' - O_k'}{n} \qquad T_2 = c\,\frac{O_k'' - O_v''}{n}$$

és innen

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

Vagy egyszerűbb alakban; ha $\frac{O_v' - O_k' + O_k'' - O_v''}{2} = O_v - O_k$ akkor lesz a terület:

$$T = c\,\frac{O_v - O_k}{n}$$

Nagyobb területet is mérhetünk sarkpontos planiméterrel, ha a póluspontot az idom középső részén helyezzük el. Ebben az esetben:

$T = c(O_v - O_k) + c_1$, ahol $c_1 = (a^2 + 2ab + c^2)\pi$.

Ez az eljárás azonban nem ad pontos eredményt s ezért nem szoktuk alkalmazni, inkább felosztjuk a területet kisebb részekre.

A sarkpontos planiméter pontossági kellékei.

A sarkpontos planiméterek pontossági kellékeit a következő négy pontba foglalhatjuk össze:

1., Az integrálorsónak holt mozdulatai ne legyenek.

2., Az integrálorsó tengelye könnyen forogjon a csapjaiban.

3., Az integrálorsó forgástengelye párhuzamos legyen a mérőkar hossztengelyével.

4., Az állandója helyes legyen.

Ad 1, A vizsgálatot úgy végezzük, hogy a mérőkart a csukló körül jobbra-balra forgatjuk és megfigyeljük azt, hogy az integrálorsó a legkisebb mozdulatokat is átveszi-e. Ha nem mozdulnak el, úgy meghúzzuk a csapágy-csavarokat, de csak annyira, hogy az orsó még könnyen mozogjon.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ad 2., Az integrálorsót arra nézve, hogy könnyen forog-e, úgy vizsgáljuk meg, hogy a planimétert fölemelve újjunkkal könnyedén megforgatjuk az integrálorsót. Ha ez a forgatás után hirtelen megáll, akkor előbb kitisztítjuk a csapágyakat, majd a forgáskerék-részekkel együtt megolajozzuk és újra kipróbáljuk. Ha még most sem forogna elég könnyen és sokáig, úgy a csapágyszorító-csavarokat fölengedjük addig, amíg a körülfordulás könnyen és hosszú ideig tart.
Ad 3., Az integrálorsó tengelyének és a mérőkarnak a párhuzamossága az előfeltétele annak, hogy ha a mérőkart hossztengelyével azonos irányba mozgatjuk el, az integrálorsó csúszó mozgást végezzen. Ha azonban a párhuzamossági feltétel nincs kielégítve, úgy az integrálorsó gördülő mozgást is fog végezni akkor is, ha az mérőkart hossztengelye irányában mozgatjuk el, viszont a mérőkar hossztengelyére merőleges mozgásoknál az orsó részben csúszó mozgást is végez. Ezen okok miatt az integrálorsó körülfordulása nem lesz teljes, és így a területmérésnél hibás eredményt kapunk. A planiméter ezirányú vizsgálata más lesz, ha Amsler, vagy Coradi-féle planiméterről van szó.

Az Amsler-féle planiméternél a vizsgálat úgy történik, hogy egy próbaterületet először az óramutató járásával megegyező irányban járunk körül és képezzük a területét, majd ugyanabból a pontból, ahonnan először kiindulva ellentétes irányban is végzünk mérést, és számítjuk a területet. Ha a planiméter hibamentes, akkor a két területnek egyeznie kell, vagyis az első $(O_V - O_K)$-nak a második megfigyelés $(O_K - O_V)$ értékével egyenlőnek kell lennie.

A Coradi-féle kompenzációs planiméternél a vizsgálatot úgy végezzük, hogy a vezetőkart először jobbkéz-felé, majd balkéz felé helyez-

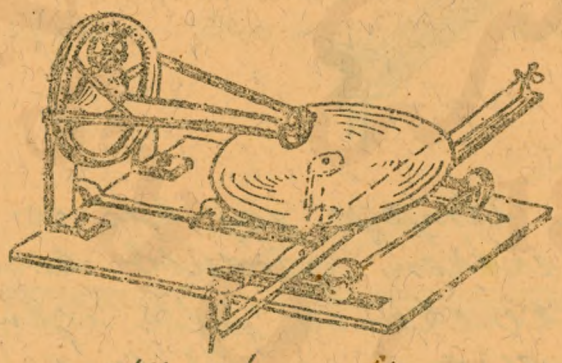
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

zük el a mérőkartól s mindkét esetben az óramutató járásával megegyezőleg járjuk körül a területet. Ha a műszer helyes, akkor a kétféle vezetőkar-állás melletti leolvasásnak illetve a két területnek egyenlőnek kell.

Ha a műszer az itt tárgyalt hibával terhelve van, akkor az Amsler-féle planiméternél az óramutató járásával megegyező és ellentétes irányban kell a területet körüljárnunk, a Coradi-félénél pedig egyszer jobb, máskor bal vezetőkar-állás mellett kell a mérést végeznünk és mindkét esetben a két megfigyelés középértékét kell számítanunk. Az így kapott értéket a „c" állandóval szorozva nyerjük a terület helyes nagyságát.

Különböző planiméterek:

A Petri féle planiméter lineáris planiméter. Egy rézalaplemezen 3 vezetősín van, amelyeken egy kocsiszerkezet mozgatható egy vezetőrúd segítségével. A vezetőrúd ezen kívül még hosszirányában is eltolható, tehát a rúd végén lévő vezetőtű minden irányba elmozdítható s így egy területidom határvonalán körülvezethető. A vezetőrúd két vége között egy sodronyszál van kifeszítve, amely a kocsiszerkezetből kimúló függőleges forgástengely körül van vezetve, ha tehát a rudat hossz-irányban eltoljuk, akkor a tengely is forog. A tengelyre egy üvegkorong van szerelve, amelynek felső lapja rajzpapírral van bera-

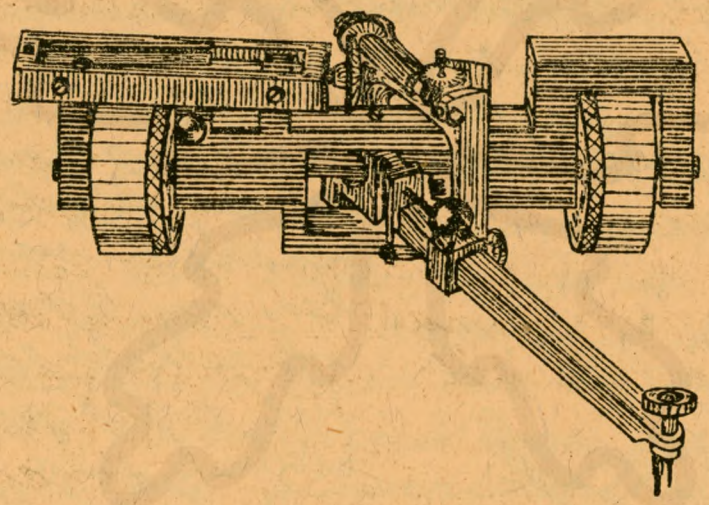


© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

gaztva. Ezen fut az integrálorsó, melynek tengelye párhuzamos a vezetősínekkel. Ha a kocsiszerkezetet a síneken eltoljuk, akkor az integrálorsó nem forog, csak csúszik. Ha viszont a vonórúdat húzzuk, akkor forog az üvegkorong és elforgatja az integrálorsót is. Használata teljesen ugyanaz, mint a sarkpontos planiméteré. A gyakorlatban nem terjedt el.

A Fetli-Starke-féle planiméter az előbbitől csak a leolvasó-készülék berendezésében tér el. A gyakorlatban nem terjedt el.

A Coradi-féle gördülő, vagy hengerlő planiméter szintén lineáris planiméter, mert a képzerpálya, melyet a kocsiszerkezet útja határoz meg, egy egyenes.



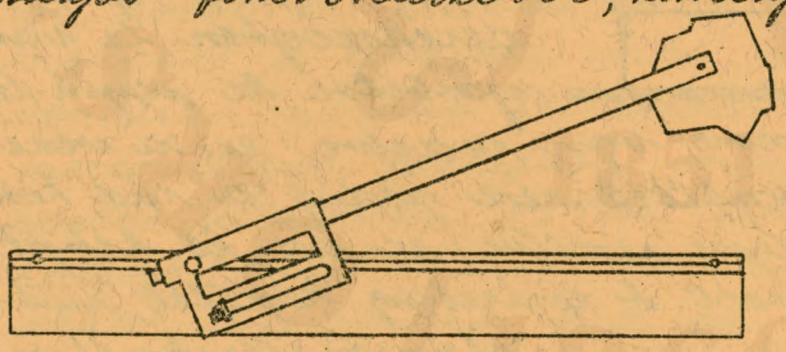
Ennek a planiméternek lényege egy, két rezézett szélestalpú súlyos kerékén gördülő kocsi. A kocsi balkéz felé eső kerekének széle igen finom fogazással van ellátva, amelybe egy gömbsüveg forgástengelyén alkalmazott apró fogazású korong kapcsolható. A gömbsüveg a kocsiszerkezet tartójába van beágyazva, és ennek nyomja neki egy rúgó az integrálorsót helyettesítő hengert, amelynek tengelyére van szerelve a számlálókészülék. A kocsi-kerekek fordulatát a fogaskerék segítségével átveszi a gömbsüveg és ez forgatja az integráló-hengert.

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A mérés ezzel a planiméterrel is teljesen úgy történik, mint a sarkpontos planiméterrel. A mérőkart is ugyanúgy kell beállítani az állandónak megfelelő karhosszra, mint a többi, eddig tárgyalt planiméternél. – Kémes szerkezete miatt a gyakorlatban nem terjedt el.

A Coradi féle gördülőtárcsás planiméter hasonló az előbbihez · a különbség csak az, hogy a gördülő kerék forgásához egy függőleges forgástengely forgáskereke tekozik. Ezen a tengelyen egy üvegkorong van, amely a tengellyel együtt forog. Az üvegkorongra rajzlap van ragasztva. Ezen fut az integrálorsó, melynek tengelye egy a mérőkarra merőlegesen elhelyezett tartóra van szerelve, tehát a tengely párhuzamos a mérőkarral. – Előnye, hogy az integráló-orsó nem a térképen fut s így pontosabb eredményeket ad; hátránya viszont hogy szerkezete igen kémes: óvni kell a portól, csak lassan és óvatosan szabad vele dolgozni, ezért a gyakorlatban nem terjedt el. – Használata teljesen azonos a sarkpontos planiméterével.

A Coradi-féle vonalzós planiméter áll egy súlyos fémvonalzóból, amelynek a szélén egy

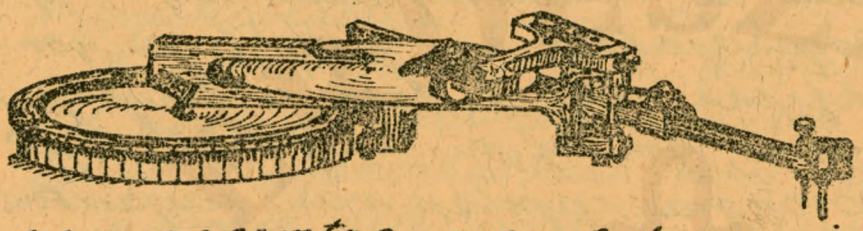


vályat van igen gondosan kiképezve. A fémvonalzó felső lapjára rajzpapir van ragasztva. Ezen a rajzlapon fut az integrálorsó. A mérőkar egyik végén van a vezetőtű, másik végén az integráló-orsó van elhelyezve, alul pedig egy lefelé nyúló gömbös csap, amely a vonalzó vályatába illik és mérés közben ebben csúszik el, tehát ez is lineáris planiméter. Használata ugyanaz, mint a

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

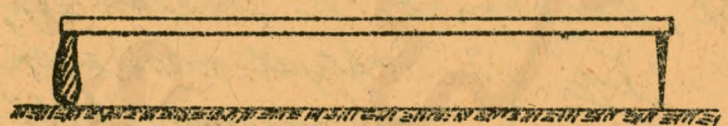
sarkpontos planiméterek. Ezekkel csak kocsiszekrény alakú testületek mérésére, keresztszelvények meghatározására használják.

A Coradi-féle tárcsás planiméter áll egy kb. 15 cm. átmérőjű acélos tárcsából, amelynek a széle finom fogazással van ellátva. Ebbe illik

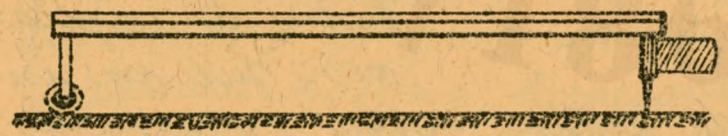


egy alumíniumkoszorú tengelyének a fogazása. A koszorú felső lapjára rajzpapír van ragasztva, ezen fut az integráló-orsó. A koszorú tengelye egy karra van szerelve, amely kar csapágya a tárcsa közepéből kimpülő csapba illik. A kar másik vége csuklósan van összekötve a mérőkarral. Használata megegyezik a sarkpontos planimétereknél. Pontossága az összes planimétereké között a legnagyobb, de mert igen kényes és drága műszer, a gyakorlatban nem terjedt el.

A Prytz-féle rúdplanimétert egy 20-25 cm. hosszúságú fémrúd mindkét végén egy irányban



2-3 cm hosszúságban derékszögben le van görbítve. Az egyik le görbített vég hegyesre van reszelve: ez a vezetőtű, a másik legörbített rész pedig a rúd hosszirányában van élesre reszelve: ez az él helyettesíti az integráloroót. A gyárilag készített rúd-

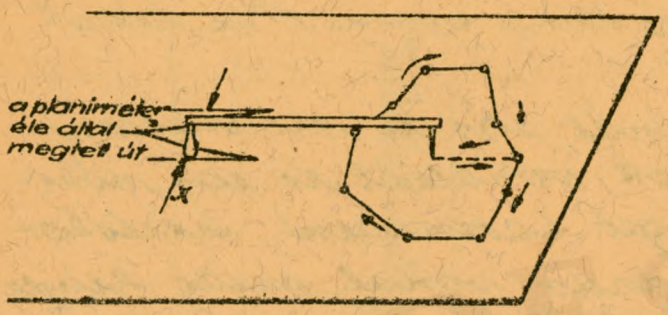


planimétereknél a vezetőtűre egy hüvelyes fogantyú van elhelyezve, a lapossra kireszelt él helyett pedig egy kis éles éllel bíró kerék van szerelve.

Használatánál a vezetőtűt az idom szemmérték szerinti súlypontjába helyezzük, a planimétert gondosan függőleges helyzetben tartjuk,

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

az éles élet bemenjük a rajzlapba (ez helyettesíti a kezdő leolvasást), ezután az ábra szerint körülvezetjük a vezetőtűt a megmérendő idom határán. Visszaérve a kiindulási pontba újból lenyomjuk a planiméter éles élét (ez helyettesíti a vég-leolvasást.). A két jel közötti „x" távolságot lemérjük milliméterekben. A terület lesz: $T = c \cdot x$ A „c" állandót úgy határozzuk meg, mint a sarkpontos planiméternél. Az így meghatározott területek pontossága nem valami nagy, ezért csak hozzávetőleges területmeghatározásokra használható. A mérés középhibája ±0·5 ~ ±1 % között van.

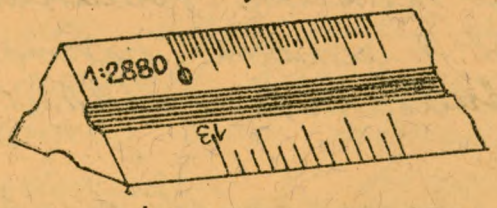


A felhordó műszerek.

1. Vonalfelhordók.

A vonalak felhordásához és lemérésükhöz legcélszerűbb segédeszköz az átlós lépték. Ezről körzővel veszünk le a kívánt hosszakat, melyeket a térképen már előzőleg meghúzott vonalra mérünk fel. Mivel a körzővel való mérés elégtelen pontatlan, maga az eljárás sem pontos. Átlagosan 0·1 mm pontossággal számolhatunk, tehát ha a méretarányunk 1:4000, akkor számolnunk kell az 0·1 mm térképbeli hossznak megfelelő 40 cm - es természetbeni hosszhibával.

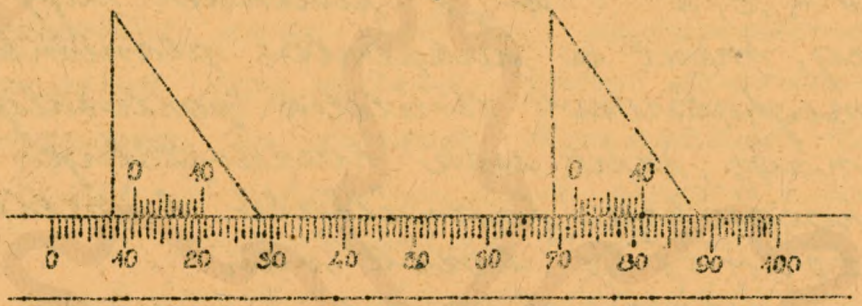
Vonalfelrakásra használható a prizmaalakú jamérce. A különböző méretarányoknak megfelelő beosztások a prizmaoldalak élein vannak, és a méretet a meghúzott vonal mellé helyez-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

ez, mivel tervünk a terület kitűzése. Pontossága még mindig nem elégséges nagy gyakorlat és gondos munka ezeten a hiba 0·05 – 0·1‰ között van.

Pontossá felhordásánál egy a méretarányunk megfelelően hosszú vonalzót és egy nóniusszal ellátott háromszöget használunk. Méréskor a vonalzót a megmérendő vonal mellé helyezzük, a háromszöget pedig az I. helyzetbe hozzuk úgy, hogy rajzolólét az egyik végpont fölé illesztjük. Ezután a nónius segítségével leolvassuk a beállított értéket (l_I).



Most eltoljuk a háromszöget az megmérendő hosszúság másik végpontjához (II. helyzet), vagyis a háromszög rajzolólét önmagával párhuzamosan eltoljuk a vonalzó mellett „h" értékkel. Ha tehát a felhordandó hossz: $h = 60{\cdot}9$ m, a kezdőleolvasás: $l_I = 11{\cdot}2$, akkor a II. helyzetben $l_I + h = 11{\cdot}2 + 60{\cdot}9 = 72{\cdot}1 = l_{II}$ leolvasásra kell a vonalzót és a háromszöget állítanunk.

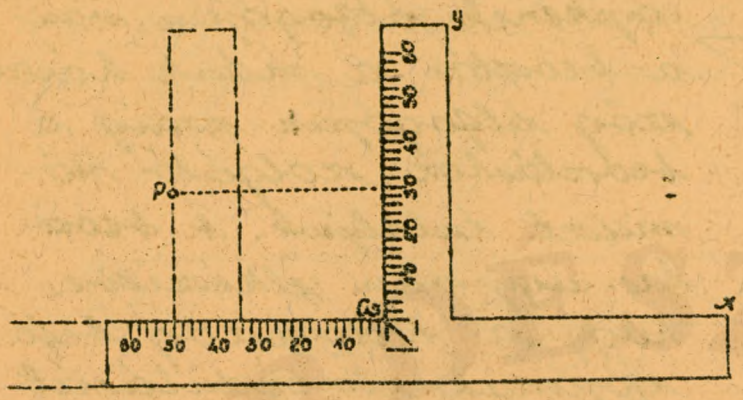
2. Koordináta-felhordók.

A térképek megszerkesztésénél a rajzlapra először a szkoordináta-hálózatot rajzoljuk meg úgy, hogy a szelvénykeretre méretarányban felhordunk 100 m. vagy 100°-os távolságokat, és az így kapott pontokat összekötjük. A hálózat elkészítése után következik a pontok felrakása a hálózaton belül. Ezeknek A pontok összerendezőinek felmérése a koordinátafelhordókkal történik.

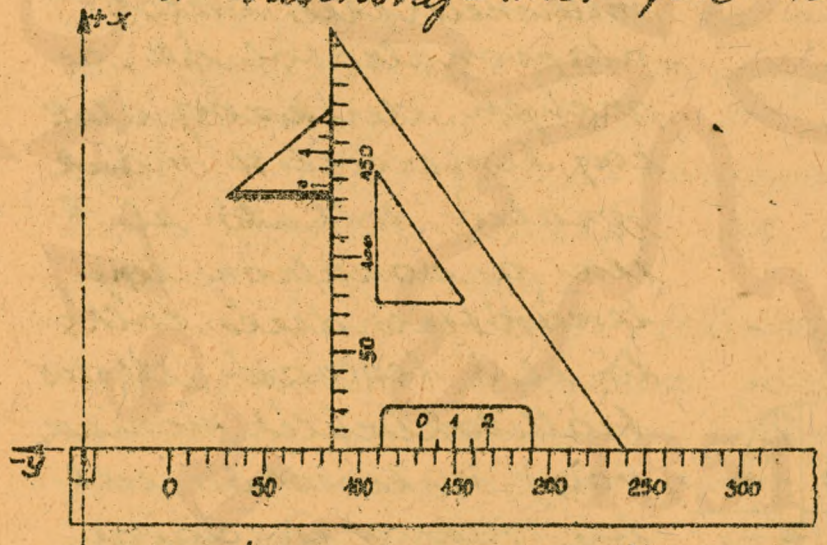
A koordináta-felhordók legegyszerűbb alakja

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

egy fémből készült egyszerű derékszög, melynek a belső élek felé lecsapott lapján van a beosztás. A osztással ellátott rész hossza ugyanakkora, mint a koordináta-négyszög egy oldalhossza. A műszert úgy állítjuk be, hogy a „c" súrópont a koordinátanégyszög súrcán legyen, az éle pedig a négyszög oldalán feküdjék. Most a rajzlapon megjelöljük a pl. x - 50 helyet. Ezt eltoljuk a műszert „c" irányban és a másik száron jelmérjük a pl. y - 30 értéket, amelyet lepikírozva kapjuk a „P" pont helyét.

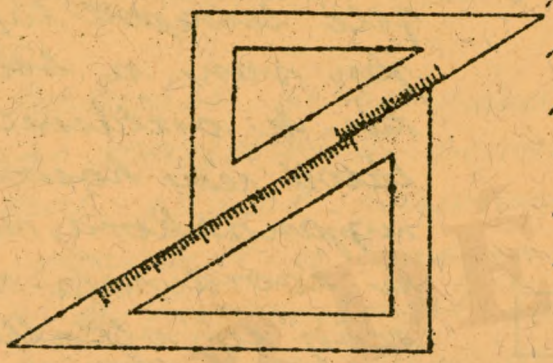


A Fasching-féle koordinátafelrakó áll egy hosszabb fémvonalzóból, továbbá egy nagyobb és egy kisebb háromszögből. A hosszú, u. n. abszcissa-vonalzót a hálózat mellé helyezzük úgy, hogy a végén lévő indexvonás egy ordinátavonallal vágjon. Ezután erre „0" helyzetben ráhelyezzük a nagyobbik háromszöget, ennek befogója kell, hogy az indexvonással, ill. az azzal egybeeső ordinátával vágjon. Ezen háromszög másik befogóján lévő nónius segítségével állítjuk be a pont abszcisszáját. A nagyobb háromszög mellé helyezett kis háromszögön lévő nónius segítségével állítjuk be az ordinátát. „0" helyzetben a kis háromszögnek az abszcissza-vonalzókhoz kell simulnia.



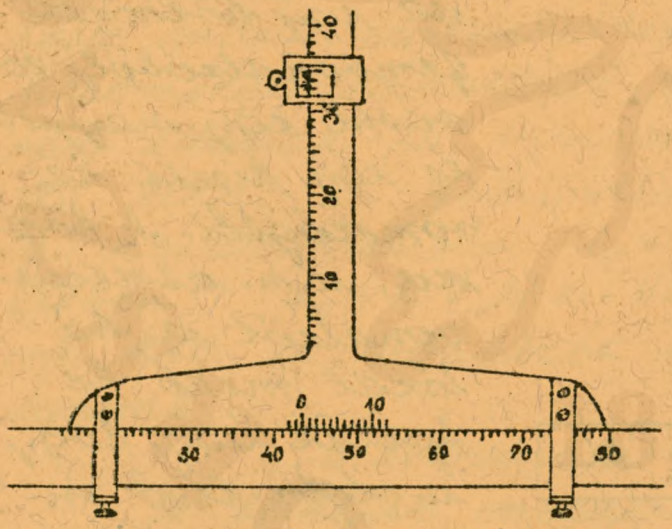
© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

A Rajzik-féle letoló-háromszög áll két háromszögvonalzóból, melyek egyikének átfogóján van a beosztás, a másik háromszög átfogóján pedig a beosztáshoz szolgáló nóniuszt találjuk. A beosztás úgy van elkészítve, hogy a háromszög befogójának elmozdulását abban a méretarányban kapjuk, amelyben a térképünk készült.



Ezek a koordinátafelhordók csak részletpontok felrakására szolgálnak: csak egy koordináta-négyszögön belül lehet velük dolgozni. Egész térképek felhordására szolgálnak a koordinatográfok.

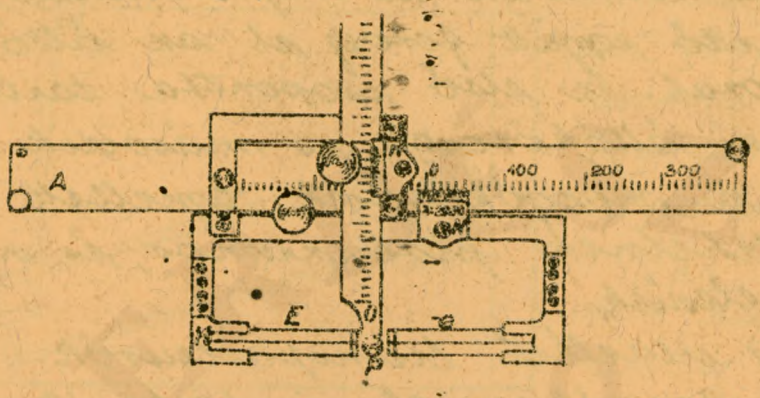
A Coradi-féle koordinatográf egy szilárd, milliméterekre osztott alapvonalzóból áll, amelyen derékszög alatt egy kimerevített másik vonalzó tolható el. Ezen a vonalzón egy leszúróberendezés tolható el. A leolvasó, illetve beállítókészülék nóniusz, vagy mikroszkóp, esetleg mikrométercsavar. A leolvasási határérték 0·02 mm, tehát 1:2000 méretaránynál még 4 cm. terepészetbeni hossz is felhordható.



A Čemus-Fromme féle koordinatográf áll egy 30 cm. hosszú abszcisszavonalzóból (A), amelyen egy 18 cm hosszú és 7 cm széles keret (K) egy mikrométerszerkezet segítségével eltolható. A keretre van erősítve az „N" nóniusz. Merőlegesen az abszcisszavonalzóra, ugyancsak

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

mikrométerszerkezet segítségével mozgatható az ordinátavonalzó (O), amely szintén el van látva egy nóniusszal (n). A keret mindkét végén egy-egy 8 m/m. hosszú és 2 m/m. széles üveglemez (E, e) van, amelyekbe az abszcisszavonalzóval párhuzamosan egy-egy finom, egyenes vonal van berajzolva. A „E" lemez ezen kívül végétől 3 m/m-re egy keresztvonással is bír, amely mint indexvonás szerepel a műszernek a kezdőpontra való beállításánál. Az ordinátavonalzó elől egy pikírozószerkezettel van ellátva (P), amelynek tűje az „E" lemez indexvonalától 1:1000-es méretarányban 10 m. távolságra esik. Ennek az állandónak az a célja, hogy a munka megkezdése előtt az „N" nóniust 10 m-re jobbra vagy balra lehessen állítani annak, hogy hogyan akarja az ember az abszcisszákat felhordani.



3, Szög-felhordók.

A felhordó-kompasz sárgarézlapra szerelt kompasz, amely sárgarézlapnak egyik éle rajzolóélnek van leélezve. A rajzolóél párhuzamos az osztott-kör 0-180°-os átmérőjével. A leolvasási határértéke 0·1° = 6', ezért leginkább háromszögmérések felhordására használható. A kompasszal való felhordás lassú, mert sokáig kell várni, míg a delejtű nyugalmi helyzetbe jut. Vigyázni kell arra, hogy a közelben vém-tárgy, vagy egyenáramú vezeték ne legyen.

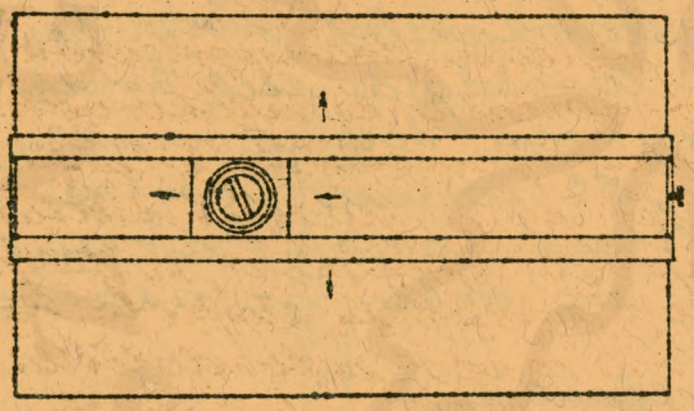
A tulajdonképeni szögfelrakók vémből készült osztott körök, amelyeknek közepében lévő forgástengely körül forgatva egy kar állítható

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

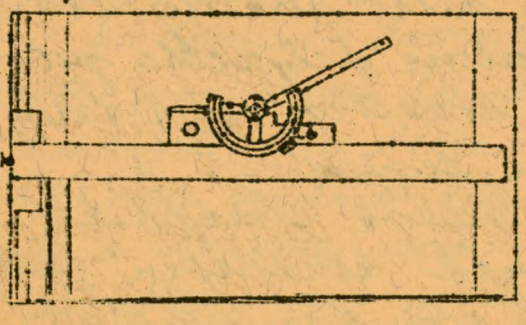
be a kívánt szögértékre a megfelelő leolvasóberendezés segítségével. A szögfelrakóknál vagy az osztott kör áll, ebben az esetben a leolvasóberendezés forog a rajzolókarral együtt, vagy pedig az osztott-kör van a rajzolókarra szerelve, tehát a kettő együtt forog el az álló leolvasókészülék körül. Az első csoportba tartozó szögfelhordók az állókörösek, a második csoportba tartozók a mozgókörösek. Emellett a szögfelhordók lehetnek párhuzamos, és nem párhuzamos-vezetésűek.

a, Párhuzamos vezetésű tranoporteurök. E szögfelhordók forgókörösek, és biztosítva van velük egy állandó irány, tehát különösen alkalmasak csapászögek felhordására. A leggyakoribbak a következők:

1, Belházy-féle transporteur. Két párhuzamos rézsin jicen van összekapcsolva és a rajztáblán le és fel csúsztatható és le is rögzíthető a jobboldalon látható csavarral. - A két rézsin közé pontosan beillik egy jobbra-balra elcsúsztatható rézkeret teljeskörű tranoporteurrel. Az osztott kör átmérője van rajzoló-karnak kiképezve. E műszer gyors és pontos felhordó, leolvasási határértéke: 1'.



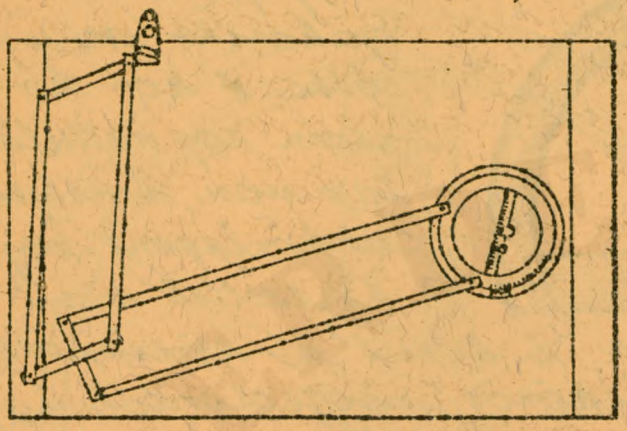
2, A Krippel-féle felhordó rajztábláján egyik oldalán rézből készült sín van a szintén fémből készült fejjelvonalzó fejének megfelelően kiképezve. Így elmozdítható a fejjes-vonalzó, de pontos vezetése biztosítva van. A vonalzón csúsztatható a moz-



© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

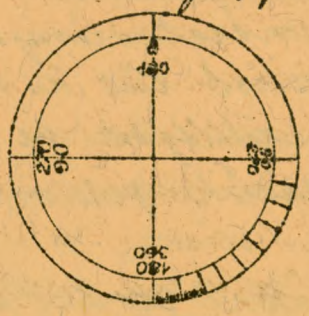
gókörös transporteur. ~ Környebb és egyszerűbb szerkezet, mint az előző, de valamivel pontatlanabb is. Leolvasási határértéke: 6'.

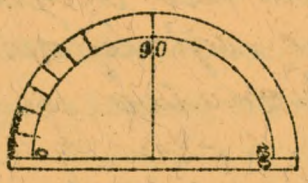
3., A Fromme- féle felhorgó rajztáblára szerelhető, forgó osztott-körrel bír, amelynek kettős csuklós vezetése van, és így párhuzamosan tolható el a rajzasztal bármely helyére. Az osztott kör rajzolóélén hosszléptéke is van, tehát a távolság közvetlenül lerajzolható. A rajzolókaron a leggyakrabban előforduló méretarányoknak megfelelő léptéket találjuk. ~ Csuklós vezetése miatt, ha a csuklók kikopnak, idővel az állandó irány bizonytalan lesz.



b., Nem párhuzamos vezetésű transporteurök. Szintén lehetnek forgó- körösek és állókörösek. Az állókörös transporteur beosztásának a hasznosolva osztásával ellenkezőnek, a teodolit limbuskörének osztási irányával egyezőnek, a forgókörös transporteur beosztásának a hasznosolva osztott körének beosztásával egyező, a teodolit limbus osztásával ellenkező irányúnak kell lennie. Könnyen megérthetjük ezt, ha meggondoljuk, hogy a hasznosolák osztott-köre forgó, tehát a helyes értéket egyenlő osztásirányú forgókörös, avagy ellenkező irányban osztott állókörös szögfelrakóval kordjuk fel.

A legegyszerűbb állókörös transporteur a celluloidból készül. Ez vagy egész-, vagy félkörös. A középpontja egy kereszttel megvan jelölve. A beosztások fokos, esetleg a fokok még 2-3

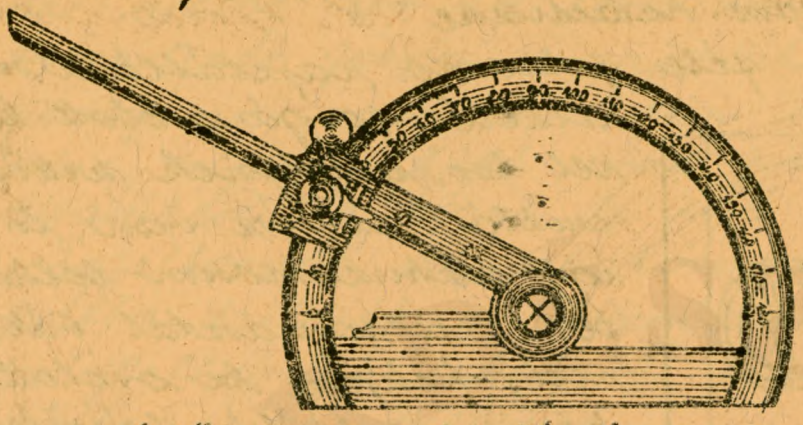




© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

rézre vannak osztva.

A fémből készült állókörös transporteurök szintén vagy egész, vagy félkörösek. Gyakoribb az utóbbi. A kör közepén egy celluloid lap van, amelyen a középpont egy kereszttel van megjelölve. A rajzoló-kar e körül a középpont körül forgatható el. A félkörös szögfelhordók úgy vannak szerkesztve, hogy vonalzón eltolhatók legyenek: ezért a fejfelületei élnek párhuzamosnak kell lenniük az osztott-kör 0–180° osztását összekötő egyenessel. – Ábránk egy állókörös, transporteur képét mutatja. A pont képe fölé az átlátszó celluloid-lapon lévő kereszt segítségével állítjuk. Ezután a kart állítjuk be a kívánt szögértékre. A kart vagy a surlódás, vagy pontosabb műszereknél egy csőcsavar tartja a beállított helyzetben. A pontosabb felhordók beállítása paránycsavar segítségével történik.



Egy hátránya ezeknek a műszereknek, hogy csak 180°-ig lehet velük felhordani, ennél nagyobb szögek esetén az osztott kört el kell mozdítaniuk. Ezen a hibán segít a teljeskörű szögfelrakó, amellyel már 360°-ig lehet dolgozni. Pontosságuk 20'-es.

Állókörös transporteur a szovátay-féle teljeskörű felhordó (1. ábra). Osztott köre 32 cm-es átmérővel bír. A rajzolókar egy leszúrókészülékével van ellátva. Ez a kar a szokásos méretaránynak megfelelő beosztással bír. A leszúró-tűt a kívánt távolságra mikrométer segítségével állítjuk be. Több használható sarkpontú összeállítások felhordására.

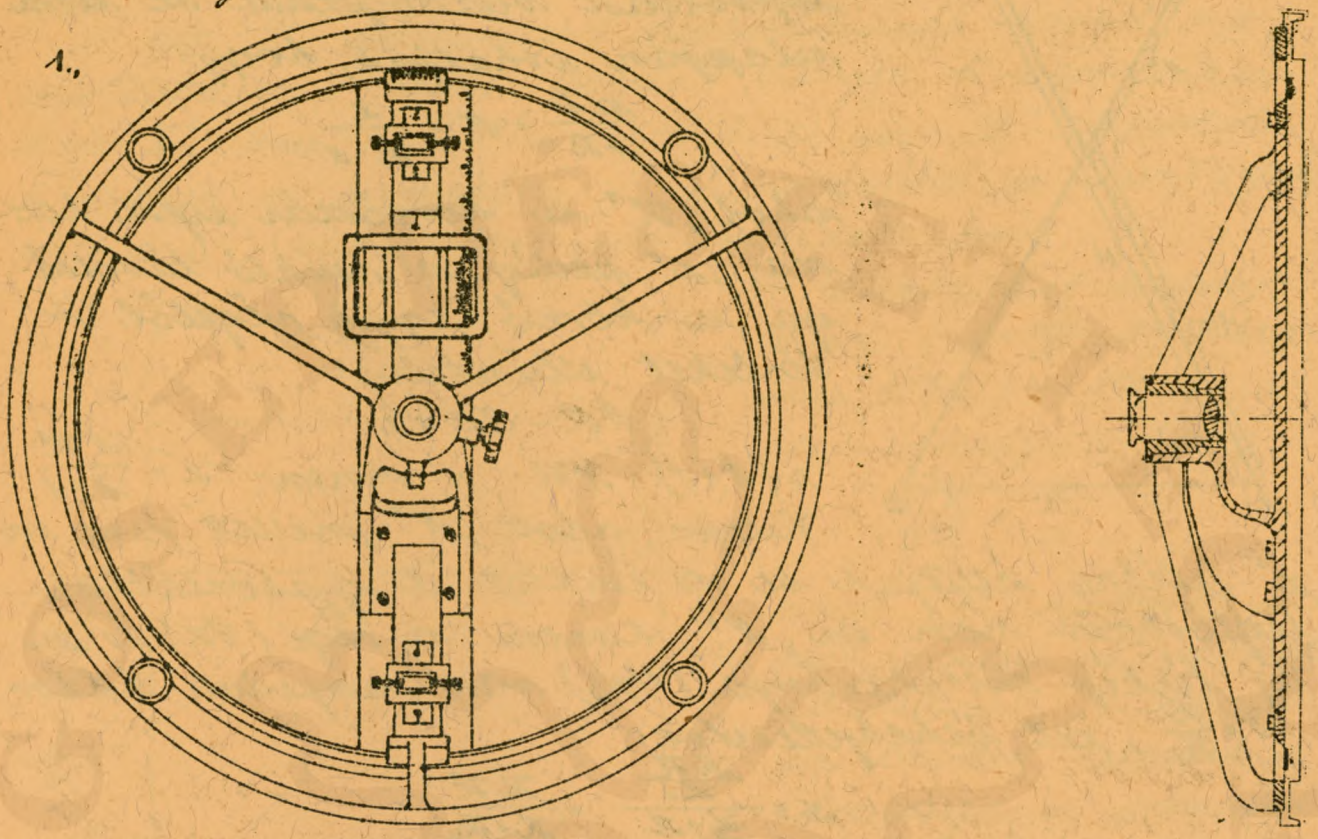
A mozgókörösöknél egy alaplemezen fordul el a kör átmérője, amely rajzoló-karnak van ki-

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

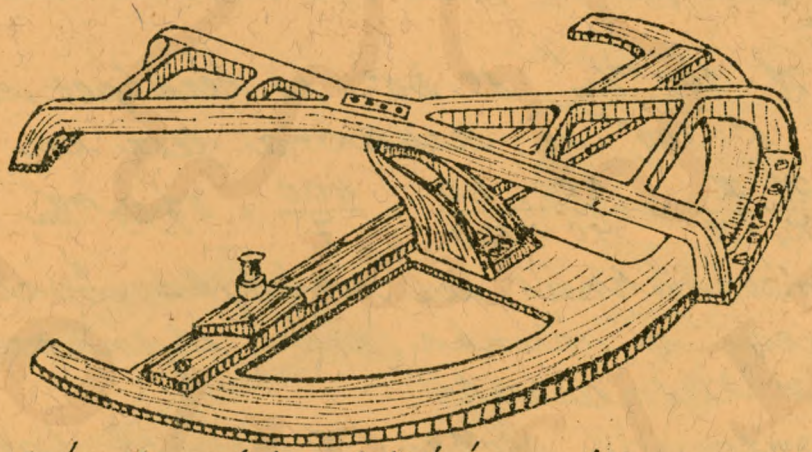
képezve. Ilyen a Repsey-féle felhordó. (2. ábra.)

Sarkponti összerendezők felhordására igen pontos felhordókat golyós csapágyazással készít a Gradi cég.

1.,



2.,

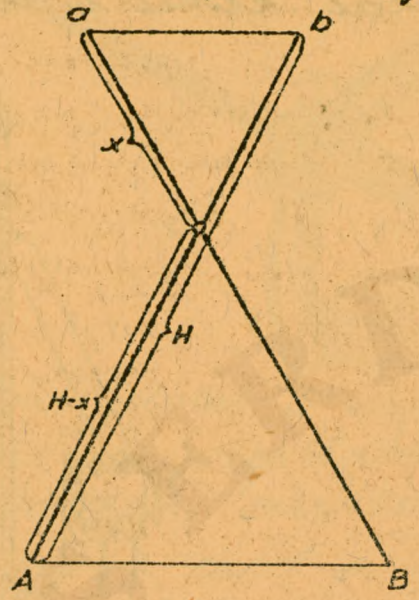


A térképek kiscobbítésére ill. nagyítására szolgáló műszerek.

b, Az iránykörző egy olyan körző, amelyen a csukló helyét változtatni tudjuk. A körző egyik szára milliméterekre van osztva és a csuklókor szerelt nóniusz segítségével beállítható a csúcstól számított „x" távolságra. Az „x" értéke

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

a kiosztási méretarányoknak megfelelően számítható. Tudjuk ugyanis, hogy $\frac{AB}{ab} = \frac{1}{N}$ vagy $\frac{ab}{AB} = N$



ahol „N" a kiosztási ill. nagyobbítási viszonyszám. Az ábra alapján írhatjuk, hogy:

$$\frac{ab}{AB} \cdot N = \frac{x}{H-x}$$

ahol „H" a körzőszár egész hossza, „x" pedig a csukló távolsága a körző egyik végétől. A törteket eltüntetve:

$$NH - Nx = x$$

$x(N+1) = NH$ s innen: $x = \frac{NH}{N+1}$

Vagyis adott „N" mellett erre az „x" értékre állítjuk be a csuklót. A gyakorlatban legtöbbször nem az „N", hanem a régi ($1/K$) és az új térkép méretaránya ($1/K_1$) van megadva. Ekkor $N = \frac{K}{K_1}$, ezt behelyettesítve:

$$x = \frac{\frac{KH}{K_1}}{\frac{K_1+K}{K_1}} = \frac{KH}{K+K_1}$$

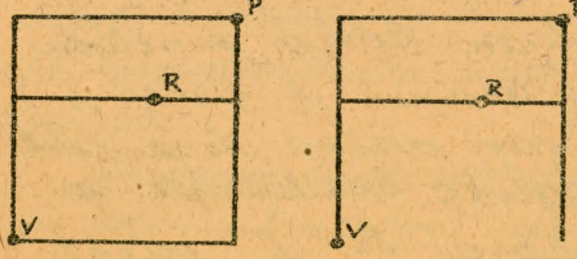
Tehát most adott „K" és „K_1" segítségével számítottuk az „x"-et és erre az értékre állítjuk be a csuklót.

Példa. $H = 200\ ^m/_m$, 1": 40°-os térképet akarunk kiosztani 1": 100°-ra. Mekkora lesz az „x"?

$$x = \frac{H.K}{K_1+K} = \frac{200.40}{40+100} = \frac{400}{7} = 57.14\ ^m/_m$$

Tömeges munkáknál az aránykörzővel nagyon lassan megy a munka, ezért ilyenkor a pantográfot alkalmazzuk.

2., A pantográf elvben 5 egyenlő hosszúságú, csuklókkal összekötött rúdból áll, amelyek közül a gyakorlatban az ötödik hiányzik. A négy

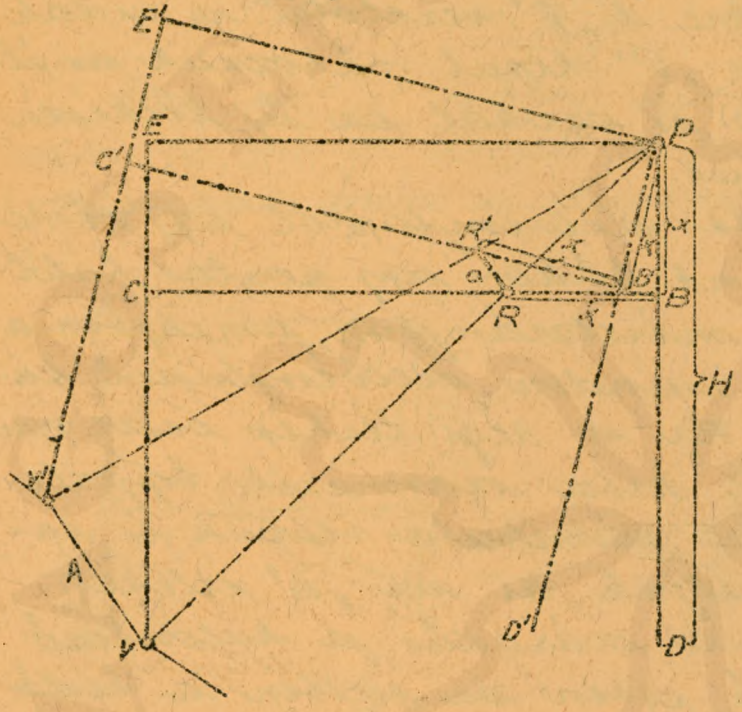


kar egy négyszöget alkot, az ötödik kar a négy karon belül jelzik és beállítható. A $\overline{PD}$, $\overline{EV}$ és $\overline{BC}$ kar milliméterosztással van

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

azáltal, hogy a mozgatható kart a „P" ponttól „x" távolságra beállíthassuk a mérnöknek megfelelően, illetve hogy a mozgatható karon elhelyezzük a rajzolótűt a „R" ponttól szintén „x" távolságra.

A pici „P" pólusponi kiosztásánál tűnik, nagyságának belül foglal helyet. A készülékben két tű van: a „V" vezetőtű és az „R" rajzolótű. A pólus, a rajzolótű és a vezetőtű a pantográf minden helyzetében egy egyenesbe esik.



A kicsinyítési arány-szám: $N = \frac{a}{A}$; az ábrabeli $PVD\Delta \sim PRB\Delta$, ezért írhatjuk, hogy

$$\frac{PV}{PR} = \frac{H}{x}$$

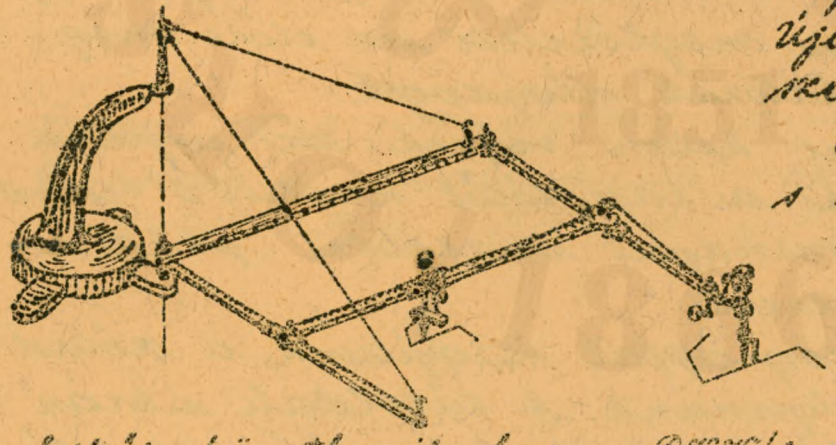
ahol „H" egyenlő a pantográf rúdjainak hosszával, „x" pedig az ötödik karnak a távolsága a pólustól. Most elmozdítjuk a pantográfot úgy, hogy a vezetőtű a kicsinyítendő vonal másik végpontjára kerüljön. Újból hasonló háromszögeink lesznek:

$$PV'D'\Delta \sim PR'B'\Delta$$

s innen:

$$\frac{PV'}{PR'} = \frac{H}{x}, \text{ tehát}$$

$$\frac{PV}{PR} = \frac{PV'}{PR'}$$



Ebből következik, hogy $PVV'\Delta \sim PRR'\Delta$, tehát a VV' vonal párhuzamos az RR' vonallal. Tehát írhatjuk: $\frac{A}{x} = \frac{PV}{PR} = \frac{PV'}{PR'} = \frac{H}{x}$

$\frac{A}{a} = \frac{H}{x} = \frac{1}{N}$ és innen: $x = N \cdot H$ Ha pedig az

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

új és a régi méretarány van megadva, akkor

$$N = \frac{a}{A} = \frac{\frac{1}{X_1}}{\frac{1}{X}} = \frac{X}{X_1} \qquad \text{és innen} \qquad x = \frac{X}{X_1} H$$

Példa: $H = 840\ ^{m}/_{m}$, $X = 2000$, $X_1 = 4000$; $x = ?$

$$N = \frac{X}{X_1} = \frac{2000}{4000} = \frac{1}{2} = 0{\cdot}5$$

$$x = 840 \times 0{\cdot}5 = 420\ ^{m}/_{m}$$

A műszer használata úgy történik, hogy a $\overline{BC}$ rudat és ezen a rajzolótűt pontosan beállítjuk a kiszámított „x" értékre. A „V" vezetőtűt a rudak elmozgatásával a fix „P" körül ráhozzuk az átmásolandó pontokra és azokat az új térképen a rajzolótűvel leszúrjuk.

Előfordul, hogy több szelvénylapról egy térképet kell lekicsebbítenünk. Ekkor egy pontos hálót létesítünk abban a méretarányban, amelyben a térkép készült, majd minden szelvénylapot külön pantografálunk. Ha a régi térkép össze van száradva, akkor ebből hiba származik. Egyenletes száradás esetén ezt számításba-vesszük és ennek megfelelően számítjuk ki az „x" értéket. Legtöbbször azonban a száradás a különböző irányokban különböző, ebben az esetben a kiszámított „x"-re beállítjuk a pantográfot és addig állítgatjuk utána a nóniuszokat, amíg a rajzolótű a legjobban megközelíti az előre megrajzolt kicsebbített hálózati négyzöget.

A pantografálást ketten végzik: az egyik a vezetőtűt, a másik a rajzolótűt kezeli. A leszúrt pontokat legjobb mindjárt összekötni: puha ceruzával, szabadkézzel.

Ha a pantográffal nagyítunk, a pólust középen kell elhelyeznünk. A túloldali ábrán a $PCV_{\Delta} \sim PBR_{\Delta}$ háromszögek hasonlósága folytán

$$\frac{PV}{PR} = \frac{H - x}{x}$$

A $PC'V'_{\Delta} \sim PB'R'_{\Delta}$ folytán viszont írhatjuk, hogy

$$\frac{PV'}{PR'} = \frac{H - x}{x} \qquad \text{és innen} \qquad \frac{PV}{PR} = \frac{PV'}{PR'}$$

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Ebből következik, hogy $PVV'_2 \sim PRR'_2$ s így $\parallel a$,

$\frac{a_2}{a} = N$, tovább $\frac{a_2}{a} = \frac{PR}{PV} = \frac{x}{H-x} = N$ ahonnan

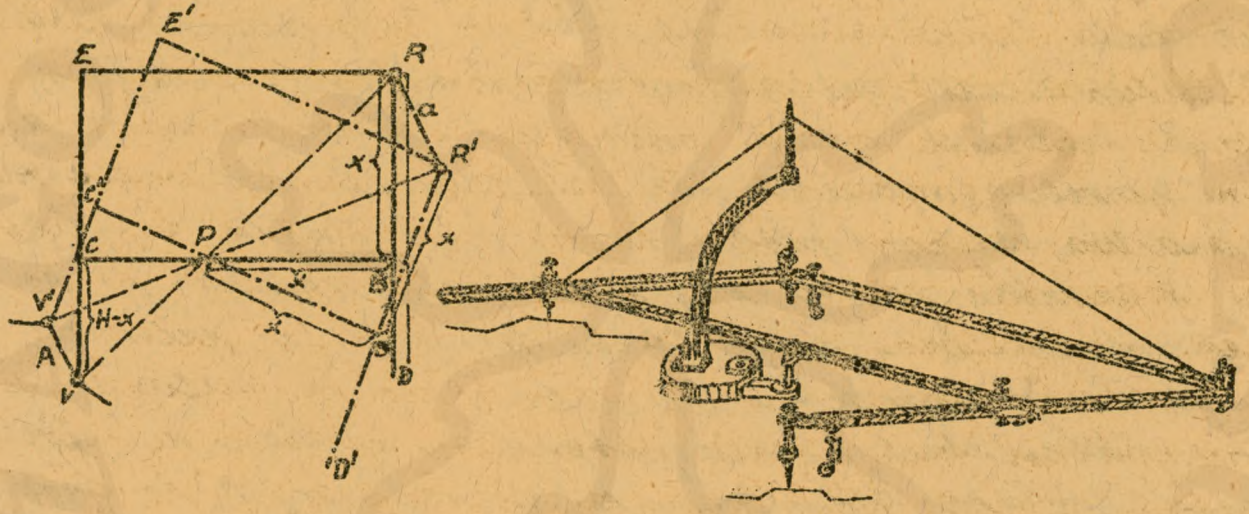
$x = NH - Nx$ és $x(1+N) = NH$ végül pedig

$$x = \frac{NH}{1+N}$$

Ha a méretarányok vannak megadva, akkor $a = \frac{1}{H_1}$, $a = \frac{1}{H}$ s így $N = \frac{H}{H_1}$ és innen

$$x = \frac{\frac{HH_1}{H_1}}{\frac{H_1+H}{H_1}} = \frac{HH_1}{H_1+H}$$

Ezzel az „x" értékére állítjuk be a $\overline{BC}$ rudat és ezen a pit „P" helyét. A továbbiakban ugyanúgy dolgozunk, mint a kiosztásnál.



Példa: $N = 3$; $H = 840$ mm ; $x = \frac{3 \times 840}{1+3} = 630$ mm

Ha pedig a méretarányok vannak megadva:

$H = 40°$; $N = 4$; $H_1 = ? = 10°$ $x = \frac{40 \times 840}{10+40} = 672$ mm

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.

Tartalomjegyzék.

Bevezetés 3
Kiegyenlítő-számítás 7
Egyenlősúlyú közvetlen megfigyelések kiegyenlítése 11
Különbözősúlyú közvetlen megfigyelések kiegyenlítése 17
Egymástól független, közvetett megfigyelések kiegyenlítése 22
Egymástól függő, közvetett megfigyelések kiegyenlítése 32
Hibaalmozódás 39
Példák 44
Geodézia 59
A geodézia felosztása 59
A térképek 60
Mérés és mértékegység 65
A kiosztási lépték 72
A mérőműszerekre szerelt segédeszközök 90
A látó- és irányzóeszközök 101
A hosszúságmérő műszerek:
Közvetlen távolságmérők 147
Közvetett távolságmérők 158
A szögmérő műszerek:
Szögtizők 178
Kompaszok 191
Buszolák 197
Buszola-teodolitok 222
Sextans 225
Teodolitok 226
Tachiméterek 256
A mérőasztalok 259
A szintező-műszerek 277
A területszámító műszerek 301
A felhordó műszerek 323
A térképmásoló műszerek 331

© OEE Wagner Károly Erdészeti Digitális Szakkönyvtár 2020. Támogató: Agrárminisztérium szerz.sz.: EGF/68-1/2020.